

## CONSTRUÇÕES DAS SITUAÇÕES DIDÁTICAS E SUA CONEXÃO A ENGENHARIA DIDÁTICA COM A UTILIZAÇÃO DO SOFTWARE GEOGEBRA NO SPAECE

### CONSTRUCTIONS OF TEACHING SITUATIONS AND ITS CONNECTION TO TEACHING ENGINEERING WITH THE USE OF GEOGEBRA SOFTWARE IN SPAECE

Cícera Fernandes

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará – IFCE  
[ciceraxx@gmail.com](mailto:ciceraxx@gmail.com)

Francisco Regis Vieira Alves

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará – IFCE  
[fregis@gmx.fr](mailto:fregis@gmx.fr)

Maria José Araújo Souza

Universidade Estadual Vale do Acaraú - UVA  
[mazesobral@yahoo.com.br](mailto:mazesobral@yahoo.com.br)

#### Resumo

O presente artigo tem como objetivo uma estruturação das sessões didáticas com base na análise preliminar e na análise a priori da Engenharia Didática (metodologia de pesquisa) para a construção das sessões didáticas sobre a orientação da Teoria das Situações Didáticas (metodologia de ensino) para uma futura aplicação na fase de experimentação como propõe essa metodologia de pesquisa. Neste sentido, ressaltamos a importância e as contribuições dessas duas junções de metodologias utilizadas para a didática da matemática. Este trabalho foi um recorte de uma dissertação em andamento do Mestrado Acadêmico no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática (PGECEM) do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará (IFCE) que exemplifica um quadro teórico para uma aplicação da Teoria das Situações Didáticas com situações-problema de Geometria Analítica adaptadas do SPAECE (Sistema Permanente de Avaliação da Educação Básica do Ceará), com ênfase na visualização do software *GeoGebra*, contribuindo para uma compreensão mais abrangente dos assuntos matemáticos, sendo uma ferramenta valiosa para fortalecer a aplicação das sessões didáticas com mais eficácia no ensino e aprendizagem.

**Palavras-chave:** GeoGebra. Teoria das Situações Didáticas. Situações didáticas. Engenharia Didática.

#### Abstract

This article aims to structure the didactic sessions based on the preliminary analysis and the a priori analysis of Didactic Engineering (research methodology) for the construction of didactic sessions on the orientation of Didactic Situation Theory (teaching methodology) to a future

application in the experimental phase as proposed by this research methodology. In this sense, we emphasize the importance and contributions of these two junctions of methodologies used for didactics of mathematics. This paper is a clipping of an ongoing dissertation of the Academic Master in the Graduate Program in Science and Mathematics Education (PGECM) of the Federal Institute of Education Science and Technology of Ceará (IFCE) that exemplifies a theoretical framework for an application of Didactic Situations Theory with problem situations of Analytical Geometry adapted from SPAECE (Permanent Evaluation System of Basic Education of Ceará), with emphasis on the visualization of GeoGebra software, contributing to a broader understanding of mathematical subjects, being a valuable tool to strengthen the application of teaching sessions more effectively in teaching and learning.

**Keywords:** GeoGebra. Theory of Didactic Situations. Didactic situations. Didactic Engineering.

## INTRODUÇÃO

Este artigo é um recorte de uma dissertação em andamento que tem duas metodologias: uma de pesquisa (Engenharia Didática-ED) e uma de ensino (Teoria das Situações Didáticas-TSD), as quais embasam a pesquisa a ser realizada. Por enquanto, apresentaremos parte do referencial teórico com enfoque na análise preliminar e a priori da ED e nas situações didáticas com as fases da TSD. A didática não supre as necessidades de todas as áreas, por isso existem as didáticas específicas como a didática da matemática, que vem sendo desenvolvida desde os anos setenta, na França, com Guy Brousseau, Yves Chevallard, Michele Artigue, Gérard Vergnaud, Raymond Duval, Régine Douady, Aline Robert, Perrin-Glorian, dentre outros, que propiciam um olhar mais próximo do professor com sua área e o saber do aluno.

A matemática requer um conhecimento muito abrangente do professor e os alunos necessitam muito da atenção para compreender os assuntos matemáticos, mas sabemos que uma boa didática do docente facilita o entendimento dos alunos. O uso de uma boa metodologia faz total diferença para se fazer uma ponte entre professor, conteúdo e aluno. Tudo isso facilita as abrangências de uma sala de aula: o saber matemático, o trabalho do matemático, o trabalho do professor de matemática, a epistemologia do professor e o trabalho intelectual do aluno. Neste contexto, é essencial que o professor recontextualize, se possível, os conteúdos com a vivência e a realidade do meio social dos alunos para tornar os assuntos matemáticos mais palpáveis, contribuindo para um conhecimento mais plausível.

Segundo Brousseau (1986, p.8),

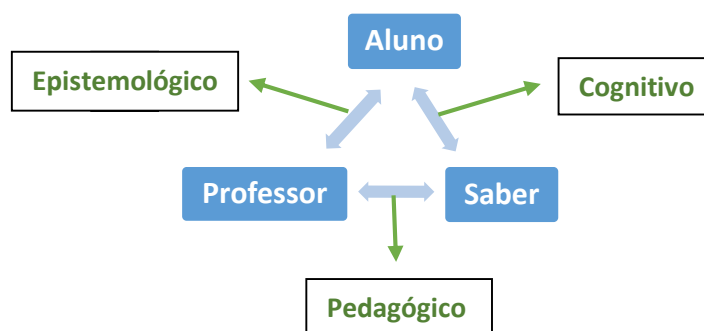
Uma situação didática é um conjunto de relações estabelecidas explicitamente e/ou implicitamente entre um aluno ou um grupo de alunos, num certo meio, compreendendo eventualmente instrumentos e objetos, e, um sistema educativo (o professor) com a finalidade de possibilitar a estes alunos um saber constituído ou em via de constituição[...]. O trabalho do aluno deveria, pelo

menos em parte, reproduzir características do trabalho científico propriamente dito, como garantia de uma construção efetiva de conhecimentos pertinentes.

As situações didáticas precisam ter objetivos claros para planejar suas etapas conforme a expectativa de aprendizagem. Quando possível, podem se relacionar com outras disciplinas e a realidade dos alunos.

Um conteúdo de saber que tenha sido definido como saber a ensinar, sofre, a partir de então, um conjunto de transformações adaptativas que irão torná-lo apto a ocupar um lugar entre os objetos de ensino. O ‘trabalho’ que faz de um objeto de saber a ensinar, um objeto de ensino, é chamado de transposição didática. (CHEVALLARD, 1991, p.39)

Isso acarreta a transposição didática: o saber dos matemáticos é transposto para a sala de aula. O professor é essencial neste processo de transposição didática do saber sábio para o saber ensinado aos alunos, pois sabemos que o tempo didático é diferente do tempo de aprendizagem. O tempo de aprendizagem não é linear, nem sequencial, pois cada aluno é diferente e cada um se apropria de um contexto social de forma intrínseca, por isso quanto mais próximo a matemática possa chegar ao aluno no contexto de sua realidade mais rápido ocorrerá a efetivação do conteúdo por parte dos alunos. No entanto, é essencial que se estabeleça nestas sessões didáticas uma metodologia de ensino que possa acelerar o processo de ensino dos alunos. A situação didática é elaborada pelas múltiplas relações pedagógicas entre **professor**, **alunos** e o **saber**, com o propósito de apresentar atividades voltadas para o ensino de um conteúdo específico. Santos e Alves (2017) ressaltam a importância de incluir três dimensões: **epistemológica** relacionado ao saber em estudo; **didática** relativa à forma como o conteúdo é apresentado e **cognitiva** análise dos conhecimentos dos alunos sobre a temática de estudo. Existem alguns entraves dificultadores nessas dimensões que fazem parte da tríade das relações didáticas na Teoria das Situações Didáticas de Brousseau (1998) que os docentes precisam estar resguardados de metodologias que antecipam com previsões assertivas na construção e aplicação das situações didáticas para amenizar possíveis desencontros dos objetivos propostos em cada etapa:



**Figura 1** – Tríade das relações didáticas.

Fonte: Adaptado de Brousseau (2008)

A Teoria das Situações Didáticas é uma metodologia de ensino desenvolvida por Guy Brousseau em divergência aos trabalhos formalistas da matemática moderna onde se pretende compreender as relações entre aluno, professor e os saberes em sala de aula onde as situações didáticas propostas são analisadas anteriormente. A Teoria das Situações Didáticas funda-se na concepção de que cada conhecimento ou saber pode ser determinado por uma situação. Neste contexto, Brousseau (2008) desenvolveu uma teoria para entender as relações que se realiza na sala de aula, elaborando dois conceitos: as situações didáticas (onde o professor age sobre o meio diretamente) e as situações a-didáticas (o professor prepara um meio com um problema para que o aluno trabalhe sem a intervenção do professor). Segundo Brousseau (1996), a-didática não significa negação da didática, mas uma certa ausência do professor para construir um novo conhecimento.

Segundo Brousseau (1986; 1998; 2008) as fases da Teoria das Situações Didáticas são classificadas em: **ação, formulação, validação e institucionalização**. Sendo que, as três primeiras são a-didáticas e a última é didática. Veremos que isso é essencial para deixar o aluno mais confiante para ser desafiado a qualquer momento com uma situação problema, pois terá bagagem de conhecimento para andar sem muita interferência do professor.

Para que isso ocorra de forma mais efetiva, é essencial que haja um contrato didático entre professor e alunos. A interação entre eles e a matemática necessita de metodologias que facilitem e otimizem o trabalho de ambos para que os objetivos das sessões didáticas sejam alcançados.

Para agregar e fundamentar ainda mais as aplicações das situações didáticas, temos a metodologia de pesquisa Engenharia Didática (ED) que foi desenvolvida por Guy Brousseau e difundida por Michele Artigue, principalmente. A ED é uma vertente

francesa que em 1980 efetivou-se como uma metodologia de pesquisa, analisando as situações didáticas utilizadas no processo de ensino e aprendizagem. É embasada em quatro fases ou etapas: **análises preliminares, análise a priori, experimentação e análise a posteriori**. As situações didáticas são aplicadas na fase de experimentação. Isso garante um respaldo maior à aplicação da metodologia de ensino, pois o professor vai ter uma análise prévia de toda a situação e *milieu* (meio organizado) para garantir que os objetivos propostos na aula possam ser alcançados de forma mais efetiva, conforme o triângulo das relações didáticas (professor, aluno e saber) como aborda Brousseau (1998; 2008).

Dessa forma, a repercussão da Engenharia Didática para a formação de professores: contrato didático, conflitos cognitivos e a transposição didática. Tudo isso vem contribuindo para o processo de ensino e aprendizagem na escola onde pesquisadores estão empenhados em aperfeiçoar tais metodologias para deixá-las mais assertivas na proposta de ensino para viabilizar a aprendizagem dos discentes e, ao mesmo tempo, contribuir na ação didática do professor.

Para isso, os recursos utilizados pelo professor no desenvolvimento no ensino de matemática para produção das situações didáticas ajudam a distribuir de forma mais acessiva ao entendimento dos alunos, principalmente quando permite ao aluno perceber o problema por outros ângulos com a movimentação, como é o caso do *software GeoGebra*, que permite uma manipulação da questão para uma melhor compreensão do problema. Isso possibilita ao aluno vivenciar situações concretas, podendo ficar mais acessiva a compreensão do conteúdo e a resolução de questões.

No entanto, a aprendizagem matemática não se faz simplesmente pelo manuseio e movimentação, faz-se necessário que o professor se utilize da teoria para realizar um trabalho promissor. O estudante precisa refletir sobre o que está realizando, por isso é essencial o papel do docente como mediador para desenvolver uma análise prévia e posterior, embasando efetivas sessões didáticas e consolidando processos de ensino promissores na didática da matemática.

Desse modo, levantamos a seguinte questão: como construir as situações didáticas tendo por base a Engenharia Didática e a Teoria das Situações Didáticas com a utilização do *GeoGebra* nas construções das questões de Geometria Analítica para uma possível aplicação posteriormente?

Dessa forma, temos o objetivo geral deste artigo: construir situações didáticas com o uso do *GeoGebra* no estudo da Geometria Analítica voltada para o SPAECE, alicerçada

pelo forte aparato teórico e pela intrínseca conexão existente entre a TSD e a ED que se complementam e se entrelaçam como metodologias mesmo com suas particularidades. Para isso, faremos uns passos mais específicos (objetivos específicos): i) ressaltar a importância da análise preliminar e da análise a priori para a construção das situações didáticas; ii) realizar um referencial teórico sobre a Teoria das Situações Didáticas; iii) construir as situações didáticas com questões de Geometria Analítica voltadas para o SPAECE, realizando a transposição didática no *software GeoGebra*.

A construção das situações didáticas tem um profundo embasamento nas duas primeiras fases da ED, isso deixa claro a grande conexão existente entre a TSD e ED.

### **ANÁLISE PRELIMINAR E ANÁLISE A PRIORI DA ENGENHARIA DIDÁTICA: PARTE ESSENCIAL NA ELABORAÇÃO E APLICAÇÃO DAS SITUAÇÕES DIDÁTICAS**

Em consonância com Alves (2016), a análise preliminar ou prévia tem como objetivo identificar e demarcar os problemas de ensino e aprendizagem que determinam o objeto de estudo. Alves (2016) ainda resalta que a análise preliminar e a análise a priori abrangem a coleta de dados de referência empírica particular, precedendo a etapa de experimentação da ED.

A Engenharia Didática é uma metodologia de pesquisa, onde é imprescindível o uso de teorias que servem para fundamentar uma investigação que fortaleça e agregue sua aplicabilidade na sala de aula. Fazer uma análise prévia de todo contexto do *milieu*, bem como na parte operacional das questões propostas possibilita ao professor prever inúmeras variáveis que possam comprometer de forma negativa o desenvolvimento das sessões didáticas.

O professor precisa estar aberto para canalizar o que os alunos têm de melhor, a proposta da Engenharia Didática permite ao professor/estudante pensarem como um engenheiro ao experimentarem suas quatro etapas. Vejamos na figura abaixo baseada nas definições de Michèle Artigue:



**Figura 2** – Fases da Engenharia Didática.

**Fonte:** Elaboração dos autores com base nas definições de Artigue (1988).

Neste contexto, Almouloud & Coutinho (2008, p. 64) dissertam que “formular um problema consiste em dizer, de maneira explícita, clara, compreensível e operacional, qual a dificuldade com a qual nos deparamos e que pretendemos resolver, limitando o seu campo e apresentando suas características”. Reunir questionamentos de procedimentos é um processo que gera soluções para possíveis problemas levantados, possibilitando viabilizar possíveis estratégias para antever e se precaver de problemas que podem tirar o foco total de uma sessão didática. Isso gera segurança para o docente administrar bem possíveis imprevistos que ocorram na sala de aula, gerando benefícios e uma observação mais profunda do professor neste ambiente. Assim, o docente terá um planejamento prévio, uma revisão do processo, uma formulação das questões, reuniões das respostas às questões, deixando fluir a criatividade e questionamentos para permitir e favorecer um ambiente na sala de aula propício à realização operacional das questões propostas.

Esta análise preliminar revela com confiança os fatos em sala de aula, prevendo erros e condições inseguras que poderiam ocasionar desgastes desnecessários e desfocados do objetivo da aula. Essa análise prévia é capaz de identificar fatores que guiarão o professor com mais clareza e completude das reações adversas em sala de aula devido à quantidade maior de informações sobre o meio interno e externo dos procedimentos para fornecer mais subsídios aos professores, contribuindo para que o

docente vá para a realização das sessões didáticas com um amparo mais abrangente, contemplando a completude da aplicação das sessões didáticas na sala de aula.

Douady (1993) relata que os trabalhos em construção com análise e previsão repousam em algum questionamento didático. A análise preliminar permite formular hipóteses cognitivas e didáticas, propiciando uma fundamentação na construção da engenharia didática com um levantamento de condutas dos alunos, no que diz respeito a erros, procedimentos, entre outros; um estudo do conceito na qualidade de objeto de estudo com uma visão adotada no ensino com sua evolução e mudanças. É uma análise epistemológica do conteúdo caracterizando o conceito e a adversidade dos problemas no contexto para que possa haver uma adaptação, localizando outros conceitos que contribuam com uma prévia do panorama da aplicação de uma sessão didática.

A análise a priori de uma situação de ensino traz respaldo ao professor para decidir que variável didática irá propor. Se usará a Macro-didática (organização geral) ou a Micro-didática (organização local) para se fazer a organização do problema e do meio para aplicar a sessão com o objetivo de determinar as escolhas que permitam controlar as relações entre o aluno e o objeto de estudo. Assim, realiza-se uma descrição com previsão, por exemplo: qual problema o aluno vai resolver, o que ele precisa compreender para resolver, o que ele necessita para resolver e verificar e qual é o controle do aluno sobre sua ação.

Dessa forma, ficará mais claro quais são as estratégias de resolução da questão e as previsões do comportamento dos alunos. É justamente na análise a priori que deixa claro para o professor se uma situação pode ser experimentada como a-didática resultando das TSD de Brousseau.

## **TEORIA DAS SITUAÇÕES DIDÁTICAS**

A Teoria das Situações Didáticas (TSD) foi desenvolvida por Guy Brousseau (1986; 1998; 2008), propondo aproximar o trabalho do aluno ao trabalho de um pesquisador, experimentando conjecturas, engendrando hipóteses e modelos, certificando conceitos, teorias e socializando as soluções, com orientação do professor, que providenciará situações favoráveis para que o aluno conduza e transforme em conhecimento e saber os assuntos propostos nas situações didáticas.

O erro dos alunos nas situações didáticas acontece para o professor, de uma maneira didática, intervir e ter mais completude da situação didática e para o aluno ascender de uma situação de aprendizagem. Os obstáculos epistemológicos e didáticos



são maneiras essenciais de compreender e progredir. O *GeoGebra* desenvolve um trabalho fecundo e produtivo onde pode ser uma ferramenta que propicia uma visão mais abrangente com movimentação para organizar e tirar algumas conclusões da situação proposta.

Os comportamentos dos alunos, para Brousseau (1976; 1998; 2008), nas situações didáticas, revelam as particularidades das situações e as propriedades são reveladas pelo comportamento do sujeito. Dessa forma, os alunos são os estímulos e fazem revelar as situações que permitem estudá-las. A importância do erro na matemática é um componente importante para a aprendizagem do aluno.

Segundo Brousseau (2008) as situações não têm como objeto provocar erros nos alunos para depois corrigi-los em nome do saber. O que importa é que, havendo os erros, eles possam ser realizados e corrigidos no movimento que estabelece o conhecimento e depois se confirma no saber. Cabe ao professor estar atento para perceber o tempo dos alunos e mediar esse tempo com questionamentos que potencializem uma investigação matemática coerente, que tragam mais autonomia e confiança ao aluno para que ele usufrua do conhecimento adquirido no futuro próximo.

O professor precisa saber abordar o objeto de estudo e potencializar este objeto para transformar em saber para o aluno. O que não pode ocorrer é o fracasso no momento da explanação quando o foco virar outro objeto secundário ou terciário, criando obstáculos epistemológicos desnecessários para o foco da aula, ocorrendo desgaste para ambos. Por isso, o professor precisa ter cuidado para não deslizar na hora da explicação para não complicar e mudar o rumo do objetivo da sessão didática. Para Brousseau (2008), o professor necessita aprender a simplificar com uma profundidade e adequação matemática com um início fácil preparando o aluno para realizar tarefas difíceis depois.

Como já foi mencionado, a Teoria das Situações Didáticas é composta por quatro fases ou etapas, seguiremos com suas definições baseadas no trabalho de Teixeira e Passos (2013):

**Ação:** após o professor ter feito uma análise preliminar e a priori sobre o nível em que se encontra o aluno. É lançada uma situação problema generalizável ao aluno onde é desafiado a caminhar pelos passos de uma investigação lógica-matemática para encontrar estratégias para colocar em ação a resolução do problema. É o momento em que o aluno se debruça sobre o problema com todos os seus conhecimentos matemáticos, podendo haver uma socialização com o meio (*milieu*) com o objetivo de efetivar as estratégias para a formulação da solução.

**Formulação:** de posse de suas estratégias de resolução e do problema, é o momento de socializar com outros alunos as dúvidas pertinentes para validar com coerência matemática a solução do desafio proposto.

**Validação:** neste momento o professor encoraja o discente a realizar e socializar a resolução encontrada com adequação matemática para garantir uma coerência na solução da questão problema.

**Institucionalização:** depois de ter reunido todas as validações e formulações dos alunos, o professor entra em consenso com os mesmos e produzem argumentos para se generalizar a situação problema nos conformes do conteúdo matemático proposto. Dessa maneira os estudantes aumentam a percepção para outras questões semelhantes ou para produzirem diálogos com uma contextualização extra sala para melhor efetivar a transposição didática.

A institucionalização inicia-se com a devolução, sendo socializada a resolução da questão proposta onde o professor faz a generalização do assunto trabalhado na situação abordada. Ela traz confiança para garantir o conhecimento. O compartilhar do conhecimento é essencial para efetivar o saber, sendo replicado em outro momento com outras pessoas. Para Brousseau (1976; 1996), as situações didáticas é uma máquina poderosa onde tudo o que você aprende no passado, transforma para o futuro. O professor tem que adotar uma situação que tenha uma probabilidade grande de sucesso, mas com uma taxa de erro dos alunos que permita regular a velocidade a que estão progredindo. Essa taxa vai trazer mais informações sobre a sala do que a velocidade do desenvolvimento da aula, por isso é necessário haver uma certa taxa de erro para garantir ao professor informações valiosas para que se possa incrementar um amadurecimento crucial dos alunos, propiciando mais autonomia nos estudos para realizar uma transposição bem-sucedida do saber. Para Brousseau (1976), a taxa é uma variável reguladora prevista pelo professor para ser um termômetro a seu favor no desenvolvimento das sessões didáticas. Assim, a TSD permite o feedback imediato, tornando mais proveitoso usá-la como metodologia de ensino, pois sabemos que o nosso sistema de ensino requer medidas assertivas, pontuais e imediatistas para agilizarmos as tarefas em sala de aula de forma mais eficazes.

É essencial que o professor elabore situações didáticas onde o aluno possa se encontrar e ter autonomia para ser protagonista, observando seus passos com significado para levar adiante tal conhecimento para reaplicá-lo em um outro momento. Brousseau (2008) ressalta que o aluno é um sujeito aprendiz e pode observar seus passos como uma

situação reflexiva como agente atuante proposta pela situação e ações, tendo o professor como agente fundamental na mediação para que o aluno chegue a este estágio essencial para transpor o conhecimento em saber onde o *milieu* atua e influencia todo este processo por ser um meio cheio de intervenções, limitações que são impostas primeiro ao professor onde faz seu planejamento de acordo com o que é imposto pela sociedade e tudo isso indiretamente é posto ao aluno por intermédio do professor. Então, quando nos referimos ao *milieu*, é tudo que interage com o aluno, por isso é vasto e tem uma grande parcela de influência sobre uma situação didática. Isso acaba limitando todo o trabalho ao mesmo tempo em que direciona quando as propostas se fortalecem com o mesmo objetivo proposto em sala de aula.

Segundo Almouloud (p. 35, 2007):

Na TSD, o *milieu* é um sistema antagonista ao sujeito, sendo o *milieu* adidático um sistema sem intenção didática, exterior ao sujeito, que por suas retroações às ações do sujeito, permite sua reflexão a respeito de suas ações e de sua aprendizagem. Ou seja, o aprendiz é o responsável pelo processo de sua aprendizagem.

Brousseau (1986) pressupõe que a forma didática em que se estrutura uma sequência didática possa influenciar o aluno, em relação aos significados dos conteúdos subjacentes, contribuindo para se realizar intervenções antecipadas com o auxílio da Engenharia Didática na análise preliminar e a priori. Para Michele Artigue (1988), a Teoria das Situações Didáticas ampara a metodologia da Engenharia Didática, que se abrange na construção de uma teoria de comando estruturada na essência das situações envolvidas.

## SITUAÇÕES DIDÁTICAS

A Teoria das Situações de Brousseau (2008) é um instrumento de aprendizagem matemática mais autônomo, possibilitando um ensino com o desenvolvimento de habilidades investigativas, interpretativas, críticas e criativas. Apresentaremos duas situações didáticas com questões adaptadas do SPAECE (Sistema Permanente de Avaliação da Educação Básica do Ceará). Esse sistema de avaliação vem sendo realizado desde 1992 pelos governos do Estado do Ceará por intermédio da Secretaria de Educação (SEDUC), sendo uma avaliação externa que contempla avaliar os alunos com competências e habilidades do ensino fundamental e do ensino médio em língua portuguesa e matemática.

A aplicação da Teoria das Situações Didáticas possibilita uma abrangência de quatro fases que oportuniza ao professor a realização de um planejamento amparado de teorias que garante um respaldo, uma sessão didática mais eficaz e oportuniza o aluno a realizar uma transposição didática com mais consciência e autonomia na medida em que os sujeitos passam pelas fases da TSD.

Assim, na construção dessas situações executamos uma ação descritiva e pressagiadora, para estabelecermos os possíveis comportamentos e soluções dos alunos em cada fase da TSD, além de traçar algumas hipóteses didáticas relativas às situações propostas, efetivando o proposto pela análise preliminar da dimensão cognitiva dos alunos.

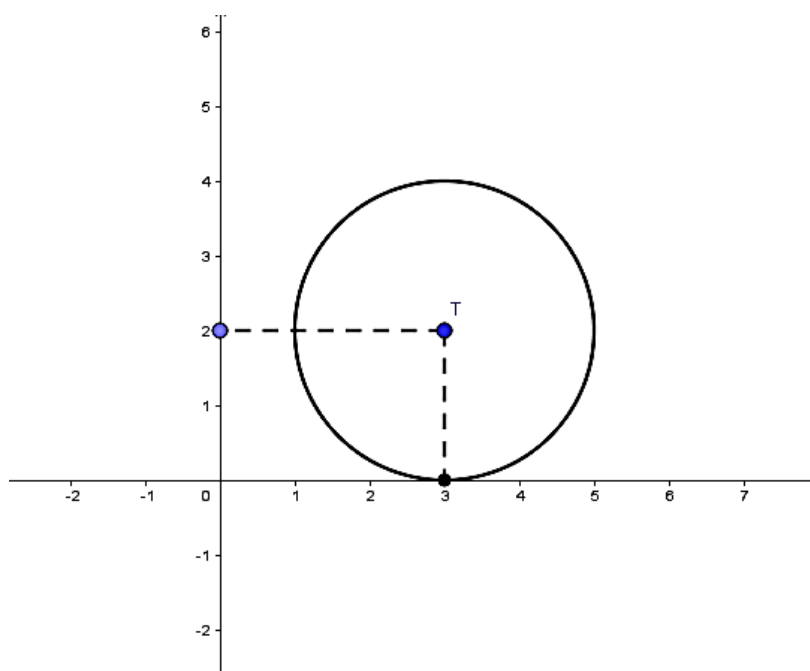
Ainda sobre as situações constituídas, é válido assinalar que estas discutem alguns conceitos de Geometria analítica (ponto, reta e circunferência) com a utilização do software *GeoGebra*, bem como sua relação a outros conteúdos da matemática. Como forma de exemplificarmos as argumentações relativas à integração da TSD com a ED, mostraremos a seguir duas situações didáticas organizadas, com fins à experimentação, a partir das instruções nos momentos de ação, formulação, validação e institucionalização da TSD.

### ***Situação 01 - Circunferência***

*Contexto:* a situação trata de problemas envolvendo equação da circunferência: noções de como se comporta uma circunferência no plano ortogonal com algumas propriedades e definições sobre raio, tangência, distância e equação da circunferência. *Objetivo da atividade:* apresentar e discutir os questionamentos apresentados na questão e nos outros interrogatórios que poderão surgir no desenvolvimento da situação proposta sobre o estudo de Geometria Analítica. *Hipótese didática:* os alunos devem ser capazes de estabelecer uma notação recursiva a partir da interpretação do problema do SPAECE - adaptada, além de perceber as movimentações que ampliará as possibilidades de estendermos a interpretação e compreensão da questão proposta de forma mais plena.

### **Contexto proposto**

(M120682ES-Adaptada) Se o raio aumentar em uma unidade e a circunferência estiver tangenciando os eixos no terceiro quadrante, qual será o centro, a distância do centro ao ponto de origem e a equação geral desta nova circunferência?



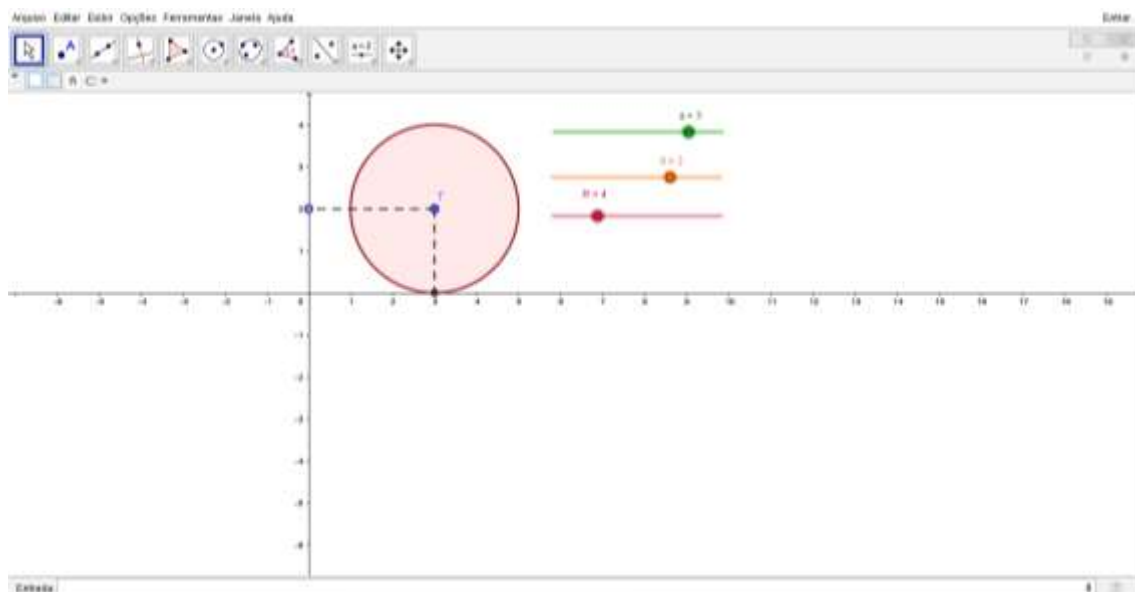
**Figura 3** – Questão da situação 01.  
**Fonte:** M120682ES (questão do SPAECE).

A situação adidática e o *software GeoGebra* (ferramenta a ser utilizada para potencializar a realização das etapas) são modeladores determinantes nas situações de aprendizagem a serem analisadas. Segundo Santos e Alves (2018), o *GeoGebra* busca realizar uma transposição didática por meio da modelização do problema com construções e interatividade, relacionando os elementos matemáticos e a construção de conceitos. A questão requer conceitos básicos de Geometria Analítica como: distância entre dois pontos, localização de pontos no plano ortogonal, identificação de quadrantes no plano cartesiano e equação da circunferência.

Situação de ação: é um aspecto experimental do conhecimento com tentativas e argumentos onde os sujeitos criam estratégias para resolver a situação pela vivência de ação. O sujeito de posse do problema resgata o seu conhecimento prévio (algo esperado pelo professor mediador com o uso da ED) quando estiver se apropriando do enunciado e das conjecturas pertinentes ao visualizar e rabiscar, sem formalismo, a questão. Momento que prevalece a intuição e o raciocínio implícito. A primeira fase é uma tentativa de apropriação dos conhecimentos pré-requisitos da questão em si.

Situação de formulação: neste momento, o sujeito já consegue fazer afirmações sobre a resolução, mesmo sem justificar a sua validação. É comum ocorrer uma socialização de estratégias intuitivas em dupla ou grupo, mesmo sem uma compreensão operacional de certeza de sucesso. Existe a possibilidade do manuseio da questão no *GeoGebra* como uma forma de potencializar a realização da questão de forma mais

dinâmica, expressiva, ampla e clara, pois permite uma expressiva movimentação da questão no software.



**Figura 4** – Disposição da questão com os controles deslizantes.

**Fonte:** Elaboração dos autores.

Se mesmo assim o sujeito não construir uma linha de raciocínio coerente com a visualização e com os seus conhecimentos prévios, significa que ele está diante de um obstáculo epistemológico, segundo Brousseau. Esses obstáculos fazem parte do processo de ensino-aprendizagem e estão previstos a acontecer na situação didática que está amparada por metodologias que desenvolvem ao longo de suas fases e estratégias que potencializam a compreensão dos possíveis obstáculos previstos pela análise preliminar e a priori proposta na ED.

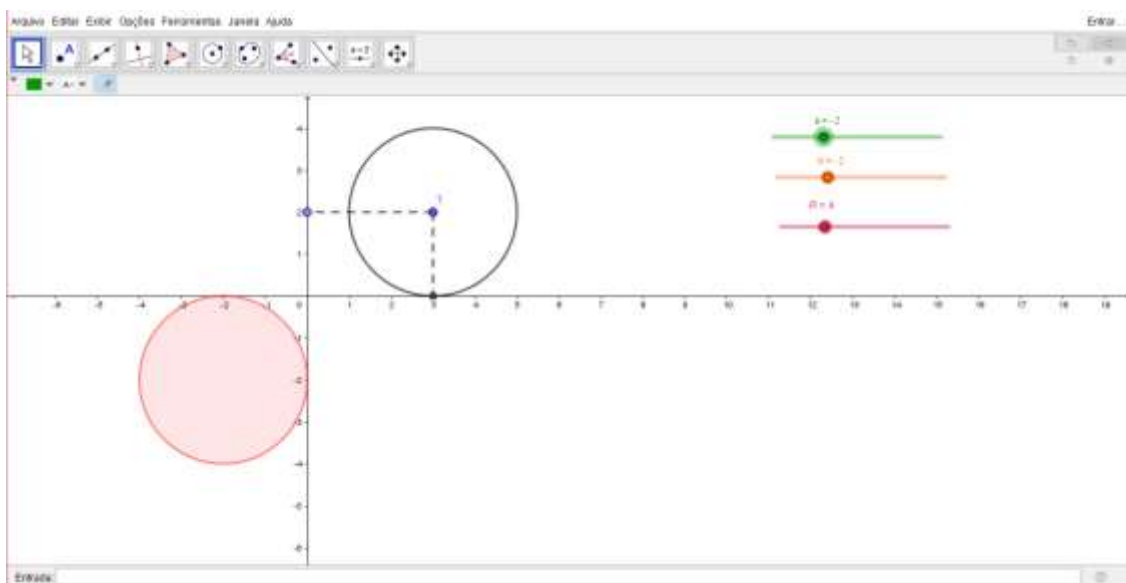
O professor, diante dos obstáculos dos alunos, pode ir movimentando a circunferência e construindo com eles uma linha de raciocínio com uma estruturação, partindo de algo simples para o mais complexo, como ressalta Guy Brousseau, com o intuito de apropriar o aluno dos conhecimentos pertinentes a transformar um obstáculo epistemológico em um forte potencial para o processo de transposição didática efetivo. Por exemplo: podemos, a priori sem movimentar a circunferência, questionar qual seria a coordenada do centro e o raio da circunferência no 1º quadrante? Qual é a equação reduzida da circunferência? Ao movimentar a circunferência (sem alterar o raio) para o 2º quadrante de forma simétrica em relação ao eixo OY. Qual seria as novas coordenadas do centro, o raio e a equação reduzida da circunferência?

Depois desses questionamentos e a possibilidade da movimentação das construções e dos questionamentos no *GeoGebra*, o discente terá respaldo para formular

a questão proposta na situação didática 01 de forma tranquila e autônoma. Observamos que o professor se resguarda de liberar respostas prontas. Ele sempre faz as mediações com contraexemplos, criando situações no contexto do aluno e contextualizando a questão para deixar a matemática mais próxima de sua realidade ou criando junto com o aluno um raciocínio lógico-matemático, permitindo ao estudante uma autonomia crítica e reflexiva.

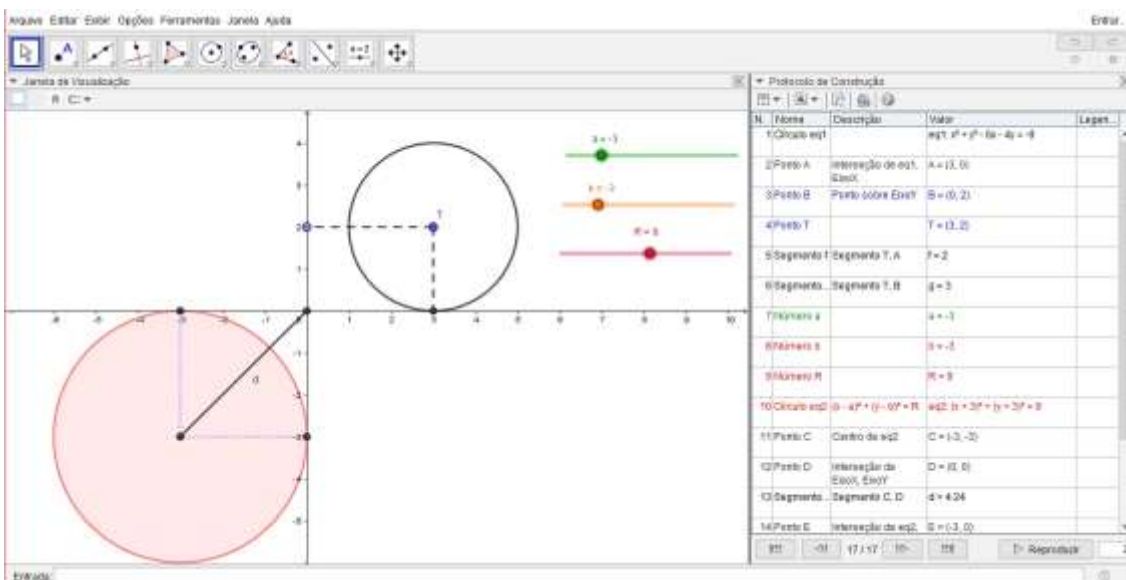
Existe a possibilidade de alguns estudantes mais experientes identificarem logo o centro e o raio, propiciando, de imediato, a generalização da equação reduzida da circunferência. Além de perceber um quadrado quando a circunferência estiver tangenciando os eixos por conta dos raios (lados do quadrado), passando a sua diagonal ser a distância do centro à origem. Se isso acontecer, propicia a validade com o mecanismo de prova para verificar o que foi afirmado de forma rápida sem uma exposição mais completa, ficando para ser realizada na fase de validação.

Situação de validação: Como podemos constatar, uma etapa prepara a existência da outra e elas podem ocorrerem simultaneamente, embasando o sujeito para a outra etapa e para outra situação didática. Nesta fase de validação, os sujeitos apresentam as afirmações e argumentos operacionais com rigor matemático que pode ser sistematizado e apresentado (compartilhado) individualmente ou em grupo. Possibilitando uma reflexão e abrangência das formas de resoluções da situação 01, com os critérios intrínsecos da questão com uma postura autônoma e as justificativas mais profundas e apuradas na sua sistematização de resolução. Pois, já desfrutou dos seus conhecimentos prévios, de uma certa maturação com tentativas de resoluções expressivas e ultrapassou os obstáculos epistemológicos pertinentes seja com o manuseio do *software GeoGebra* ou não. É uma quase certeza de que os que optarem pela movimentação da questão no *software GeoGebra* terão a resolução da questão facilitada, possibilitando algumas resoluções explícitas (sem necessidade de usar cálculos braçais com o uso de fórmula, como vai ser o caso da distância entre o centro e a origem) só com o manuseio do *GeoGebra*. Vejamos algumas possíveis movimentações:



**Figura 5** – A circunferência tangenciando os eixos no terceiro quadrante.

**Fonte:** Elaboração dos autores.



**Figura 6** – Aumento do raio da circunferência em uma unidade como propõe a questão e nas disposições que se pede a situação-problema. Institucionalização através do *software*

*GeoGebra*.

**Fonte :** Elaboração dos autores.

Como havíamos mencionado acima, esta movimentação no *GeoGebra* deixa visível os dados necessários para a resolução da questão. Propositamente deixamos a janela de álgebra escondida para que o sujeito possa explorar mais a área de trabalho, por exemplo, ele pode perceber que a distância do centro da circunferência ao ponto de origem é a diagonal do quadrado de lado=raio=3, dessa forma, a distância fica sendo a diagonal do quadrado ( $D = l\sqrt{2}$ ), ou seja, essa distância no terceiro quadrante será igual



à diagonal ( $3\sqrt{2}$ ). É pertinente levantar um questionamento: será que nos outros quadrantes, mantendo-se o mesmo raio, essa distância mudará?

Caso o sujeito não tenha essa estratégia de resolução, certamente usará a fórmula da distância entre dois pontos e para o cálculo da equação da circunferência usará a equação reduzida para se chegar na geral, como propõe a questão. Neste momento da validação é pertinente encorajar os estudantes a demonstrarem e socializarem a resolução encontrada por cada um ou grupo. Estes compartilhamentos de informações ampliam a visão dos presentes em sala de aula e fortalecem a transposição didática de Yves Chevallard.

Situação de institucionalização : esta fase é um fechamento em que o professor expressa matematicamente a generalização da questão e firma as resoluções socializadas pelos estudantes. Segundo Artigue (1984), é um momento onde o conhecimento deverá fixar, resultando o ordenamento cognitivo de um novo saber científico com seus conceitos. É um momento também de reforçar e valorizar a visualização no *software GeoGebra*, a exploração nesta situação e outras que virão, contribuindo como uma ferramenta de modelização e sistematização para viabilizar e melhorar a compreensão das situações propostas em sala de aula. Portanto, formalizando a situação proposta, temos uma questão do SPAECE-adaptada envolvendo distância entre dois pontos e equação da circunferência. Saimos de uma circunferência de centro T(3,2) e raio igual a 2. Com as modificações propostas na questão temos uma nova circunferência, que se encontra no 3º quadrante, tangenciando os eixos e raio aumentado, de centro (-3,-3) e raio igual a 3. Dessa forma, o cálculo da distância de um ponto qualquer à origem, proposta por Lima (2015), obtemos a  $d(\text{origem}, \text{centro})=d(O,C)$  via Pitágoras. Em particular a distância do centro  $(x,y)=(-3,-3)$  à origem é

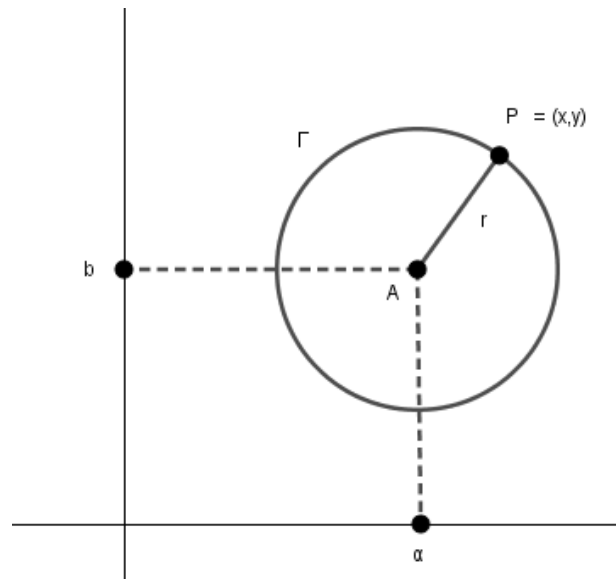
$$d(O,C)=\sqrt{x^2 + y^2}.$$

$$\text{Assim : } d(O,C)=\sqrt{(-3)^2 + (-3)^2} = \sqrt{9 + 9} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}.$$

Para institucionalizarmos o cálculo da equação da circunferência, seguiremos a definição dada por Lima (2015 p.74) :

“A circunferência de centro  $(a,b)$  e raio  $r > 0$  é o conjunto  $\Gamma$  formado pelos pontos  $P = (x, y)$  tais que  $d(A, P) = r$ . Assim  $P = (x, y)$  pertence a  $\Gamma$  se, e somente se,

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2.$$



**Figura 7** – Circunferência  $\Gamma$ , de centro A e raio r.  
**Fonte** : Lima (2015, p. 74).

Assim, a sistematização da questão, com centro= $(-3,-3)$  e raio= $3$ , fica:

$$(x - (-3))^2 + (y - (-3))^2 = 3^2$$

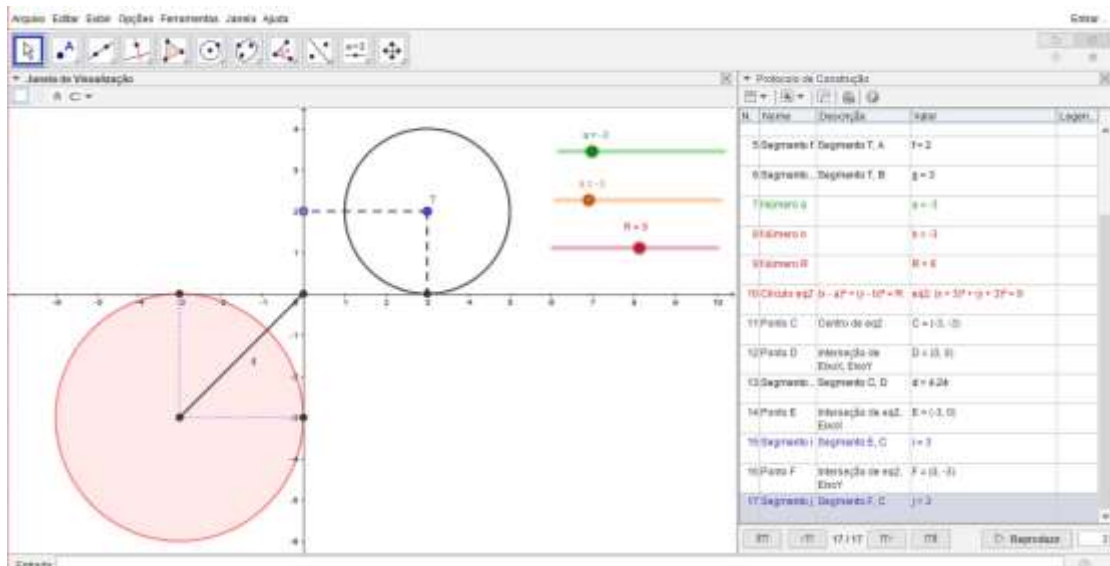
$$(x + 3)^2 + (y + 3)^2 = 9 \text{ (Equação reduzida da circunferência)}$$

Para encontrarmos a equação geral basta efetuarmos os produtos notáveis  $[(x + y)^2 =$

$$x^2 + 2xy + y^2]$$
 e igualarmos a equação a zero. Logo temos :

$$x^2 + 6x + 9 + y^2 + 6y + 9 = 9$$

$$x^2 + y^2 + 6x + 6y + 9 = 0 \text{ (Eq. Geral da circunferência).}$$



**Figura 8** – Continuação da institucionalização através do *software GeoGebra*.  
**Fonte** : Elaboração dos autores.

Assim, fechamos a situação 01 com uma mediação do *software GeoGebra* e uma estruturação nas situações didáticas com uma discussão de um problema do SPAECE-

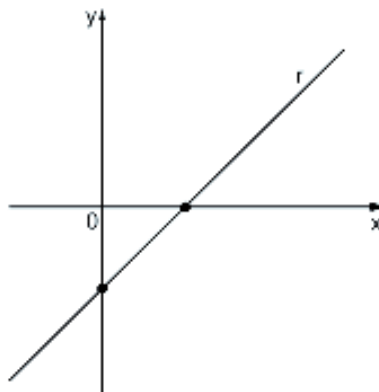
adaptada com uma matematização condicionada pela Teoria das Situações Didáticas e alicerçada pela Engenharia Didática para deixar essa situação didática menos abstrata e propícia para trazer mais abrangência na aplicação das propriedades e definições com mais riquezas de detalhes e completude no direcionamento de uma efetiva aprendizagem dos envolvidos no processo e desenvolvimento da TSD em suas fases: ação, formulação, validação e institucionalização.

### **Situação 02 - Reta**

*Contexto:* a situação conduz problemas envolvendo ponto e reta: noções de como se comporta uma reta no plano ortogonal com algumas propriedades e definições sobre coeficiente angular, coeficiente linear, classificação das retas, bissetrizes e equação da reta. *Objetivo da atividade:* apresentar e analisar os questionamentos apresentados na questão e outras indagações que poderão surgir no desenvolvimento da situação proposta sobre o estudo proposto. *Hipótese didática:* os estudantes devem estabelecer um processo de construção do conhecimento a partir da interpretação do problema do SPAECE - adaptada, além de perceber as movimentações que ampliará as possibilidades de compreendermos a questão proposta de forma mais completa e otimizada.

### **Contexto proposto**

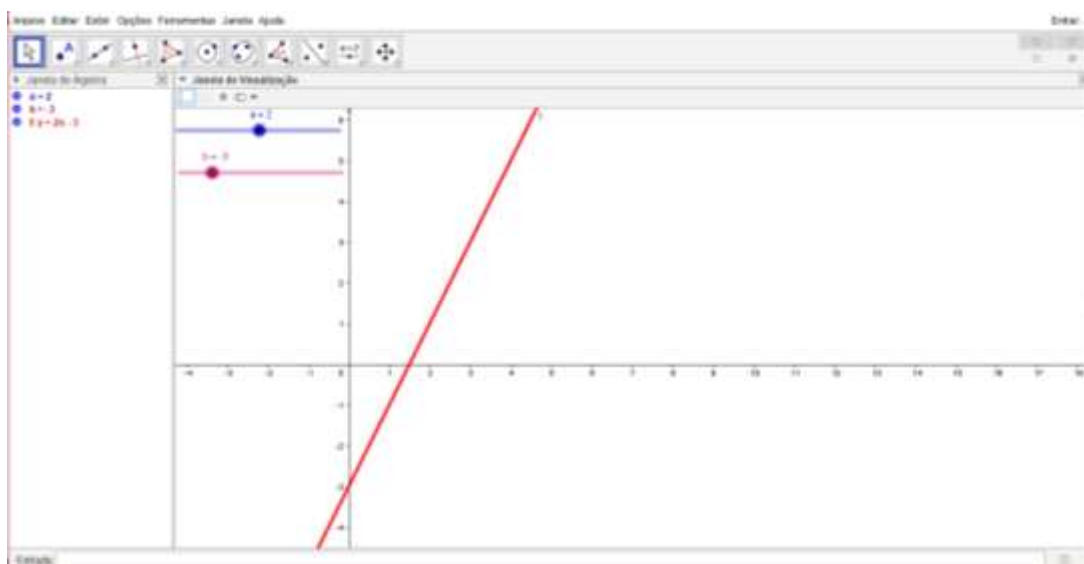
(M1D07I0295- modificada) No plano cartesiano abaixo está representado o gráfico de uma reta  $r$  de equação  $y = ax + b$ . Considerando o ponto  $(0, -3)$  e o coeficiente angular igual a 2, como as retas podem ser classificadas se o coeficiente linear for alterado, deixando o coeficiente angular fixo e qual será a equação geral da reta bissetriz dos quadrantes pares?



**Figura 9** – Questão da situação 02.  
**Fonte:** M1D07I0295 (questão do SPAECE).

Situação de Ação: É a etapa inicial e ocorre sem a intervenção do professor. Segundo Almouloud (2007) o aluno pode melhorar ou abandonar seu modelo para criar um outro, possibilitando uma aprendizagem por adaptação. Pais (2002) afirma que essa fase permite ao aluno realizar procedimentos imediatos com tentativas e reflexões de seus conhecimentos prévios e um conhecimento de natureza experimental e intuitiva. Momento de apresentação do problema onde o professor, amparado na ED, conseguiu prever algumas variáveis inerentes ao processo de resolução do problema, tendo uma dimensão maior dos conhecimentos prévios dos discentes. O primeiro contato com a situação problema é mais intuitivo, onde o aluno vai utilizar todo seu conhecimento prévio sobre o assunto proposto na questão: ponto e reta, equação da reta, posição relativa da reta e assim por diante, mas nada formalizado ainda.

Situação de formulação: Momento de apresentar estratégias (escrita ou oral) de resolução com os conhecimentos prévios ou novos. Amouloud (2007) relata a importância da troca de informações, contribuindo para a existência de um argumento e raciocínio mais elevado. Para Pais (2002), esse raciocínio aparece como um ‘procedimento experimental’. É comum surgirem vários rabiscos com estratégias de resolução com tentativas, erros e acertos no processo de compreensão do problema mesmo não havendo muito rigor operacional. Momento em que o professor sugere o uso do *software GeoGebra* para aplicar as estratégias de resolução e suprir possíveis dúvidas.

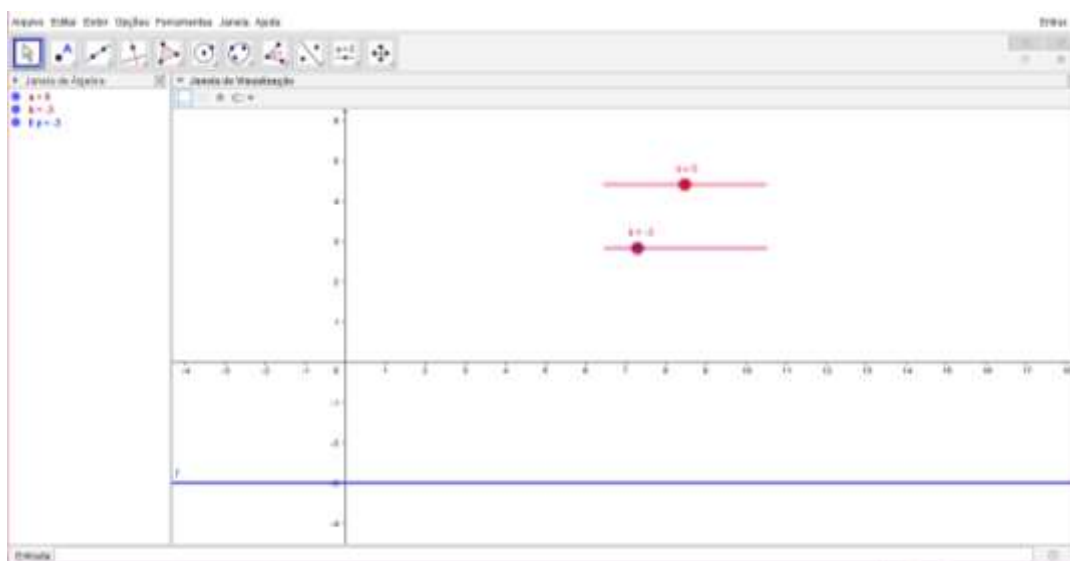


**Figura 10** – Disposição da questão no *GeoGebra* com os controles deslizantes « a » e « b ».

**Fonte** : Elaboração dos autores.

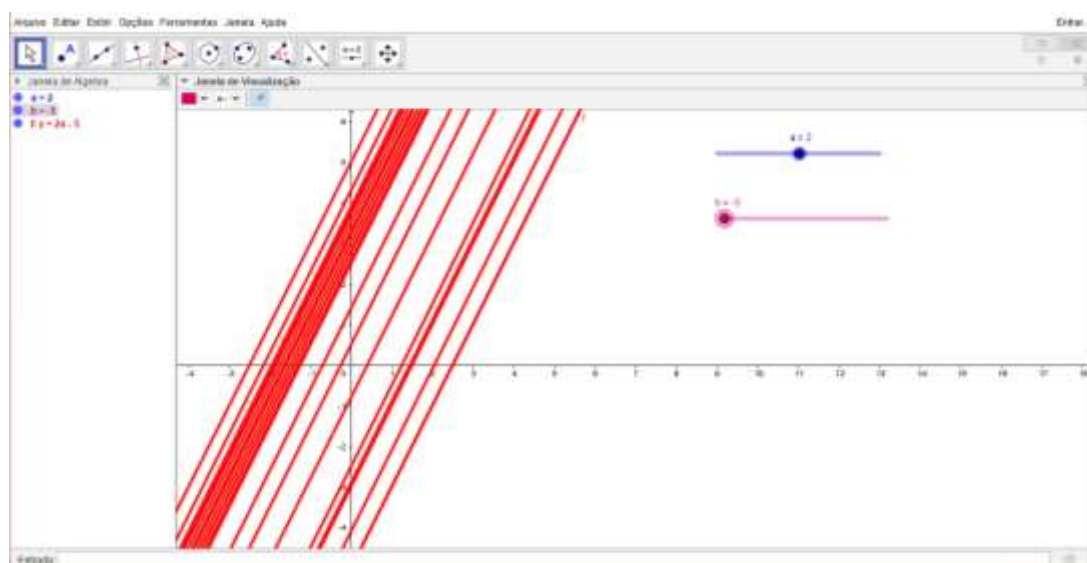
*Observação 01:* Para dificultar um pouco, o professor pode esconder a janela de álgebra.

*Observação 02 :* O professor pode explorar o problema realizando alguns questionamentos , como : se a reta ficar paralela ao eixo ox como irá proceder a equação da reta ? e quanto ao coeficiente angular ? Todos esses questionamentos provocam a curiosidade de operar o *GeoGebra* e aguçam o raciocínio lógico do estudante. Vejamos que usando o controle deslizante « a » e « b » é possível visualizar a situação proposta:



**Figura 11** – Criando novas situações com a movimentação do controle deslizante. Disposição da reta paralela ao eixo OX.

**Fonte:** Elaboração dos autores.



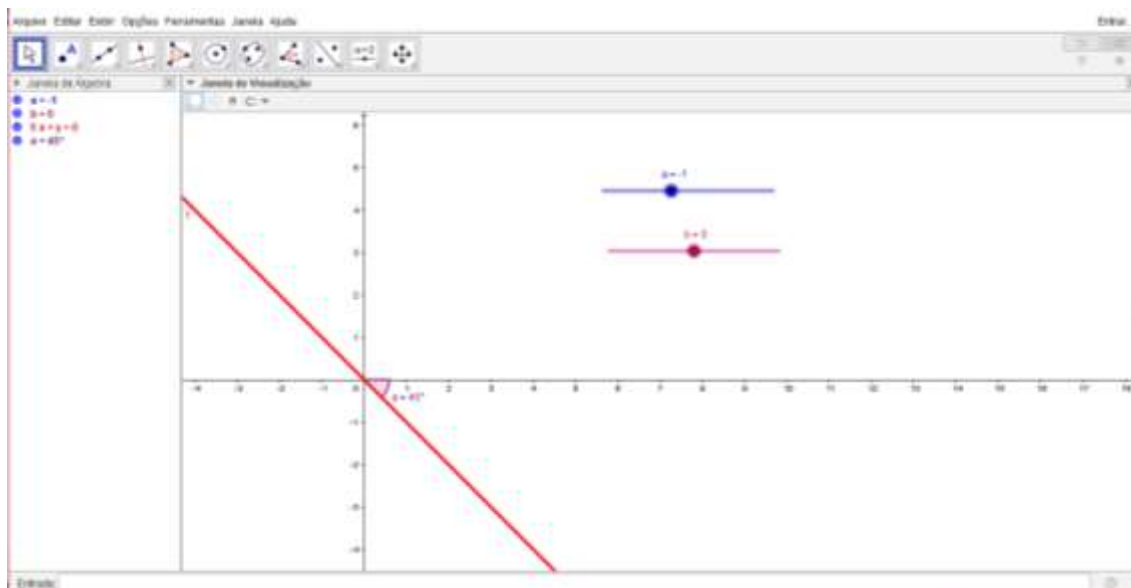
**Figura 12** – Movimentação somente do coeficiente linear (controle deslizante  $b$ ) e a representação das retas.

**Fonte:** Elaboração dos autores.

Com esta movimentação no controle deslizante (coeficiente linear como propõe a questão) o aluno terá a conclusão que deseja com uma apropriação mais fundamentada como funciona a propriedade das retas paralelas. Basta o aluno ter o conhecimento e distinção dos coeficientes angular e linear.

Pode haver vários questionamentos entre os alunos e maneiras diferentes de movimentar a questão no *GeoGebra* que podem ser essenciais para a validação da questão.

Situação de validação: Nesta terceira etapa, o aluno vai utilizar métodos operacionais para a resolução da questão e socializar seus resultados encontrados com um certo rigor matemático. Para Almouloud (2007) é a etapa para validar as asserções formuladas no momento de ação e de formulação. Brousseau (1976) relata que a validação é mais um problema de comparação evidenciando a investigação da demonstração desejada. Por isso, é essencial a socialização dos alunos para aumentar a compreensão dos assuntos específicos abordados na situação problema. Vejamos como fica a resolução no *software GeoGebra* para encontrar a reta bissetriz dos quadrantes pares com a movimentação dos controles deslizantes. Vejamos:



**Figura 13** – Equação da reta coincidindo com a bissetriz dos quadrantes pares.

Institucionalização da situação-problema com o uso do *software GeoGebra*.

**Fonte:** Elaboração dos autores.

Dessa forma, ressaltamos a importância do uso do *GeoGebra* no sentido de estruturar nossas situações didáticas.

Situação de institucionalização: Etapa final da TSD onde o professor retorna à situação-problema para sistematizar o saber construído com a generalização e a formalização do assunto trabalhado na questão. Segundo Pais (2002, p. 74) é uma ocasião onde se incentiva “proceder a passagem do conhecimento, do plano individual e particular, à dimensão histórica e cultural do saber científico”. Nesse sentido, o professor vira o protagonista para sistematizar a resolução da situação 02.

Bem, a situação-problema está dividida em duas perguntas. Na primeira ele garante que o coeficiente angular ficará fixo e só irá variar o coeficiente linear e deseja saber qual será a classificação das retas. Logo, teremos retas paralelas. Lima (2015 p. 42) ressalta que uma das maneiras é que “as retas  $y = ax + b$  e  $y = a'x + b'$  são paralelas se, e somente se, possuem a mesma inclinação  $a$  e cortam o eixo  $OY$  em pontos distintos, de ordenadas  $b \neq b'$ .” E a outra maneira é que resolvendo o sistema linear das equações não possuirá solução. A segunda pergunta envolve a equação geral da reta e a bissetriz dos quadrantes pares. Sabemos que, com dois pontos ou um ponto e o coeficiente angular, temos a equação pelo uso do determinante com a utilização de dois pontos ou pela definição de coeficiente angular com a variação de  $y$  sobre a variação de  $x$  ( $m = \frac{\Delta y}{\Delta x}$ ). Quanto à disposição da bissetriz no 2° e 4° quadrante (quadrantes pares), partindo da definição de bissetriz sendo a diagonal para Lima (2015 p.11) dados “os pontos  $P=(x,y)$  da bissetriz comum desses dois ângulos são (como todos os pontos de uma bissetriz) equidistantes dos lados logo têm abcissa e ordenadas iguais” mudando somente os sinais, dependendo do quadrante que se encontrar, como 1° quadrante  $(x,x)$ ; 2° quadrante  $(-x,x)$ ; 3° quadrante  $(-x,-x)$  e 4° quadrante  $(x,-x)$ , ou seja, os pontos de uma bissetriz em módulos são iguais. Logo, podemos perceber a resolução de forma prática e rápida com o uso do *GeoGebra* ou com o uso pela definição do coeficiente angular se utilizarmos um ponto pertencente à bissetriz dos quadrantes pares e o coeficiente angular que, por se tratar de uma reta decrescente, será  $-1$ , pois toda bissetriz divide o ângulo ao meio, ou seja,  $\text{tg } 135^\circ = -\text{tg } 45^\circ = -1$  ou, de forma mais trivial, pode-se apropriar da definição de bissetriz, resultando, de forma imediata, na resolução proposta:  $x = -y \therefore \mathbf{x + y = 0}$ .

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

A partir desta pesquisa, foi observado a relevância da junção das metodologias de ensino e de pesquisa com o software *GeoGebra* para a construção das situações didáticas com mais respaldo e propriedade das possíveis situações entre professor, aluno e saber.

Isso ressalta a importância das duas primeiras fases da ED (análise preliminar e a priori) para elaborar as situações didáticas com propriedade de todo o *milieu* e amparar os docentes com as previsões constatadas pelo estudo prévio favorecido pela Engenharia Didática, vislumbrando reduzir ou superar os entraves cognitivos, epistemológico e didáticos emergentes no ensino. A partir da teoria exposta, o docente pode direcionar o discente com mais ferramentas assertivas e cheias de sentidos e significados, partindo dos seus conhecimentos prévios adquiridos dentro e fora da escola, e propiciando a socialização desses conhecimentos com a realização das fases da TSD, deixando-os sujeitos fundamentados com mais autonomia de análise crítica, reflexiva e próximos de desvendar e superar os desafios enfrentados em cada etapa proposta nas situações didáticas para se transformar em conhecimento adquirido.

Ademais, faz-se necessário que o professor esteja amparado de metodologias e teorias que proporcionem prever os obstáculos epistemológicos e qualquer empecilho que venha a prejudicar a realização das sessões didáticas, por isso este artigo foi embasado na metodologia de pesquisa a ED e na metodologia de ensino a TSD. Neste viés, a TSD fundamenta a concepção e proposição das situações-problema, que irão representar uma realização didática. Este artigo também propõe uma reflexão sobre o uso de ferramentas, como o *GeoGebra*, da didática da matemática, do conhecimento profundo da matemática que o professor precisa ter e do uso de metodologias apropriadas que favoreçam a relação: professor, aluno e saber para que a matemática e a epistemologia do professor façam sentido no contexto do aluno, tornando a matemática mais acessível e cheia de significados relevantes ao cotidiano do estudante para a efetivação dos objetivos propostos nas sessões didáticas.

Finalmente, compreende-se que juntar a tecnologia de um software com o planejamento pedagógico e a prática didática pode contribuir de forma significativa nas situações didáticas, potencializando a compreensão mais rápida e autônoma das situações-problema para alunos e atribuindo mais subsídios para auxiliar os professores na condução das situações didáticas, além de tornar a aula mais dinâmica e interativa, engendrando com que os discentes vejam as situações-problema e obstáculos epistemológicos de uma forma mais real pela possibilidade de movimentar a situação de formas diferentes, possibilitando de forma dinâmica uma investigação com um raciocínio lógico-matemático que garante mais autonomia e possibilidades de veracidade para se realizar as etapas da TSD e se atingir os objetivos desejados nas situações de ensino e aprendizagem.



## REFERÊNCIAS

ALMOULOUD, S. A. **Fundamentos da didática da matemática**. Curitiba: UFPR, 2007.

ALMOULOUD, S. A.; COUTINHO, C. D. Q. E. S. **Engenharia Didática: características e seus usos em trabalhos apresentados no GT-19/ANPEd**. REVMAT: Revista Eletrônica de Educação Matemática, Florianópolis, SC, v. 3, p. 62-77, 2008.

ALVES, F. R. V. & DIAS, M. A. **Engenharia Didática: análises preliminares e a priori sobre a noção de Quaternions (Generalizados) de Fibonacci**. Educ. Matem. Pesq., São Paulo, v. 17, n. Y, pp. 527-XXX, 2016.

ALVES, F. R. V. **Engenharia Didática de Formação (EDF): sobre o ensino dos Números (Generalizados) de Catalan (NGC)** Didactical Engineering: about the teaching of generalized Catalan numbers. Revista: EMP. V.20, n. 2, p47-83. 2018.

ARTIGUE, M. (1984). **Contribution à l'étude de la reproductibilité des situations didactiques – divers travaux de mathématiques et des didactiques des mathématiques**. (Thèse d'état). Paris: Université Paris VII. 264f

\_\_\_\_\_. **Ingénierie Didactique**. Recherches em Didactique des Mathématiques, Grenoble, v. 9, n. 3, p. 281-308, 1988.

BOLETIM PEDAGÓGICO. Matemática. Ensino médio. **SPAECE 2015 (Sistema Permanente de Avaliação da Educação Básica do Ceará)**. Educação de jovens e adultos (EJA). 1º período. ISSN 1983-7644. Disponível em < [http://www.spaece.caedufjf.net/wp-content/uploads/2016/09/CE\\_SPAECE\\_2015\\_RP\\_MT\\_EM\\_WEB.pdf](http://www.spaece.caedufjf.net/wp-content/uploads/2016/09/CE_SPAECE_2015_RP_MT_EM_WEB.pdf)>. Acesso em 20 jun. 2019.

BOLETIM DO PROFESSOR. Matemática. **SPAECE 2016 (Sistema Permanente de Avaliação da Educação Básica do Ceará)**. Revista: Compromisso e esperança movem a educação pública de qualidade. Disponível em < <http://www.spaece.caedufjf.net/wp-content/uploads/2017/07/CE-SPAECE-2016-RP-MT-9EFEM-WEB-1.pdf>>. Acesso em 20 jun. 2019.

BROUSSEAU, G. **Fondements et méthodes de la Didactique des Mathématiques**. Recherches em Didactique ds Mathématiques, vol. 7, n. 2. Grenoble: La Pensée Sauvage, 1986.

\_\_\_\_\_. **Fundamentos e Métodos da Didáctica da Matemática**. In: BRUN, J. (org.) *Didáctica das Matemáticas*. Lisboa: Instituto Piaget, 1996, p. 35-113.

\_\_\_\_\_. **Introdução ao estudo da teoria das situações didáticas: conteúdos e métodos de ensino**. São Paulo: Ática, 2008.

\_\_\_\_\_. Les obstacles épistémologiques et les problèmes em mathématiques. In J. Vanhamme & W. Vanhamme (Eds.), *La problématique et l'enseignement de la mathématiques*. **Comptes rendus de la XXVIIIe reencontre organisée par la Commission Internationale pour l'Etude et l'Amélioration de l'Enseignement des Mathématiques**. Louvain-la-Neuve, p. 101-117, 1976.

\_\_\_\_\_. **Théorie des Situations Didactiques**. Grenoble: La Pensée Sauvage, 1998.

CHEVALLARD, Y. **La transposition didactique**, Grenoble, La pensée Sauvage, 1991.

DOUADY, R. (1993): **L'ingénierie didactique: un moyen pour l'enseignant d'organiser les rapports entre l'enseignement et l'apprentissage**. Cahier de DIDIREM, Paris: IREM de Paris VII.

LIMA, Elon Lages. **Geometria analítica e álgebra linear**. 2.ed. Rio de Janeiro: IMPA, 2015.

PAIS, L. C. **Didática da Matemática: uma análise da influência francesa**. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2002.

TEIXEIRA, P. J. M.; PASSOS, C. C. M. **Um pouco da teoria das situações didáticas (TSD) de Guy Brousseau**. Zetetiké, Campinas, SP, v. 21, n. 39, p. 155-168, jan. /jun. 2013. Disponível em:

<<https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8646602>>.  
Acesso em 20 jun. 2019.

**Submetido em 30 de setembro de 2019.**

**Aprovado em 21 de janeiro de 2020.**