



Materiais manipuláveis e conceitos geométricos: uma sequência de ensino desenvolvida na Educação de Jovens e Adultos

Eurivalda Santana¹

Universidade Estadual de Santa Cruz (UESC), Departamento de Ciências Exatas e Tecnológicas,
Ilhéus, BA, Brasil

Nerivaldo Honorato da Cruz Santos²

Universidade Estadual de Santa Cruz (UESC), Departamento de Ciências Exatas e Tecnológicas,
Ilhéus, BA, Brasil

Maria Elizabete de Souza Couto³

Universidade Estadual de Santa Cruz (UESC), Departamento de Ciências Exatas e Tecnológicas,
Ilhéus, BA, Brasil

Zulma Elizabete de Freitas Madruga⁴

Universidade Estadual de Santa Cruz (UESC), Departamento de Ciências Exatas e Tecnológicas,
Ilhéus, BA, Brasil

Resumo

O objetivo deste artigo é analisar as contribuições que uma sequência de ensino, elaborada com situações que usam materiais manipuláveis, pode trazer para a aprendizagem de conceitos de cubo e de quadrado na Educação de Jovens e Adultos (EJA). O aporte teórico utilizado é a Teoria dos Campos Conceituais. Foi aplicada uma sequência de ensino, em uma turma de 25 alunos do terceiro tempo formativo, Eixo VII da EJA em uma Escola Pública de nível médio no Brasil. Foram identificadas contribuições para a aprendizagem dos envolvidos, tais como: possibilidades de mudança de posição do aluno enquanto aprendiz; aumento da motivação do aluno para participar das aulas; facilidade da identificação de dificuldades dos alunos; possibilidade de maior compreensão dos

Submetido em: 13/09/2019

Aceito em: 19/01/2020

Publicado em: 02/02/2020

¹ Pós-doutorado em Didática da Matemática pela Universidade de Lisboa. Doutora em Educação Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo – PUC/SP. Professora do Departamento de Ciências Exatas e Tecnológicas da Universidade Estadual de Santa Cruz - UESC. Endereço para correspondência: Campus Soane Nazaré de Andrade, Rod. Jorge Amado, Km 16 - Salobrinho, Ilhéus – BA. E-mail: eurivalda@uesc.br.

² Licenciado em Matemática pela Universidade Estadual de Santa Cruz - UESC. Endereço para correspondência: Campus Soane Nazaré de Andrade, Rod. Jorge Amado, Km 16 - Salobrinho, Ilhéus – BA. E-mail: neryhonorato@hotmail.com.

³ Doutora em Educação pela Universidade Federal de São Carlos/SP. Professora do Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática e do Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade Estadual de Santa Cruz - UESC. Endereço para correspondência: Campus Soane Nazaré de Andrade, Rod. Jorge Amado, Km 16 - Salobrinho, Ilhéus – BA. E-mail: melizabetesc@gmail.com.

⁴ Doutora em Educação em Ciências e Matemática pela Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul - PUCRS. Professora Adjunta da Universidade Federal do Recôncavo da Bahia – UFRB. Professora Colaboradora do Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática da Universidade Estadual de Santa Cruz - UESC. Endereço para correspondência: Campus Soane Nazaré de Andrade, Rod. Jorge Amado, Km 16 - Salobrinho, Ilhéus – BA. E-mail: betemadruga@ufrb.edu.br.

conceitos por parte dos alunos; e, favorecimento da percepção de diferenças e similaridades entre e nas formas geométricas.

Palavras chave: Conceitos Geométricos; Materiais Manipuláveis; Sequência de Ensino.

Handling materials and geometric concepts: a teaching sequence developed in youth and Adult Education

Abstract

The aim of this paper is to analyse the contributions that a teaching sequence, drawn up situations using manipulatives, can bring to the learning cube concepts and square in the Educação de Jovens e Adultos (EJA). The theoretical support used is the Theory of Conceptual Fields. A teaching sequence was applied to a group of 25 students from the third training period, EJA Axis VII in a Public School Middle in Brazil. Contributions to the learning of those involved were identified, such as: possibilities for changing student position as a learner; increased student motivation to participate in class; ease of identification of student difficulties; possibility of greater understanding of the concepts by the students; and, favoring the perception of differences and similarities between and in geometric shapes.

Keywords: Geometric concepts; Manipulatives; Teaching Sequence.

Manejo de materiales y conceptos geométricos: una secuencia de enseñanza desarrollada en la Educación de Jovenes y Adultos

Resumen

El objetivo de este artículo es analizar las contribuciones que una secuencia de enseñanza, elaborada con situaciones que utilizan materiales manipulables, puede aportar al aprendizaje de conceptos de cubo y cuadrado en la Educación de Jóvenes y Adultos (EJA). El soporte teórico utilizado es la Teoría de los Campos Conceptuales. Se aplicó una secuencia de enseñanza a un grupo de 25 estudiantes del tercer período formativo, EJA eje VII en una escuela secundaria pública en Brasil. Se identificaron las contribuciones al aprendizaje de los involucrados, tales como: posibilidades para cambiar la posición del alumno como aprendiz; aumento de la motivación del alumno para participar en clase; facilidad de identificación de dificultades estudiantiles; posibilidad de una mayor comprensión de los conceptos por parte de los alumnos; y, favoreciendo la percepción de diferencias y similitudes entre y en formas geométricas.

Palabras clave: Conceptos geométricos; Materiales manipulables; Secuencia de enseñanza.

1. Introdução

Desde as civilizações da época pré-histórica, passando pelas diferentes civilizações egípcia, suméria e babilônica e pelos gregos, pode-se ver registros escritos sobre temas geométricos. Nessas civilizações, a Geometria sempre esteve presente na utilização de regras para medir comprimentos, superfícies e volumes. (PINHO; NERI; CARVALHO, 2010)

De acordo com Leivas (2019), a Geometria Euclidiana tem sido o foco de ensino ao longo dos séculos, embora poucas inovações pareçam estar ocorrendo. Educadores matemáticos vêm se deparando com inúmeros desafios, entre eles, está o baixo desempenho dos estudantes do Ensino Básico em Matemática e, em particular, nos conteúdos de Geometria. Além disso, a Geometria que deveria ser parte integrante nos currículos escolares brasileiros, conforme recomenda as orientações educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN+), vem sendo ignorada, mesmo constituindo-se em um dos três eixos ou temas estruturadores que deveriam ser desenvolvidos, de forma concomitante, nos três anos escolares do Ensino Médio. (BRASIL, 2002)

Na Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2018), documento oficial vigente, a Geometria aparece como uma unidade de conhecimento, em que os estudantes precisam desenvolver habilidades para interpretar e representar a localização e o deslocamento de uma figura no plano cartesiano, identificar transformações isométricas e produzir ampliações e reduções de figuras. “Além disso são solicitados a formular e resolver problemas em contextos diversos, aplicando os conceitos de congruência e semelhança”. (BRASIL, 2018, p. 517)

Mesmo com estas orientações, pesquisas realizadas nas últimas décadas revelaram que este ensino está, praticamente, ausente das salas de aulas (PAVANELLO, 1993; LORENZATO, 1995). Entre as inúmeras causas para o abandono da Geometria no sistema de ensino brasileiro, Lorenzato (1995) destaca duas: a falta de formação adequada dos professores para trabalhar com este conteúdo e a importância excessiva que se dá ao livro didático.

Aliado a essas causas, Jesus (2013) acrescenta que quando o professor trabalha a geometria, geralmente, a metodologia adotada é baseada, apenas, na utilização de recursos didáticos como o quadro, giz e livro didático tornando suas aulas “[...] monótonas e cansativas, tanto do ponto de vista do ensino, quanto da aprendizagem”. (JESUS, 2013, p.1)

No tocante à aprendizagem da Geometria, Santos e Perovano (2018) mostram que estudantes no curso superior de Matemática não lembram de conceitos básicos da Geometria euclidiana, no caso os quadriláteros. Resultados que demonstram a necessidade de pesquisas para o ensino de conceitos geométricos.

Encontra-se na literatura o modelo de desenvolvimento do pensamento geométrico de Van Hiele (1953 apud CROWLEY, 1994) que se configura como uma tendência que tem sido utilizada em pesquisas em Geometria, a qual defende que os alunos aprendem Geometria avançando em cinco níveis de compreensão dos conceitos, ou níveis para o desenvolvimento do raciocínio em Geometria, como aponta o estudo de Nasser e Vieira (2015). Para Leivas (2019), a Teoria de Van Hiele pode ser um caminho para o ‘resgate’ da Geometria na Educação Básica.

Observa-se que essa teoria modifica a forma com que se vinha tratando a Geometria, na qual havia seu abandono nas salas de aula e era relegada ao final do livro didático. Ela independe da idade do indivíduo para que ocorra sua aprendizagem e, por isso, é importante que seja incorporada numa forma de fazer Geometria que busque dirimir, senão eliminar, a rejeição ao estudo dessa disciplina, assim como proporcionar conhecimentos e metodologias diferenciados ao professor para que não a abandone em seu planejamento para a sala de aula (LEIVAS, 2019, p. 254-255).

Diante desse quadro, acredita-se que seja essencial buscar novas possibilidades metodológicas que contribuam para a aprendizagem de conceitos geométricos, com uso de material manipulável, por exemplo. Entre muitos conceitos encontrados na literatura, adota-se o conceito de materiais manipuláveis definido em Reys (1971) como “[...] objectos ou coisas que o aluno é capaz de sentir, tocar, manipular e movimentar. Podem ser objectos reais que têm aplicação no dia-a-dia ou podem ser objectos que são usados para representar uma idéia”. (MATOS; SERRAZINA, 1996, p. 193)

De acordo com esta definição, sobre o que sejam materiais manipuláveis e conjugado com a abordagem de conceitos geométricos em situações, é que se aporta uma sequência de ensino que busca abordar a aprendizagem de conceitos geométricos viabilizados por meio da visualização, do contato, da manipulação, da movimentação e da experimentação feita pelo estudante.

A sequência de ensino que será apresentada é um recorte de um Trabalho de Conclusão de Curso no qual foram utilizados materiais manipuláveis como recurso pedagógico para a aprendizagem de conceitos geométricos. Esta pesquisa tem como objetivo principal *analisar as contribuições que uma sequência de ensino, elaborada com situações que usam materiais manipuláveis, pode trazer para a aprendizagem de conceitos do cubo e do quadrado na Educação de Jovens e Adultos (EJA)*.

Justifica-se a importância deste estudo, partindo do pressuposto de que quando um conceito não entendido por um aluno isto poderá implicar na incompreensão de outros conteúdos que estão direta ou indiretamente ligados a ele. Neste trabalho, procura-se responder a seguinte questão de pesquisa: *Quais contribuições e limitações que uma sequência de ensino, baseada na utilização de materiais manipuláveis, pode trazer para a aprendizagem do conceito de cubo e de quadrado?* Para responder a essa questão assume-se como referencial a Teoria dos Campos Conceituais.

2. Quadro teórico

A Teoria dos Campos Conceituais (TCC), de Gérard Vergnaud, teve sua origem em estudos relacionados ao processo de ensino e aprendizagem dos conceitos matemáticos, mais precisamente, nos estudos dos processos de conceitualização das estruturas aditivas, estruturas multiplicativas, das relações número-espço e da álgebra. É uma teoria cognitivista, que tem por objetivo “fornecer um quadro que permita compreender as filiações e rupturas entre conhecimentos, nas crianças e nos

adolescentes, entendendo por conhecimentos, tanto o saber fazer quanto os saberes expressos” (VERGNAUD, 1996, p. 155). Segundo esse autor, um conceito é caracterizado como um tripé de três conjuntos indissociáveis:

Conceito = def (S, I, s)

S: conjunto de situações que dão sentido ao conceito (a referência);

I: conjunto de invariantes nas quais assenta a operacionalidade dos esquemas (o significado);

s: conjunto das formas pertencentes e não pertencentes à linguagem que permitem representar simbolicamente o conceito; as suas propriedades, as situações de tratamento (VERGNAUD, 1996, p. 166).

Nesse sentido, para estudar o desenvolvimento de um conceito qualquer e sua utilização ao longo do processo de aprendizagem, ou ao longo da sua própria utilização em diferentes situações, é fundamental considerar esses três conjuntos simultaneamente.

Na TCC situação é o referente do conceito. De acordo com Vergnaud (1996), são as situações que dão significado ao conceito. Entretanto, “[...] o sentido não está nas situações em si mesmas, assim como não está nas palavras nem nos símbolos”. (MOREIRA, 2002, p.5). Dessa forma, se há interesse na aprendizagem e no ensino de qualquer conceito, precisa-se entender que o mesmo “[...] não pode ser reduzido à sua definição [...]. É através das situações a resolver que um conceito adquire sentido [...]” (VERGNAUD, 1996, p.156).

O conceito de esquemas é a grande herança piagetiana e um elemento fundamental da TCC. Para o autor, um esquema: “[...] é uma organização invariante da atividade para uma classe de situações dada”. (VERGNAUD, 2009, p. 21).

Para Vergnaud, “é através do esquema que o sujeito organiza suas ações para determinada classe de situações, partindo de uma concepção implícita, mas nem sempre correta. Os esquemas são frequentemente eficazes, mas nem sempre efetivos”. (MACEDO, 2012, p. 159)

De acordo Vergnaud (2009), o conceito matemático adquire sentido para o indivíduo a partir de situações, apresentadas em forma de problemas, encontrados na realidade ou propostos pelo professor, e sua compreensão não pode estar centrada em apenas uma única situação, mas em várias. Assim, Campo Conceitual para Vergnaud (2009) é:

[...] ao mesmo tempo um conjunto de situações e um conjunto de conceitos: o conjunto de situações cujo domínio progressivo pede uma variedade de conceitos, de esquemas e de representações simbólicas em estreita conexão; o conjunto de conceitos que contribuem com o domínio dessas situações (VERGNAUD, 2009, p. 29).

Segundo Magina (2005, p. 4), “quando Vergnaud propõe estudar um campo conceitual ao invés de um conceito, ele está afirmando que numa situação-problema qualquer, nunca um conceito

aparece isolado”. Nesse sentido, a TCC decorre da convicção de que um conceito nunca deverá ser estudado isoladamente e sim, em situações que inter-relacionem vários conceitos, uma vez que, um sujeito constrói o conhecimento à medida que pensa sobre o assunto, vivencia diferentes situações reais e, principalmente, quando é capaz de estabelecer relações do conteúdo estudado.

3. Metodologia

Quanto à natureza, a pesquisa tem uma abordagem qualitativa, pois “engloba a ideia do subjetivo, passível de expor sensações e opiniões” (BICUDO, 2006, p. 106) e quanto aos procedimentos técnicos é do tipo quase experimental, ou seja, “[...] aquele em que a variável independente é manipulada pelo pesquisador, operando com grupos de sujeitos escolhidos sem o seu controle” (FIORENTINI; LORENZATO, 2006, p. 105).

A Secretaria Estadual da Educação da Bahia (SEC), por meio de sua Política de EJA da Rede Estadual (2009), definiu como sujeitos de direito da EJA, jovens, adultos e idosos; homens e mulheres que lutam pela sobrevivência nas cidades ou nos campos. “São moradores de localidades populares; operários e operárias assalariados(as) da construção civil, condomínios, empresas de transporte e de segurança. Também são trabalhadores e trabalhadoras de atividades informais, vinculadas ao comércio e ao setor doméstico” (BAHIA, 2009, p. 11).

Os sujeitos deste estudo são 25 alunos da EJA de um colégio estadual de nível médio da Região Sul da Bahia, Brasil. Os alunos, identificados aqui como Aluno H1, H2, ... ou Aluna M1, Aluna M2..., aceitaram participar da pesquisa e assinaram o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE), número do parecer do projeto no Conselho de Ética é 360.868. Quanto ao seu perfil, a maioria dos alunos (56%) homens; 32% desempregados; 75% da zona urbana do município.

O conceito de sequência de ensino foi usado como sugere Santana (2010, p. 114), sendo “um conjunto de situações elaboradas e dispostas de maneira que sejam abordados conceitos previamente selecionados para serem trabalhados”.

A sequência de ensino foi aplicada em duas horas de aula. Para a coleta dos dados, utilizou-se um gravador de áudio, visando registrar os diálogos dos sujeitos. Esses registros foram transcritos e analisados posteriormente.

A sequência tinha como objetivos: identificar os elementos (arestas, faces, vértices) de um cubo e (re)conhecer diferenças e similaridades (relações interfigurais) entre o cubo e o quadrado. Os materiais manipuláveis utilizados possuíam a forma geométrica de um cubo, como o dado e o cubo mágico (Figura 1). Foram utilizados materiais como: jornais, tesouras, fitas métricas, notas fiscais das contas de água e esgoto no decorrer da atividade.

Figura 1 - Conjunto de materiais manipuláveis com forma de cubo entregues as equipes.



Fonte: Os autores (2019).

Iniciou-se a atividade visando identificar características geométricas do cubo. Foram formadas cinco equipes e foi entregue um texto sobre o ‘Uso Racional de Água’, com a finalidade de fomentar uma discussão em torno do conceito de cubo. A Figura 2, a seguir, apresenta a atividade entregue às equipes.

Figura 2 – Atividade distribuída aos estudantes.

Atividade - Uso Racional de Água

De acordo com a Organização das Nações Unidas, cada pessoa necessita de 3,3 m³/pessoa/mês (cerca de 110 litros de água por dia para atender as necessidades de consumo e higiene). No entanto, no Brasil, o consumo por pessoa pode chegar a mais de 200 litros/dia. Gastar mais de 120 litros de água por dia é jogar dinheiro fora e desperdiçar nossos recursos naturais (SABESP, 2013). De posse das notas fiscais de contas de água e esgoto (NF), escolha uma, e responda o que se pede abaixo:

- No último mês, quantos m³ de água a família consumiu?
- Quantos litros de água a família consumiu, nesse mês?
- O consumo da família ficou dentro do que recomenda a Organização das Nações Unidas - ONU?

Fonte: Os autores (2019).

Feita a leitura e a discussão do texto, as equipes apresentaram suas respostas. Conduziu-se uma breve discussão sobre a importância do uso racional da água e as equipes receberam os materiais necessários para a construção de um quadrado⁵ (folhas de jornais, tesoura, fita métrica e cola) com medida de 1m² de área.

⁵ Aportou-se em Nacarato e Passos (2003), os quais defendem que uso incorreto de materiais manipuláveis em atividades de discriminação de atributos (círculos, quadrados, triângulos e retângulos) pode contribuir para que alunos confundam

Em seguida, os alunos juntaram os quatro ‘quadrados’ de medida de 1m^2 de área recortados por cada grupo, mais os dois ‘quadrados’ que foi levado pelo professor para servirem de exemplo, para que pudesse ser feita a representação de um metro cúbico.

Foi entregue a cada equipe materiais manipuláveis que tinham forma de cubo (ver Figura 1) e, se abriu uma discussão geral, buscando identificar similaridades e diferenças entre o quadrado (forma geométrica plana) e o cubo (forma geométrica espacial). Por meio dessa discussão, os conceitos fundamentais de cubo (vértices, arestas, faces) foram explicados.

4. Análise e discussão dos resultados

Inicialmente foi feita a leitura coletiva do texto sobre o ‘Uso Racional de Água’ e surgiram dúvidas sobre a unidade de volume m^3 (metros cúbicos) que estava contida no texto, gerando assim, algumas perguntas, nas quais, foi possível detectar dificuldades com alguns conceitos geométricos. A seguir, selecionou-se um dos diálogos estabelecidos entre os membros de uma equipe e o professor: “*Professor, mas o que é metro cúbico?*” (Informação oral, aluno H8). Outro estudante completou a pergunta: “*O metro cúbico mede como um metro?*” (Informação oral, aluno H9).

Embora o texto abordasse a importância do uso racional de água, se pretendia criar, a partir dessa atividade, uma situação em que questionamentos como esses surgissem e servissem de base para que o conceito de cubo, suas características geométricas (arestas, faces, vértices), o (re)conhecimento das diferenças e similaridades entre o cubo e o quadrado e, a diferença entre cubo e metro cúbico fossem suscitados. Portanto, durante a realização dessa atividade, se procurou não interferir muito nas discussões entre os componentes das equipes. Tal opção, possibilitou o surgimento de novos questionamentos. Entre eles, o aluno H3 disse: “*Professor, esta atividade está muito difícil [...]. Não sabemos o que é metro cúbico.*” (Informação oral, aluno H3). Outro aluno completou: “*É, mas aqui, todo mundo deveria saber, pois pagamos a conta de água todo mês.*” (Informação oral, aluno H11). Uma aluna respondeu: “*Eu não! Moro na fazenda, lá não pagamos conta de água. Eu não entendo direito o que está nessa conta! Isso é problema de vocês*”. (Informação oral, aluna M4).

Esse diálogo evidenciou uma dificuldade comum no ensino da EJA: como as turmas são bastante heterogêneas fica difícil para o professor elaborar atividades adequadas de modo a servir de motivação e despertar o interesse de todos. Quando essa atividade foi concebida, por exemplo,

conceitos geométricos, fizemos questão de ressaltar a diferença entre formas planas (2 dimensões: comprimento e largura) e as formas espaciais (3 dimensões: comprimento, largura e altura). Por conta disso, informamos aos alunos que as peças ‘quadradas’, que eles deveriam construir, na verdade, eram paralelepípedos de base quadrada e, portanto, se estaria considerando como quadrado, apenas as superfícies de medida de 1m^2 de área. Portanto, se estaria trabalhando com modelos de figuras geométricas e não com as próprias, que são abstrações matemáticas.

imaginava-se que notas fiscais de contas de água e esgoto fossem comuns a todos os alunos e, nesse caso, havia uma aluna que não tinha esse objeto presente em seu cotidiano. Contudo, acredita-se que o professor precisa estar preparado para esse tipo de situação, além disso, se faz necessário que a formação do cidadão seja circunscrita por vários parâmetros e elementos que perfazem a sociedade e não apenas a experiência do aluno.

As equipes não souberam informar quantos litros de água a família tinha consumido no mês, pois não sabiam fazer a conversão de m^3 para litros e somente conseguiram resolver as questões solicitadas⁶ depois de uma explicação sobre o processo de cálculo. Com o objetivo que os alunos tivessem uma maior compreensão das informações presentes nas notas fiscais, apresentaram-se as questões iniciais e foram realizadas discussões sobre se o consumo de água das famílias estava de acordo com o que é recomendado pela ONU.

Segue um dos diálogos entre dois alunos no momento em que era discutido se o consumo de água mensal da família estava dentro do que recomenda a ONU: “*Eu não entendo por que a conta de água vem em m^3 . Por que, não em litros?*” (Informação oral, aluno H3). O aluno H8 respondeu: “Deve ser para enganar melhor a gente, pois a maioria das pessoas não sabe quantos litros de água gastou no mês. Eu mesmo, antes, não sabia” (Informação oral, aluno H8).

O aluno H3 demonstra uma insatisfação e na fala do aluno H8 é possível constatar que esta atividade contribuiu para que este aluno tivesse uma compreensão mais crítica da realidade. Isto porque, no início do primeiro encontro, este mesmo aluno, por meio de um questionamento, mostrou-se ser fruto de um modelo educacional denominado por Freire (2005) de “educação bancária”, ao passo que agora, posicionou-se com um ser ativo, investigador, reflexivo e crítico.

É por isso, que Freire (2005) defende o modelo oposto chamado de “educação problematizadora”. Nesse modelo, a educação é uma prática política, cuja consciência pode libertar o indivíduo de sua ignorância social, possibilitá-lo a lutar pelos seus direitos básicos e o tornar capaz de pensar por si.

Depois do trabalho com a nota fiscal referente a conta de água, prosseguiu-se com a construção de um cubo com folhas de jornal. Primeiro, cada equipe construiu um quadrado com folha de jornais com medida de $1 m^2$ de área. A Figura 3 ilustra uma equipe fazendo a construção.

⁶ Para realizar esses cálculos, os alunos fizeram uso de calculadoras contidas nos seus celulares e *smartphones*.

Figura 3 – Construção do quadrado com folhas de jornais



Fonte: Os autores (2019).

No momento que os alunos começaram a se organizar para a realização dessa atividade foi feita a seguinte pergunta pelo Pesquisador: *“O que é um quadrado?”* (Informação oral, pesquisador). Aluno H12 responde: *“É um objeto que tem os quatro lados iguais.”* (Informação oral, Aluno H12).

Dada à resposta do aluno H12, foi mostrada, em uma folha impressa, a figura de um losango com lados de 6 cm e o pesquisador pergunta:

Pesquisador: Esta figura aqui tem 4 lados de 6cm cada. Ela é um quadrado?

Aluno H12: Não. Ela não é um quadrado. Um quadrado não se parece com um balão. Essa figura é mais estreita. Na bandeira do Brasil tem uma parte dessa, mas ... se não é quadrado, qual o nome dessa figura?

Pesquisador: Losango. Para ser quadrado esta figura teria que ter outra propriedade: todos os quatro ângulos internos tinham que ser retos.

Aluno H12: Ângulo, o quê? Reto. Como assim?

Pesquisador: Alguém de vocês sabe o que é um ângulo reto? (Informações orais, Pesquisador e Aluno H12).

Nenhum aluno responde a esse questionamento. Percebe-se que o conceito de quadrado não estava totalmente formado, pois faltava a esses alunos o entendimento de outro conceito geométrico: o conceito de ângulo. Então, o pesquisador aproveita o momento para falar um pouco sobre ângulos e, para isso, foi desenhado um quadrado, com o auxílio de um transferidor e, em seguida, se apresenta o conceito do quadrado como um paralelogramo que tem os quatro lados e os quatro ângulos congruentes. Entretanto, um aluno afirma: *Paralelogramo? Ah! Professor, assim o senhor está*

complicando tudo! (Informação oral, Aluno H2). Então, o pesquisador questiona: “*Alguém sabe o que é paralelogramo? Sabe o que significa a palavra congruência?*” (Informação oral, Pesquisador).

Nenhum aluno consegue dar uma resposta para esses questionamentos. Tal fato ratifica as ideias de Vergnaud (1996) de que um conceito não deve ser estudado isoladamente e sim, em situações que o inter-relacionem com vários conceitos. Segundo esse autor, se o interesse é na aprendizagem de um conceito qualquer, precisa-se entender que o mesmo “[...] não pode ser reduzido à sua definição [...]. É através das situações a resolver que um conceito adquire sentido [...]” (VERGNAUD, 1996, p.156).

Tendo esta concepção para os processos de ensino e de aprendizagem, aproveita-se a situação para, também, explicar à turma o conceito de paralelogramo como sendo um polígono de quatro lados (quadrilátero) cujos lados opostos são congruentes e paralelos e o quadrado como um tipo de paralelogramo. Finalizada a discussão sobre o conceito de paralelogramo prossegue-se na construção do cubo.

Depois que as equipes juntaram os seis quadrados construídos, fizeram a representação de um metro cúbico conforme é ilustrada na Figura 4, a seguir.

Figura 4 – Representação de $1m^3$ com folhas de jornais



Fonte: Os autores (2019).

No início da atividade com os materiais manipuláveis em forma de cubo, alguns alunos estavam mais motivados para tentar montar o cubo mágico do que realizar atividade solicitada, por isso, foi necessário ressaltar que o objetivo da atividade era que eles identificassem semelhanças e diferenças entre o quadrado e o cubo. Este fato revela que se precisa ter cuidado quando se faz uso de materiais manipuláveis como facilitadores da aprendizagem, pois, segundo Fiorentini e Miorim (1990, p. 6),

“[...] o professor não pode subjugar sua metodologia de ensino a algum tipo de material porque ele é atraente ou lúdico. Nenhum material é válido por si só. Os materiais e seu emprego sempre devem estar em segundo plano”. (FIORENTINI; MIORIM, 1990, p. 6)

É importante que o professor não somente saiba escolher materiais manipuláveis que sejam adequados para a atividade planejada, mas também, que saiba mediar o processo ensino e aprendizagem para não tornar suas aulas vazias de significado.

A seguir, analisa-se mais diálogos que foram constituídos durante esse momento:

Pesquisador: O que o quadrado e um cubo têm em comum?

Aluna M2: Os lados do cubo e do quadrado são todos iguais.

Aluna M3: O cubo tem seis quadrados.

Pesquisador: Chamamos, esses seis quadrados em um cubo, de faces.

Aluno H5: O cubo tem oito pontas, já o quadrado tem quatro pontas.

Pesquisador: Correto. Chamamos essas “pontas” de vértices! Portanto, o quadrado, que é uma forma plana, tem quatro vértices, e o cubo, que é uma forma espacial, tem oito vértices. Mas, além das faces e dos vértices vocês conseguem identificar alguma outra coisa no cubo?

Como os alunos não conseguiram identificar as arestas, apresenta-se o conceito de aresta, como sendo a linha comum (segmento de reta) a duas superfícies (faces) de um poliedro e se conclui enfatizando os três elementos básicos: vértices, arestas e faces.

Mesmo depois da explicação desses conceitos, os alunos, ainda demoraram para conseguir identificar as arestas no cubo. Esta identificação só ocorreu quando se enfatizou que eles deveriam observar o cubo concentrando-se, apenas, nos elementos que esquematizam sua forma fazendo, portanto, abstração de sua cor, textura, densidade, etc. Este fato reforça o que Nacarato e Passos (2003) defendem que a “[...] exploração passiva não garante a apreensão das propriedades do objeto. Porém, quando o professor permite a manipulação ou, inclusive, a construção, a compreensão da estrutura, sua percepção espacial pode ser mais completa (NACARATO; PASSOS, 2003, p. 44).

Apesar dessa dificuldade com o conceito de arestas, é possível constatar que a utilização de materiais manipuláveis possibilitou uma melhor compreensão dos conceitos de quadrado e cubo. Além disso, favorece a percepção de suas diferenças e similaridades, bem como, permite a discussão de conceitos que estavam diretamente relacionados com eles como ângulos, paralelogramo, entre outros.

5. Considerações finais

Este artigo objetivou analisar as contribuições que uma sequência de ensino, elaborada com situações que usam materiais manipuláveis, pode trazer para a aprendizagem de conceitos do cubo e

do quadrado na Educação de Jovens e Adultos (EJA). Conforme análise, é possível identificar de maneira explícita cinco contribuições que uma sequência de ensino, elaborada com situações que usam materiais manipuláveis, traz para a aprendizagem dos conceitos do cubo e o quadrado em uma turma da EJA, a saber:

- I. Possibilita a mudança de posição do aluno enquanto aprendiz na sala de aula;
- II. Aumento de motivação do aluno para participar das aulas;
- III. Facilita a identificação de dificuldades dos alunos na aprendizagem de diferentes conceitos geométricos. Possibilitando a aprendizagem dos mesmos, no momento da resolução da situação proposta;
- IV. Possibilita uma melhor compreensão dos conceitos por parte dos alunos;
- V. Favorece a percepção de diferenças e similaridades entre formas (relações interfigurais) e nas formas (relações intrafigurais) geométricas.

Como é possível comprovar, os resultados deste trabalho indicaram que situações baseadas na utilização de materiais manipuláveis trazem contribuições para a aprendizagem de conceitos inerentes às formas geométricas planas e espaciais para alunos da EJA. Entretanto, parece precipitado afirmar que, por conta disso, esses alunos dominem os conceitos que foram alvos desta pesquisa pois, segundo Vergnaud (2009), a aprendizagem é um processo longo e muito complexo.

Além disso, foi possível constatar que o entendimento de um conceito depende da compreensão de outros conceitos que estão direta ou indiretamente ligados a ele, confirmando, assim, as ideias defendidas por Vergnaud (2009), de que a compreensão de um conceito, por mais simples que seja, não pode estar centrada em apenas uma única situação, mas em várias, pois uma única situação poderá envolver vários conceitos. É, por isso, que se deve estudá-la analisando seu campo conceitual.

Nesse sentido, as situações propostas na sequência de ensino solicitam que os alunos articulassem seus conhecimentos das formas planas e das formas espaciais. Nesse sentido, verifica-se a importância em propor situações de aprendizagem que evidenciem a interação entre conceitos da Geometria Plana e a Geometria Espacial.

Todavia, no tocante a utilização de materiais manipuláveis, é necessário ressaltar que “[...] deve-se cuidar para não incorrer no uso do material pelo material” (JESUS, 2013, p.1). Nesse sentido, entende-se que o uso de materiais manipuláveis na EJA (e, também, em outras modalidades de ensino) deve ser acompanhado de atividades que explorem diferentes situações de aprendizagem despertando a curiosidade do aluno. Portanto, cabe ao educador matemático ser criterioso na escolha do material a ser utilizado.

Finalizando, ressalta-se que esta pesquisa não teve à pretensão de esgotar todas as discussões geradas com o tema, oferecendo-lhes respostas definitivas, mas sim, de contribuir para o debate no âmbito da Educação Matemática, no tocante ao uso de situações que envolvam materiais manipuláveis para auxiliar na aprendizagem de conceitos de formas geométricas planas e espaciais na EJA. Isto por que, entende-se que, quando se faz um trabalho de pesquisa, a ideia é de que não se gera um produto acabado, pronto; ao contrário, entende-se que fazendo pesquisa gera-se um insumo carente de futuras contribuições.

6. Referências

- BAHIA. Secretaria Estadual de educação. **Política de EJA da Rede Estadual**, 2009. Disponível em <http://www.sec.ba.gov.br/jp2011/documentos/Proposta_da_EJA.pdf>. Acesso em 04 abr. 2013.
- BRASIL, Ministério da Educação (MEC), Secretaria de Educação Básica. **Base Nacional Comum Curricular**, 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/historico/BNCC_EnsinoMedio_embaixa_site_110518.pdf. Acesso em 10 set. 2019.
- BRASIL, Ministério da Educação (MEC), Secretaria de Educação Média e Tecnológica (Semtec). **PCN+ Ensino Médio: orientações educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais – Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias**, Brasília: MEC/Semtec, 2002. p. 55-57.
- BICUDO, M. A. V. Pesquisa em educação matemática. **Proposições**, Campinas, v. 4, n. 10, 2006. p. 18-23.
- CROWLEY, M. L. O modelo Van Hiele de desenvolvimento do pensamento geométrico. In: LINDQUIST, Mary Montgomery; SHULTE, Albert P. (Org.). **Aprendendo e ensinando Geometria**. São Paulo: Atual, 1994. p. 1-19.
- FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em Educação Matemática: percursos metodológicos**. Campinas-SP: Autores Associados, 2006.
- FIORENTINI, D.; MIORIM, M. A. Uma reflexão sobre o uso de materiais concretos e jogos no ensino da matemática. **Boletim da SBEM-SP**, São Paulo, SBEM/SP, ano 4, n. 7, 1990.
- FREIRE, P. **Pedagogia do Oprimido**. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 2005.
- JESUS, G. B. Os Materiais Manipuláveis no Processo de Ensino e Aprendizagem de Matemática: algumas implicações no trabalho do professor. In: **XV Encontro Baiano de Educação Matemática Educação Matemática na Formação de Professores: um novo olhar UNEB CAMPUS X – Teixeira de Freitas – BA 3 a 5 de julho de 2013**.
- LEIVAS, J. C. P. Geometria Euclidiana e do Táxi: um problema concreto e os Registros de Representações Semióticas. **Revista de Educação Matemática**, São Paulo, v. 16, n. 22, p. 252-269, maio/ago. 2019.

LORENZATO, S. Por que não ensinar geometria? In: **Educação Matemática em Revista – SBEM 4**, 1995, p. 3-13.

MACEDO, E. L. de. **Proporcionalidade à luz da Teoria dos Campos Conceituais**: uma sequência de ensino diferenciada para estudantes da EJA. 168f. Dissertação (Mestrado) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, PUC/SP, Brasil, 2012.

MAGINA, S. **A Teoria dos Campos Conceituais**: contribuições da Psicologia para a prática docente. 2005. Disponível em: < http://www.ime.unicamp.br/erpm2005/anais/conf/conf_01.pdf>.

MATOS, J. M.; SERRAZINA, M. de L. **Didáctica da Matemática**. Lisboa: Universidade Aberta, 1996.

MOREIRA, M. A. A TCC de Vergnaud, o Ensino de Ciências e a Pesquisa nesta Área. In: **Investigações em Ensino de Ciências – V7(1)**, pp. 7-29, 2002.

NACARATO, A. M.; PASSOS, C. L. B. **A Geometria nas séries iniciais**: análise sob a perspectiva da prática pedagógica e da formação de professores. São Carlos: EdUFSCar, 2003.

NASSER, L.; VIEIRA, E. R. Formação de Professores em Geometria: uma experiência no ciclo de alfabetização. **Vidya**, v. 35, n. 2, p. 19-36, jul./dez., 2015 - Santa Maria, 2015.

PAVANELLO, R. M. “O abandono do Ensino da Geometria no Brasil: Causas e Conseqüências.” In: **Zetetiké**, n.1, p. 07-17, Unicamp, mar. 1993.

PINHO, J. L. R.; NERI, E. B.; CARVALHO, T. B. **Geometria I** – 2. ed. – Florianópolis: EAD/UFSC/CED/CFM, 2010. Disponível em < http://mtm.ufsc.br/~ebatista/Eliezer_Batista_arquivos/MTM_Geometria_I_WEB.pdf>

REYS, R. E. **Considerations for teaching using manipulative materials**. Arithmetic Teacher, 1971.

SABESP – Companhia de Saneamento Básico do Estado de São Paulo. **Uso Racional de Água**. Disponível em <[http://www.sabesp.com.br/sabesp/filesmng.nsf/DACB88862E8D4E48832576D900682E31/\\$File/older_usoracional.pdf](http://www.sabesp.com.br/sabesp/filesmng.nsf/DACB88862E8D4E48832576D900682E31/$File/older_usoracional.pdf)> Acesso: 14 maio 2013

SANTANA, E. R. dos S. **Estruturas Aditivas**: O suporte didático influencia a aprendizagem do estudante? 344f. Tese (Doutorado) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, PUC/SP, Brasil, 2010.

SANTOS, A. C.; PEROVANO, A. P. Relatando a experiência de uma oficina sobre quadriláteros. **Revista de Educação Matemática**, São Paulo, v. 15, n. 20, p. 629-639, set./dez. 2018.

VERGNAUD, G. A Teoria dos Campos Conceituais. In: BRUN, Jean (Org.) **Didáctica das Matemáticas**. Tradução por Maria José Figueiredo. Lisboa: Instituto Piaget, 1996, p 155-191.

_____. O que é aprender. In: BITTAR, M.; MUNIZ, C. A. (Org.). **A Matemática na perspectiva da Teoria dos Campos Conceituais**. Curitiba: CRV, 1 ed. 2009.