REVISEM
Revista Sergipana de Matemática e Educação Matemática

https://doi.org/10.34179/revisem.v6i1.14761

CONTRIBUIÇÕES DAS VARIÁVEIS ESTATÍSTICAS NA CONTEXTUALIZAÇÃO DA FUNÇÃO AFIM

CONTRIBUTIONS OF STATISTICAL VARIABLES FOR THE CONTEXTUALIZATION OF AFFINE FUNCTIONS

Cláudio Vitor Santana
Colégio Estadual de Educação Profissional em Biotecnologia e Saúde – CEEP
clvitor@yahoo.com.br

Irene Mauricio Cazorla
Universidade Estadual de Santa Cruz – UESC
icazorla@uol.com.br

Miriam Cardoso Utsumi
Universidade de Campinas – Unicamp
mutsumi@unicamp.br

Resumo

Este artigo tem como objetivo analisar as possíveis contribuições das variáveis estatísticas na contextualização da função afim. Construímos a sequência "Covariação Estatística na Função Afim", pautada nos princípios do Ciclo Investigativo e do Letramento Estatístico, e realizamos uma intervenção de ensino com 24 estudantes do 1º ano do Ensino Médio, do curso Técnico em Enfermagem, em seis encontros, com 12 horas aula. Os estudantes coletaram seus dados de variáveis antropométricas e os analisaram tanto de forma univariada, quanto das possíveis relações entre elas utilizando o diagrama de dispersão, escolheram dois pontos e encontraram a função afim correspondente, discutindo a razoabilidade de suas escolhas. Os estudantes conseguiram visualizar a distribuição dos dados, no contexto univariado e bivariado; todavia apresentaram dificuldades na formalização da função afim e a análise das relações entre as variáveis ainda estava influenciada pelas suas crenças e não pela evidência dos dados.
Palavras-chave: sequência de ensino, variáveis estatísticas, covariação estatística, função afim, Ensino Médio.

Abstract

This paper aims to analyze the possible contributions of statistics for the contextualization of affine function. We built the sequence "Statistics Covariation in the Affine Function", based on the principles of the Investigative Cycle and Statistical Literacy, and we carried out a teaching intervention with 24 students from the 1st year of High School and Technical Nursing integrated course, in six meetings, with 12 class hours. The students collected their data from anthropometric variables and analyzed them both in a univariate manner, as well as the possible relationships between them using the scatterplot. They chose two points and found the corresponding linear function discussing the reasonableness of their choices. The students were able to visualize the data distribution, in the univariate and bivariate context; however, they presented difficulties in formalizing the linear function, and the analysis of the relationships between the variables was still influenced by their beliefs and not by the evidence of the data.
Keywords: teaching sequence, statistical variables, statistics covariation, affine function, high school.

INTRODUÇÃO

Segundo a Base Nacional Comum Curricular – BNCC (BRASIL, 2018), a Matemática no Ensino Médio deve ter como foco a construção de uma visão integrada, aplicada à realidade, levando em consideração as vivências cotidianas dos estudantes, a diversidade socioeconômica, o acesso à tecnologia¸ as exigências do mercado de trabalho etc.

Nesse contexto a Matemática tem um papel relevante na compreensão da realidade e o conceito de "Função" é um dos conceitos-chave nesse processo e, a ele estão associadas diversas habilidades derivadas da Competência 4:

> Compreender e utilizar, com flexibilidade e precisão, diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas. (BRASIL, 2018, p. 538).

A importância de variadas representações e a coordenação de registros algébricos e gráficos na apropriação do conceito de função afim foi mostrada na pesquisa de Lopes (2005) que desenvolveu uma sequência didática ancorada na Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Duval e na definição de função de Caraça, avaliando a conversão entre os registros algébrico e gráfico e vice-versa.

Barreto (2008) vai além do aspecto da representação ao enfatizar outros três que devem ser desenvolvidos no ensino de funções com os estudantes do Ensino Médio, a saber: dar menos ênfase à natureza algébrica, priorizando a ideia de relação e valorizando os aspectos intuitivos e relacionais; utilizar aplicações do conceito em outras ciências, modelando fenômenos e situações reais, constituindo-se um meio de descrição, explicação, previsão e, quando possível, controle; e, articular o conceito de funções com outros conteúdos de Matemática, como por exemplo, progressões. A pesquisadora desenvolveu uma sequência didática no Ensino Médio abordando a gravidez na adolescência e utilizando a função matemática para modelar a absorção/eliminação de anticoncepcionais orais de uso diário.

Um outro contexto para o trabalho com função afim no Ensino Médio foi sugerido por Tortola e Rezende (2011), cuja sequência didática utilizou a conta de energia elétrica.

Tais contextos são mais próximos dos estudantes do Ensino Médio e tem maior possibilidade de motivá-los que os clássicos problemas sobre corrida de táxi, em geral, utilizados pelos livros didáticos para contextualizar função, como mostrado no estudo de Azevedo (2014).

Nesse sentido, é preciso que os estudantes desenvolvam habilidades relativas aos processos de investigação, de construção de modelos e de resolução de problemas, mobilizando seu modo próprio de raciocinar, representar, argumentar, comunicar e, com base em discussões e validações conjuntas, aprender conceitos e desenvolver representações e procedimentos cada vez mais sofisticados.

Delgado (2010), ancorado na Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS), investigou em quais conversões da função afim, passagem de um registro para outro (língua natural, expressões algébricas, tabelas de valores e forma gráfica), os estudantes apresentavam maiores dificuldades. Participaram da pesquisa 113 estudantes do 1º ano do Ensino Médio de uma escola pública do Rio de Janeiro, que realizaram dez atividades. Dentre os principais resultados o pesquisador constatou o despreparo dos estudantes em relação as operações aritméticas básicas que comprometeram o tratamento da forma algébrica.

Acreditamos que a Estatística pode contribuir na contextualização de problemas que podem ser modelados por funções matemáticas. Por exemplo, Severino (2011) concluiu que a motivação dos estudantes da 3ª. série do Ensino Médio, a busca pelas respostas às suas questões de pesquisa e a identificação das estatísticas nos diagramas de dispersão, contribuíram significativamente para a apropriação do conceito de covariação estatística, que foi desenvolvido apoiado no processo de translação e nas três habilidades: geração de dados especulativos, interpretação verbal do gráfico e interpretação numérica do gráfico.

Em um contexto de formação de professores de Matemática do Ensino Médio Kataoka, Silva e Cazorla (2015) apresentaram uma sequência de atividades para trabalhar o conceito de covariação numa abordagem informal. Além das variáveis antropométricas, trabalharam a relação entre a precipitação pluvial e a temperatura média em um climograma, a relação entre a nota e o tempo de estudo e, o nível de ruído e o número de pessoas em uma sala. As pesquisadoras verificaram que, ao final, a maioria dos professores deram respostas apropriadas, demonstrando a percepção de relações diretas e inversas, fazendo declarações verbais coerentes com os resultados apresentados seja na forma verbal, seja na forma gráfica.

Antunes (2015) trabalhou as distribuições bidimensionais, visando compreender as aprendizagens e as dificuldades dos estudantes de uma turma do 1º ano, do curso Técnico de Auxiliar de Saúde e Técnico de Apoio à Gestão Desportiva, na resolução de tarefas envolvendo a covariação estatística. A utilização de contextos reais ou familiares aos estudantes despertou o interesse e a motivação deles, bem como a procura de relações entre os dados. Todavia, algumas dificuldades apresentadas pelos estudantes na justificativa da associação entre as variáveis, recorrendo a dados isolados e não admitindo exceções, revelando uma percepção determinista ainda persistiram ao término da intervenção. Além disso, foi constatado que os estudantes fizeram inferências causais baseadas nos dados, interpretando-os com base no seu conhecimento do contexto.

Nesse artigo temos como objetivo analisar as possíveis contribuições das variáveis estatísticas na contextualização da função afim. Construímos uma sequência didática centrada no papel ativo do estudante, pautada nos princípios do letramento estatístico e do ciclo investigativo PPDAC e realizamos uma intervenção de ensino com estudantes do Ensino Médio para verificar suas potencialidades.

A FUNÇÃO AFIM

No caso do estudo de funções, os Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN já orientavam sua introdução com a exploração das relações entre duas grandezas em diferentes situações, tais como:

> idade e altura; área do círculo e raio; tempo e distância percorrida; tempo e crescimento populacional; tempo e amplitude de movimento de um pêndulo, entre outras. [...]. É conveniente solicitar aos alunos que expressem em palavras uma função dada de forma algébrica, por exemplo, $f(x) = 2x + 3$, como a função que associa a um dado valor real o seu dobro, acrescido de três unidades; isso pode facilitar a identificação, por parte do aluno, da ideia de função em outras situações, como, por exemplo, no estudo da cinemática, em Física. É importante destacar o significado da representação gráfica das funções, quando alteramos seus parâmetros, ou seja, identificar os movimentos realizados pelo gráfico de uma função quando alteramos seus coeficientes (BRASIL, 2006, p. 72).

Nessas situações podemos distinguir a natureza das variáveis e das relações que se estabelecem entre elas. Segundo Cazorla, Utsumi e Monteiro (2021, p. 25):

> As variáveis quantitativas raio, área, tempo e altura são definidas em um domínio, neste caso contínuo, formado pelos números reais positivos, por exemplo, [0; L], com um L arbitrário, isto é, tomam qualquer valor nesse domínio. Além de poder assumir qualquer valor, a variável estatística “altura dos meninos”, dentro de um grupo etário, tem uma variação intrínseca de menino para menino, pois existem outros fatores tais como etnia e classe social que interferem no crescimento da criança, dificultando prever à priori a altura de um determinado menino. O que podemos fazer é prever a sua altura provável. Por essa razão, para descrever o comportamento das variáveis estatísticas podemos recorrer aos gráficos de pontos (dotplot), histogramas, ramos e folhas ou de caixa (*box-plot*); e para resumir suas principais características, às medidas de tendência central (média, mediana e moda), às medidas de dispersão (amplitude e desvio padrão); ou às de posição, como os quartis.

Além disso, esses pesquisadores distinguem a relação determinística que se estabelece entre as variáveis raio e área do círculo, isto é, dado um valor de entrada, o valor de saída sempre será o mesmo, ou seja, sabemos a *priori* o resultado; logo os pares ordenados no plano cartesiano se organizam perfeitamente em uma curva, sem que nenhum ponto caia fora dela. Já a altura do menino e sua idade é uma relação estatística, isto é, para uma mesma idade, a altura pode ser diferente e os pares ordenados no plano cartesiano formam uma "nuvem de pontos".

Desse modo, precisamos analisar o tipo de covariação que se estabelece entre as variáveis em estudo. Segundo Moritz (2004), a covariação diz respeito à correspondência de variação entre duas variáveis, que pode ser categorizada de acordo com a variação possível na medida de cada variável envolvida. Moritz distingue a covariação numérica da covariação estatística.

Para Moritz (2014), a covariação numérica ocorre quando dada a variação em uma variável, a variação na outra variável expressa alguma forma de relação, associação, função, dependência ou correspondência que é única e conhecida a priori, já a covariação estatística, pode ser definida como:

> correspondência de variação de duas variáveis estatísticas (aleatórias), que variam ao longo de uma escala numérica e o gráfico adequado para sua representação é o diagrama de dispersão, e a distribuição dos pontos é denominada de "nuvem de pontos" (MORITZ, 2004, p. 227, tradução nossa).

De acordo com o autor, a associação estatística envolve mais do que apenas uma relação de números, mas uma relação de quantidades de características distintas, pois os dados são números dentro de um contexto. Isso significa, que se faz necessário realizar testes de significância estatística para saber até que ponto os modelos refletem uma associação estatística ou são apenas resultado de mero acaso probabilístico. Neste trabalho optamos por denominar a covariação numérica por covariação determinística para contrastar com a covariação estatística.

Nesse sentido, precisamos ampliar o conceito de covariação que está no cerne do conceito de função, para o conceito de covariação estatística, própria das relações entre variáveis estatísticas, diversificando a gama de contextos para o ensino de função, como um modelo matemático capaz de sintetizar as relações e os padrões subjacentes aos dados, permitindo o conhecimento do fenômeno em estudo, de onde foram extraídos os dados.

Nesse trabalho focamos as relações que podem ser descritas pela função afim, que segundo Lima, Carvalho, Wagner e Morgado (2012, p. 98-99), pode ser definida como:

> Uma função $f: R \rightarrow R$ chama-se afim quando existem constantes a e $b \in R$ tais que $f(x) = ax + b$ para todo $x \in R$.
> Nesse caso, obtém-se b como o valor que a função dada assume quando $x = 0$. O número $b = f(0)$, às vezes, se chama o valor inicial da função f. Quanto ao coeficiente **a**, ele pode ser determinado a partir do conhecimento dos valores

$f(x_1)$ e $f(x_2)$ que a função f assume em dois pontos distintos (porém arbitrários) x_1 e x_2:

$a = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$ (Fórmula 1) e $b = \frac{x_1 f(x_2) - x_2 f(x_1)}{x_2 - x_1}$ (Fórmula 2)

O número “a” é denominado coeficiente angular ou taxa de variação da função f no intervalo de extremos x_1 e x_2, e o número “b” é denominado de coeficiente linear e é o valor em que a função intercepta a ordenada quando x = 0.

Em geral, o ensino de funções se inicia formalmente a partir do 9º ano do Ensino Fundamental e envolve situações de covariação determinística, como o exemplo clássico da corrida de táxi (Figura 1), utilizando as representações verbal, numérica, gráfica e algébrica.

Figura 1 – Enunciado para contextualizar a função afim a partir da “corrida de táxi”

Foram registradas duas corridas de táxi no carro do Sr. Clóvis, durante uma manhã:

- Maria tomou o táxi, percorreu 2Km e pagou R$ 7,00.
- João tomou o táxi, percorreu 7Km e pagou R$ 17,00.

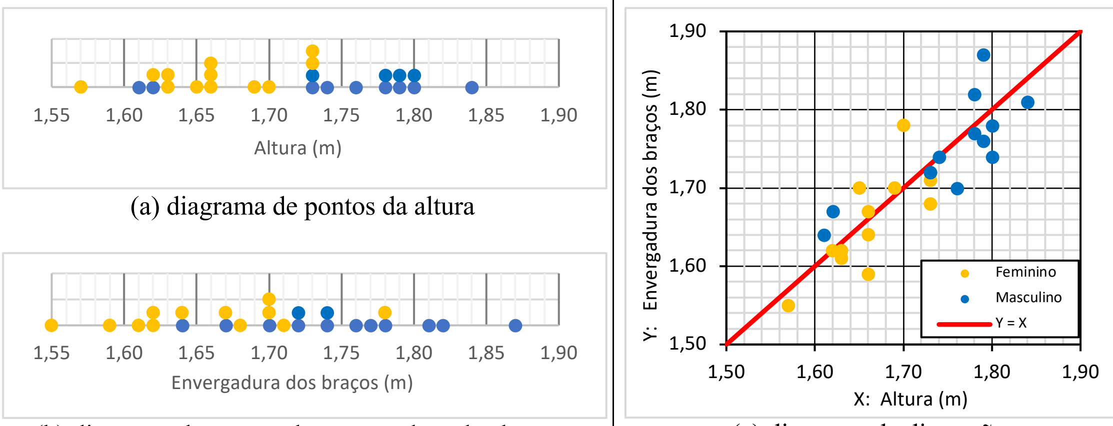
Questões:

1. Quantos quilômetros João percorreu a mais que Maria?
2. Quantos reais João pagou a mais que Maria?
3. Quanto custa percorrer 1 Km?

Fonte: Construído a partir dos dados de Santana (2020, Figura 21, p. 69).

Em contraste, na Figura 2, apresentamos um exemplo da distribuição dos dados de duas variáveis estatísticas quantitativas (altura e envergadura dos braços) por uma qualitativa (gênero) da sequência de ensino “Homem Vitruviano” de Silva, Magina e Silva (2010), que “testaram” a hipótese levantada por Vitruvius e sistematizada por Leonardo da Vinci: “A envergadura dos braços é igual à altura das pessoas”. Se essa hipótese fosse verdadeira todas as medidas deveriam cair em cima da linha vermelha da reta da igualdade (Y = X), mas o que observamos é que as medidas dos estudantes formam uma “nuvem de pontos” em torno dessa linha, no gráfico de dispersão (Figura 2c). Também podemos observar a dispersão dos dados quando os representamos de forma univariada, nos diagramas de pontos (Figuras 2a e 2b), tanto a altura quanto a envergadura dos braços das meninas se concentram mais à esquerda, enquanto nos meninos, essas medidas se concentram mais à direita.

Figura 2 – Distribuição e relação entre altura e envergadura dos braços por sexo



(a) diagrama de pontos da altura

(b) diagrama de pontos da envergadura dos braços

(c) diagrama de dispersão

Legenda: Ponto amarelo Feminino
Ponto azul Masculino

Fonte: construído a partir dos dados de Silva, Magina, Silva (2010, p. 84).

A partir desse diagrama de dispersão podemos trabalhar com os estudantes várias questões e aguçar sua curiosidade em relação ao conceito de função, tais como: a diferença da relação entre variáveis "matemáticas" e a relação entre variáveis estatísticas; a diferença entre a covariação determinística e a estatística; o papel das variáveis no contexto relacional (dependente ou independente); o sentido da relação que se estabelece entre essas variáveis, e como podemos "modelar" a nuvem de pontos, tendo em vista que essa relação não obedece a um dos pré-requisitos do conceito de função: "para um valor do domínio, só pode existir um único valor no contradomínio", dentre outras.

Observamos que na Educação Básica brasileira o conceito de associação e correlação entre variáveis estatísticas não faz parte do currículo como em Portugal (ANTUNES, 2015) ou Espanha (ESTEPA, 2008) e que esse conteúdo não é simples, uma vez que envolve outros conceitos tais como:

> variável estatística e distribuição bidimensional; diferentes tipos de frequências, dependência estatística, funcional e independência; covariação e correlação; regressão, variável dependente e independente, modelo e modelo linear, qualidade de ajuste e coeficiente de determinação, (BATANERO, GEA, ROA, ARTEAGA, CAÑADAS, 2016, p. 661).

Mesmo assim, consideramos pertinente seu ensino, do ponto de vista informal, para contextualizar o ensino de funções e, particularmente da função afim. Uma estratégia é a busca de retas que modelem a nuvem de pontos, escolhendo dois pontos, o que alguns pesquisadores têm denominado de *eye fit*, ou ajuste no olho (ou na expressão popular, "no olhômetro"). Acreditamos que essa é uma estratégia para mostrar aos estudantes que as relações entre as variáveis extrapolam a covariação determinística, que pode existir mais de uma reposta e que o desafio é encontrar a reta que descreve melhor essa relação.

LETRAMENTO ESTATÍSTICO E CICLO INVESTIGATIVO

Segundo Gal (2002), o letramento estatístico amplia a habilidade da leitura e interpretação de informações estatísticas de forma significativa para agirmos como cidadãos capazes de tomar decisões de forma consciente. Gal propôs um modelo composto por dois elementos, o de conhecimento e o de disposição. O elemento de conhecimento é constituído, por cinco componentes responsáveis pela competência em compreender, interpretar e avaliar criticamente as informações estatísticas, a saber: o próprio letramento; conhecimento estatístico; conhecimento matemático; conhecimento do contexto e a competência para elaborar questões. O elemento de disposição é composto pelas crenças e atitudes que moldam a visão de mundo do indivíduo; e a postura crítica, que é a aptidão para uma conduta questionadora, tendo consigo informações estatísticas.

Todavia, para desenvolver o letramento estatístico, é preciso que o estudante compreenda como são realizados os levantamentos estatísticos, como os dados são gerados, tratados e como se extraem conclusões a partir da problemática em estudo, o que implica no conhecimento do contexto do problema a ser investigado. Por essa razão, recorremos ao ciclo investigativo PPDAC proposto por Wild e Pfannkuch (1999) que é composto por cinco fases. O Problema (P) que se refere ao conhecimento do contexto dos dados, à definição do problema a ser investigado; o Planejamento (P), que se refere à definição das ações para a investigação, definição da população/amostra, variáveis, instrumentos; os Dados (D), que compreende o processo de coleta, limpeza e armazenamento dos dados; a Análise (A) se refere a análise dos dados; e a Conclusão (C) que encerra a investigação com um posicionamento crítico, reflexivo, com a comunicação dos dados, e geração de novas ideias e novos questionamentos.

CONSIDERAÇÕES METODOLÓGICAS

A pesquisa foi do tipo intervencionista, desenvolvida pelo primeiro autor, em uma turma do 1º ano do Ensino Médio, com 24 estudantes, do Curso Técnico de Enfermagem de um Colégio Estadual na Região Sul da Bahia. Os estudantes desenvolveram as atividades de forma coletiva e depois em duplas, em seis encontros, com duas horas aulas de 50 minutos cada, sendo todos filmados. Todos os procedimentos éticos foram seguidos e o projeto de pesquisa foi submetido e aprovado pelo Comitê de Ética da Universidade Estadual de Santa Cruz (UESC), sob protocolo CAAE 13628819.1.0000.5526.

A sequência de ensino é composta por três atividades. A primeira, apresenta o valor a ser pago e a distância percorrida em uma corrida de táxi, envolvendo uma covariação determinística; a segunda, a depreciação e a quilometragem rodada de automóveis, ambas variáveis estatísticas, envolvendo a covariação estatística. A terceira atividade, foco deste artigo, envolveu variáveis estatísticas (antropométricas), com dados coletados dos/pelos próprios estudantes, seguindo as cinco fases do ciclo investigativo PPDAC, tendo como pano de fundo o tema da obesidade.

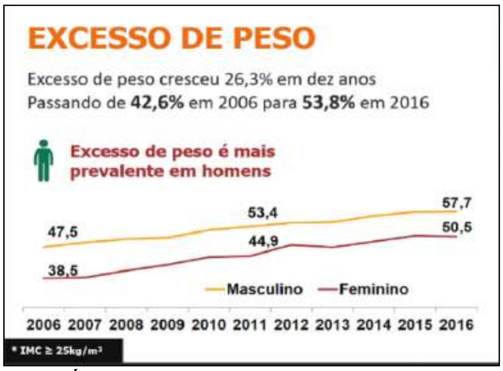
As três atividades tinham como objetivo mostrar a diferença entre as relações determinísticas, cuja covariação é fixa, isto é, para a variação de uma unidade da variável independente (X), sabemos a *priori* a variação da variável dependente (Y), o que não acontece com as relações entre variáveis estatísticas, pois na covariação estatística, para a variação de X, não sabemos a *priori* a variação de Y, precisamos estimá-la utilizando diversos métodos.

Além disso, na relação entre variáveis estatísticas nem sempre é evidente qual delas é a variável dependente, qual é a independente e que tipo de relação se estabelece entre elas, podendo haver sentido único (a massa corpórea depende da altura e não o inverso), como pode ter os dois sentidos (atitudes e desempenho em relação à Matemática) e, em alguns casos, não se pode determinar qual delas é a independente e qual a dependente.

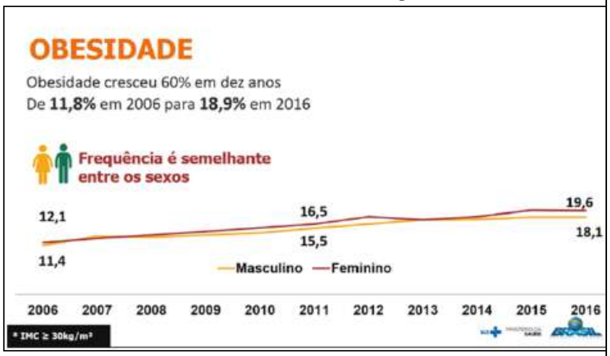
Para contextualizar o problema trabalhamos dois textos: “Aspectos das práticas alimentares e da atividade física como determinantes do crescimento do sobrepeso/obesidade no Brasil” de Mendonça e Anjos (2003) e “Excesso de peso, obesidade e educação no Brasil” de Dias-Junior e Verona (2019), que foram complementados com os gráficos e as estatísticas (Figura 3) do relatório do Sistema de Vigilância de Fatores de Risco e Proteção para Doenças Crônicas por Inquérito Telefônico, órgão do Ministério da Saúde – Vigitel (SANTANA, 2020).

Figura 3 – Crescimento da prevalência de obesidade em adultos no Brasil, de 2006 a 2016

Excesso de peso: IMC ≥ 25kg/m^2



Obesidade: IMC ≥ 30 kg/m^2



IMC: Índice de Massa Corpórea (IMC = Kg/A^2(m))

Fonte: Santana (2020, Figura 53 e Figura 54, pp. 108-109).

A partir da discussão, junto com os estudantes formulamos o Problema (P) a ser investigado "*Como estão os estudantes da turma com relação à obesidade?* Isto posto, passamos para a fase do Planejamento (P), perguntando aos estudantes como poderíamos responder à pergunta de pesquisa, quem consultaríamos: toda a escola ou só a turma, se isso seria representativo da população, que variáveis teríamos que levantar, como iriamos proceder etc. Todos concordaram que bastava medir a altura e a massa corpórea. Explicamos que iriamos recolher outras variáveis para complementar o diagnóstico. Ao todo recolhemos sete variáveis, como exemplificamos na Figura 4.

Figura 4 – Variáveis e dados estatísticos (hipotéticos) trabalhados na CEFA

Amostra: estudantes	Nome	Gênero (G)	Idade (I) em anos completos	Altura (A) em cm*	Envergadura dos braços (EB) em cm	Massa corpórea (MC) em kg	IMC (MC/A^2)*	Faixa de IMC**
 Ana, Bia, João e Clara ...	Ana	F	21	163	159	65	24,5	N
	Bia	F	42	162	167	72	27,4	S
	João	M	29	188	192	127	35,9	O2
	Clara	F	20	157	158	62	25,2	S
	...							

*No cálculo do IMC, a altura foi convertida para metros.
**Descrita na Figura 7b.
Fonte: Santana (2020, Figura 9, p. 44).

A seguir coletamos os Dados (D). Para medir a altura (A), colamos uma fita métrica na parede, no sentido vertical (Figura 5a); para medir a envergadura dos braços (EB) colamos na parede uma fita métrica, no sentido horizontal, na altura de 150 cm (Figura 5b); para aferir a massa corpórea (MC) levamos uma balança digital (Figura 5c). Os dados foram registrados em uma planilha EXCEL e cada estudante recebeu um cubo estatístico (Cazorla e Santana, 2020), de aresta de 5 cm, para registrar as seis variáveis quantitativas - idade (I), altura (A), envergadura dos braços (EB), massa corpórea (MC), índice de massa corpórea (IMC) e faixa de IMC - , uma em cada face. A cor dos cubos representou a variável qualitativa gênero (G): azul para os homens e laranja para as mulheres (Figura 5d).

Figura 5 – Coletando e registrando os dados das variáveis estatísticas

(a) medindo altura | (b) medindo envergadura dos braços | (c) Medindo a massa corpórea (peso) | (d) registrando os dados no cubo estatístico

Fonte: Santana (2020, Figura 55, p.110).

Para visualizar e registrar as variáveis construímos quatro banners: o primeiro tinha três metros de comprimento e meio metro de largura (Figura 6a), com uma malha quadriculada para registrar a altura/envergadura dos braços (de 150 até 200 cm), e a massa corpórea (50 até 100 kg). Cada quadradinho media 5,5 cm de lado, para nele colocar o cubo estatístico. O segundo banner era um quadrado de 1,5 m de lado, composto por três malhas quadriculadas de 3 cm de base para nele colar adesivos circulares de 2,5 cm de diâmetro e assim construir o diagrama de pontos univariado (Figura 6b).

O terceiro banner era um quadrado de 1,5m de lado que simulava o plano cartesiano, para realizar o diagrama de dispersão (Figura 7a), contendo a altura na abscissa e a envergadura dos braços (ou a massa corpórea) na ordenada (com duas escalas). Cada quadradinho do plano tinha 3 cm de lado, para colar os adesivos circulares. O quarto banner, também simulava um plano cartesiano relacionando a altura e a massa corpórea, todavia na interseção continha o IMC, colorido por faixas (Figura 7b). Disponibilizamos para os estudantes adesivos circulares vermelho para representar os dados de IMC e MC sem distinção do gênero, e adesivos circulares em duas cores, azul para homens e laranja para mulheres para o registro das demais medidas nos banners.

Na quarta fase, Análise (A), os estudantes de posse dos dados levantados realizaram representações no contexto univariado e bivariado e buscaram encontrar a reta que melhor descrevia a relação entre as variáveis estatísticas investigadas. Foi nesta etapa em que os estudantes foram desafiados a analisar a covariação estatística e buscar a função afim que descrevesse essa covariação.

Na quinta e última fase, Conclusão (C) solicitamos aos estudantes que respondessem à pergunta formulada na fase do Problema "*Como estão os estudantes da turma com relação à obesidade?*", a partir dos resultados.

Neste artigo apresentamos a análise da produção dos estudantes na sequência didática descrita anteriormente.

ANÁLISE DOS RESULTADOS

Durante o registro dos dados no cubo, os estudantes ficaram muito entusiasmados e diziam "*Vamos colocar uma medida em cada face do cubo*." e perguntavam "*Como é que calcula o IMC?"*, "C*omo será minha classificação de IMC?*" e alguns colegas respondiam "*Tem a fórmula no cubo!*" e "*Você deve estar acima do peso (risos)!*"

Podemos perceber por essas falas, o engajamento dos estudantes na atividade, assim como encontrado por Severino (2011) e Antunes (2015), não apenas pelos dados serem deles, mas pelo tema ser de interesse deles, criando um ambiente motivador, despertando o componente atitudinal, necessário para o letramento estatístico (GAL, 2002). Neste ponto os estudantes mobilizaram também o seu conhecimento do contexto, outro importante componente do letramento estatístico.

Iniciamos a análise da altura, de forma coletiva, olhando a distribuição dos cubos no banner do chão (Figura 6a), fazendo perguntas do tipo: o que vocês podem perceber com relação à distribuição dos cubos por cores (Gênero)? Podemos estimar visualmente a média? Qual é amplitude das medidas dos homens, das mulheres e geral? Em que gênero ocorre maior variação? A seguir analisamos comparativamente a distribuição da altura, envergadura dos braços e massa corpórea no banner colado na parede (Figura 6b).

Na estimativa visual fomos conduzindo os estudantes a partir de seus palpites, questionando sua razoabilidade, como por exemplo, um dos primeiros palpites para média da altura foi 190 cm, a partir dessa resposta solicitamos que olhassem quantos cubos estavam abaixo desse valor (a maioria, vide Figura 6a), e desse modo outros estudantes perceberam que a média deveria ficar mais próxima de 160 cm. Nesse momento solicitamos aos estudantes que anotassem nos seus cadernos os valores para as médias a partir dos seus palpites. Aqui os estudantes mobilizaram tanto o conhecimento matemático, como o estatístico, estabelecendo conexões entre esses outros dois componentes do letramento estatístico.

Figura 6 – Representando as variáveis estatísticas de forma univariada com o diagrama de pontos
a) utilizando o cubo estatístico (b) utilizando os círculos adesivos

Fonte: Construído a partir das Figura 56 e 57 de Santana (2020, p. 112).

Para realizar a análise bivariada das variáveis quantitativas, solicitamos aos estudantes que olhassem sua altura e envergadura dos braços registrados no cubo estatístico, identificassem o par ordenado (altura, envergadura) e colassem o círculo adesivo no quadradinho correspondente terceiro banner (Figura 7a). Terminado o registro, solicitamos que examinassem visualmente a nuvem de pontos e se posicionassem com relação à conjectura de Vitruvius, de que a envergadura dos braços é igual à altura da pessoa, demarcada pela diagonal sombreada no banner. Em um primeiro momento, os estudantes focaram suas análises nos casos particulares, em especial naqueles que tinham as duas medidas iguais e os que se distanciavam para baixo da diagonal (braços mais curtos) ou para cima (braços mais compridos). Para eles não havia relação, mas fomos fazendo perguntas de forma que eles conseguiram ver a relação entre as duas variáveis, isto é, quando a pessoa é mais alta tende a ter os braços mais compridos, permitindo a percepção e apreensão da covariação estatística e da relação linear e direta. Este resultado é muito similar ao encontrado por Antunes (2015).

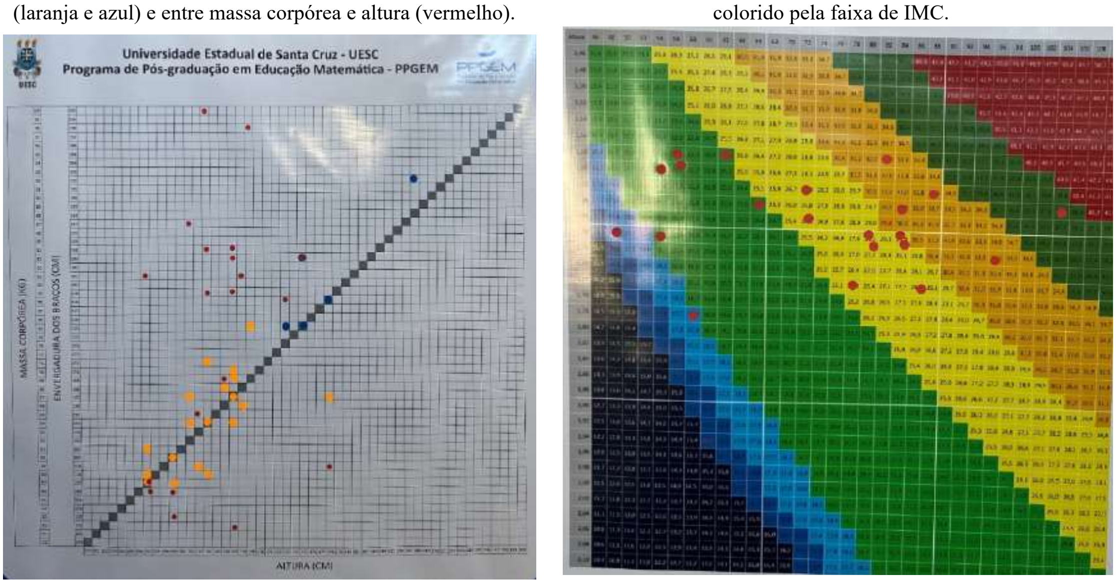
Utilizando o mesmo banner, solicitamos aos estudantes que olhassem sua massa corpórea e sua altura e colassem os círculos vermelhos no local correspondente. Os estudantes ficaram surpresos ao ver que a nuvem de pontos era completamente espalhada, sem nenhuma lógica (Figura 7a). Após essas discussões, os estudantes também colocaram círculos vermelhos no diagrama de dispersão no quarto banner (Figura 7b) que relaciona a altura e a massa corpórea, iniciando a escala do canto superior esquerdo e colorido pela faixa de IMC, indo do azul (no canto inferior esquerdo) - "Abaixo do peso" (menos do que 18,5); verde claro - "Peso normal" (entre 18,5 e 24,9); amarelo - "Sobrepeso" (entre 25 e 29,9); laranja - "Obesidade grau 1" (entre 30 e 34,9); verde escuro - "Obesidade grau

2” (entre 35 e 39,9) e vermelho - “Obesidade grau 3” (mais do que 40), no canto superior direito.

Figura 7 – Diagrama de dispersão construído com os dados dos estudantes

(a) diagrama de dispersão entre a envergadura e a altura (laranja e azul) e entre massa corpórea e altura (vermelho).

(b) diagrama de dispersão entre a altura e a massa coporea, colorido pela faixa de IMC.



Fonte: Construído a partir das Figura 59 e 60 de Santana (2020, p. 114 e 116).

Mais uma vez os estudantes ficaram perplexos ao constatar que a maioria estava acima do peso, o que já havia sido intuído por eles. No entanto, a comprovação pelos dados provocou preocupação e comentários do tipo: “*precisamos cuidar melhor de nossa alimentação*”, “*das atividades físicas*”, entre outros que demonstraram a tomada de consciência a partir dos dados, das evidências empíricas. Nesse sentido, constatamos que a atividade foi capaz de novamente mobilizar o componente atitudinal do letramento estatístico.

Consideramos que a atividade como um todo foi capaz de mobilizar os diferentes componentes do letramento estatístico, com ênfase no componente atitudinal, permitindo aos estudantes a tomada de consciência do risco de obesidade e da necessidade de tomar atitudes em prol do cuidado com a saúde, o que acreditamos ter sido de extrema importância.

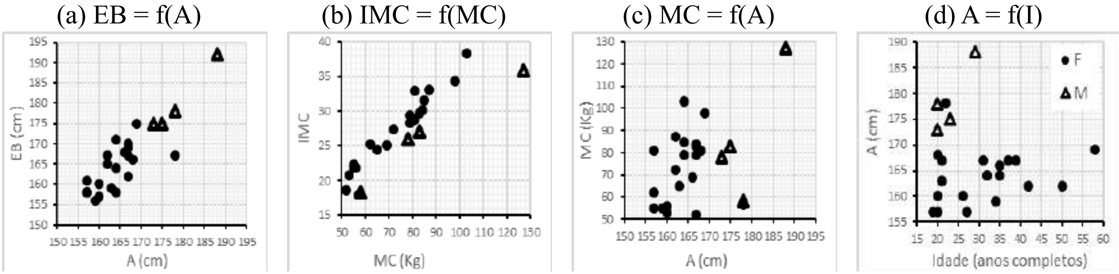
Dando continuidade à atividade, iniciamos o trabalho no ambiente papel e lápis. Os estudantes realizaram a análise univariada e, em seguida, iniciaram a análise da relação entre duas variáveis (bivariada), para o qual disponibilizamos em papel o diagrama de dispersão das variáveis envolvidas (Figura 8). A tarefa era analisar o tipo de relação entre as variáveis, escolher dois pontos, os que eles achassem mais convenientes e calcular a função afim, interpretando os resultados.

Analisando *a priori* a nuvem de pontos podemos observar que nos dois primeiros gráficos ela descreve uma covariação estatística, com uma relação linear e crescente. Já nos dois últimos gráficos, a nuvem de pontos se espalha desordenadamente no plano cartesiano, sem nenhuma tendência, indicando inexistência de covariação estatística, com uma relação fraca ou inexistente entre essas variáveis.

Destacamos nesse ponto o cuidado e o planejamento que o professor deve ter quando pretende trabalhar com a relação entre variáveis estatísticas, pois elas podem não estar relacionadas, ou dependendo da amostra, essa relação pode ou não existir. Por exemplo, a altura e a massa corpórea dependem da idade, quando a pessoa está em fase de crescimento (entre 0 a 18 anos), após atingir a maturidade essa relação desaparece, como veremos na análise dos estudantes que trabalharam a relação entre essas duas variáveis.

Figura 8 – Características das relações entre as variáveis estatísticas analisadas pelas duplas

(a) EB = f(A) (b) IMC = f(MC) (c) MC = f(A) (d) A = f(I)



Fonte: Santana (2020, Figura 61, p. 117).

No Quadro 1 apresentamos as respostas dadas pelas duplas e observamos que a maioria determinou o coeficiente angular dividindo a variação de Y pela variação de X, sem questionar o resultado. Quanto ao coeficiente linear, nenhuma dupla utilizou a Fórmula 2 (LIMA, CARVALHO, WAGNER, MORGADO, 2012) e todas as duplas prolongaram as retas até essa interceptar a ordenada.

Quadro 1 – Características das atividades das duplas na atividade da função afim

Variáveis estatísticas	Duplas	Pares escolhidos	Coeficiente angular (*)	Coeficiente linear	Função afim encontrada	Interpretação
EB = f (A)	D1	(160;160) e (164;164)	1	150	Y = 1X + 150	Em branco
	D3	(157;161) e (165;164)	3/8	Não	Não	Não prosseguiu
	D10	(158;158) e (175;175)	1	150	Y = 1X + 150	Em branco
IMC = f(MC)	D4	(70; 25) e (100; 35)	3 (Inverteu)	Não	Não	Em branco
	D5	(65; 24) e (74; 28)	3,5 (Inverteu)	19	3,5X + 19	Função afim, existe uma relação entre a MC e o IMC
MC = f(A)	D2	(157; 61) e (162; 71)	2 (Inverteu)	50	Y = 2X + 50	Função Afim
	D8	(157; 61) e (167; 71)	1 (Inverteu)	Não	Y = 1X	Não prosseguiu

	D11	(157; 62) e (162; 72)	2 (Inverteu)	50	Y = 2X + 50	Função afim ou linear
A = f(I)	D6	(20; 60) e (37; 167)	0,41	158	Y = 2X + 158	Função Afim
	D7	(20; 157) e (37; 167)	0,58	Não	Não	Em branco
	D9	(19; 157) e (35; 166)	0,56	155	Y = 0,56X + 155	Em branco

(*) Inverteu a ordem dos divisores.
Fonte: Santana (2020, Quadro 6, p. 120).

Analisando as respostas das duplas que trabalharam a envergadura dos braços e a altura, que poderia ser modelada pela função linear Y = X, verificamos que as Duplas 1 e 10 escolheram pontos com coordenadas iguais. Na Figura 9 apresentamos as respostas da Dupla 1 que escolheu os pontos A (160, 160) e B (164, 164), calculou a variação de X (4 cm), a variação de Y (4 cm) e o coeficiente angular (4/4=1) de forma correta, todavia não conseguiram interpretar seu significado, isto é, para cada centímetro a mais na altura, a envergadura variava "em média" também em um centímetro. A Dupla prolongou a reta até interceptar a ordenada em 150 e assumiu esse valor como o coeficiente linear da expressão algébrica da reta, o que mostra uma incompreensão do conceito de coeficiente linear, isto é, que b é o valor da ordenada quando x = 0 e no caso dos pontos escolhidos por eles x = 150, quando a ordenada é 150. Outras incompreensões observadas no protocolo dizem respeito a dificuldade da dupla em lidar com a transformação do registro algébrico, eles escrevem que 1x + 150 = x = 150 -1 = 149. Observamos que a sequência de igualdades não é verdadeira, eles juntam o coeficiente de x com o termo independente 150 e obtém 149, que não se tem ideia do que seja. A Dupla concluiu que existe relação entre as variáveis. Estes resultados corroboram os encontrados por Delgado (2010), que também constatou o despreparo dos estudantes em relação as operações aritméticas básicas que comprometeram o tratamento da forma algébrica.

Sendo assim, chamamos atenção novamente para o planejamento do trabalho com as variáveis estatísticas: é desejável verificar quais são os conhecimentos matemáticos prévios necessários, a fim de que a atividade possa atingir os objetivos desejados.

Figura 9 – Respostas dadas pela Dupla 1

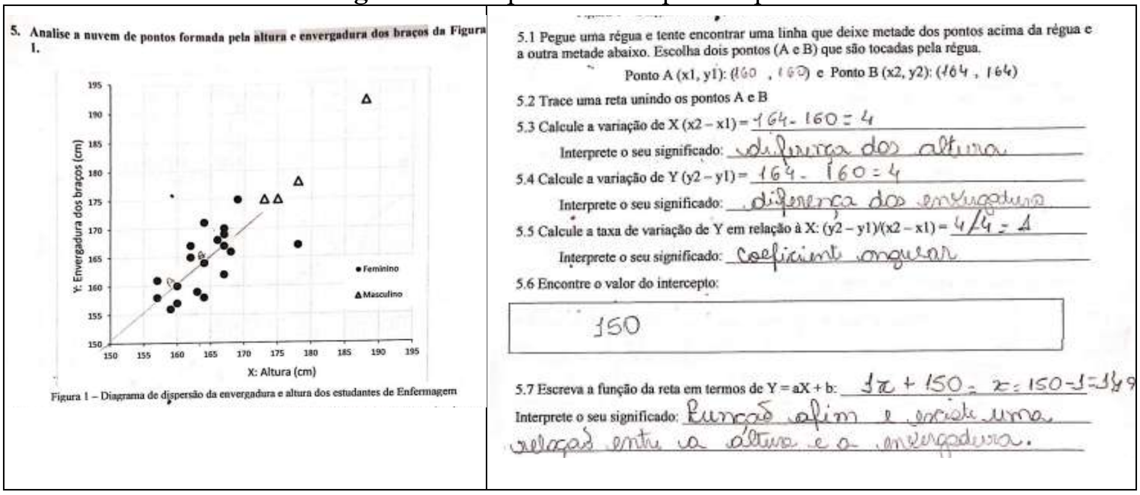

5. Analise a nuvem de pontos formada pela altura e envergadura dos braços da Figura 1.

Figura 1 – Diagrama de dispersão da envergadura e altura dos estudantes de Enfermagem

5.1 Pegue uma régua e tente encontrar uma linha que deixe metade dos pontos acima da régua e a outra metade abaixo. Escolha dois pontos (A e B) que são tocadas pela régua.

Ponto A (x1, y1): (160 , 160) e Ponto B (x2, y2): (164 , 164)

5.2 Trace uma reta unindo os pontos A e B

5.3 Calcule a variação de X (x2 – x1) = 164- 160 = 4

Interprete o seu significado: diferença dos altura

5.4 Calcule a variação de Y (y2 – y1) = 164- 160 = 4

Interprete o seu significado: diferença dos envergadura

5.5 Calcule a taxa de variação de Y em relação à X: (y2 – y1)/(x2 – x1) = 4/4 = 1

Interprete o seu significado: Coeficient angular

5.6 Encontre o valor do intercepto:

150

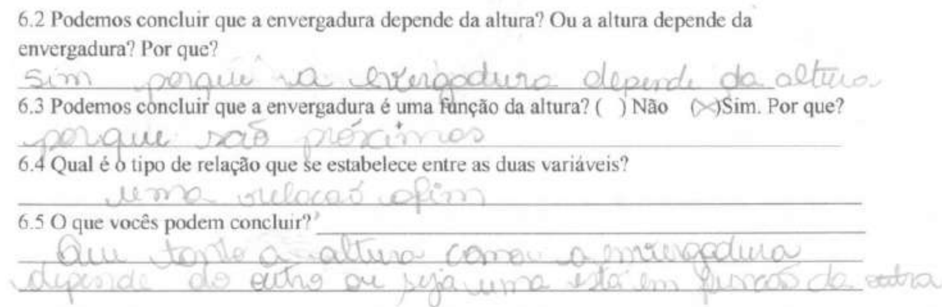
5.7 Escreva a função da reta em termos de Y = aX + b: 1x + 150 = x = 150-1=149

Interprete o seu significado: Função afim e existe uma relação entre a altura e a envergadura.

Fonte: Santana (2020, Figura 66, p. 119).

Verificamos que a Dupla 10, assim como a Dupla 1, escolheu os pontos (158, 158) e (175,175), encontrando a mesma função afim, na Figura 10 apresentamos a interpretação dessa Dupla. A Dupla 3 escolheu pontos diferentes e encontrou o coeficiente angular igual 3/8 e não conseguiu avançar na análise dos dados.

Figura 10 – Resposta da Dupla 10 na análise da relação entre envergadura e altura


6.2 Podemos concluir que a envergadura depende da altura? Ou a altura depende da envergadura? Por que?

Sim porque a envergadura depende da altura

6.3 Podemos concluir que a envergadura é uma função da altura? ( ) Não (X) Sim. Por que?

porque são próximos

6.4 Qual é o tipo de relação que se estabelece entre as duas variáveis?

uma relação afim

6.5 O que vocês podem concluir?

Que tanto a altura como a envergadura depende do outro ou seja uma está em função da outra

Fonte: Santana (220, Figura 68, p. 121)

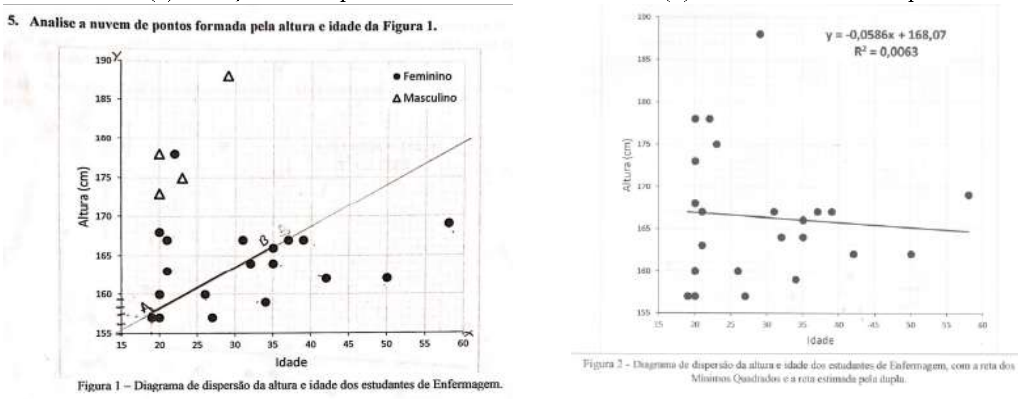
Em seguida, foi apresentado às duplas, o diagrama de dispersão com a reta ajustada pelo método “Mínimos Quadrados”, explicando que esse método encontra uma função que passa o mais próximo possível de todos os pontos, minimizando os erros entre o verdadeiro valor e o valor estimado pela função. Após a explicação, solicitamos às duplas confontrar a função encontrada pelos mínimos quadrados com a função encontrada por elas.

Na Figura 11a apresentamos o diagrama de dispersão entre a altura e a idade realizada pela Dupla 9. A dupla escolheu os pontos (19, 157) e (35, 166), encontrando corretamente o coeficiente angular 0,56; contudo, eles registraram 155 para o coeficiente linear, chegando à função: Y = 0,56X + 155. Na Figura 11b apresentamos a função afim calculada a partir dos Mínimos Quadrados e na Figura 12 apresentamos as respostas da

Dupla às questões solicitadas.

Figura 11 – Diagrama de dispersão da altura em relação à idade

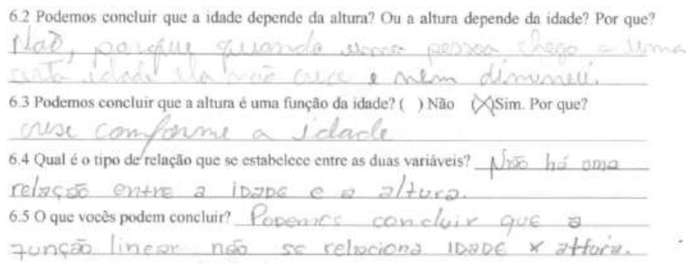
(a) Solução da Dupla 9 (b) A reta de mínimos quadrados



Fonte: Santana (2020, Figura 69, p. 122).

Na Figura 12 observamos que a Dupla 9 respondeu acertadamente que as duas variáveis não estão relacionadas no item 6.2: "Não, porque quando uma pessoa chega a uma certa idade ela não cresce, nem diminui". Mas aparentemente não têm muita certeza sobre a resposta anterior, pois se contradizem no item 6.3: "Sim, cresce conforme a idade", provavelmente induzidos pelo fato de o ser humano crescer até alcançar a maturidade. Ao final da atividade, as respostas nos itens 6.4 e 6.5 reforçam a compreensão de que as duas variáveis não se relacionam e, portanto, não existe uma função que relacione as duas variáveis. No item 6.4 responderam: "Não há relação entre a idade e a altura e, no item 6.5: acreditamos que os estudantes quiseram dizer que a função linear não "modela" a relação entre a idade e altura".

Figura 12 – Respostas da Dupla 9 às questões da altura em relação à idade.


6.2 Podemos concluir que a idade depende da altura? Ou a altura depende da idade? Por que?
Não, porque quando uma pessoa chega a uma certa idade ela não cresce e nem diminui.
6.3 Podemos concluir que a altura é uma função da idade? ( ) Não (X) Sim. Por que?
cresce conforme a idade
6.4 Qual é o tipo de relação que se estabelece entre as duas variáveis? Não há uma relação entre a idade e a altura.
6.5 O que vocês podem concluir? Podemos concluir que a função linear não se relaciona idade × altura.

Fonte: Santana (2020, Figura 70, p. 122).

Essas contradições parecem ser provenientes dos conflitos que os estudantes vivenciaram, pois de um lado perceberam que as variáveis não "covariam", isto é, que uma varia independentemente da variação da outra; mas por outro lado se valem de suas crenças, pois recorrem a relação que existe entre a altura e a idade, quando constatam que as pessoas crescem até atingir a maturidade. O fato de não analisarem e argumentarem com base nos dados que tinham em mãos, também foi constatado por Antunes (2015). Estes resultados nos indicam que se faz necessário retomar os conceitos e esclarecer aos estudantes que eles precisam confrontar suas crenças e preconceitos com a evidência dos dados, com vistas a atingir o letramento estatístico.

Uma resposta que nos chamou a atenção foi a análise realizada pela Dupla 5 que trabalhou a relação entre o IMC e a MC. Eles perceberam que havia relação entre as variáveis, justificando que o IMC utilizava a MC para seu cálculo, o que foi bastante satisfatório.

Nesta atividade verificamos que a maioria das duplas prolongou a reta até ela interceptar a ordenada e tomaram esse valor como o valor do coeficiente linear. Essa estratégia seria adequada se o diagrama de dispersão iniciasse no ponto de origem (0,0). Todavia, apresentamos todos os diagramas com as escalas truncadas na amplitude dos valores das variáveis, tendo como ponto de interseção os pares (150; 150) para o caso da altura e envergadura (ver Figura 8).

Este resultado nos faz refletir que devemos alertar os estudantes na leitura de gráficos estatísticos, pois muitos deles são apresentados com os eixos truncados, como uma estratégia para dar maior visibilidade a nuvem de pontos, mas que podem induzir ao erro. Por outro lado, iniciar o gráfico na origem (0,0) implicará que os dados ficarão apinhados no canto superior direito, logo temos um dilema didático a resolver.

As duplas concluíram que a maioria da turma estava acima do peso e demonstraram intenções de tomar atitudes para sanar o problema, especialmente por se tratarem de estudantes do curso técnico em Enfermagem, cientes dos problemas de saúde que a obesidade acarreta.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Os estudantes consideraram a atividade bastante produtiva para a aprendizagem da Matemática e o contexto de vida deles, reclamando apenas da quantidade de conteúdos que não conheciam e do pouco tempo para realizar as atividades.

O engajamento e a perplexidade dos estudantes ao constatarem que a maioria estava acima do peso nos permitem concluir que a sequência elaborada contribuiu para alertá-los sobre a necessidade de tomarem algumas atitudes como cuidar melhor da alimentação e realizar atividades físicas, isto é, construíram um conhecimento escolar útil, que pode subsidiar a tomada de decisões em prol de seu bem-estar, evidenciando sinais de letramento estatístico.

Nesse sentido, verificamos que esta sequência de ensino mobiliza os diversos aspectos do componente cognitivo do letramento estatístico, iniciando pelo próprio letramento e o conhecimento do contexto, mediante a leitura e discussão dos textos sobre a obesidade no Brasil, na fase da definição do problema a ser investigado pelos estudantes; o conhecimento matemático nos conceitos subjacentes, as grandezas e medidas na mensuração das variáveis, no cálculo do IMC, nos constituintes do plano cartesiano, no conceito de função afim e o cálculo de seus coeficientes; o conhecimento estatístico quando se envolve conceitos como população, amostra, média, variável (dependente, independente, qualitativa, quantitativa), covariação; a mobilização visando a elaboração de questões críticas, quando os estudantes são instigados a descrever a distribuição dos dados e comparar por gênero. Da mesma forma, a sequência mobiliza o componente atitudinal, pois desafia aos estudantes a repensarem suas crenças e se posicionarem diante dos dados e o mais importante, conseguiu mobilizar os estudantes na tomada de consciência sobre sua saúde.

Foi possível verificar que os estudantes refletiram sobre a função afim, pois utilizamos exemplos próximos de sua vivência, como a corrida de taxi e a depreciação de veículos. Nesses exemplos, os estudantes foram desafiados a reconhecer o tipo de variável (matemática e estatística), a variável dependente e independente, os coeficientes que a compõem, bem como sua representação gráfica. A análise do valor dos automóveis levou os estudantes a perceberem que o preço varia não somente pela quilometragem rodada, mas pela marca, o modelo, o ano do automóvel dentre outros fatores e, portanto, veículos com a mesma quilometragem, podem ter valores bastante diferentes. Os estudantes teceram paralelos com a compra e venda de motocicletas, muito comum entre eles. Já o trabalho com as variáveis antropométricas, coletadas por eles, permitiu vivenciar a natureza das variáveis estatísticas, suas possíveis relações e o ajuste da função afim, a partir da técnica da escolha de dois pontos (*eye fit*).

Todavia, o estudo da função afim contextualizada pelas variáveis estatísticas, nos alerta também de que é preciso garantir a aquisição dos conhecimentos prévios para o alcance pleno dos objetivos. Esses resultados são concordantes com os obtidos por Antunes (2015) e Barreto (2008), em que houve a persistência de dificuldades em relação à justificativa da associação entre as variáveis, os estudantes recorriam a dados isolados, ou se baseavam em suas crenças e não na evidência dos dados. Esses autores elencaram a falta de conhecimentos prévios, ausência dos estudantes nas aulas e fatores da organização escolar, como obstáculos ao alcance dos objetivos educacionais propostos, também verificados no nosso trabalho, além do pouco tempo para a disciplina (duas horas aula por semana).

Os resultados aqui apresentados nos permitem concluir que as variáveis estatísticas podem contribuir na contextualização da função afim, em especial aquelas que fazem parte da vivência dos estudantes, de forma a engajá-los no processo de construção do conceito. O fato de a sequência ter tido como princípios o letramento estatístico e o ciclo investigativo, permitiu envolver os estudantes em todo o processo.

Nesse sentido, o nosso trabalho amplia as possibilidades de contextualização, trazendo problemas reais dos estudantes, de urgência social, assim como o trabalho de Barreto (2008).

O uso de temas de urgência social, como a obesidade, com a participação ativa dos estudantes criou um ambiente motivador, também relatado por Barreto (2008) e Severino (2011), propiciando condições favoráveis para a compreensão dos conceitos matemáticos e estatísticos envolvidos numa perspectiva crítica, como proposto por Gal (2002) e Wild e Pfannkuch (1999).

Como limitações, além das já sinalizadas, apontamos a preparação do professor para realizar a atividade, pois tratar estatisticamente dados reais de aproximadamente 30 estudantes, requer um planejamento meticuloso e gestão de sala aula.

Dessa forma, acreditamos que será necessário preparar professores que possam trabalhar temas de urgência social, uma vez que segundo a BNCC (BRASIL, 2019), deverão ser implementados na Educação Básica, os Temas Contemporâneos Transversais, integrando os diferentes componentes curriculares, levando em consideração o contexto escolar, o contexto social, a diversidade e o diálogo.

Nesse sentido, defendemos que a Estatística pode fazer a articulação dos temas com os demais conteúdos, colocando o estudante no centro do processo, questionando a realidade, conjecturando hipóteses, levantando e tratando dados para a partir da evidência, se posicionar e tomar decisões, como preconizado pela BNCC. Se trabalharmos a Estatística da perspectiva do letramento estatístico e do ciclo investigativo, estaremos contribuindo para mostrar a relevância do conhecimento escolar na formação do cidadão.

REFERÊNCIAS

ANTUNES, P. A. R. **A aprendizagem da covariação estatística com recurso ao tinkerplots: um estudo com alunos do 10.º ano**. Dissertação (Mestrado em Educação), Universidade de Lisboa, Portugal, 2015.

AZEVEDO, R. S. **Resolução de problemas no ensino de função afim**. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT), Instituto de Matemática Pura e Aplicada, Rio de Janeiro, 2014.

BARRETO, M. M. **Matemática e Educação Sexual: modelagem do fenômeno da absorção/eliminação de anticoncepcionais orais diários**. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática). Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre. 2008. Disponível em: http://euler.mat.ufgrs.br/~vclotilde. Acesso em: 4 out. 2019.

BATANERO, C.; GEA, M.; ROA, R.; ARTEAGA, P.; CAÑADAS, G. Interpretando la correlación**. Acta Latinoamericana de Matemática Educativa**: Capítulo 2 / Propuestas para la enseñanza de las Matemáticas. Local: Promotor do evento, 2016. p. 660-667. Disponível em: http://funes.uniandes.edu.co/11670/1/Batanero2016Interpretando.pdf. Acesso em: 4 out. 2019.

BRASIL. Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica. **Orientações Curriculares para o Ensino Médio**, Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília: MEC/SEB, 2006.

BRASIL**.** Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_publicacao.pdf. Acesso em: 20 set. 2019.

BRASIL**.** Ministério da Educação. **Temas Contemporâneos transversais na BNCC: Contexto Histórico e pressupostos pedagógicos**. Brasília: MEC, 2019. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/implementacao/contextualizacao_temas_contemporaneos.pdf. Acesso em: 20 set. 2020.

CAZORLA, I. M.; SANTANA, C. V. O cubo estatístico: material para trabalhar variáveis estatísticas. **Anais** do X CIEM, Lima Peru, 2020. Disponível em: http://congreso.pucp.edu.pe/xciem/wp-content/uploads/sites/59/2019/02/XCIEM_programa_resumenes_14_02_2020.pdf. Acesso em: 27 mai. 2020.

CAZORLA, I. M.; UTSUMI, M. C.; MONTEIRO, C. E. F.. Variáveis estatísticas e suas representações em gráficos: reflexões para seu ensino. **Números**, n. 106, p. 23-32, 2021.

DELGADO, C. J. B. **O ensino da função afim a partir dos registros de representação semiótica**. 2010. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências), Universidade do Grande Rio, Duque de Caxias, Janeiro, 2010. Disponível em: http://www2.unigranrio.br/unidades_adm/pro_reitorias/propep/stricto_sensu.old/cursos/mestrado/ensino_ciencias/galleries/downloads/dissertacoes/dissertacao_carlos_jose_borges_delgado.pdf. acesso em 6 de set. 2019.

DIAS-JUNIOR, C. S.; VERONA, A. P. Excesso de peso, obesidade e educação no Brasil. **Saúde** (Sta. Maria), v. 45, n. 2, p. 1-8, 2019. Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/334654096_Excesso_de_peso_obesidade_e_educacao_no_Brasil. acesso em 6 de set. 2019.

ESTEPA, C. A. Interpretación de los diagramas de dispersión por estudiantes de bachillerato. **Enseñanza de las ciencias**, v. 26, n. 2, p. 257-270, 2008.

GAL, I. Adult's Statistical Literacy: meanings, components, responsibilities. **International Statistical Review**, v. 70, n. 1, p. 1-25, 2002.

KATAOKA, V. Y., SILVA, C. B.; CAZORLA, I. M. Raciocínio de covariação em professores de Matemática. In. S. SAMÁ, S.; PORCIÚNCULA, M. (Org.). **Educação Estatística**: ações e estratégias pedagógicas no Ensino Básico e Superior. Curitiba:

CRV, 2015. p. 55-66.

LIMA, E. L.; CARVALHO, P. C. P; WAGNER, E.; MORGADO, A. C. **A Matemática do Ensino Médio**. (Coleção do Professor de Matemática). Rio de Janeiro: SBM, 2012.

LOPES, J. P. **Fragmentações e aproximações entre matemática e física no contexto escolar: problematizando o conceito de função afim**. Dissertação (Mestrado em Educação Científica e Tecnológica), Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2005.

MENDONÇA, C. P.; ANJOS, L. A. dos. Aspectos das práticas alimentares e da atividade física como determinantes do crescimento do sobrepeso/obesidade no Brasil. **Cadernos de Saúde Pública**, v. 20, n. 3, p. 698 – 709, 2004. Disponível em: <http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0102-311X2004000300006>. Acesso em: 6 set. de 2019.

MORITZ, J. Reasoning about covariation. In BEN-ZVI, D.; GARFIELD, J. (Eds.), **The Challenge of Developing Statistical Literacy, Reasoning and Thinking**. Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 2004. p. 227–255.

SANTANA, C. V. **Relações entre variáveis estatísticas na contextualização e apropriação da função afim.** Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Universidade Estadual de Santa Cruz, Ilhéus, 2020.

SEVERINO, V. T. **Experimento de ensino de covariação no contexto do Homem Vitruviano**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Universidade Bandeirante de São Paulo, São Paulo, 2011.

SILVA, C. B.; MAGINA, S.; SILVA, E. Homem Vitruviano. In CAZORLA, I.; SANTANA, E. (Org.). **Do Tratamento da Informação ao Letramento Estatístico**. Itabuna: Via Litterarum, 2010.p. 80-93.

TORTOLA, E.; REZENDE, V. O estudo de função afim na fatura de energia elétrica por meio da Modelagem Matemática e da Engenharia Didática. **Anais** do XIII CIAEM-IACME, Recife, Brasil, 2011. Disponível em: https://xiii.ciaem-redumate.org/index.php/xiii_ciaem/xiii_ciaem/paper/viewFile/1131/114. Acesso em: 15 nov. 2019.

WILD, C.; PFANNKUCH, M. Statistical Thinking in Empirical Enquiry. **Internacional Review,** v. 67, n. 3, p. 223-265, 1999. Disponível em: http://www.stat.aucland.ac.nz/~iase/publications/isr/99.wild.pfannkuch.pdf. Acesso em: 15 nov. 2019.

Submetido em 13 de novembro de 2020.
Aprovado em 12 de fevereiro de 2021.