REVISEM

Revista Sergipana de Matemática e Educação Matemática

https://doi.org/10.34179/revisem.v5i2.13283

O CONHECIMENTO COMUM, ESPECIALIZADO E AMPLIADO DO PROFESSOR PARA O ENSINO DE MEDIDAS DE COMPRIMENTO

THE COMMON, SPECIALIZED AND EXTENDED KNOWLEDGE OF THE TEACHER FOR TEACHING LENGTH MEASURES

Adriana de Souza Pinheiro
Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia – UESB
adrianapinheiro04@gmail.com

Tânia Cristina Rocha Silva Gusmão
Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia – UESB
professorataniagusmao@gmail.com

Resumo

O artigo apresenta um estudo em que foi analisado o conhecimento de professores de Matemática veteranos e em formação sobre Medidas de Comprimento. Participaram da pesquisa nove professores veteranos dos anos finais do Ensino Fundamental municipal- Brumado/Ba e trinta e seis professores em formação do curso de Licenciatura em Matemática de duas universidades estaduais baianas. Embasou-se nos estudos de Shulman (1986/1987), Ball et al. (2010) e Pino Fan et al (2013) sobre o conhecimento de professores para o ensino. E para estudo de Medidas de Comprimento foram tomados como base os trabalhos de Chamorro; Belmonte (2000) e Gusmão et al. (2004). Por meio de estudo exploratório, utilizando-se um questionário-teste sobre conhecimentos específicos do conteúdo Medidas de Comprimento, buscou-se analisar e comparar indícios dos conhecimentos comum, especializado e ampliado dos participantes. Os resultados apontaram que professores veteranos apresentaram um conhecimento mais aprofundado do conteúdo que professores em formação, e esse resultado parece estar relacionado ao tempo de serviço no magistério. Contudo, independentemente do tempo de experiência/formação, os resultados apontaram que as dificuldades apresentadas por ambos são de conceitos e procedimentos de conversão de medidas, e essas podem estar atreladas a um ensino baseado na memorização de regras, desprovido de experiências práticas.
Palavra-chave: Conhecimento de Professores. Medidas de Comprimento. Ensino de Matemática.

Abstract

The article presents a study in which the knowledge of veteran mathematics teachers in training on Length Measures was analyzed. Nine veteran teachers from the final years of municipal elementary education in Brumado/Ba and thirty-six teachers under formation in Mathematics Degree courses from two Bahian state universities participated in the research. It was based on the studies of Shulman (1986/1987), Ball et al. (2010) and Pino Fan et al (2013) about the knowledge of teachers for teaching. For the study of Lenght Measures the works of Chamorro and Belmonte (2000) and Gusmão et al. (2004) were taken as a basis. Through an exploratory study, using a test questionnaire on specific knowledge of the Length Measures content, we sought to analyze and compare evidence of the common, specialized and expanded knowledge of the participants. The results showed that veteran teachers had a deeper knowledge of the content than teachers in training, and this result seems to be related to the length of service in the teaching profession. However, regardless of the time of experience/ training, the results showed that the difficulties presented by both can be related to

concepts and measurement conversion procedures, and these may be linked to teaching based on the memorization of rules, devoid of practical experiences.
Keyword: Knowledge of Teachers. Length Measurements. Mathematics teaching.

INTRODUÇÃO

De modo mais específico, esta pesquisa centra-se no conhecimento matemático do professor e nas habilidades necessárias para seu ensino. No que diz respeito ao conhecimento de professores, Ribeiro (2012) afirma que ele é necessário para o docente exercer seu oficio de ensinar. Tem-se que esse conhecimento é produzido no decorrer de toda a sua escolarização e nos cursos de formação inicial e continuada, mas, sobretudo, nas práticas desenvolvidas ao longo de sua experiência profissional.

É preciso que o professor que ensina Matemática entenda o conteúdo e conheça integralmente as suas abordagens. Como o estudo em questão envolve o conteúdo de Medidas de Comprimento, começa-se investigando, por exemplo, o que exige no ensino desse eixo, conforme documentos oficiais para orientar os professores sobre o que necessitam ensinar e o que deveriam saber para realizar esse ensino.

Consta nos Princípios e Normas Internacionais para a Matemática Escolar (NCTM, 2007) que "o estudo da medida é importante no currículo de Matemática, do pré-escolar ao ensino secundário, devido à aplicação prática e à abundância de situações que envolvem a medida em vários aspectos da vida cotidiana" (p.48).

A partir das orientações da Base Nacional Comum Curricular (BNCC), verifica-se que, no ensino de Grandezas e Medidas, a expectativa é a de que os alunos resolvam problemas oriundos de situações cotidianas que envolvem grandezas como comprimento "[...] sem uso de fórmulas, recorrendo, quando necessário, a transformações entre unidades de medida padronizadas mais usuais" (BRASIL, 2018, p. 273).

A importância da aprendizagem consciente do uso das medidas e sua presença tão útil no cotidiano constam em todos os documentos oficiais. Necessariamente, dentro deste contexto, o ensino começa com o professor entendendo o que deve ser aprendido e como deve ser ensinado (SHULMAN, 1987). Shulman (1987), em seus estudos, evidencia a existência de categorias de conhecimento que são particulares ao ensino, subjacentes à compreensão do professor e destaca tipos de conhecimentos importantes para melhores resultados na aprendizagem que contribuem para a base do conhecimento no ensino, como por exemplo, o conhecimento do conteúdo.

No contexto da Educação Matemática, Ball, Thames e Phelps (2008) ressaltam os conhecimentos comum e especializado do conteúdo; e Pino-Fan et al. (2013) acrescentam a perspectiva ampliada do conhecimento.

Nessa perspectiva, o presente estudo objetiva analisar e comparar indícios dos conhecimentos comum, especializado e ampliado dos professores de Matemática veteranos e em formação sobre Medidas de Comprimento por meio de um questionário-teste e, em seguida, refletir sobre os resultados obtidos, verificando possíveis pontos críticos nesses conhecimentos e na compreensão do conteúdo por parte dos professores.

O CONHECIMENTO COMUM, ESPECIALIZADO E AMPLIADO DO PROFESSOR PARA O ENSINO

Para atender às necessidades de desenvolvimento e inovação no ensino de Matemática, é indispensável a observação de alguns aspectos importantes para a atuação do professor, como o conhecimento que este possui sobre os conteúdos matemáticos com os quais trabalha. Neste estudo, entende-se o conhecimento como algo que pode ser construído pela pessoa desde sua trajetória escolar, no decorrer dos cursos de formação inicial e continuada e ao longo da sua caminhada com a experiência docente (MELLADO; RUIZ; BLANCO, 1997).

A fundamentação do trabalho se pautou nas abordagens de Shulman (1986;1987), Ball, Thames e Phelps (2008) e Pino-Fan et al. (2013), que estudam os conhecimentos necessários para o ensino.

Para Shulman (1987), espera-se que o professor possua o conhecimento do conteúdo, dos princípios e estratégias de gestão de sala de aula, que parecem transcender a matéria, e dos materiais e programas curriculares, de modo que consiga refletir e elaborar diferentes formas de abordagem, o que é de domínio exclusivo dos professores. Shulman se preocupa com as concepções predominantes da competência do professor para o ensino, principalmente no que se refere a entender, avaliar e formar o profissional.

Ball, Hill e Bass (2005) constataram que

> [...] estudos nos últimos 15 anos consistentemente revelam que o conhecimento matemático de muitos professores são desanimadoramente 'fraco' [...] Estamos simplesmente falhando em alcançar padrões razoáveis de proficiência matemática com a maioria dos nossos alunos, e esses alunos se tornam a próxima geração de adultos, alguns deles professores. Este é um grande problema e um desafio para o nosso desejo de melhorar. (BALL; HILL; BASS, 2005, p. 14, tradução nossa)[1]

[1] Studies over the past 15 years consistently reveal that the mathematical knowledge of many teachers is dismayingly thin […] We are simply failing to reach reasonable standards of mathematical proficiency with

Com base as ideias construídas por Shulman (1986), Ball, Hill e Bass (2005) e Ball, Thames e Phelps (2008) propuseram outras subcategorias relacionadas ao conhecimento, dentre as quais destaca-se o Conhecimento Comum do Conteúdo, que consiste nas habilidades de cálculo, na resolução correta de problemas de matemática e no uso dos termos e notação corretamente. Este conhecimento matemático determina que os professores devem ser capazes de fazer o trabalho que atribuem aos seus alunos (BALL; THAMES; PHELPS, 2010). Contudo, o Conhecimento Comum do conteúdo não é exclusivo dos professores de matemática, pois ele é utilizado por profissionais de outras áreas para desenvolver suas funções.

Para esses autores, ser "comum" não sugere que todos tenham esse conhecimento, pelo contrário, este é um tipo de conhecimento utilizado em uma variedade de situações que não somente a de ensinar, como em funções semelhantes a ocupações matematicamente intensivas, como a de um bancário, engenheiro etc., em outras palavras, não é exclusivo para ensino.

Esses autores acreditam que ensinar requer um conhecimento além do conhecimento comum do conteúdo, mais amplo do que é ensinado para o aluno, e mencionam a necessidade de um Conhecimento Especializado do Conteúdo, que é o conhecimento de índole matemática que o professor requer em seu trabalho profissional, específico para ensinar.

Entretanto, esses conhecimentos do conteúdo apresentam pontos que se revelam como o ápice de dificuldades do professor que ensina Matemática e de deficiências na compreensão desse conhecimento por parte dos alunos.

Em relação aos erros cometidos pelos alunos, Ball, Thames e Phelps (2008) alertam para o fato de que reconhecer uma resposta errada é conhecimento comum do conteúdo, mas opinar sobre a natureza de um erro, prestar atenção nos seus padrões e pensar nos seus significados é conhecimento especializado. A familiaridade com os erros mais comuns e a decisão sobre quais medidas tomar para evitá-los ou solucioná-los são conhecimentos que o professor deve possuir. Para esses autores, o ensino hábil requer dimensionar a fonte de um erro matemático. Além disso, este é um trabalho que os professores devem fazer rapidamente, porque, em uma sala de aula, os alunos não podem esperar.

Assim, assume-se, neste estudo, o conhecimento do professor que ensina Matemática

---

most of our students, and those students become the next generation of adults, some of them teachers. This is a big problem, and a challenge to our desire to improve.

como sendo o conhecimento especializado, "um conjunto de conhecimentos matemáticos e didáticos específicos do professor de Matemática, os quais por sua vez estão permeados por concepções e crenças que possui o professor acerca da Matemática, sua aprendizagem e ensino" (ESCUDERO et al. 2015, p.55, tradução nossa)[2].

Para melhor compreensão do conhecimento que o professor detém de determinado conteúdo é necessário colocá-los "a prova", diante de situações desconhecidas por eles, conforme revelam Almeida, Policastro, Couto e Ribeiro (2017)

> [...] aprofundar o entendimento que se detém do conteúdo do conhecimento do professor associa-se a colocá-los diante de situações que sejam, para cada um deles, matematicamente críticas, ou seja, que envolvam alguns aspectos não esperados e para os quais não conhecem imediatamente a resposta – em um paralelismo com a resolução de problemas –, que nos fornecem elementos para aprender sobre e melhor entender o conteúdo do conhecimento do professor e as formas como se pode desenvolvê-lo (ALMEIDA; POLICASTRO; COUTO; RIBEIRO, 2017, p. 8).

Pino-Fan, Godino e Font (2013) apresentam o Conhecimento Ampliado do Conteúdo, que se refere àquilo que o professor é capaz de fazer além de resolver as situações-problemas sobre determinado tema quando está ensinando. O professor deve possuir conhecimentos mais avançados, sendo capaz de estabelecer relações e conexões com outros temas mais complexos com os quais os alunos vão deparar ao longo da vida acadêmica, desenvolver competência em análise didática (planejar, aplicar e avaliar sequências didáticas, adotar critérios e técnica para aperfeiçoar o processo de ensino aprendizagem). Como afirma Ribeiro (2016),

> [...] a Categoria do Conhecimento Ampliado do Conteúdo refere-se aos conhecimentos que o professor precisa ter a respeito dos conteúdos matemáticos e de como eles estão relacionados, por exemplo, com o currículo do próximo nível de ensino, ou seja, essa categoria discute a necessidade do professor saber como os conteúdos matemáticos que ele ensina em um determinado ano estão relacionados com os conteúdos matemáticos que seu aluno irá aprender em anos posteriores (RIBEIRO, 2016, p. 64).

Todavia, sabemos que os conteúdos funcionam como pré-requisitos de acordo com a idade/série. Logo, o professor, ao trabalhar certo conteúdo, deverá vislumbrar não só o desenvolvimento e aprendizagem do aluno, como também saber quais conhecimentos serão necessários para o aluno avançar no processo de aprendizagem dos anos precedentes.

Em síntese, o conhecimento comum, especializado e ampliado do professor para o ensino de Matemática visa melhorar a aprendizagem desta disciplina e promove condições

[2] Como la conjunción de conocimientos matemáticos y didácticos específicos del profesor de matemáticas, los cuales a su vez están permeados por las concepciones y creencias que tiene el profesor acerca de las matemáticas, su aprendizaje y enseñanza.

para que os professores consigam adequar as situações de aprendizagem aos alunos.

O Conhecimento Matemático para o ensino de Medidas de Comprimento

Segundo a BNCC, o ensino do conteúdo de Medidas de Comprimento constitui um objeto de conhecimento importante desde os anos iniciais. A Grandeza Comprimento deve ser trabalhada no sentido de promover experiências nas quais os alunos possam fazer observações, manipular objetos, comparar comprimentos, investigar e explorar, utilizando vocabulário relativo às noções de maior, menor, comprido, curto, grosso, fino, como meio de comunicação de suas experiências (BRASIL, 2018).

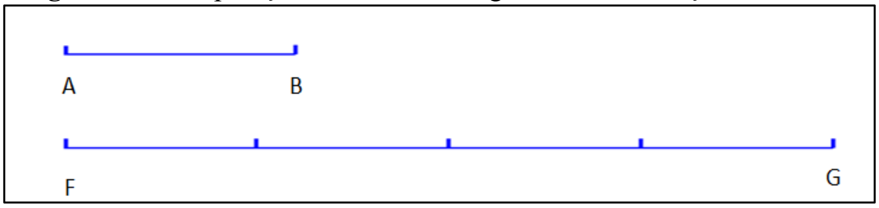
Chamorro e Belmonte (2000) reforçam a importância de se trabalhar, na pré-escola, os conceitos de grandezas de comprimento, tais como "mais baixo", "tão alto quanto", "menos comprido" etc. Esses autores ressaltam que, nessa etapa, as atividades em sala de aula podem estar voltadas para o uso de instrumentos manipulativos, como classificar objetos de igual comprimento, comparar alturas das crianças, estimar, medir e comparar comprimentos diversos na sala de aula, oportunizando aos alunos a ampliação de seus conhecimentos e permitindo a utilização em seu cotidiano. Todas essas ações relacionadas com a Grandeza de Comprimento constituem uma preparação para compreensão e avanço desse conhecimento nas séries seguintes. Essas ações se apresentam como base para uma compreensão do conhecimento ampliado do conteúdo.

Sobre as abordagens acerca do ensino de Medidas de Comprimento nas normativas curriculares institucionais, Gusmão, Cajaraville e Barrero (2004) apontam que

> [...] os currículos oficiais de distintas épocas sempre consideraram aspectos básicos: a) as unidades usuais de medidas, com predomínio do sistema métrico decimal e b) o conhecimento e manejo de instrumentos de medida comuns (sobretudo da medida de comprimento). É concedido grande importância ao estudo do sistema métrico decimal [...] (GUSMÃO; CAJARAVILLE; BARRERO, 2004, p. 110).

Outros exemplos de situações que podem ser trabalhadas no ensino envolvendo as Medidas de Comprimento são as propriedades de definição do produto de um número positivo por uma quantidade de grandeza. Por exemplo: determinar quantas vezes a unidade AB estabelecida cabe no comprimento de FG que se quer medir (CHAMORRO; BELMONTE, 2000).

Figura 1 – Comparação 1 – Medida da grandeza em relação a unidade



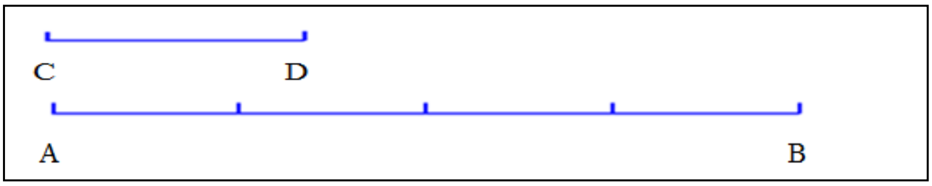
Fonte: Caraça (1984)

Segundo Chamorro e Belmonte (2000), o resultado desta comparação é a medida da grandeza em relação à unidade considerada e deve ser expresso por um número. Na figura acima, ao considerar a unidade AB como a unidade de medida (u), tem-se que FG contém um número de vezes a unidade de medida (u). Logo, a medida de FG é maior que 3u e menor que 4u. Em geral, tem-se esta "definição: se a ϵ A e n ϵ N, então n.a = a.a.a...a n vezes" (CHAMORRO; BELMONTE, 2000, p. 136). Portanto, o resultado da comparação exprime-se dizendo que no segmento FG cabe aproximadamente 3 unidades AB, ou que a medida de FG tomando AB como unidade, é aproximadamente 3.

Segundo Caraça (1984), em geral, se uma grandeza, medida com unidade u, mede m, e subdividimos u em n parte iguais, a medida da mesma grandeza, com a mesma unidade u, expressa pela razão de dois números M e n, onde M = m×n é o número de vezes que a nova unidade cabe na grandeza a medir.

Logo, é possível exprimir sempre a medida de um segmento tomando outro como unidade; em outra situação, determinarmos quantas vezes a unidade AB estabelecida na figura 2 abaixo cabe, por exemplo, no comprimento de CD que se quer medir.

Figura 2 – Comparação 2 – Campo racional



Fonte: Caraça (1984)

A propriedade de um produto de um número racional positivo por uma quantidade de grandeza pode ser expressa com o resultado de uma medição ou de uma razão. Assim, teremos, aproximadamente, 1/3, em que CD = 1/3AB, uma medida racional fracionária.

Sobre essa propriedade, Chamorro e Belmonte (2000) fazem a seguinte observação: sabe-se que não só as quantidades naturais de grandeza são multiplicadas por números naturais, mas também um produto de um número racional positivo por uma quantidade de grandeza. Por exemplo:

> [...] começará definindo o produto por números racionais da forma 1/n com n natural distinto de zero e depois se passará definido por um racional positivo qualquer. Se a ϵ A, se sabe que, por exemplo, 6.a = a.a.a.a.a.a e se b= 6.a, quer dizer que b tem 6 vezes mais quantidade de grandeza que a, e é o mesmo que a sexta parte da quantidade de b. Assim, se escreve: a = (1/6).b (CHAMORRO; BELMONTE, 2000, p.137, tradução nossa)[3]

Parece que essa propriedade dificilmente é trabalhada no ensino de Medidas de Comprimento, além de não constar nas tarefas dos livros didáticos.

Cabe ressaltar a ênfase dada ao Sistema Métrico Decimal (SMD) no ensino e algumas regras consideradas práticas, como o deslocamento da vírgula para transformação/conversão de uma unidade de medida em outra. Embora pareça prático, nem sempre essa regra de transformação/conversão é de fácil compreensão. Na verdade ela se constitui um ponto crítico no tratamento da medida. A esse respeito iremos comentar adiante.

Como o nosso SMD funciona por agrupamentos de potência de dez, cada unidade de comprimento é igual a 10 vezes a unidade imediatamente inferior e 1 décimo da unidade imediatamente superior. De acordo com esse entendimento, é comum a seguinte representação em livros didáticos:

Figura 3 – Sistema Métrico Decimal

Km	Hm	Dam	M	Dm	Cm	mm
1000 m	100 m	10 m	1	0,1 m	0,01 m	0,001 m

Disso decorrem as regras supostamente práticas, sem sentidos para os alunos caso eles não percebam a necessidade de uso, o que é praticamente impossível se eles não realizarem atividades práticas de medição que o levem a comparar uma unidade de medida com a quantidade a medir (CHAMORRO; BELMONTE, 2000).

Para o processo de classificação e ordenamento de medida, deve-se ter em conta a propriedade de transitividade que se produz pela comparação de objetos ou medidas dois a dois. Se $a < b$ e $b < c$, logo $a < c$, então, pode-se expressar a seguinte ordem $a < b < c$ (CHAMORRO; BELMONTE, 2000).

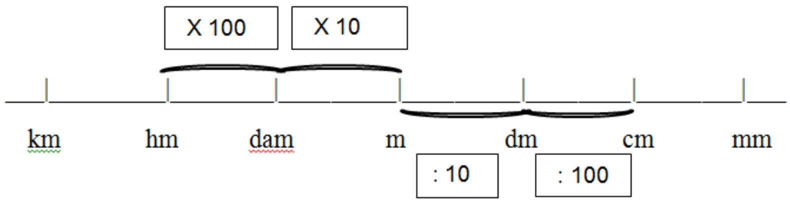
[3] Ejemplo: comenzará definiendo el producto por números racionales de la forma 1 / n con n natural distinto de cero y después se pasará definido por un racional positivo cualquiera. Sea a ϵ A, se sabe que, por ejemplo, 6a = a.a.a.a.a.a . Si se llama b = 6.a, se dicer que b tiene 6 veces más cantidad de magnitud que a, o lo que es lo mismo, que a tiener la sexta parte de cantidad de magnitude que b. Así, se escribe: a = (1/6) .b.

Enfim, ensinar o conteúdo de Medidas de Comprimento envolve o conhecimento de ideias, habilidades de raciocínio matemático, fluência, exemplos, termos e consideração sobre a proficiência em Matemática.

Chamorro e Belmonte (2000) observam que, se o professor não fez uso de instrumentos de medidas no tempo em que foi estudante e, enquanto professor, também não faz uso, não mede comprimento, não faz nenhuma medição de forma prática, é possível que seu aluno esteja com dificuldades na construção e ampliação da noção de medida. Isso porque a forma como o conhecimento é trabalhado pode privá-lo da formação de concepções e conceitos sobre o assunto, levando-o à utilização de regras não compreendidas que se aplicam bem em um curto espaço de tempo e depois são provavelmente esquecidas. Enfatizam esses autores que a carência na utilização de instrumentos de medição, o uso de um instrumento inadequado e o uso incorreto de instrumentos levam à formação de concepções e conceitos equivocados e alertam para a necessidade de proporcionar experiências concretas, momentos de vivências para que os alunos tenham a oportunidade de realizar medições; do contrário, seguirão cometendo erros.

Assim que, um dos pontos considerados mais críticos no ensino de Medidas de Comprimento está no trabalho com o Sistema Métrico Decimal e suas transformações, uma vez que o trabalho deste sistema é construído por meio do predomínio da memorização de técnicas de deslocamento de vírgula. O significado da mudança é apenas registrado mecanicamente pelo aluno sem que ele compreenda o sentido da transformação.

Figura 4 – Tabela linear



Fonte: Chamorro e Belmonte (2000, p.44).

Chamorro e Belmonte (2000) fazem crítica à representação linear (figura 4) por gerar confusão nos alunos, pois, se o espaço entre m e dam representa 10, por que apresentar medida igual entre m e hm que é 100, e não 20? O aluno não vê sentido nessas transformações. E o professor recorre a essas conversões buscando a aplicação da regra das operações com números decimais, acreditando ser uma alternativa mais fácil para trabalhar (figura 4) o conceito de Medidas.

Percebe-se, pelo histórico de dificuldades de aprendizagem desse conteúdo, que a maneira como o professor conduz seu conhecimento com relação ao conteúdo de Medidas está ligada ao seu processo de formação; logo, o trabalho deverá ser primeiramente feito com o professor para que haja uma transformação em sala de aula, assumindo que este conhecimento matemático precisa ser ressignificado e ampliado.

O conteúdo de Medidas de Comprimento é dinâmico, difícil de ser dissociado das atividades de natureza humana; por isso, não cabe ser trabalhado somente no faz de conta, com exemplos a serem ouvidos, anotados sem atribuição de sentido e significados. Essas representações não fazem sentido para o aluno, exceto pelo fato de exercitarem a Matemática sem nenhuma articulação com a vida real.

Gusmão, Cajaraville e Barrero (2004) consideram que existe uma

> [...] forte contradição entre o que o professor quer fazer (um processo experimental) e o que ele realmente faz (um processo algoritmizado e aritmetizado). A realização de práticas efetivas de medidas faz com que a gestão da classe e tempo didático seja custosa, pelo que substituem por práticas imaginárias (GUSMÃO; CAJARAVILLE; BARRERO, 2004, p.111).

Assim, faz-se necessário que o professor de Matemática perceba os equívocos construídos ao longo do tempo diante desse eixo de conhecimento e possa descontruir e reconstruir novas formas de conceber o ensino, possibilitando que o educando aprenda e perceba o uso adequado dos instrumentos e suas medidas.

A PESQUISA

Trata-se de uma pesquisa exploratória de abordagem qualitativa, relatada parcialmente neste artigo. Participaram nove (09) professores veteranos (Pv) da rede municipal de educação de Brumado e trinta e seis (36) professores em formação (Pf) do curso de Licenciatura em Matemática de duas instituições: Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia-UESB, Campus de Vitória da Conquista, e Universidade Estadual da Bahia- UNEB, Campus de Caetité, totalizando um grupo de 45 participantes.

A produção de dados se deu por meio de um questionário-teste de conteúdo matemático sobre Medidas de Comprimento composto por 24 questões. Os participantes foram orientados a responder individualmente, sem consulta de material de apoio. A aplicação dos questionários com os professores veteranos foi realizada, no horário da Atividade Complementar (AC) na própria escola do professor e, a aplicação com os professores em formação, aconteceu em sala de aula de suas referentes universidades em um horário agendado com o coordenador de seus respectivos departamentos de Matemática.

Para este artigo, destacamos alguns resultados do teste que foi analisado à luz do referencial teórico abordado.

O quadro a seguir sintetiza os conhecimentos considerados para a análise do questionário-teste.

Quadro 1 – Características do conhecimento comum, especializado e ampliado

Conhecimento	**Características/ competência**
Conhecimento Comum	• Expressa respostas e sintetiza conclusões, utilizando uma linguagem comum do conteúdo.
Conhecimento Especializado	• Expressa respostas e sintetiza conclusões, utilizando diferentes registros e linguagens; utiliza uma linguagem formalizada do conteúdo; compreensão de conceito-definição e procedimentos.
Conhecimento Ampliado	• Expressa suas respostas e sintetiza conclusões, utilizando diferentes registros e linguagens; utiliza uma linguagem aprofundada do conteúdo; estabelece relação e conexão com temas mais complexos; compreensão de conceito-definição e procedimentos.

Fonte: organização das autoras

ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Das 24 questões relacionadas ao conhecimento matemático de Medidas de Comprimento que compunham o questionário-teste, serão analisados, neste artigo, 5 questões com objetivo de identificar possíveis conflitos de domínio de conteúdo por parte dos participantes e que possam repercutir na aprendizagem do aluno.

A seguir, apresenta-se cada questão tecendo os comentários sobre as mesmas e trazendo as respectivas análises.

Questão 1 *(adaptada de Gusmão, 2014): Aproximadamente, quantas vezes a medida do comprimento da barra maior cabe no comprimento da barra menor?*

Esta questão remete à comparação e ao conhecimento da propriedade de produto de um número racional positivo por quantidade de grandeza; e propõe verificar quantas vezes cabe um comprimento no outro, dando um número que exprima o resultado da comparação com a unidade.

Esse é um conhecimento de propriedade do conteúdo importante para trabalhar a representação de uma medida. A expressão por meio de um número racional, o conhecimento de significado e a relação inversa de parte-todo constituem um conhecimento ampliado do conteúdo de Medidas.

No quadro a seguir encontram-se as respostas dos participantes a questão 1.

Quadro 2 – respostas dos participantes a questão 1

Respostas	Pv (quantitativo)	Pf (quantitativo)
3 vezes	4	20
Nenhuma	2	8
1/3 ou 0,33...	2	3
Não tem como/ não cabe	1	3
2; 2,5 vezes	0	2

Fonte: dados da pesquisa

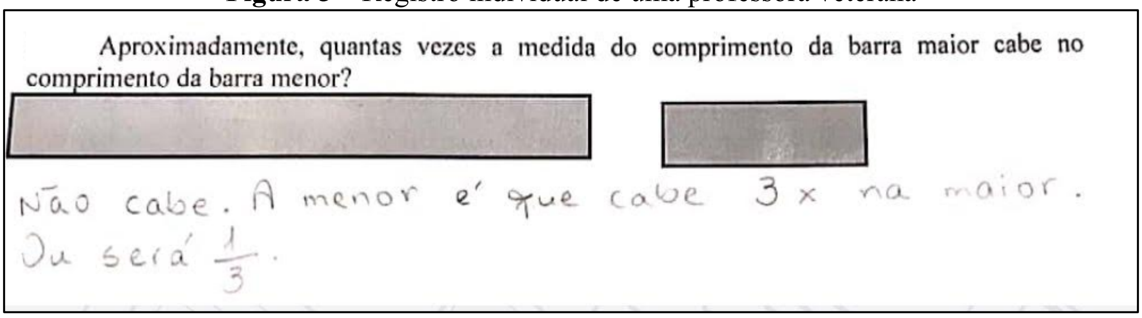
A questão gerou muitas discussões entre os professores participantes na tentativa de resolvê-la.

Um professor veterano perguntou: "*tem certeza que é o maior no menor?*". No mesmo momento, uma professora veterana, admirada com tal pergunta, quis debater com a colega que estava ao lado, falando: "*o comprimento do maior no menor!*? *Não tem como*!". Minutos depois, ela chegou à conclusão de que a medida seria possível.

Conforme se observa no quadro 2, cinco dos participantes (veteranos e em formação) apresentaram uma resposta aproximada que indica uma medida racional fracionária da unidade 1/3 ou 0,333. Tais respostas foram consideradas corretas.

Veja, na figura a seguir, um exemplo de resposta.

Figura 5 – Registro individual de uma professora veterana



"Não cabe. A menor é que cabe 3x na maior. Ou será 1/3" (Pv).

Com a resposta, observa-se a dificuldade da professora em fazer uso de um pensamento inverso.

O grau de dificuldade dos participantes em pensar de maneira inversa (reversibilidade) foi notório, talvez pelo fato de esse tipo de pensamento/propriedade não ser trabalhado na escola.

A estranheza na questão pode ser notada por 4 participantes, um veterano e três em formação, ao responderem que "não tem como/não cabe".

As questões do teste também provocaram a vontade de medir. Os participantes tentavam fazer medições utilizando os materiais que tinham em mãos, tais como o bocal de uma caneta, o lápis, a própria caneta etc. As medições realizadas eram contrárias ao sentido da pergunta, ou seja, ao invés de estimar quanto o maior cabe no menor, eram feitas de quanto o menor cabe no maior. Por isso, 4 professores veteranos e 20 professores em formação responderam que cabe 3 vezes.

Logo, 7 dos 9 professores veteranos e 33 dos 36 professores em formação apresentaram uma resposta incorreta para a questão 1.

De modo geral, nota-se que, referente à questão 1, provavelmente, os professores desconhecem a noção de número racional associada à quantidade de Medidas, chegando até a pensar que poderia haver um erro de digitação na pergunta, pois o comum e corriqueiro tem sido perguntar quanto o menor cabe no maior, e não o inverso, por não trabalharem a possibilidade da linguagem (escrita) de uma medida fracionária (racional).

Isso manifesta uma necessidade de inovação no ensino de Medidas nas escolas. Pela maioria das respostas, o que se trabalha é a concepção de parte-todo, e não os números racionais fracionários com base na interpretação de Medidas de Comprimentos.

Sobre isso, Chamorro e Belmonte (2000) fazem a seguinte observação: "sabe-se que não só as quantidades naturais de grandeza são multiplicadas por números naturais, mas também se fala sobre divisores de uma quantidade" (p.137). Por exemplo: começará definindo o produto por números racionais da forma 1/n com n natural distinto de zero e depois se passará definindo por um racional positivo qualquer (CHAMORRO; BELMONTE, 2000). Segundo Caraça (1984), qualquer que sejam as medidas m e n, se m for divisível por n (m/n), obtém-se como resultado um número inteiro que é o quociente da divisão; caso m não seja divisível por n, o número diz-se fracionário m/n. De qualquer maneira o resultado será sempre uma medida racional, pois os campos dos números racionais compreendem o conjunto de números inteiros, mais o formado pelos números fracionários.

Questão 2*: Ordene as medidas da menor para a maior: 0,25 cm; 0,09 cm; 0,13 cm; 0,07 cm;*

Questão 3*: Dona Gertrudes plantou algumas mudas de flores: rosa, margarida e girassol, para colocar nos canteiros da nova praça. Observou que, com o passar dos dias,* *elas tinham, respectivamente, 1,05 m; 155 mm; 125 cm de altura. Coloque essas medidas em ordem decrescente.*

Estas questões envolvem procedimentos de comparação e ordenamento.

Para solucionar a questão 2, uma das alternativas de procedimento seria realizar a comparação entre os pares de algoritmos, verificando a linguagem "do menor para o maior", e encontrar o seguinte resultado: 0,07 cm < 0,09 cm < 0,13 cm < 0,25 cm. Já na situação da questão 3, um dos possíveis procedimentos seria o de realizar comparação e conversão das medidas (se achar necessário), depois ordená-las e obter a seguinte sequência: 125 cm > 1,05 m > 155 mm. Em ambas as situações, trata-se de um problema de transitividade, que se produz por comparação entre os algoritmos; primeiro se compara dois a dois os elementos e depois se escolhe o maior ou menor. Somente em seguida é que se empreende a terceira comparação (CHAMORRO; BELMONTE, 2000).

Ambas as questões envolvem o conhecimento de comparação e ordenação de comprimentos, além da conversão de medidas na questão 3, que envolve conhecimento da propriedade transitiva no conteúdo de medidas, supondo-se a existência de um elemento intermediário entre as comparações. Classificamos esse conhecimento como especializado e também ampliado por ajudar nas representações e no raciocínio do aluno.

Quadro 3 – respostas dos participantes as questões 2 e 3

Respostas (questão 2)	Pv	Pf	Respostas (questão 3)	Pv	Pf
0,07 cm ; 0,09 cm ; 0,13 cm ;0,25 cm	9	35	125 cm; 1,05 m; 155 mm	5	21
0,25 cm; 0,13 cm; 0,09 cm; 0,07 cm	0	1	1,05 m; 125 cm; 155 mm	1	9
			155 mm; 1,05 m; 125 m	1	3
			155 mm; 1,25 cm; 1,05 m	1	2
			Em branco	1	1

Fonte: dados da pesquisa

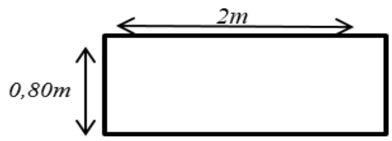
Dado que todas as medidas estavam na mesma unidade, foi possível ter bons resultados na questão 2: todos os 9 professores veteranos e 35 em formação compararam e ordenaram as medidas de forma correta. Apenas um professor em formação ordenou as medidas na ordem decrescente, ou seja, do maior para o menor.

Na questão 3, cujas unidades de medidas são diferentes, 26 professores responderam corretamente (5 Pv e 21 Pf), apresentando a seguinte ordenação: "*125 cm; 1,05 m; 155 mm*". As respostas como "*1,05 cm; 125 cm; 155 mm*"; "1*55 mm; 1,25 cm; 1,05m*" podem ter sido produzidas devido às dúvidas na conversão de medidas. Segundo Chamorro e Belmonte (2000), quando aparece o zero logo após a vírgula, pode ocorrer de a pessoa interpretar o número decimal como números inteiros. Exemplo: 1, 05 m existe 1 metro e 5 subunidades.

Para os autores, essa é uma possível causa da confusão nas subunidades e na ordenação entre elas.

11% dos professores veteranos e 8% dos professores em formação que dispuseram em ordem crescente (155 mm; 1,05 m; 1,25 cm) talvez tenham se atrapalhado na leitura, confundido ordem crescente com a ordem decrescente, ou mesmo ao estabelecer relações entre as unidades usuais de medidas de comprimento (metro, centímetro e milímetro) tenham identificado a menor medida como a maior ou vice-versa. A ênfase dada ao Sistema Métrico Decimal no ensino de algumas regras consideradas práticas como o deslocamento da vírgula para transformação/conversão de uma unidade de medida em outra nem sempre é de fácil compreensão (CHAMORRO e BELMONTE, 2000), o que pode ter gerado nesta comparação a sequência de medidas ordenadas da menor para a maior.

Questão 4: *Dona Gertrudes quer dobrar as medidas do seu galinheiro, representado a seguir.*



Qual será a medida do perímetro de seu novo galinheiro?

Esta questão envolve a concepção de perímetro de retângulos e tem como finalidade investigar a propriedade sobre o que ocorre com a medida do perímetro de um retângulo quando são dobrados os seus lados; assim, temos que, dobrando os seus lados, também se dobra a medida de seu perímetro - BNCC (BRASIL, 2018). Essa é uma propriedade importante e a consideramos como um conhecimento comum do conteúdo.

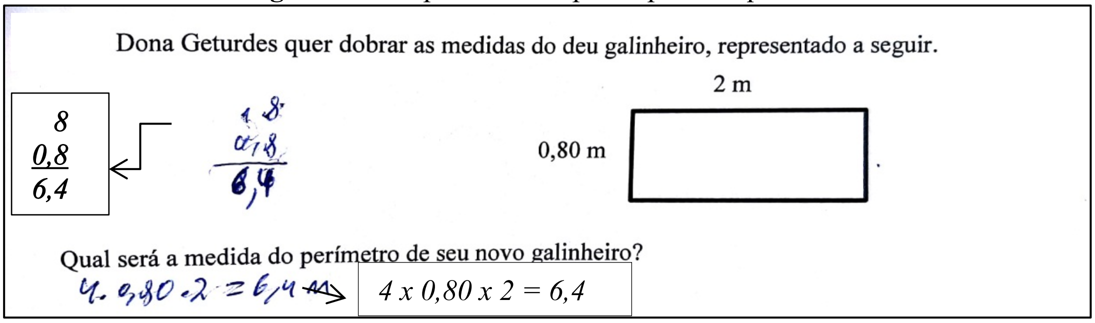
Quadro 4 – respostas dos participantes a questão 4

Respostas	**Pv**	**Pf**
Correta	6	16
Incorreta	2	18
Em branco	0	2

Fonte: dados da pesquisa

Conforme se observa, no quadro 4, 6 professores veteranos e 16 professores em formação responderam corretamente à questão, apresentando 11,2 m. O quantitativo de 18 professores em formação não conseguiu chegar ao resultado satisfatório. Alguns professores somaram apenas as medidas de dois lados do galinheiro (largura + comprimento) e, em seguida, dobraram o resultado, obtendo 5,6 m, confundindo a propriedade de alteração das dimensões da largura e comprimento; 2 dos professores em formação dobraram os valores das medidas, mas não efetuaram o perímetro; 2 dos professores veteranos apontaram o resultado de 6,4 m, como mostra o exemplo da figura 6 (resposta de um Pv), a seguir:

Figura 6 – Resposta de um participante a questão 4



Fonte: dados da pesquisa

O professor dobra a largura e multiplica pelo comprimento (0,80 x 2), numa provável confusão entre área e perímetro.

O conceito de perímetro desde cedo é trabalhado nas escolas como sendo um caso particular da grandeza comprimento. Como afirma Barbosa (2002, p. 39), “desde cedo, a noção de perímetro – comprimento do contorno vai sendo acompanhada do conceito de medida desse mesmo comprimento”.

Questão 5*: Um retângulo 0,5 m x 1m foi dividido em quadradinhos de 1 dm de lado. Se colocar todos os quadradinhos em fila, qual será a medida do comprimento da fila formada?*

A questão 5 envolve operações e conversões de medidas.

Embora seja possível resolver a questão possuindo apenas o conhecimento comum do conteúdo, ela requer o domínio de mais de um conceito. Conceitos que envolvem operações com número racional e estabelecer relação de unidade de medida, compreendendo que o Sistema Métrico Decimal funciona por agrupamentos de potência de dez e que cada unidade de comprimento é igual a 10 vezes a unidade imediatamente inferior e 1 décimo da unidade imediatamente superior. Também, envolve o conhecimento de estratégias e procedimentos para sua realização.

Posto que seja verdade que o Sistema Métrico Decimal oferece uma perfeita divisibilidade e, portanto, grande facilidade de comparação, ele requer também um certo desenvolvimento do processo mental do indivíduo que deve ser cuidadosamente preparado, para que não implique em uma incompreensão (CHAMORRO e BELMONTE, 2000).

Logo, considera-se que esta questão implica um conhecimento especializado do conteúdo por envolver um grau de compreensão maior para solucioná-la.

Quadro 5 – Respostas dos participantes a questão 5

Respostas	Pv	Pf
Correta	4	3
Incorreta	5	28
Em branco	0	5

Fonte: dados da pesquisa

Verifica-se uma quantidade considerável de resultados diferentes. Para obtenção do resultado, uma das possíveis soluções seria realizar as conversões das dimensões e, em seguida, realizar a multiplicação, ou realizar a multiplicação das dimensões e, em seguida, a divisão por 1 dm, obtendo 50 dm de comprimento.

Um total de 4 professores veteranos e 3 professores em formação conseguiu chegar à resposta de 50 dm; 5 professores veteranos e 28 em formação apresentaram erros de cálculos e conversões; e 5 professores em formação deixaram a questão em branco.

Para as questões aqui apresentadas, tem-se o seguinte quadro síntese dos resultados.

Quadro 6 – Síntese

Questões	Pv (n=9) acertos (%)	Pf (n=36) acertos (%)
1	**22%**	**8%**
2	100%	97%
3	56%	53%
4	**78%**	**44%**
5	**44%**	**8%**

Fonte: dados da pesquisa

Ao analisar o quadro, observa-se que os resultados dos professores veteranos são ligeiramente melhores, e isso pode ser justificado pelo fato de que os professores que participaram da pesquisa terem entre 7 e 27 anos de serviço; entre muitos outros fatores que compõe sua formação, destacam-se a experiência com o ensino, a experiência de sala de aula que, conforme D'Ambrósio (1993, p. 39), "da mesma forma que os alunos constroem seu conhecimento matemático através de suas experiências com a Matemática, futuros professores constroem seu conhecimento sobre o ensino da Matemática através de suas experiências com o ensino". Logo, na sala de aula, também se encontra o lugar de formação de professores.

Segundo Ball, Hill e Bass (2005), o conhecimento aumenta com o tempo e, de acordo com o desenvolvimento profissional, os professores ganham experiência no domínio do conhecimento.

De modo geral, verifica-se que, em quase em todas as tarefas que envolveram a conversão de medidas, o percentual de acertos foi diminuindo em ambos os grupos de professores, o que corrobora a afirmação de Chamorro e Belmonte (2000) de ser o trabalho com as grandezas e suas medidas um "cavalo de batalha" para estudantes e professores, principalmente quando envolve conversões de unidades.

REFLEXÕES FINAIS

No que se refere ao objetivo desta pesquisa, de analisar e comparar indícios dos conhecimentos comum, especializado e ampliado sobre Medidas de Comprimento de professores de Matemática veteranos e em formação, o estudo aponta diferenças de conhecimentos para ambos os pesquisados. Professores veteranos apresentaram melhores resultados no questionário-teste, o que pode ser explicado pelos anos de experiência no ensino, visto que têm, em média, 18 anos de atuação docente. Isso corrobora os estudos que afirmam que o conhecimento aumenta com o tempo e de acordo com o desenvolvimento profissional.

Entretanto, independentemente do tempo de experiência/formação, os resultados também apontaram que as dificuldades apresentadas por ambos os participantes são principalmente de conceitos e procedimentos de conversão de unidades de medidas, e essas dificuldades parecem estar atreladas a um ensino baseado na memorização de fórmulas e regras, desprovido de experiências práticas, estratégias e instrumentos de medições. Reitera-se ainda que a construção desses conceitos, procedimentos e definições é pertinente; portanto, é fundamental na aprendizagem do conteúdo de Medidas reconhecê-las e expressá-las.

Destaca-se nos resultados que o conhecimento especializado do conteúdo foi contemplado por 50% dos participantes com dificuldades relativas a conceitos-definições, linguagem, escrita de Medidas, comparação e ordenação de medidas envolvendo unidades diferentes e, principalmente, no quesito conversão de unidades. Quanto às questões que supõe uma compreensão mais ampliada do conteúdo, constata-se que menos da metade, dos participantes, 31%, obteve um resultado satisfatório. Essas questões envolviam o conhecimento de propriedades, conceitos, linguagem e conversão de Medidas.

Todos estes resultados levam a um repensar do processo formativo. Repensar que a concepção de professores sobre o conteúdo de Medidas inclui um trabalho direcionado à sua formação inicial e continuada, analisando a prática que o professor vem desenvolvendo em sala de aula a partir de uma base de conhecimento do conteúdo que ensina, conhecimento de estratégias e recursos que utilizam para a aprendizagem dos alunos. E buscar proporcionar uma visão mais compreensiva além do uso de regras e técnicas se torna um dos desafios no ensino e na aprendizagem do conteúdo Medida.

Constitui necessária uma formação que proporcione ao professor experiências que o ajudem na construção dos conceitos essenciais de Medidas; na utilização de estratégias e recursos manipuláveis, pois somente manipulando materiais é possível distinguir as propriedades dos objetos e, consequentemente, construir conhecimentos sólidos e significativos sobre o assunto; uma formação que ajude o professor a fazer levantamento de hipóteses e justificativas para as diferentes formas de raciocínio. Contudo, fazem falta experiências que incentivem o professor a criar e reinventar um processo de ensino mais autônomo e de qualidade.

Deve-se observar, ainda, a representatividade da Matemática como área de conhecimento presente na atividade humana, composta de nossa história cultural e social, e é preciso que se adquira uma compreensão viva desse aspecto.

Acredita-se que há um longo caminho a ser percorrido e que este perpasse pela formação inicial do professor, na qual tudo pode começar, para que as dificuldades de conteúdo não sejam reproduzidas em sua sala de aula e que se garanta a estudantes aprendizagens necessárias à percepção da importância e utilidade da Matemática no seu dia a dia.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, A.; POLICASTRO, M.; COUTO, S.; RIBEIRO, M. Conhecimento matemático especializado do professor que ensina geometria na educação infantil e nos anos iniciais: um caso de estimação de(e) medida de comprimento. In: CONGRESSO INTERNACIONAL DE ENSINO DA MATEMÁTICA – ULBRA, 7., 2017. **Anais**... Canoas – Rio Grande do Sul, 2017.

BALL, D. L.; HILL, H. H.; BASS, H. **Knowing mathematics for teaching:** Who knows mathematics well enough to teach third grade, and how can we decide? American Educator, 2005.

BALL, D. L.; THAMES, M. H.; PHELPS, G. Content knowledge for teaching: what makes it special? **Journal of Teacher Education**, v. 59, n. 5, p. 389-407, 2008.

BALL, D. L.; THAMES, M. H.; PHELPS, G. Content knowledge for teaching: what makes it special? **Journal of Teacher Education**, v. 59, n. 5, p. 389-407, 2010.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. Fundamentos pedagógicos e estrutura geral da BNCC**. Base nacional comum curricular**. Brasília, DF, 2018. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_docman&view=download&alias=56621-bnccapresentacao-fundamentos-pedagogicos-estrutura-pdf&category_slug=janeiro-2017-pdf&Itemid=30192>. Acesso em: 10 fev. 2018.

CARAÇA, B. de J. Conceitos fundamentais da Matemática. 1. ed. Lisboa: Sá da Costa, 1984.

CHAMORRO, C.; BELMONTE, J. M. **El Problema de La Medida -** Didactica de las Magnitudes Lineales. Madrid: Sintesis, 2000.

D'AMBRÓSIO, B. S. Formação de professores de matemática para o século XXI: o grande desafio. **Pro-posições**, v. 4, n.1, p. 35-41, mar. 1993.

ESCUDERO-Ávila, D. I., CARRILLO, J., FLORES-MEDRANO, E., CLIMENT, N., CONTRERAS, L. C. y MONTES, M. (2015). El conocimiento especializado del profesor de matemáticas detectado en la resolución del problema de las cuerdas. PNA, 10(1), 53-77. [http://hdl.handle.net/10481/37190].

GUSMÃO, T. C. R. S., CAJARAVILLE, J. A.; BARRERO A. L. Dificuldades estratégicas de alunos e professores em formação quando enfrentam problemas de medida de grandezas. **VERITATI- Revista da UCSal.** Educação Matemática. Salvador, ano III, n. 4, jun. 2004.

GUSMÃO, Tânia Cristina Rocha Silva. Desenho de tarefas para o desenvolvimento da cognição e metacognição matemática. In: I Colóquio Internacional sobre Ensino e didática das Ciências, Feira de Santana, 2014.

MELLADO, V. J.; RUIZ, C. M.; BLANCO, J. L. Aprender a enseñar Ciencias Experimentales en la formacion inicial de maestros. **Bórdon**, v. 49, n. 3, p. 275-288, 1997.

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) (2007). Princípios e normas para a matemática escolar (M. Melo, Trad). Lisboa: Associação de Professores de Matemática (APM).

PINO-FAN, L.; GODINO, J. D.; FONT, V.; CASTRO, W. F. Prospective teacher's specialized content knowledge on derivative. In: UBUZ, B.; HASER, Ç.; MARIOTTI, M. (Eds.). **Proceedings of the Eighth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education**. Antalya, Turkey: CERME., 2013. p. 3195–3205.

RIBEIRO, A. J. Equação e conhecimento matemático para o ensino: relações e potencialidades para a educação matemática. **Bolema. Boletim de Educação Matemática**, v.

26, n. 42B, p. 535–557, 2012.

RIBEIRO, R. M. **Modelagem matemática e mobilização de conhecimentos didático-**matemáticos na formação continuada de professores dos anos iniciais. 2016. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade Federal de São Carlos, 2016.

SHULMAN, L. S. Knowledge and teaching: foundations of the new reform. **Harvard Educational Review**, Harvard, v. 57, n. 1, p. 1-22, 1987.

SHULMAN, L. S. Those who understand: Knowledge growth in teaching. **Educational Researcher**, v. 15, n. 2, p. 4-14, 1986.

Submetido em 25 de março de 2020.
Aprovado em 12 de maio de 2020.