



## FORMAÇÃO CONTINUADA DE PROFESSORES QUE ENSINAM MATEMÁTICA NO CICLO DE ALFABETIZAÇÃO: UM ESTUDO SOBRE A FORMAÇÃO CONCEITUAL EM GEOMETRIA

**Gilmara Aparecida da Silva**

Universidade Estadual Paulista – Campus Bauru  
E-mail: <gilmara.bauru@gmail.com>

**Nelson Antonio Pirola**

Universidade Estadual Paulista – Campus Bauru  
E-mail: <npirola@uol.com>

### Resumo

Este artigo tem como objetivo investigar que aspectos da formação de conceitos são mobilizados pelos professores alfabetizadores para responderem a questões relacionadas ao conhecimento declarativo de figuras geométricas planas. Entre os aspectos investigados estão a identificação de atributos definidores e possíveis erros de generalização como, por exemplo, a subgeneralização. Participaram da pesquisa 85 professores Orientadores de Estudos (OE) que cursavam o PNAIC – Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa – distribuídos entre 50 municípios do Estado de São Paulo. O delineamento da pesquisa foi a abordagem qualitativa e a fundamentação teórica alicerçou-se nos estudos de Klausmeier e Goodwin (1977) e Sternberg (2000). Foram investigados os conhecimentos declarativos dos professores referentes às figuras geométricas triângulo, quadrado e retângulo. A análise dos dados mostrou que os aspectos da formação de conceitos mobilizados pelos participantes foram: 1 – processos de subgeneralização para as figuras triângulo e retângulo, com o uso de conhecimentos declarativos alicerçados em figuras prototípicas; 2 – uso de atributos definidores equivocados; 3 – uso de poucos atributos definidores (máximo de três) para expressar o conhecimento declarativo das figuras investigadas.

**Palavras-chave:** Formação de conceitos; Geometria; Formação Continuada; Alfabetização.

### CONTINUING EDUCATION OF TEACHERS WHO TEACH MATHEMATICS IN THE LITERACY CICLE: A STUDY ON CONCEPTUAL FORMATION IN GEOMETRY

#### Abstract

This article aims to investigate which aspects of the formation of concepts are mobilized by the literacy teachers to answer questions related to the declarative knowledge of flat geometric figures. Among the aspects investigated are the identification of defining attributes and possible generalization errors, such as subgeneralization. A total of 85 Orientation Teachers (OE) attending the PNAIC - National Pact for Literacy in the Right Age - were distributed in 50 municipalities in the

State of São Paulo. The research design was the qualitative approach and the theoretical foundation was based on the studies of Klausmeier and Goodwin (1977) and Seternbg (2000). We investigated the declarative knowledge of the teachers referring to triangle, square and rectangle geometric figures. The analysis of the data showed that the aspects of the formation of concepts mobilized by the participants were: 1 – subgeneralization processes for the triangle and rectangle figures, using declarative knowledge based on prototypical figures; 2 – use of wrong defining attributes; 3 – use of few defining attributes (maximum of three) to express the declarative knowledge of the investigated figures.

**Keywords:** Concept formation; Geometry; Continuing Education; Literacy.

## **FORMACIÓN CONTINUADA DE PROFESORES QUE ENSEÑAN MATEMÁTICA EN EL CICLO DE ALFABETIZACIÓN: UN ESTUDIO SOBRE LA FORMACIÓN CONCEPTUAL EN GEOMETRÍA**

### **Resumen**

Este artículo tiene como objetivo investigar qué aspectos de la formación de conceptos son movilizados por los profesores alfabetizadores para que contesten cuestiones relacionadas al conocimiento declarativo de figuras geométricas planas. Entre los aspectos investigados están la identificación de atributos definidores y posibles errores de generalización como, por ejemplo, la subgeneralización. Participaron de la investigación 85 profesores Orientadores de Estudio (OE) que cursaban el PNAIC – Pacto Nacional de Alfabetización en la edad correcta-distribuidos en 50 ciudades del Estado de São Paulo. La línea de la investigación fue el abordaje cualitativo y la fundamentación teórica está basada em los estudios de Klausmeier y Goodwin (1977) e Setiembre (2000). Fueron investigados los conocimientos declarativos de los profesores referentes a las figuras geométricas triángulo, cuadrado y retângulo. El análisis de los datos ha demostrado que los aspectos de la formación de conceptos movilizados por los participantes fueron: 1 – procesos de subgeneralización para las figuras triángulo y retângulo, com el uso de conocimientos declarativos com base en figuras prototípicas; 2 – uso de atributos definidores equivocados; 3 – uso de pocos atributos definidores (máximo de tres) para expresar el conocimiento declarativo de las figuras investigadas.

**Palabras clave:** Formación de Conceptos; Geometría; Educación Continuada; Alfabetización.

### **Introdução**

O Grupo de Pesquisa de Psicologia da Educação Matemática, GPPEM, da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, UNESP, tem desenvolvido pesquisas abordando a aprendizagem da Matemática escolar, considerando aspectos afetivos e cognitivos. Em relação aos aspectos afetivos são desenvolvidos estudos que tratam das atitudes e da confiança em relação à Matemática e, do ponto de vista da cognição, são conduzidas pesquisas que abordam habilidades matemática, resolução de problemas, formação conceitual e desenvolvimento dos pensamentos aritmético, algébrico e geométrico. No que tange aos participantes das pesquisas, o Grupo de Pesquisa tem contado com a participação tanto de alunos da Educação Básica, como de professores que ensinam Matemática.

Este artigo, que apresenta alguns resultados da tese de doutorado da primeira autora, sob a supervisão do segundo autor, em desenvolvimento no Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência da UNESP/Bauru, tem como objetivo discutir alguns aspectos da formação conceitual em geometria, tendo como sujeitos professores que ensinam Matemática no ciclo de alfabetização (1º ao 3º ano do Ensino fundamental), participantes do PNAIC – Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa – um programa de formação continuada nas áreas de Linguagem e de Matemática, desenvolvido pelo Ministério da Educação, em parceria com as universidades, iniciado em 2013.

A pesquisa buscou investigar o seguinte problema: Que aspectos da formação de conceitos são mobilizados pelos professores alfabetizadores para responderem a questões relacionadas ao conhecimento declarativo de figuras geométricas planas? Em relação à formação conceitual são analisados os seguintes aspectos: atributos definidores e processos de subgeneralização. No que diz respeito às figuras geométricas investigadas, foram consideradas o quadrado, o retângulo e o triângulo.

O GPPEM tem conduzido vários estudos que tratam do ensino e da aprendizagem da geometria, enfocando aspectos importantes do desenvolvimento do pensamento geométrico. Entre eles, destacamos as pesquisas de Moraco (2006), Proença (2008), Kochhann e Pirola (2011), Nascimento (2008), Silva (2016), Tortora e Pirola (2012). De maneira geral, esses estudos mostram dificuldades de alunos da Educação Básica em relação à identificação de atributos definidores e discriminação de exemplos e não exemplos de figuras planas. Além disso, mostram deficiências conceituais e metodológicas na formação inicial de professores que ensinam Matemática nos anos iniciais do ensino fundamental, em relação à geometria.

Os estudos citados anteriormente destacam o que Pavanello (1993) já discutia na década de noventa, que era o abandono do ensino da geometria na educação escolar. Embora a maioria dos livros didáticos tenha se modificado estruturalmente, não deixando a geometria para os últimos capítulos, integrando-a a outros conteúdos matemáticos, o que se percebe por meio de pesquisas (PIROLA, 2014) e de nossa atuação em programas de formação continuada como o PNAIC, é que a geometria ainda fica relegada a um segundo plano e, em muitos casos, não é ensinada de forma adequada em todos os níveis de escolaridade.

### **Formação de conceitos e o ensino de geometria**

Klausmeier e Goodwin (1977) realizaram, na década de setenta, estudos sobre a resolução de problemas. Segundo eles, um conceito é definido como sendo:

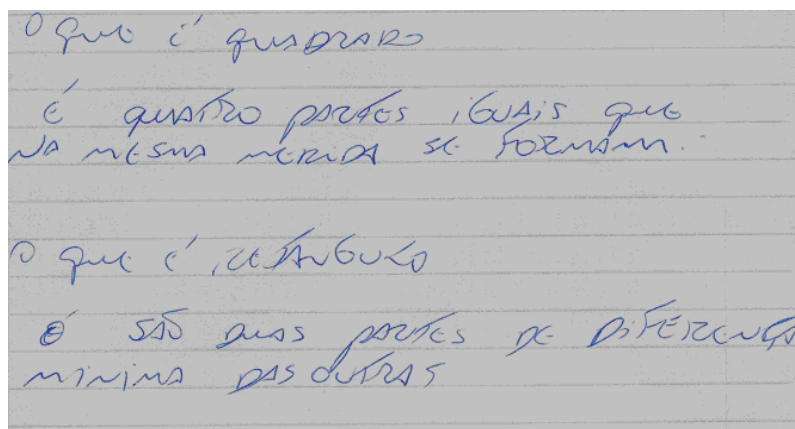
informação ordenada a respeito das propriedades de uma ou mais coisas – objetos, eventos ou processos - que tornam qualquer coisa particular ou classe de coisas capaz de ser diferenciada e também relacionada com outras coisas ou classes de coisas. (KLAUSMEIER & GOODWIN, 1977, p. 50).

Podemos dizer que, no que tange à geometria, a informação ordenada a que os autores se referem diz respeito às características das figuras geométricas, que denominaremos de atributos definidores. Pirola (2013) destaca que os atributos definidores são as características invariantes que distinguem uma figura da outra e que são utilizadas nas definições que, de acordo com Klausmeier (1977), são os conceitos como entidades públicas. Por exemplo: quando dizemos que um retângulo é um paralelogramo (lados opostos paralelos) que possui quatro ângulos retos, “lados opostos paralelos” e “ângulos retos” referem-se aos atributos definidores do retângulo e essas características são utilizadas para **diferenciá-lo** de outras figuras, como por exemplo, do pentágono regular, ou **relacioná-lo** com outras como, por exemplo, com o quadrado que compartilha de alguns atributos (lados opostos paralelos, ângulos retos) do retângulo. Os atributos definidores também são chamados de atributos relevantes. Por outro lado, cor, tamanho, orientação da figura na página, borda da figura um pouco mais espessa etc. são chamados de atributos irrelevantes.

Em relação à aprendizagem de conceitos em geometria, o que se espera é que os estudantes, e também os professores que ensinam Matemática, consigam definir as figuras geométricas em termos de seus atributos definidores.

Abaixo, expõe-se a resposta de um aluno do ensino médio para as perguntas “o que é um quadrado?” e “o que é um retângulo?”.

**Figura 1:** Respostas de um aluno do ensino médio para “o que é um quadrado?” e “o que é um retângulo?”



**Fonte:** arquivo dos autores (2017)

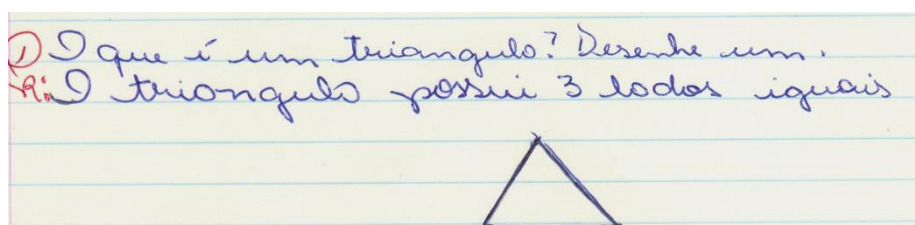
Pela resposta do aluno, é possível inferir que ele não consegue utilizar, de forma correta, os atributos definidores, mostrando que não desenvolveu o vocabulário geométrico referente a essas figuras. Pirola (2013) destaca que o ensino de geometria (e podemos estender isso para outras partes da matemática) não está conseguindo atingir um dos seus objetivos que é o de levar o aluno a construir um vocabulário que é próprio da geometria.

Além dos atributos definidores, outro elemento que deve ser levado em consideração na formação de conceitos é o uso de exemplos e não exemplos.

Brito (1996) desenvolveu um estudo com o objetivo de investigar os efeitos da quantidade e da qualidade dos exemplos e não exemplos na aprendizagem de conceitos. Um dos resultados desse estudo mostrou que quando apenas um exemplo era dado aos participantes, ocorria um processo de **subgeneralização**, ou seja, processo que ocorre quando os exemplos apresentados são poucos ou muito semelhantes.

O exemplo abaixo mostra um processo de subgeneralização para o conceito de triângulo. Provavelmente, o aluno aprendeu esse conceito por meio de exemplos que se pareciam com o triângulo equilátero.

**Figura 2:** Resposta de um aluno do sexto ano do Ensino Fundamental para a pergunta “o que é um triângulo?”



**Fonte:** arquivo dos autores (2017)

Para Pirola (2013a), esses processos de generalização foram destacados em outras pesquisas, como as de Pirola (1995), que mostram que há uma tendência, por parte não somente dos alunos do Ensino Fundamental, como também do Médio, em responder que triângulo possui três lados iguais. De acordo com esse autor, quando somente um exemplo é dado, os alunos, por meio de um processo de generalização, consideram-no como sendo o conceito geral.

Silva (2016) realizou uma pesquisa com 77 alunos do final do ciclo de alfabetização (3º ano do primeiro ciclo do Ensino Fundamental) em que um dos objetivos era analisar o desempenho dos participantes em tarefas que envolviam habilidades geométricas. De acordo com essa pesquisadora, os resultados mostraram que:

Os dados trazidos pela prova de Geometria revelou que ainda é necessário investir no trabalho com o vocabulário próprio da Geometria, especialmente no que se refere às figuras tridimensionais. Quando o aluno refere-se aos atributos definidores das figuras geométricas como “ponta”, “riscos” etc., ou não consegue se expressar, recorrendo a gestos e desenhos, demonstra que ainda é necessário maior desenvolvimento da habilidade verbal e do próprio vocabulário próprio da Geometria. É evidente que as crianças dessa faixa etária ainda estão em processo de formação, porém cabe ao professor procurar introduzir o vocabulário correto para que, aos poucos, os alunos possam se familiarizar com os termos corretos e passem a abandonar o uso incorreto do vocabulário. (SILVA, 2016, p. 125)

Silva (2016) ainda aponta para questões de subgeneralização em relação ao triângulo:



Em conformidade com os resultados apresentados pelas pesquisas de Pirola (1995) e Tortora (2014), os resultados da prova também indicaram que as crianças têm aprendido algumas figuras geométricas por meio de um único exemplo, como no caso do triângulo. No teste aplicado, a figura mais reconhecida pelos alunos foi a do triângulo equilátero, parecendo ser o exemplo o qual estão mais acostumados a aprender quando se faz referência a esse polígono. (SILVA, 2016, p. 125).

O professor, por meio de suas práticas de ensino poderá propor situações com o objetivo de evitar a subgeneralização e valorizar o uso de atributos definidores. Por exemplo, Pirola et.al. (2014) destacam que:

Atividades escolares que proporcionam à criança experiências unicamente com triângulos equiláteros, também podem induzi-las a generalizarem que triângulo é somente aquele que possui lados iguais (equilátero). No entanto, uma experiência didática na qual diferentes tipos de triângulos são apresentados e em que se explicita que apesar das diferenças entre eles, todos são denominados de triângulo será bem mais proveitosa, permitindo a generalização necessária à formação do conceito de triângulo (PIROLA et.al., 2014, p. 21).

De maneira geral, Klausmeier e Goodwin (1977), Pirola (1995), Brito (1996), Proença (2008), Silva (2016), entre outros, apontam a necessidade de organização de um conjunto de exemplos e não exemplos por meio dos quais os alunos tenham a possibilidade de analisar os atributos definidores das figuras, verificar as relações entre eles e estabelecer uma definição utilizando o vocabulário geométrico adequado. Dessa forma, será possível reduzir os processos de subgeneralização por parte dos estudantes.

Outro estudo que mostrou que alunos do primeiro ciclo do Ensino Fundamental possuem poucos conhecimentos sobre figuras planas e que apresentaram dificuldades com relação à habilidade verbal, demonstrando vocabulário limitado para argumentações, foi o trabalho de Tortora (2014) que analisou tarefas de geometria envolvendo várias habilidades geométricas (entre elas, a verbal) de 30 alunos dos cinco primeiros anos do Ensino fundamental.

Klausmeier e Goodwin (1977), apoiados na teoria piagetiana, elaboraram níveis cognitivos do desenvolvimento conceitual. De acordo com eles as pessoas passariam por alguns níveis cognitivos para alcançar o nível mais elevado, o formal. Os níveis cognitivos são: concreto, identidade, classificatório e formal.

No nível concreto, algumas operações cognitivas são requeridas, como prestar atenção às características de um objeto e discriminá-lo de outros. Além disso, o indivíduo deve lembrar o objeto discriminado. Este é um nível em que a visualização é requerida, ou seja, as pessoas reconhecem os objetos por meio de suas características perceptíveis. No nível de identidade, além das operações cognitivas requeridas no nível anterior (concreto), também será preciso generalizar que duas ou mais formas de um objeto, são o mesmo objeto. Neste nível, o indivíduo deverá reconhecer, por exemplo, que, ao rotacionarmos um quadrado, esse não deixa de ser quadrado.

No nível classificatório, o indivíduo, além das operações requeridas no nível anterior (identidade), deverá generalizar que dois ou mais exemplos de um objeto pertencem a uma mesma classe. Neste nível, as pessoas deverão ser capazes de realizar inclusão de classes das figuras geométricas, como, por exemplo, reconhecer que todo quadrado é um retângulo e que todo quadrado é um losango.

O nível formal é atingido quando o indivíduo já tem formado o nível classificatório. Além disso, deverá ter desenvolvido algumas operações cognitivas, como: discriminar atributos da classe, levantar hipóteses sobre os atributos e/ou princípios relevantes, lembrar-se de hipóteses, avaliar hipóteses usando exemplos positivos e negativos (exemplos e não exemplos), adquirir e lembrar nomes e atributos, perceber os atributos e/ou princípios comuns de exemplos positivos.

Os níveis cognitivos da formação conceitual foram utilizados em várias pesquisas, como Pirola (1995), Proença (2008) que mostram que alunos do ensino Fundamental e Médio desenvolveram os conceitos de figuras geométricas planas até o nível de identidade (níveis mais elementares da formação conceitual).

A formação conceitual pode ser relacionada ao **conhecimento declarativo** que foi estudado por Sternberg (2000) e Anderson (1983) e relacionado a outro tipo de conhecimento, o de procedimento. Anderson (1983) contribuiu bastante com o avanço do entendimento desses dois tipos de conhecimento, por meio de sua teoria ACT (Adaptative Control of Thought). Nessa teoria, o conhecimento declarativo ativa o conhecimento de procedimento que é responsável pelas ações. Alves (2005), estudando processos de resolução de problemas, salientou que, na teoria ACT, quando as pessoas estão resolvendo problemas, *“as representações e alguns conhecimentos declarativos são ativados na memória de trabalho e, emparelhados com algum conhecimento, que é executado imediatamente”* (p. 4).

Sternberg (2000) define o conhecimento declarativo e de procedimento como:

informações quanto a fatos e ideais, que podem ser estabelecidas em termos de proposições (às vezes descrito como “saber o que”)” (p. 201). Já o conhecimento de procedimento diz respeito “às informações quanto a fatos e ideais que podem ser estabelecidas em termos de proposições (às vezes descrito como “saber como”)” (STERNBERG, 2000, p. 201).

Considerando o conhecimento de procedimento, Sternberg (2000) exemplifica:

O conhecimento sobre como seguir vários passos de procedimentos (procedurais) para desempenhar as ações (i.e., “saber como”). Por exemplo, seu conhecimento de como andar de bicicleta, assinar seu nome, dirigir um carro até um local conhecido e agarrar uma bola, depende de sua representação mental do conhecimento de procedimento (procedural). (STERNBERG, 2000, p. 184).

Pirola (2013) destacou que o ensino da geometria (e também da matemática como um todo) tem se desenvolvido de forma a valorizar os conhecimentos de procedimentos em detrimento dos

declarativos. Entre os motivos dessa preferência pelo conhecimento de procedimento, encontra-se a formação do professor que, em sua trajetória escolar sempre aprendeu os conceitos matemáticos dessa forma. De acordo com Pirola (2013), “*trata-se de uma reprodução das experiências vividas no processo de formação profissional*” (p.48). De acordo com Dobarro (2007):

Nas escolas observa-se um engajamento, ainda tímido, na retomada da Geometria dentro das aulas de Matemática como domínio a ser explorado. Ainda são encontrados alguns docentes que evitam lecionar esses conceitos por não conhecê-los. (DOBARRO, 2007, p. 155).

Podemos dizer que o conhecimento declarativo descrito por Sternberg (2000) e por Anderson (1983) aproxima-se do que Klausmeier e Goodwin (1977) entendem por conceito, ou seja, no campo da geometria, o conhecimento declarativo das figuras geométricas seria composto pelos seus atributos definidores. Desta forma, declarar o que é um quadrado, por exemplo, é declarar quais são seus atributos definidores.

As pesquisas descritas até aqui tiveram como participantes alunos da Educação Básica. Elas mostram dificuldades dos alunos em acessar o conhecimento declarativo, ou seja, utilizar os atributos definidores das figuras geométricas, discriminar entre exemplos e não exemplos, estabelecer relações superordenadas (que partem de exemplos específicos para se chegar ao conceito geral) e subordinadas (que partem do conceito mais geral para se chegar a exemplos específicos), entre outros.

A literatura sobre investigações de formação de conceitos, tendo como participantes professores que ensinam Matemática, é bastante reduzida. Isso se dá, em grande parte, pelo fato de os professores, em sua grande maioria, terem receio de se exporem quando o assunto é o conhecimento matemático que possuem para ensinar. Dessa forma, é difícil acessar o conhecimento conceitual (conhecimento declarativo) que eles possuem, por exemplo, em geometria.

Por meio do PNAIC, do qual os autores deste artigo tiveram a oportunidade de participar, foi possível coletar os dados referentes ao conhecimento declarativo dos professores alfabetizadores sobre algumas figuras geométricas, como quadrado, retângulo e triângulo.

### **O Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa – PNAIC – Matemática.**

De acordo com o Ministério da Educação (MEC), o PNAIC tem como compromisso assegurar que todas as crianças estejam alfabetizadas até os oito anos de idade, o que corresponde ao final do terceiro ano do Ensino fundamental. Para isso, firmou parcerias com os governos do distrito Federal, estados e municípios e com universidades em prol da formação continuada dos professores alfabetizadores (professores que atuam no ciclo de alfabetização que corresponde aos três primeiros anos do primeiro ciclo do Ensino Fundamental). Em 2013, o PNAIC enfatizou a área da Língua Portuguesa, em 2014, a ênfase da formação foi em Matemática e, em 2015, a formação foi ampliada



para as demais áreas do conhecimento. Em 2016, a formação pelo PNAIC teve como foco a Avaliação Nacional da Alfabetização (ANA).

Os cursos eram inseridos na modalidade semipresencial, com uma parte presencial e outra desenvolvida na plataforma *moodle*.

Os professores da equipe da universidade ministravam cursos para os professores, chamados de Orientadores de Estudos – OE – (escolhidos pelas secretarias estaduais e municipais de educação) e esses ministravam cursos para os professores alfabetizadores.

O material didático<sup>1</sup> utilizado no PNAIC foi desenvolvido por especialistas das universidades e engloba conteúdos de números, operações, geometria, estatística, grandezas e medidas e pensamento algébrico.

O material de geometria traz discussões teóricas e metodológicas envolvendo a percepção de figuras geométricas, localização e movimentação de pessoas/objetos no espaço. Além disso, apresenta conexões da geometria com outras áreas do conhecimento, como, por exemplo, a Geografia.

## **A pesquisa**

### **Problema de pesquisa**

A pesquisa teve como objetivo investigar o seguinte problema: Que aspectos da formação de conceitos são mobilizados pelos professores alfabetizadores para responderem a questões relacionadas ao conhecimento declarativo de figuras geométricas planas?

Esta pesquisa investigou o conhecimento declarativo das seguintes figuras geométricas: triângulo, quadrado e retângulo.

### **Caracterização dos participantes**

A coleta de dados se deu com Orientadores de Estudo – OE – vinculados ao PNAIC 2015. A escolha desse grupo de OE decorreu do fato de os autores dessa pesquisa terem atuado como formadores de tal grupo, sendo que os orientadores e os professores por eles orientados colocam-se à disposição para colaborar com a pesquisa, tratando-se, portanto, de uma amostra de conveniência.

Colaboraram com a pesquisa 85 OE distribuídos entre 50 municípios do Estado de São Paulo, sendo 11 vinculados à rede estadual de ensino e os demais, 74, vinculados à rede municipal.

Dos entrevistados, apenas 3,5% eram do gênero masculino e 4,7% não tinham experiência com o ciclo de alfabetização.

A tabela 1 mostra a distribuição do tempo de atuação no magistério dos participantes.

<sup>1</sup> Material disponível em: <http://pacto.mec.gov.br/2012-09-19-19-09-11> . Acesso em 02/10/2017.

**Tabela 1:** Distribuição dos participantes de acordo com o tempo de serviço no magistério

<b>Tempo de serviço no Magistério</b>		
Até 5 anos	1,2%	1
Mais que 5 anos até 10 anos	12,9%	11
Mais que 10 anos até 15 anos	27,1%	23
Mais que 15 anos até 20 anos	21,2%	18
Mais que 20 anos até 25 anos	15,3%	13
Mais de 25 anos	22,4%	19
<b>Total</b>	<b>100,0%</b>	<b>85</b>

**Fonte:** Arquivo dos autores (2017)

A formação desses Orientadores de estudo é mostrada na tabela 2.

**Tabela 2:** Formação inicial dos participantes

<b>Formação Acadêmica dos OE</b>		
Pedagogia	77,6%	66
Psicopedagogia	8,2%	7
Magistério	3,5%	3
Superior não especificado	8,2%	7
Não respondeu	2,4%	2
<b>Total</b>	<b>100,0%</b>	<b>85</b>

**Fonte:** Arquivo dos autores (2017)

Dentre os entrevistados, 47,1% possuíam mais que uma formação, sendo 1,2% (um entrevistado) com formação específica em Matemática. 9,4% informaram possuir pós-graduação.

### **Instrumento utilizado para a coleta de dados**

O instrumento utilizado para a coleta de dados foi um questionário no qual o entrevistado definia seu gênero, respondia sobre o tempo total de atuação no magistério, sua formação e indicava se possuía experiência no ciclo de alfabetização. Havia, ainda, questões que abordavam o motivo de estar participando do curso, sua relação de simpatia ou antipatia pela Geometria e aspectos de sua formação nessa área de conhecimento, sondavam de quais conteúdos mais/menos gostavam e qual a importância em ensinar Geometria no ciclo de Alfabetização. Era solicitado também que comentassem acerca de qual conteúdo, no julgamento deles, os alunos mais/menos gostavam dentro da Geometria, além de questionar o uso efetivo de recursos tecnológicos nessa fase de ensino.

Outra questão solicitava que o entrevistado falasse sobre seu entendimento em relação ao conceito de triângulo, quadrado e retângulo, buscando acessar o conhecimento declarativo dessas figuras.

Foi requerido, também, que destacassem quais recursos didáticos mais utilizavam no ensino da Geometria, em particular, das figuras bidimensionais/tridimensionais. Finalizando o questionário, havia uma questão sobre as expectativas em relação ao estudo do caderno de Geometria do PNAIC.

O questionário foi aplicado aos participantes no início do curso do PNAIC com o objetivo de se analisar os conhecimentos prévios dos orientadores de estudo, ou seja, antes de os participantes estudarem o caderno de geometria do PNAIC.

### **Delineamento e planejamento de análise dos dados.**

A análise dos dados teve um delineamento mais voltado à abordagem qualitativa. Embora tenha utilizado percentuais para agrupar as respostas dos participantes, o interesse maior concentra-se em um dos aspectos da pesquisa qualitativa defendido por Bodgan e Biklen (1994), que é tentar compreender o significado que os participantes revelam por meio de suas experiências. Em nosso caso, essas experiências são evidenciadas por meio das respostas dadas pelos sujeitos às questões contidas no questionário.

O questionário é dividido em duas partes: a primeira diz respeito às relações do professor participante com o a geometria e o seu ensino; a segunda está relacionada com o conhecimento declarativo em relação a três figuras geométricas: triângulo, quadrado e retângulo.

Nesse artigo, o nosso foco maior é em relação à segunda parte. Entretanto, consideramos conveniente descrever brevemente alguns resultados da primeira, pois as relações que o professor tem com a geometria e o seu ensino podem dar indicativos das dificuldades que ele tem/teve na construção do conhecimento declarativo das figuras geométricas investigadas.

A primeira parte foi analisada agrupando-se as respostas mais frequentes. A segunda parte, foco deste estudo, foi analisada mediante categorias construídas a *posteriori*. Como o problema de pesquisa objetiva investigar aspectos da formação conceitual mobilizados pelos participantes em relação a três figuras geométricas e, entre esses aspectos, destacamos os atributos definidores, primeiramente foram construídas tabelas que agrupavam as respostas mais frequentes dos participantes, levando-se em consideração os atributos utilizados nas definições. A seguir, foram criadas as seguintes categorias, baseadas nos estudos de Pirola (1995):

**Categoria 1:** utiliza apenas um atributo definidor

**Categoria 2:** utiliza dois atributos definidores

**Categoria 3:** utiliza três atributos definidores

**Categoria 4:** utiliza um exemplo específico (subgeneralização)

**Categoria 5:** utiliza atributos equivocados

**Categoria 6:** relaciona a figura com a face de um poliedro

### Análise dos dados do questionário – primeira parte

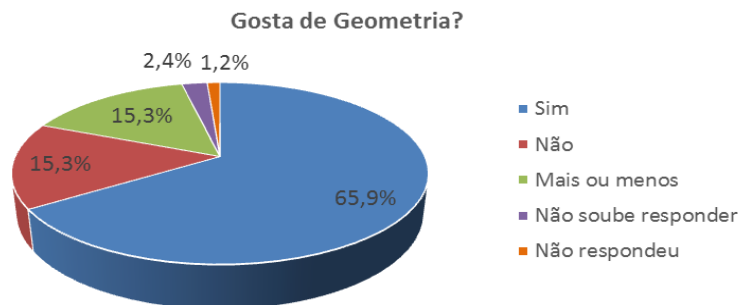
Nesta parte analisaremos as seguintes questões:

- 1- Por que se inscreveu no PNAIC 2015?
- 2- Você gosta de geometria?
- 3- Por que é importante ensinar geometria no ciclo de alfabetização?
- 4- No ciclo de alfabetização que recursos didáticos mais utiliza para ensinar geometria?

Os motivos de estarem participando do PNAIC 2015 foram remetidos a conteúdos e práticas metodológicas relacionadas com a Matemática. 42% ressaltaram a importância de aprender ou aprofundar os conceitos matemáticos, principalmente do eixo da Geometria, bem como suas práticas pedagógicas. 26,8% lembraram a importância de se capacitarem para poderem contribuir com a formação dos professores alfabetizadores que é da responsabilidade daqueles. 23,2% afirmaram que estão na formação por terem sido escolhidos com orientadores de estudo. As justificativas dos demais, 8%, foram diversas: gostar de matemática, gostar de estudar, valorizar a troca de experiências com os demais participantes, desenvolver pesquisa na área da educação, entre outras.

Quando questionados se gostavam de geometria, foram obtidos os seguintes dados, mostrados pela Figura 3:

**Figura 3:** Distribuição dos participantes quanto ao gostar e não gostar de geometria



**Fonte:** arquivo dos autores (2017)

Em relação à formação em Geometria, a maioria dos entrevistados, 60%, disse que foi de forma superficial, sem significado, descontextualizada, tradicional. 18,8% afirmaram não terem tido o ensino desse bloco de conteúdo na sua formação, 16,5% dos orientadores de ensino disseram não se lembrar de como foi o ensino de Geometria e apenas 3,5% julgaram ter uma experiência positiva com esse ensino. Os demais não souberam responder.

Essas respostas estão de acordo com os resultados da pesquisa de Pirola (2000). Além disso, Curi (2004) já alertou sobre a formação matemática dos professores que ensinam Matemática nos anos iniciais do Ensino fundamental, com formação em Pedagogia. A autora mostra, entre outras coisas, a insuficiência da carga horária destinada ao ensino da Matemática, aspecto para o qual

convergem Pirola, Sander e Tortora (2013). Pereira (2016) revela uma precarização da formação inicial e continuada dos professores alfabetizadores. A formação deficitária acaba tendo impactos negativos tanto na formação de conceitos como na condução do processo de ensino e aprendizagem da Matemática e, de forma especial, da geometria.

Dos participantes, 43,3% dos Orientadores de Estudo citaram como sendo importante ensinar Geometria no ciclo de alfabetização a presença desse conteúdo no cotidiano da criança. 34% julgam ser importante para a criança desenvolver a noção espacial, de localização. Um total de 9,3% justificou pela necessidade de as crianças entenderem, interpretarem e aplicarem os conhecimentos no mundo em que vivem; 4,2% argumentaram que ensinando os conceitos geométricos, desde o ciclo de alfabetização, as crianças não terão dificuldades futuras ou essas serão amenizadas. Do total, 8% não souberam justificar o motivo de ensinar Geometria nesse nível de ensino e 1,2% não responderam à questão.

No Ciclo de Alfabetização, 61,2% não utilizam recursos tecnológicos com as crianças. Aqueles que utilizam – 31,8% – citaram a utilização de jogos na internet e lousa digital; 7,1% dos entrevistados não responderam a essa questão.

Embora os participantes tenham citado, em sua maioria, que a geometria é importante por estar relacionada ao cotidiano e por desenvolver noções geométricas, é importante também destacar que o ensino da geometria pode levar as pessoas ao desenvolvimento do pensamento geométrico. De acordo com Pirola et. al. (2014), o pensamento geométrico é

constituído por um conjunto de componentes que envolvem processos cognitivos, como a percepção, a capacidade para trabalhar com imagens mentais, abstrações, generalizações, discriminações e classificações de figuras geométricas, entre outros (PIROLA et.al., 2014, p. 10).

De forma geral, o ensino da geometria deveria possibilitar às pessoas a elaboração de conjecturas, validação de ideias, uso de atributos definidores, reconhecimento entre exemplos e não exemplos, identificação e uso de propriedades geométricas em diferentes contextos, desenvolvimento da percepção, entre outros elementos importantes do pensamento geométrico.

### **Análise dos dados do questionário – segunda parte**

Nesta parte, que tinha como objetivo investigar o conhecimento declarativo dos participantes, foram feitas as seguintes questões:

- 1- Qual o seu entendimento sobre triângulo?
- 2- Qual o seu entendimento sobre quadrado?
- 3- Qual o seu entendimento sobre retângulo?



Na questão abordando o entendimento sobre as figuras geométricas, as respostas são mostradas nas tabelas 3, 4 e 5.

**Tabela 3:** Conhecimento declarativo sobre Triângulo

<b>Conhecimento Declarativo sobre o Triângulo</b>		
Figura com 3 lados	42,4%	36
Figura com 3 ângulos	12,9%	11
Figura com 3 lados iguais	10,6%	9
Figura com 3 segmentos de reta	7,1%	6
Figura com 3 lados e 3 ângulos	5,9%	5
Figura com 3 lados, 3 ângulos e 3 vértices	4,7%	4
Figura plana 3 ângulos, vértices e arestas	3,5%	3
É a face do tetraedro	3,5%	3
Figura formada por 3 retas	2,4%	2
Figura com 2 lados iguais e um diferente	2,4%	2
Figura com 3 lados, 3 ângulos e 3 faces	1,2%	1
Figura com 3 retas iguais e 1 base na horizontal	1,2%	1
Figura com 3 retas iguais ou diferentes	1,2%	1
Figura com 3 vértices	1,2%	1
<b>Total</b>	<b>100,0%</b>	<b>85</b>

**Fonte:** arquivo dos autores (2017)

**Tabela 4:** Conhecimento declarativo sobre o Quadrado

Conhecimento declarativo sobre o Quadrado		
Figura com 4 lados iguais	51,8%	44
Figura com 4 lados iguais e 4 ângulos retos	18,8%	16
Figura com 4 lados	7,1%	6
Figura com 4 lados iguais, 4 ângulos retos e 4 vértices	4,7%	4
Figura com lados iguais	3,5%	3
Figura com 4 ângulos retos e 4 arestas iguais	3,5%	3
Figura com 4 ângulos retos	2,4%	2
Figura com 4 lados e 4 ângulos retos	2,4%	2
Figura com 4 lados diferentes	2,4%	2
Figura formada por 4 retas iguais	1,2%	1
É um dos lados do cubo	1,2%	1
Figura 4 vértices e 4 lados iguais	1,2%	1
<b>Total</b>	<b>100,0%</b>	<b>85</b>

**Fonte:** arquivo dos autores (2017)

**Tabela 5:** Conhecimento declarativo sobre o Retângulo

Conhecimento declarativo sobre o Retângulo		
Figura com 2 lados iguais e 2 diferentes	52,9%	45
Figura com 2 lados iguais e 2 diferentes, 4 ângulos retos	11,8%	10
Não respondeu	5,9%	5
Figura com lados diferentes	3,5%	3
Figura com 4 lados	3,5%	3
Figura com 2 lados paralelos iguais	3,5%	3
Figura com 2 retas menores e paralelas e 2 retas maiores	2,4%	2
É a face do paralelepípedo	2,4%	2
Figura com 4 ângulos, 2 lados iguais e 2 diferentes	2,4%	2
Figura com 4 arestas paralelas e com mesma medida	2,4%	2
Figura com 4 ângulos retos	1,2%	1
Figura com plana de 5 lados	1,2%	1
Figura com 4 lados, 4 ângulos, lados paralelos	1,2%	1
Desenhou	1,2%	1
Figura com 4 vértices	1,2%	1
Figura com 4 lados e lados paralelos	1,2%	1
Figura com 4 ângulos	1,2%	1
Não possui a mesma medida dos lados	1,2%	1
<b>Total</b>	<b>100,0%</b>	<b>85</b>

**Fonte:** arquivo dos autores (2017)

As categorias foram analisadas com base nas tabelas 3, 4 e 5.

**Categoria 1: utiliza apenas um atributo definidor.** Nesta categoria, foram incluídos os participantes que citaram apenas um atributo definidor das figuras, como lado, ângulo e segmento de reta. Em relação ao triângulo, o atributo mais utilizado foi o “lado”, correspondendo a 42,4%, fato que também ocorreu com 51,8% dos participantes em relação ao quadrado, situação em que se utilizou o atributo “lados iguais”. Ainda, no que tange ao quadrado, um total de 7,1% mencionou somente o atributo “lado”. Outro atributo utilizado pelos participantes foi o de “4 ângulos retos”, correspondendo a 2,4% do total de participantes. No que se refere ao retângulo, o atributo mais utilizado também foi o “lado”. É importante destacar que 3,5% dos participantes afirmaram que retângulo era uma figura que possuía lados diferentes. Outros atributos mencionados, em menor frequência, foram vértices (1,2%) e ângulos retos (1,2%). Neste estudo, não foram explorados os exemplos e não exemplo das figuras como foi feito por Pirola (1995). Dessa forma, não foi possível saber se os participantes dessa categoria conseguiriam discriminar outros tipos de triângulos, quadrados e retângulos. Entretanto, como se trata de professores que ensinam Matemática, é certo que esse conhecimento declarativo é incompleto, o que pode gerar erros de generalização como, por exemplo, a subgeneralização. Tais respostas dos professores conduzem a alguns questionamentos: 1 – qualquer figura com três lados seria denominada de triângulo? 2 – qualquer figura com quatro lados é um quadrado? 3 – qualquer figura que tem quatro ângulos retos é um retângulo?

De acordo com a teoria conceitual de Klausmeier e Goodwin (1977), é importante que o professor sempre torne claros os atributos definidores, pois é por meio deles que as pessoas conseguem relacionar e diferenciar os conceitos. Essa perspectiva também é compartilhada por outros autores, como Derville (1976), Pirola (1995), Proença (2008) e Silva (2016). Se o conhecimento declarativo desses participantes, em relação às figuras investigadas, é baseado em somente um atributo definidor, é provável que, em sua atuação, os professores tenham como base esse conhecimento para ensinar essas figuras aos alunos. Dessa forma, alguns problemas, em termos de formação conceitual, poderão ocorrer: os alunos poderão ter dificuldades para alcançar níveis mais elevados de formação conceitual, como por exemplo, o nível de identidade, classificatório e formal, de acordo com Klausmeier e Goodwin (1977) e Brito (1996); além disso, o uso de um único atributo definidor poderá conduzir os alunos a erros de identificação de exemplos e não exemplos das figuras.

**Categoria 2: utiliza dois atributos definidores** – Nesta categoria, estão incluídos apenas 5,9% dos participantes que utilizaram os atributos “lados e ângulos”, para a figura triângulo. Para a figura quadrado, 18,8% dos participantes utilizaram os atributos “lados iguais e ângulos retos” e 1,2% utilizaram “vértices e lados iguais”. Em relação ao retângulo, 11,8% utilizaram “lados e ângulos

retos” e 3,5 utilizaram os atributos “lados e paralelos” Embora seja um “avanço” em relação aos outros participantes pertencentes à categoria 1, se o ensino se der por meio dessa categoria (uso de somente dois atributos definidores), o conhecimento declarativo dos alunos poderá ser limitado, propiciando, também, os erros de generalização, como mostram os estudos de Brito (1996) e Pirola (1995).

**Categoria 3: utiliza três atributos definidores** – Apenas 4,7% dos participantes afirmaram que triângulo era um figura que possuía três lados, três ângulos e três vértices. Quanto ao quadrado, apenas 4,7% dos participantes destacaram “lados iguais, 4 ângulos retos e 4 vértices” como atributos definidores. Em relação ao retângulo, somente 1,2% dos participantes mencionaram os atributos “4 lados, 4 ângulos e lados paralelos”. De acordo com Klausmeier e Goodwin (1977), Brito (1996), Proença (2008) e Pirola (2013), quanto mais atributos forem identificados, melhor é a qualidade da formação conceitual e menor é o erro de generalização.

**Categoria 4: utiliza um exemplo específico (subgeneralização).** Nesta categoria, 10,6% dos participantes identificaram o conceito de triângulo como sendo o mesmo do triângulo equilátero e 2,4% identificaram o conceito de triângulo como sendo o mesmo do triângulo isósceles. No caso do retângulo, a maioria, 52,9% identificou o retângulo como sendo uma figura com 2 lados iguais e dois diferentes, mostrando evidências de um processo de subgeneralização.

Em relação ao retângulo, pelo conhecimento declarativo mostrado na resposta dos participantes, percebe-se que 52,9%, aparentemente, não desenvolveram o nível classificatório, de acordo com a teoria de Klausmeier e Goodwin (1977), pois não incluem o quadrado como sendo um retângulo. De acordo com esses autores, no nível classificatório, uma das operações cognitivas a ser mobilizada é a generalização de que *“dois ou mais exemplos são equivalentes e pertencem à mesma classe de coisas”* (Klausmeier e Goodwin, 1977, p. 55).

Erros de generalização, como esses, também foram evidenciados com alunos da escola básica, como demonstram os estudos de Moraco (2006). Neste caso, o erro cometido pelos alunos é o mesmo cometido por uma parte dos professores alfabetizadores investigados. De acordo com Derville (1976) e Brito (1996), as pessoas formam conceitos incorretos porque, provavelmente, conhecem apenas um exemplo, ou poucos exemplos desse conceito.

**Categoria 5: utiliza atributos equivocados.** No caso do triângulo é possível observar que alguns atributos foram utilizados de forma equivocada, como “reta”, “aresta”, “linha reta” e “face”. O total de participantes inseridos nessa categoria foi de 5,9%.

No que se refere ao conceito de quadrado, 4,7% dos participantes utilizaram atributos de forma equivocada quando utilizaram “linha reta” e “arestas”. Em relação ao retângulo, também foi observado o uso de atributos como “linha”, “reta” e “aresta”, correspondendo a um total de 4,7% dos participantes. É importante observar que 1,2% dos participantes definiram o retângulo como sendo uma figura de 5 lados. Klausmeier e Goodwin (1977) recomenda que os professores estabeleçam a terminologia correta para o conceito e seus atributos. A mesma recomendação aparece nos trabalhos de Pirola (1995, 2013 e 2014).

**Categoria 6: relação da figura com a face de um poliedro.** Nesta categoria, estão os participantes cujas respostas identificaram a figura geométrica com uma das faces de um poliedro. Em relação ao triângulo, 3,5% dos participantes apontaram que o triângulo era “um dos lados do tetraedro”. O “lado” foi utilizado de forma equivocada, pois se trata de uma face do tetraedro. O mesmo ocorreu com 1,2% dos participantes que respondeu que o quadrado era “um dos lados do cubo”. No que diz respeito ao retângulo, 2,4% identificaram essa figura como sendo a face do paralelepípedo.

Embora os participantes incluídos nessa categoria conseguissem identificar a figura (polígono) como sendo a face de um poliedro, não definiram a figura de acordo com os seus atributos definidores.

De maneira geral, os participantes da pesquisa mostram baixo conhecimento declarativo das figuras investigadas, evidenciando a subgeneralização. Em relação ao triângulo e retângulo, foi possível verificar que os professores têm como exemplos as figuras prototípicas (triângulo equilátero e retângulo não quadrado). Se o conhecimento desses professores alfabetizadores é deficitário, provavelmente, seus alunos deverão desenvolver os conceitos dessas figuras também de forma deficitária.

É desejável que os professores tenham formado os conceitos em um nível superior ao dos alunos, ou seja, tenham desenvolvido o conhecimento declarativo dessas figuras geométricas de forma mais completa. Entretanto, os resultados deste estudo, cotejados com os resultados obtidos por Moraco (2006), Proença (2008) e Pirola (1995), mostram que o conhecimento declarativo dos professores se aproxima ao dos alunos da Educação Básica, quando se analisam os atributos definidores e processos de subgeneralização das figuras geométricas planas (triângulo, quadrado e retângulo).

É importante destacar, ainda, que o baixo conhecimento declarativo dos professores pode ter repercussão em suas práticas de ensino. A análise dos dados mostrou que 42% dos participantes se inscreveram no PNAIC para aprofundar os conhecimentos em geometria e em metodologias de ensino.



## Considerações finais

Esta pesquisa teve como principal objetivo investigar que aspectos da formação de conceitos são mobilizados pelos professores alfabetizadores para responderem a questões relacionadas ao conhecimento declarativo de figuras geométricas planas. Foram analisados os conhecimentos declarativos das figuras geométricas triângulo, quadrado e retângulo. Entre os aspectos da formação conceitual foram considerados os atributos definidores e processos de subgeneralização.

A análise dos dados mostrou que os aspectos da formação de conceitos mobilizados pelos participantes foram:

- 1 – processos de subgeneralização para as figuras triângulo e retângulo;
- 2 – uso de conhecimentos declarativos alicerçados em figuras prototípicas;
- 3 – uso de atributos definidores equivocados;
- 4 – uso de poucos atributos definidores (máximo de três) para expressar o conhecimento declarativo das figuras investigadas.

De maneira geral, a análise dos protocolos dos participantes mostrou pouco conhecimento declarativo dos professores que atuam nos anos iniciais do Ensino Fundamental, em relação ao triângulo, quadrado e retângulo. A dificuldade em identificar as figuras, por meio dos atributos definidores, pode ser decorrente do processo de formação desses professores, pois, quando questionados sobre a formação que tiveram em relação à geometria, em suas formações, apenas 3,5% deles julgaram que tiveram experiências positivas em relação a essa parte da matemática. A maioria deles afirmou que ou não estudaram geometria ou esse estudo foi de forma superficial.

Outro fator que pode ter contribuído para esses resultados é a forma como a geometria vem sendo ensinada tanto na educação básica, como em cursos de formação inicial e continuada de professores, de maneira a, muitas vezes, priorizar o desenvolvimento do conhecimento de procedimento, baseados em cálculos de áreas e perímetros (conteúdos tratados em grandezas e medidas), por meio de memorização de fórmulas prontas e acabadas, em detrimento dos conhecimentos declarativos (conceituais).

A pesquisa também mostrou que o conhecimento declarativo evidenciado pelas repostas dos professores aproxima-se do conhecimento declarativo de alunos da Educação Básica, conforme mostram os estudos de Pirola (1995, 2013, 2014), Tortora (2014) e Silva (2016).

Para a continuidade dessa pesquisa, sugerimos articular o conhecimento declarativo que os professores possuem sobre atributos definidores das figuras investigadas com a identificação de exemplos e não exemplos (podendo ser utilizado o teste desenvolvidos por Pirola (1995)) e com as relações superordenadas e subordinadas (podendo ser utilizado o teste desenvolvido por Proença (2008)). Dessa forma, será possível ter um conhecimento mais abrangente sobre a formação

conceitual dos professores que estão atuando no ciclo de alfabetização, podendo-se estender a investigação para a formação conceitual de professores que atuam em outros níveis de escolaridade.

Em relação à fundamentação teórica utilizada nesta pesquisa, embora os estudos sejam da década de setenta, por exemplo, Klausmeier e Goodwin (1977), eles têm sido utilizados em várias pesquisas no âmbito da Psicologia da Educação Matemática, no sentido de revisá-la e aprimorá-la. Entre essas pesquisas, destacamos as de Proença (2008), Nascimento (2008), Rezi (2001), Pirola (2013), entre outros.

Destacamos a importância da formação inicial e dos programas de formação continuada de professores que ensinam Matemática nos anos iniciais do Ensino para o desenvolvimento conceitual. No âmbito da formação inicial, é desejável que os cursos de Pedagogia deem uma atenção maior ao ensino da Matemática escolar, em especial ao de geometria, não somente aumentando a carga horária dessa disciplina, mas articulando os processos de construção conceitual (conhecimentos declarativos) com os aspectos históricos dos conceitos e os metodológicos relacionados ao ensino.

Além disso, outro destaque importante deve incidir no uso das tecnologias no ensino da geometria, o qual tem se mostrado muito eficiente tanto para o desenvolvimento do conhecimento declarativo, como para o processo de desenvolvimento de habilidades geométricas, como a percepção, orientação espacial e manipulação mental de figuras (bi e tridimensionais).

## Referências Bibliográficas

ALVES, E. V. *Um estudo exploratório das relações entre memória, desempenho e os procedimentos utilizados na solução de problemas matemáticos*. 2005. Tese (Doutorado em Educação). Faculdade de Educação - Universidade Estadual de Campinas - UNICAMP. Campinas, 2005.

ANDERSON, R. *The architecture of cognition*. Cambridge, Ma.: Harvard University Press, 1983.

BOGDAN, R.; BIKLEN, S. *Características da investigação qualitativa*. In: *Investigação qualitativa em educação: uma introdução à teoria e aos métodos*. Porto, Porto Editora, 1994.

BRITO, M. R. F. O Ensino e A Formação de Conceitos Em Sala de Aula. In: NOVAES, M. H.; BRITO, M. R. F.. (Org.). *Psicologia na Educação: Articulação entre pesquisa, formação e prática pedagógica*. 1ed. Rio de Janeiro: Xenon Editora e Produtora Cultural, 1996. p. 73-93

CURI, E. *Formação de professores polivalentes: uma análise de conhecimentos para ensinar Matemática e de crenças e atitudes que interferem na constituição desses conhecimentos*. 2004. Tese (Doutorado) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2004.

DERVILLE, L. *Psicologia Prática no Ensino*. Tradução de José Reis. São Paulo: IBRASA, 1976.

DOBARRO, V. *Solução de problemas e tipos de mente matemática: relações com as atitudes e crenças de auto-eficácia*. 2007. Tese (Doutorado em Psicologia Educacional) – Faculdade de Educação - Universidade Estadual de Campinas - UNICAMP. Campinas, 2007.

KLAUSMEIER, H. J.; GOODWIN, W. *Manual de Psicologia Educacional: aprendizagem e capacidades humanas*. Tradução de ABREU, M. C. T. A. São Paulo: Harper & Row, 1977.

KOCHHANN, M. E. R.; PIROLA, N. A. . Gestar: formação de professores em serviço e a abordagem da geometria. *Revista Educação, Cultura e Sociedade*, v. 1, p. 219-232, 2011.

MORACO, A. S. C. T. *Um estudo sobre os conhecimentos geométricos adquiridos por alunos do Ensino Médio*. Dissertação (Mestrado em Educação para a Ciência). 2006. Pós-Graduação FC/UNESP – Bauru, 2006.

NASCIMENTO, A. A. S.B. *Relações entre os conhecimentos, as atitudes e a confiança dos alunos do curso de licenciatura em matemática na resolução de problemas geométricos*. 2008. Dissertação (Mestrado em Educação para a Ciência). Pós-Graduação FC/UNESP – Bauru, 2008.

PAVANELLO, R. M. O abandono do ensino de geometria no Brasil: causas e consequências. *Zetetiké*, v1, n. 1, 7-17, 1993.

PEREIRA, A. J. *Contribuições da pedagogia histórico-crítica para o ensino da Geometria espacial no ciclo de alfabetização*. 2016. Dissertação (Mestrado). Universidade Estadual Paulista, Bauru, 2016.

PIROLA N. A. *Contribuições de Pesquisas em Psicologia da Educação Matemática para o ensino da Matemática escolar*. 2013. Tese (Livre-docência em Educação Matemática). FC/UNESP – Bauru, 2013.

PIROLA, N. A. Práticas de ensino de Geometria: algumas experiências com o desenvolvimento da movimentação e localização de pessoas/objetos no mundo físico. In: *Geometria no ciclo de alfabetização. Programa salto para o futuro, Ano XXIV- Boletim 7 – setembro de 2014*. Disponível em:

<[http://cdnbi.tvescola.org.br/resources/VMSResources/contents/document/publicationsSeries/16530307\\_14\\_Geometrianocicludealfabetizacao.pdf](http://cdnbi.tvescola.org.br/resources/VMSResources/contents/document/publicationsSeries/16530307_14_Geometrianocicludealfabetizacao.pdf)> Acesso em: dez.2017.

PIROLA, N. A. *Solução de problemas geométricos: dificuldades e perspectivas*. 2000. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Universidade Estadual de Campinas - Unicamp, Campinas, 2000.

PIROLA, N. A. *Um estudo sobre a formação dos conceitos de triângulos e paralelogramos em alunos de primeiro grau*. 1995. Dissertação (Mestrado) - UNICAMP, Campinas, 1995.

PIROLA, N. A. ; BRITO, M. R. F. . A formação dos conceitos de triângulo e de paralelogramo em alunos da escola elementar. In: BRITO, M. R. F.. (Org.). *Psicologia da Educação Matemática - Teoria e Pesquisa*. 1ed.Florianópolis: Insular, v. 01, p. 85-106, 2001.

PIROLA, N. A.. Algumas contribuições das pesquisas em Psicologia da Educação Matemática para o ensino de geometria. In: GROENWALD, L. O.; SILVA, M. A.. (Org.). *Educação Matemática - Contribuição para as séries finas do Ensino Fundamental e Médio*. 1ed.Canoas: Editora da Ulbra, v. 1, p. 173-188, 2013a.

PIROLA, N. A.; SANDER, G. P. ; SILVA, G. A. ; TORTORA, E. ; PAGIAN, T. R. U. Y. ; MORAIS, J. A. R. S. ; NASCIMENTO, A. A. S. B. . A Geometria e o Ciclo de Alfabetização. In: VIANNA, C. R.; ROLKOUSKI, E. (ORG.). *Geometria. Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa*. 1ed. Brasília: v.1, p. 10-17, 2014.

PIROLA, N. A.; SANDER, G. P. ; TORTORA, E. . Formação inicial de professores que ensinam Matemática na Educação Básica e as atitudes em relação a essa disciplina. In: CIRÍACO, K. T.; BEZERRA, G. F. (Org.). *Educação Básica, formação de professores e inclusão: práticas e processos educacionais em diferentes cenários*. 1ed. Curitiba: CRV, v.1 , p. 23-33, 2013.

PROENÇA, M. C.. *Um estudo exploratório sobre a formação conceitual em geometria de alunos do ensino médio*. 2008. Dissertação (Mestrado em Educação para a Ciência). Pós-Graduação FC/UNESP – Bauru, 2008.

REZI, V. *Um estudo exploratório sobre os componentes das habilidades matemáticas presentes no pensamento em geometria*. 2001. Dissertação (Mestrado). Universidade Estadual de Campinas, - UNICAMP, Campinas, 2001.

SILVA, B. A. C. *Geometria no ciclo de alfabetização: um estudo sobre as atitudes dos alunos do ciclo de alfabetização diante da geometria e suas relações com a aprendizagem*. 2016. Dissertação (Mestrado em Educação para a Ciência). Pós-Graduação FC/UNESP – Bauru, 2016.

STERNBERG, R. *Psicologia cognitiva*. Trad. Maria Regina Borges Osório. Porto Alegre: ArtMed, 2000.

TORTORA, E. ; PIROLA, N. A. . *O desenvolvimento de habilidades geométricas na Educação Infantil*. In: XXIII SEMINÁRIO DE INVESTIGAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2012, Coimbra - Portugal. Anais do XXIII SIEM, 2012.

TORTORA, E. *Resolução de problemas geométricos: um estudo sobre conhecimentos declarativos, desenvolvimento conceitual, gênero e atribuição de sucesso e fracasso de crianças dos anos iniciais do Ensino Fundamental*. 2014. Dissertação (Mestrado). Universidade Estadual Paulista. Bauru, 2014.

**Recebido em 15/10/2017**

**Aceito em 18/12/2017**

## **Sobre os autores**

### **Gilmara Aparecida da Silva**

Doutoranda do Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência da UNESP/Bauru. Formadora do PNAIC/Matemática desde 2014.

**Nelson Antonio Pirola**

Professor Adjunto do Departamento de Educação, credenciado no Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência e no Programa de Mestrado Profissional em Docência para a Educação Básica da UNESP/Bauru. Líder do GPPEM/UNESP/Bauru.