ISSN 1676-8868
Revista de Educação Matemática – vol. 13, número 15, 2011

TRIGONOMETRIA SEM TRAUMAS: UMA EXPERIÊNCIA COM JOGOS

TRIGONOMETRY WITHOUT TRAUMA: AN EXPERIENCE WITH GAMES

André Gustavo Oliveira da Silva – Instituto Adventista Paranaense
andregutoiap@yahoo.com.br
Rosana Salvi – Universidade Estadual de Londrina
salvi@uel.br

RESUMO: Ao longo de nossa experiência como professores de matemática para o Ensino Médio temos presenciado forte aversão e verdadeiros traumas por parte de alguns estudantes quando se fala em trigonometria, fato que se reflete geralmente em baixo desempenho nas avaliações. Neste artigo, relatamos nossa experiência com a apresentação do tema sob um ponto de vista lúdico e menos formal - por meio de jogos: a mandala trigonométrica - e verificamos algumas formas de contribuição para a desmistificação do conteúdo e a conseqüente melhor compreensão e mais eficiente apreensão de fundamentos necessários que servirão como fundamento para a aquisição de novos conceitos. Apresentamos alguns resultados obtidos em nossa prática com alunos do terceiro ano do Ensino Médio que cursavam, em regime de dependência, a disciplina de matemática do da série anterior.
Palavras Chave: Educação Matemática. Lúdico. Trigonometria.

ABSTRACT: Throughout our experience as teachers of mathematics in high school we have witnessed strong aversion and real trauma by some students when it comes to trigonometry, a fact which is reflected in generally poor performance in assessments. In this article we report our experience with the presentation of the topic from a standpoint playful and less formal - through games: the trigonometric mandala - and found some forms of contribution to the demystification of the content and as result better understanding and more efficient comprehension of necessary foundation that will serve as the foundation for the acquisition of new concepts. We present some results obtained in our practice with third grade students who attended high school in the dependency system, the discipline of mathematics of the previous series.
Keywords: Mathematics Education. Playful. Trigonometry.

Considerações iniciais

Há consenso entre os professores de matemática do Ensino Médio que é importante o aluno conhecer o ciclo trigonométrico. Podemos elencar algumas razões citadas por alguns professores questionados a respeito: (a) é pré-requisito para outros conteúdos na série e também posteriormente; (b) estimula o raciocínio lógico e ensina a estabelecer relações; (c) amplia a visão sobre a utilização dos ângulos além dos que são trabalhados com o triângulo retângulo; (d) é ponto de partida para se trabalhar as funções trigonométricas; dentre outras.

Não há como negar a relevância desse conteúdo dentro do aspecto acadêmico que visa à formação intelectual do estudante. Espera-se que ele conclua a educação básica com o domínio desse conceito.

Este artigo apresenta alguns resultados obtidos da apresentação do tema sob um ponto de vista lúdico e menos formal e de que forma pode contribuir para a melhor compreensão e mais eficiente apreensão dos conceitos básicos necessários à compreensão do que é o ciclo trigonométrico.

O método lúdico no processo ensino e aprendizagem

Na Educação Matemática o jogo passa a ter o caráter de material de ensino, quando se considera que ele é o promotor de aprendizagem da criança colocada diante de situações em que , ao brincar, apreende a estrutura lógica do material e deste modo apreende também a estrutura matemática presente.

Perrenoud (2000) defende a idéia de que diante da diversidade de recursos pedagógicos existentes, o educador encontra nos jogos um instrumento de grande relevância. Pois afirma que a maioria das pessoas interessa–se, em alguns momentos, pelo jogo da aprendizagem, se lhes oferecem situações abertas, estimulantes, interessantes. Há maneiras mais lúdicas do que outras de propor a mesma tarefa cognitiva. Afirma Perrenoud: Não é necessário que o trabalho pareça uma *via crucis*; pode-se aprender rindo, brincando, tendo prazer.

Encontramos nos PCN respaldo para a inserção de jogos no processo de ensino e aprendizagem: "Por meio dos jogos as crianças não apenas vivenciam situações que se repetem, também aprendem a lidar com símbolos e a pensar por analogia. Ao criarem essas analogias, tornam-se produtoras de linguagens, criadoras de convenções, capacitando-se para se submeterem a regras e dar explicações." PCN (2000).

Para Moura (1994) a participação em jogos de grupo pode representar uma conquista cognitiva, emocional, moral e social para a criança e um estímulo para o desenvolvimento do seu raciocínio lógico.

Para Moura (1994) o jogo aproxima-se da matemática via desenvolvimento de resolução de problemas e permite trabalhar os conteúdos culturais inerentes ao próprio jogo.

Para Macedo (2000), jogar favorece e enriquece o processo de aprendizagem, na medida em que o sujeito é levado a refletir, fazer previsões e inter-relacionar objetos e eventos, bem como contribui para fornecer informações a respeito do pensamento, habilidade fundamental para o profissional que pretende auxiliar na superação das eventuais dificuldades.

Brenely (2002) comenta que ao jogar oportuniza-se o a criar estratégias, trabalhar com processos heurísticos (descobrir a verdade, por si próprio), criar situações problemas envolvendo o conhecimento aritmético. Também desperta o interesse, desafia o raciocínio das crianças possibilitando-as agir sobre os objetos e abstrair o conhecimento lógico matemático... permite classificar, ordenar, colocar em correspondência" (BRENELY, 2002).

Guérios (2002) investigou professores que adotam os jogos como prática e concluiu que o jogo pode ser um recurso para a promoção de construção conceitual pelo aluno. Para procedimentos de avaliação e, inclusive de exercitação algorítmica. Ressalta a importância do desenvolvimento do pensamento estratégico, propalado como o grande mote para o sucesso do cidadão do futuro.

Em suma o jogo pode ser visto como um possibilitador de colocar o pensamento do sujeito em ação. É o elemento externo que irá atuar no interior do sujeito possibilitando-o a chegar a uma nova estrutura de pensamento.

O ensino da trigonometria por meio de jogos

Silva (2007) argumenta que ao apresentarmos o ciclo trigonométrico de forma fria e "estanque", como algo que precisa ser memorizado à força e muitas vezes às pressa, pode causar uma certa barreira ao aprendiz, pois além de, muitas vezes, não enxergar relação alguma com o seu cotidiano, a maneira "acabada e irretocável" gera uma sensação de impotência diante de algo "muito difícil" de ser captado por mentes comuns.

O que temos presenciado, na prática, é um professor por demais preocupado em cumprir o programa proposto, na grade curricular, para determinada série ao ponto de ser meramente o reprodutor fiel das idéias do livro didático que adota, sem liberdade para interferir de forma alguma. Ocorre algo parecido com que ouvi certa vez de uma experiente educadora que ilustrou tal situação como a do ventríloquo, profissional a serviço do humor, que usa um boneco como porta-voz de suas pitadas de humor, quando faz seu show. O triste é que nesse caso o livro é quem comanda a "fala" do professor que não passa de um boneco em suas mãos, seguindo fielmente não somente as definições propostas como também a sequência na qual os temas são apresentados.

Se o material é apostilado o problema se agrava, pois há o compromisso de vencer determinado módulo num tempo pré-definido, pois há a expectativa da chegada do próximo volume. E o pior: se as avaliações são 'importadas' engessam, mais ainda, a liberdade de criar ao professor e conseqüentemente ao aluno.

Segundo Fiorentini (1999) os saberes relativos a como o professor e os alunos devem agir e se comportar em sala de aula começaram a ser elaborados à partir do século XVII, com base em pressupostos religiosos de tradição judaica, quando organizou-se e institucionalizou-se o modo de fazer escola e ensinar, visando a formação do indivíduo dócil e culto. Esta forma de ensinar atravessou o tempo e chegou até nós e serve de molde para guiar os comportamentos dos professores.

No mesmo artigo, Fiorentini (1999) propõe, ao professor, que assuma o papel de um artesão, que crie situações de aprendizagens, desvencilhando-se da racionalidade técnica, que o faz reproduzir o conteúdo sugerido pelos manuais didáticos. Sugere, ainda, que assuma seu papel como um dos principais responsáveis pela produção dos saberes que devem orientar seu trabalho, gerando um saber reflexivo, plural, histórico, provisório, contextual, afetivo, cultural, formando uma teia de saberes científicos, curriculares e experimentais visando sobretudo a formação do novo cidadão, um indivíduo versátil, com conhecimento flexível, vivo e dinâmico, que assuma atitude exploratória, crítica e criadora, capaz de comunicar-se e interagir coletivamente.

Repetir com maior perfeição possível àquilo que trazem os livros ou o que é dito em sala de aula, não cria condições de criação nem de descoberta, mas sim um mundo hermético, desconectado da realidade e acessível a poucos. Em contrapartida, está a proposta do ensino e aprendizagem por meio do lúdico. Nesta concepção o jogo está impregnado de aprendizagem, isso porque os sujeitos, ao jogarem, passam a lidar com regras que lhes permitem a compreensão do conjunto de conhecimentos veiculados socialmente e abre caminho para o aprendizado de conhecimentos futuros.

Isto posto, resolvemos ousar e utilizar o jogo mandala trigonométrica como recurso pedagógico para o ensino da trigonometria.

A atividade desenvolvida e a coleta de informações

A atividade lúdica foi desenvolvida com alunos de uma turma de dependência em matemática, isto, alunos do segundo ano do Ensino Médio, que foram promovidos para o terceiro ano sem terem obtido aprovação na disciplina de matemática no segundo ano, no qual o conteúdo do primeiro semestre aborda as funções trigonométricas.

Havia por parte da maioria dos vinte e dois alunos que compunham a turma um verdadeiro trauma com a trigonometria, conforme revelado em questionário previamente respondido, motivada principalmente pelos maus resultados obtidos durante o ano em que cursaram o segundo ano.

Todos haviam tido contato com o programa proposto nos manuais didáticos que tratam formalmente o assunto por meio de definições e conceitos prontos e que são apresentados de forma a serem assimilados pelos estudantes.

Num primeiro momento, os alunos foram desafiados a construir o ciclo trigonométrico; cada qual o seu, embora pudessem trabalhar em grupos. A idéia era resgatar e registrar o que lembravam sobre o ciclo trigonométrico.

Inicialmente os alunos, de forma espontânea, formaram grupos de quatro componentes e trabalharam em duplas, disputando entre si. Formaram-se 5 grupos de quatro e uma dupla. Utilizou-se um tabuleiro de Mandala trigonométrica, um dado, dois peões, dois conjuntos de fichas (uma cor para cada dupla.) e lápis.

O tabuleiro traz o ciclo trigonométrico estampando ao fundo, no qual 'trafegarão' os peões conforme os valores obtidos por sorteio após o lançamento do dado. A movimentação dos peões se dá sobre os eixos do seno e cosseno e também sobre o ciclo sobre os arcos notáveis e seus correspondentes.

Para iniciar o jogo os peões dos jogadores partem do mesmo lugar, representado pelo ponto (1,0) no plano cartesiano e toda movimentação é no sentido anti-horário. Decide-se antes do inicio do jogo, se os ângulos serão ditos em graus ou radianos. Joga-se o dado e obtém-se o número correspondente à quantidade de círculos coloridos o peão irá caminhar no ciclo trigonométrico. Parando o peão, a dupla deve responder a quatro perguntas que foram registradas na lousa: (1) qual o valor do arco em graus? (2) qual o valor do arco em radianos? (3) qual o valor do seno? (4) qual o valor do cosseno? A avaliação do acerto será feita pela dupla adversária. Se estiver correto, faz-se a pontuação que corresponde a fazer uma marcação na cartela.

Caso haja erro, a marcação não é feita e passa-se o dado a outra dupla.

O jogo prossegue até que uma dupla complete toda a fila de bolinhas coloridas que corresponde à sua cartela.

Há uma segunda fase na qual testa-se a habilidade de, a partir do seno ou cosseno, descobrir quais são os arcos correspondentes, o que equivale a resolver uma equação trigonométrica. Combinando o conteúdo trigonométrico com uma dose de sorte obtém-se resultados bastante positivos.

Durante três semanas seguidas a atividade foi desenvolvida. Foram destinadas seis aulas com duração de quarenta e cinco minutos para que os alunos jogassem. Para coletar as informações procedemos de três formas: (1) um gravador foi acionado em um dos grupos, escolhido por sorteio, para registrar a fala dos estudantes durante o desenrolar da atividade. Participaram da gravação os alunos identificados por **A, Pa, G e I**. (2) Observamos o desenrolar das atividades nos grupos fazendo questionamentos e intervenções quando necessários e com isto fizemos alguns registros e também (3) elaboramos um questionário do tipo 'antes e depois' para averiguar os possíveis progressos tanto no âmbito do aprendizado como na forma de ver o conteúdo.

Alguns resultados observados

Estabelecemos alguns objetivos a serem alcançados por meio da atividade conforme descritos a seguir: (a) estreitar a relação entre a teoria e a prática no que diz respeito aos arcos notáveis e a determinação de seus respectivos senos e cossenos; (b) desenvolver um mapa mental do ciclo trigonométrico; (c) resolver equações trigonométricas básicas de forma espontânea; (d) fixar os conceitos de domínio e imagem nas funções trigonométricas; (e) visualizar a correspondência entre arcos reduzidos ao primeiro quadrante e seus notáveis; (f) estabelecer relações de simetria essenciais para a trigonometria; (g) transitar de graus para radianos e vice versa de forma consistente, ou seja, por um processo que demonstre segurança e compreensão no que faz.

Também estabelecemos como objetivos secundários: (h) tornar mais prazerosa a aprendizagem das funções trigonométricas; (i) desenvolver a cooperatividade e socialização entre os educandos.

A seguir apresentamos alguns recortes da gravação feita em um dos grupos que revelam o êxito alcançado na maioria dos objetivos propostos. Neste grupo **A** e **G** jogavam contra **Pa** e **I**. Num dado momento **I** precisa se ausentar e o professor (**P)** assume seu lugar por instante e permanece até que **I** retorne. Durante sua estada **P** faz algumas interferências.

Recorte 1: "A" lança o dado... "G" ajuda...
G – cento e vinte. Aí o seno é...
P – Mas quanto vale o cento e vinte em radianos?
Sem resposta... O professor sugere a resolução mediante regra de três.
A – Tem que fazer regra de três? Não mas tem um outro jeito. Cadê a conta que ele tava ensinando a gente fazer? Essa daqui ó.
I – Segundo quadrante, como se faz no segundo quadrante? É pi menos alfa. Qual o alfa?
Pa – sessenta. Aqui ó tem olhar a família... (referindo-se aos arcos correspondentes ao referencial do primeiro quadrante, usando as linhas de projeção presentes no tabuleiro)
G – pi sobre três.
I – Agora faz Pi menos pi sobre três.
I ausenta-se do grupo.
P – entenderam bem assim?
Pa – Há, ham.
A – É desse jeito!
G – É estamos aprendendo assim, né. (ênfase no "aprendendo". Ralentado ao falar).

Nesse trecho observamos que o grupo já havia escolhido uma maneira de fazer a transformação de graus para radiano sob a orientação de **I** que mostrava mais segurança nisso, também observamos que **Pa** faz menção à 'família' quando se refere ao correspondente de 120º no primeiro quadrante. As linhas de projeção no tabuleiro facilitam a correspondência, fato revelado pelo traçado das mãos enquanto **Pa** explicava para **G**.

> P – Falta o seno e o cosseno.
> A – Ah eu não sei, eu só decoro esse aqui, ó. (mostrou a tabela usual com seno e cosseno para ângulos notáveis do triângulo retângulo)
> P- Tudo bom. Esse ângulo que a gente quer saber é da família de quem?
> A– sessenta
> P – Você sabe o seno de sessenta?
> G – sabe, é da família...
> P – Quanto é?
> A – raiz de três sobre dois.
> P – e o cosseno?
> A – meio.
> P – é positivo, ou negativo?
> A – negativo.
> P – então quanto é?
> A – menos meio. Mas daí tem que colocar menos nesse daqui também? (referindo-se ao valor do seno) Evidencia que ainda não está segura de suas respostas. A lógica do ciclo trigonométrico ainda não está clara pra ele.
> P – vamos ver se nesse precisa. A posição desse valor está em que parte do eixo do seno, pra cima ou para baixo?
> A – cima
> P – precisa colocar o menos?

Este trecho registra a oportunidade gerada para a compreensão da relação entre a tabela com valores de seno e cosseno para ângulos do triângulo retângulo, geralmente apreendida pela maioria dos alunos, que costumam cantar a tabela (um, dois, três, três, dois, um, todo mundo sobre dois só não vai raiz no um...) e sua e aplicação de forma extensiva aos demais quadrantes. Ao responder a pergunta da família de quem? **A** está sendo levada a reduzir ao primeiro quadrante e a perceber as simetrias e a correspondências entre os ângulos.

Também verificamos que **A**, assim como um bom número de alunos não consegue perceber claramente a relação entre os arcos distribuídos ao longo do círculo, formando o domínio e sua imagem no plano cartesiano. Observamos que as intervenções dos colegas, as dicas, os traçados das mãos sobre o tabuleiro favorece ao estudante 'enxergar' tal relação.

Outro aspecto que merece ser salientado é que uma alternativa usada por **A** é a decoreba, no entanto há uma tentativa durante o processo para mostrar que se a 'lógica' do ciclo for compreendida a decoreba pode ser substituída com significativos ganhos.

Observamos o que chamamos de 'aprendizagem solidária' na qual o colega aliado auxilia a compreensão na medida em que deseja que seu companheiro acerte a resposta. Observamos, em alguns casos, solidariedade até mesmo por parte dos adversários.

> **Recorte 2:** "G" joga.
> G – três. Primeiro vou ver que ângulo que ele é. Aqui é cento e oitenta, cento e oitenta menos trinta: cento e sessenta.
> Pa – não cento e cinqüenta.
> G – Ah, é. Cento e cinqüenta graus. Aí em radianos vai ser, deixa eu ver... tá na família do trinta, trinta é pi sobre seis e a regrinha é do segundo quadrante... qual que é a regrinha do segundo quadrante?
> Pa – Pi menos alfa.
> G – Não dá não! (G montou pi sobre seis menos pi e achou estranho o valor negativo, por isso disse que não dava.)
> P – Mas quem é o maior desses: pi ou pi sobre seis?
> G – nenhum.
> P – Olha só: aqui você tem um inteiro e o outro é a sexta parte dele.
> G – Hum
> P – A regrinha que você falou não é pi menos alfa? O maior menos o menor.
> Pa – ela montou errado.
> G – Refaz a conta e encontra cinco pi sobre seis.

Observamos que **G** já apresenta mais segurança na hora de estabelecer a correspondência como o primeiro quadrante apesar de cometer uns errinhos nos cálculos. No ato de transformar para radianos comete um equívoco com as frações e emerge um espaço áureo para revisar conteúdos aprendidos em anos anteriores que estão mal acomodados, dizemos áureo, pois nesse exato momento há motivação para acertar pois vê significado no que faz, ainda que seja para dar uma resposta satisfatória para o jogador oponente. Nossa experiência tem revelado que esse momento costuma marcar a superação definitiva do erro.

> G - Agora o seno e o cosseno né? Seno de trinta meio vai ser menos meio.
> Pa – não, vai ser meio normal.
> P – porque você acha que seria menos?
> G – Não, não, pra cá é positivo. (percorre o dedo na parte positiva do eixo dos senos), e cosseno vai ser... (monta a tabela 1, 2, 3...). Cosseno de 30 : raiz de 3 sobre dois.
> P – e esse é positivo ou negativo?
> G – Xô ver... raiz de três sobre dois... positivo também.
> P – Vamos ver. Mostre-me o eixo dos cossenos aí.
> G – aqui oh. Ah, não é negativo, tá pra baixo.
> P – tá pra baixo ou tá pra esquerda?
> G – É tá aqui, daqui pra cá é negativo. Menos raiz de três sobre dois.

G apresenta dificuldade semelhante à de **A** no momento de relacionar domínio e imagem (arco – seno e cosseno), especialmente na questão dos sinais. Mais uma vez o jogo oportuniza a detecção e a correção da construção do raciocínio no exato momento em que surge a dúvida.

> **Recorte 3:** A joga (novamente).
> A - Cento e oitenta menos sessenta. Cento e vinte.
> P – você está em que quadrante?
> A – terceiro
> P – até aqui é quanto? (apontando para a extremidade esquerda do eixo dos cossenos.)
> A, Pa e G – cento e oitenta.
> Pa – mais...
> A – ah é mais.
> P – Agora veja a família a que ele pertence
> A – Do quarenta e cinco. É cento e oitenta mais sessenta.
> P – Porque mais sessenta?
> A – porque aqui não é trinta? Tipo se tivesse aqui não ia somar trinta? Ah, mas é quarenta e cinco. Duzentos e vinte e cinco.
> G – Agora em radiano...
> A – pensativa...
> G – é da família do pi sobre quatro.
> A – Aí soma.
> G – terceiro quadrante se tá? Pi mais o valor.
> A – Quê?
> G – terceiro quadrante: pi mais o do I quadrante que é pi sobre quatro. Então fica pi mais pi sobre quatro.
> A – não consegue fazer a soma.
> P – explica o algoritmo da soma.
> A – Tá.
> P – seno e cosseno?
> G – família do 45, né?
> A – é
> G – qual que é o seno de quarenta e cinco?
> A – raiz de dois sobre dois.
> G – vai ser positivo ou negativo?
> A – positivo
> G – Não.
> A – negativo.
> G – então é menos raiz de dois sobre dois, né? E o cosseno?
> A – raiz de dois sobre dois.
> G – positivo ou negativo?
> P – mostra com o dedo. (professor intervém pois percebe que **A** está bastante insegura e não revela convicção em suas respostas) Segue a linha pontilhada, você quer acertar no eixo horizontal, projeta. (**A** projeta com o dedo a partir do arco e alcança o eixo dos cossenos) Esse valor é positivo ou negativo?
> A – negativo. (**A** parece ter 'enxergado' a lógica do processo de determinação do sinal.)
> P – e o seno? Projeta pra mim. Positivo ou negativo?
> A – pensativa...
> G e Pa – negativo!
> Pa. Aqui ó. O menos e o mais. (deslizando o dedo a partir da origem do plano cartesiano para baixo ("o menos") e fazendo o mesmo para a parte de cima ("o mais").
> A – Ah...

Reproduzimos uma segunda rodada com **A**, pois era o estudante que mais dificuldade apresentava, inclusive repetindo as mesmas dúvidas surgidas na primeira rodada. Percebemos que não soube identificar o quadrante de imediato, mas consegue depois da intervenção, também não domina ainda a simetria entre ângulos correspondentes, mas também dá sinais de entendimento após intervenção, revela dificuldade na conversão para radianos e tem a oportunidade de recordar o processo, por fim demonstra que a dificuldade em perceber a lógica dos sinais permaneceu embora pareça dar sinais de compreensão.

O estudante **A** merece nossa atenção pois é um caso representativo. Como este há tantos outros que são promovidos às séries seguintes com tremendas lacunas na aprendizagem. Estas lacunas podem e precisam ser supridas. Primeiramente precisam emergir para que possamos conhecê-las, pois na maioria das vezes nem são percebidas, pois aulas expositivas – prática comum no ensino da matemática - não privilegiam estas oportunidades.

De todos os alunos que foram submetidos ao teste do "antes e depois" - quatorze ao todo, os sete faltantes não fizeram por motivos de transferência de colégio (3) ou ausência em um dos momentos da tomada do teste (4) - apresentaram algum grau de evolução na compreensão do ciclo trigonométrico.

Na última questão pedia-se que se fizesse um esboço de tudo que lembra do ciclo trigonométrico. Ao comparamos o "antes" com o "depois" constatamos que: um aluno reproduzira de forma completa e correta nos dois momentos, treze mostraram uma evolução significativa, deixando transparecer o domínio da simetria tanto para os arcos como para os valores de seno e cosseno, a compreensão da conversão graus e radianos, enfim refizeram com segurança, o estudante A mostrou pequena evolução.

Apresentamos a seguir um comparativo entre as respostas obtidas no teste para alguns alunos, especificamente para a questão cinco na qual era solicitado um esboço do ciclo trigonométrico. Dois destes são citados nos diálogos transcritos anteriormente.

As figuras a seguir são referentes ao estudante G.

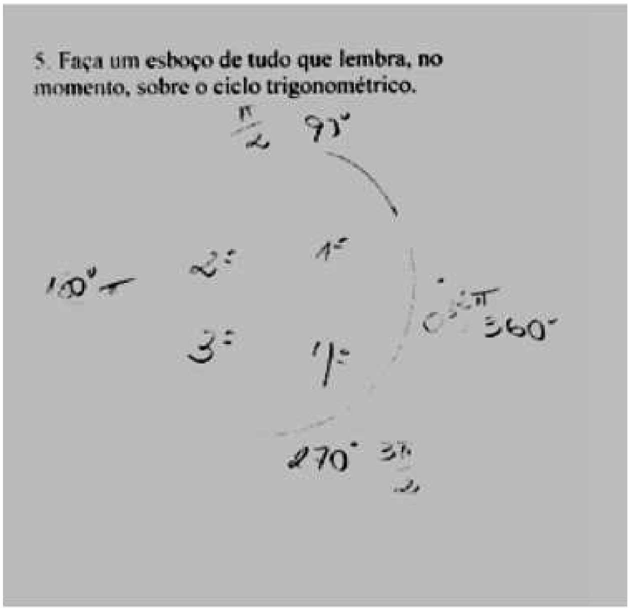

Figura 1: registro feito pelo aluno G no questionário "antes"
Fonte: dados primários

Observamos que num primeiro momento, antes de participar do jogo, tudo que lembra é a delimitação dos quadrantes e os ângulos que definem as extremidades dos mesmos. Observamos também que usa a representação dos ângulos, que recorda, em graus e radianos.

Na figura a seguir, feita depois de seis aulas nas quais participou da atividade lúdica, observamos o registro do ciclo trigonométrico completo, com todos os arcos em graus e radianos, observamos as linhas tracejadas que definem a simetria entre os arcos em seus respectivos quadrantes. Essas linhas estão presentes no tabuleiro do jogo e durante o processo servem de referência na hora de deduzir o posicionamento dos correspondentes, algo pretendido nos objetivos **e** e **f** pois revela a compreensão de que há uma relação lógica entre suas posições e respectivos valores, desmistificando a idéia deixada quando se observa o ciclo pronto e acabado dando a idéia de que sua construção é perfeitamente acessível.

Também estão presentes os valores de seno e cosseno em seus respectivos eixos.

Figura 2: registro feito pelo aluno G no questionário "depois"
Fonte: dados primários

No caso a seguir temos os registros do aluno I. Observamos que no primeiro registro há indícios de que tem alguma compreensão a respeito de simetria, fato demonstrado nos tracejados do desenho e nas representações escritas de Pi + algum valor que não está claro e ainda pelas curvas rabiscadas em torno do ciclo, indicando a idéia que algo deve ser acrescentado.

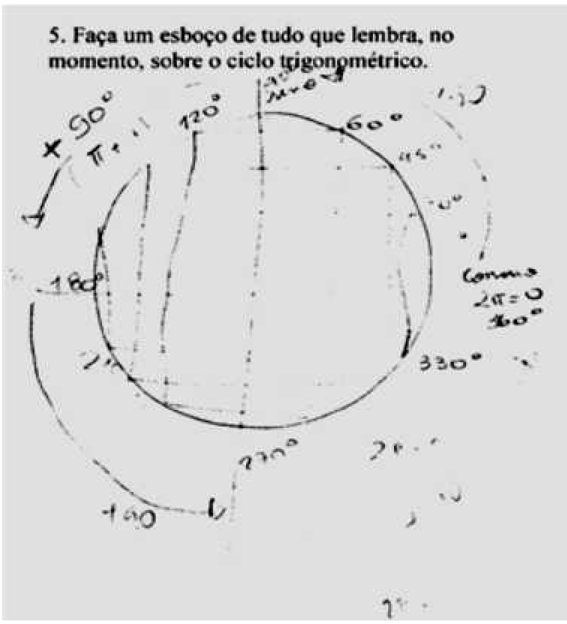

Figura 3: registro feito pelo aluno I no questionário "antes"
Fonte: dados primários

Percebemos que os conceitos, apesar de darem sinais de que as noções básicas se fazem presentes, precisam ser reelaborados de forma mais significativa.

Na figura seguinte observamos o desempenho de I após ter participado da atividade.

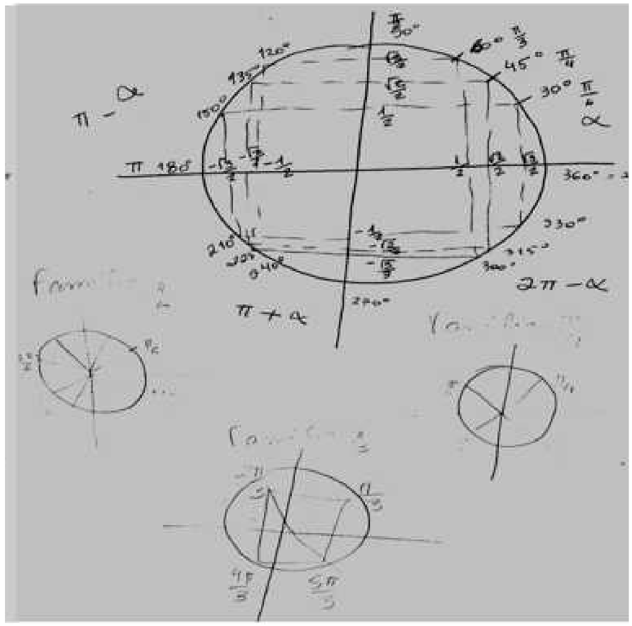

Figura 4: registro feito pelo aluno I no questionário "depois"
Fonte: dados primários

Observamos que os registros complementares (círculos menores) revelam a aquisição da habilidade de estabelecer simetrias de forma consciente, também está registrado o procedimento a ser adotado caso se opte por fazer os cálculos conforme o quadrante em que se deseja determinar o arco correspondente.

Em seguida há o registro do aluno R que no primeiro momento simplesmente deixou a questão em branco. Após a realização de todas as etapas propostas apresentou o registro que revela boa compreensão e formulação do ciclo trigonométrico. Percebe-se que todas as informações desejadas se fazem presentes no esquema.

O aluno expressa sua satisfação ao ter alcançado com êxito o desafio de aprender o ciclo trigonométrico: "É isso que eu me lembro: tudo! Ps: muito obrigado por me ensinar!".

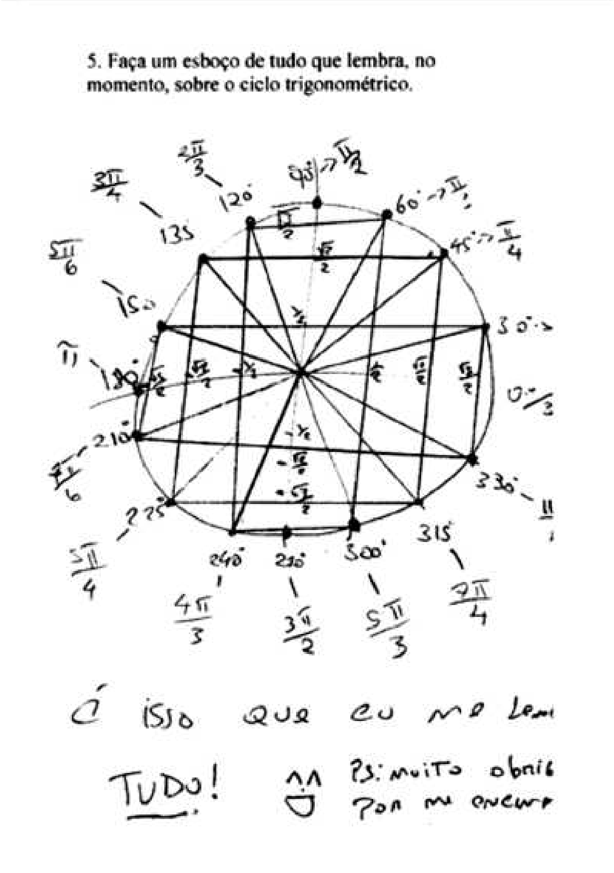

Figura 5: Registro feito pelo aluno no questionário "depois"
Fonte: dados primários

Considerações finais

Ratificamos que quando o jogo é praticado de forma eficiente no ambiente escolar, queremos dizer com eficiente quando há comprometimento dos estudantes e professor para que o processo ocorra integralmente, pois há a possibilidade de algum grupo escolher desperdiçar o tempo com conversas impróprias para o momento, reconhecemos o lúdico como uma excelente alternativa pedagógica para o ensino e a aprendizagem da matemática e no caso específico da mandala trigonométrica como eficaz para o domínio do ciclo trigonométrico.

Nossa experiência aponta algumas vantagens na adoção do jogo como alternativa para o ensino e a aprendizagem da matemática, dentre elas:

(a) permite a emergência de dúvida básicas e abre reais oportunidades de dissipá-las pois o processo repete-se seguidas vezes, favorecendo a construção do conhecimento. Com a vantagem de o momento encorajar o estudante a expor sua dúvida, pois o ambiente favorece o riso e a descontração, algo que talvez não faça num ambiente com clima mais sisudo, com numa aula expositiva. O jogo permite garimpar dúvidas e dirimi-las.

(b) confere ao estudante confiança em seu raciocínio na medida em que acerta e isto pode devolver-lhe o prazer de aprender.

(c) estimula a aprendizagem solidária. As intervenções que os colegas fazem durante as jogadas têm uma eficiência no alcance, muitas vezes, superior à explicação do professor; como ouvimos um estudante dizer ao outro certa vez: 'fale agora em nossa linguagem...' referindo-se a um colega que havia captado o conceito e tentava explicá-lo.

(d) promove a aproximação entre os estudantes e entre professor e estudantes, pois o ambiente descontraído favorece o relacionamento interpessoal.

(e) Dá ao professor a oportunidade de fugir do engessamento da racionalidade técnica e agir como um artesão, um investigador e participante ativo no processo de reelaboração dos conhecimentos junto com seus alunos.

Referências

BRASIL. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacionais:** Ensino Médio. Brasília, MEC, 1999.

BRENELY, R. **O jogo como espaço para pensar:** a construção de noções lógicas e aritméticas**.** Campinas: Papirus, 2002

FIORENTINI, D. **Professores de Matemática como Investigadores e Produtores de Saberes**. Conferência de Abertura da I JORNADADE DUCAÇÃO MATEMÁTICA, 01 e 02 de julho/1999, Universidade do Contestado. Concórdia, SC.

GUÉRIUS, E. C. **Espaços oficiais e intersticiais da formação docente:** histórias de um grupo de professores na área de ciências e matemática. Campinas, 2002. 234f. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação – Universidade Estadual de Campinas.

MACEDO, L. et al. **Aprender com Jogos e Situações Problemas.** Porto Alegre: Artmed, 2000

MOURA, M. O. de, **A séria busca no jogo: do lúdico na matemática.** In.: A Educação Matemática em Revista – SBEM, nº 3, 2º sem. 1994, p. 17-24

PERRNOUD, P. (2000). **Dez Novas Competências para Ensinar**. Porto Alegre: Artmed Editora

SILVA, A. G. O. ; OLIVEIRA, M. R. **Um pouco de História da Matemática no Ensino de funções Trigonométricas -** uma proposta envolvendo Modelagem Matemática. In: IV Congresso Internacional de Ensino da Matemática, 2007, Canoas. Congresso Internacional de Ensino da Matemática, 2007.