

## LAS INVESTIGACIONES MATEMÁTICAS EN EL AULA

INSTITUCIÓN EDUCATIVA RAMÓN  
MÚNERA LOPERA



ASTRID ELENA CANO ZAPATA

CARLOS OCTAVIO GÓMEZ T.

1

### ¿Qué son las investigaciones matemáticas en el aula?

- Investigación matemática en el aula es una estrategia pedagógica que consiste en explorar una problemática de interés de los estudiantes y se constituye en un proceso mediador para que los estudiantes se apropien de conceptos, pues las acciones de exploración, socialización y conceptualización, que la constituyen, posibilitan diferentes transformaciones que favorecen los procesos de aprendizaje de los estudiantes.

2

## Metodología de la investigación matemática en el aula



3

### • Momentos en la realización de una investigación.

Exploración y formulación de preguntas	y	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Reconocer una situación problemática</li> <li>• Explorar la situación problemática</li> <li>• Formular preguntas</li> </ul>
Conjeturas		<ul style="list-style-type: none"> <li>• Organizar datos</li> <li>• Formular conjeturas (y hacer afirmaciones sobre una conjetura)</li> </ul>
Pruebas reformulación	y	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Realizar pruebas</li> <li>• Refinar una conjetura</li> </ul>
Justificación validación	y	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Justificar una conjetura</li> <li>• Evaluar o el raciocinio o el resultado del raciocinio.</li> </ul>

4

## Cualidades de la investigación matemática en el aula

- Concepción sociocultural de la educación
- La función social del aprendizaje
- El aprendizaje colaborativo
- Cambio del papel del profesor
- Cambio del papel del estudiante
- Currículo como proceso de investigación
- Un cambio en la concepción de la evaluación



5

## En las investigaciones matemáticas en el aula:



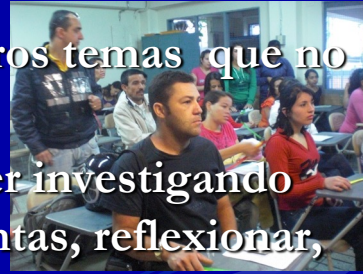
Se desarrolla el trabajo en equipo

- Se respeta lo que los otros dicen.
- No solo se aprenden de conceptos específicos
- Hay explorar otros caminos que no se conocían para aprender matemáticas.
- No todos aprenden lo mismo ni lo hacen al mismo tiempo.



6

- Se puede avanzar a otros temas que no se habían pensado.
- La manera de aprender investigando lleva a elaborar preguntas, reflexionar, analizar, consultar, diseñar talleres, seleccionar la información, organizar tareas, leer mucha información, ejemplificar con materiales.
- El diario de clase es un mediador



7

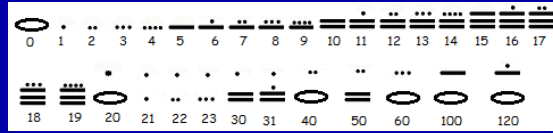
- Se escribe todo lo que se va aprendiendo acerca del tema, las inquietudes y las preguntas.
- Cuando se cree haber encontrado la respuesta a la pregunta, pueden surgir nuevas preguntas, problemas,...
- Se crea la necesidad de buscar una asesoría permanente de la profesora a partir de las preguntas que surgen, y de buscar, a partir de entrevistas a personas expertas, conocimientos nuevos.



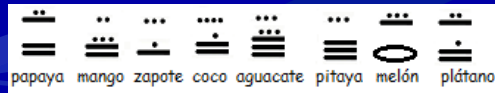
8

- Una amiga envía esta carta:

Querida amiga, me encuentro en la Península de Yucatán, cuna de la antigua cultura indígena Maya. Hemos observado que ellos representan los números así:



- Hemos encontrado, en cierto documento que cada fruta tenía los siguientes costos en semillas de cacao, que era el agente de intercambio o moneda en dicha comunidad (para los mayas no existían monedas para el comercio, solamente el **trueque** y en ocasiones se utilizó el cacao como tal. Aunque no había un valor exacto, por ejemplo, un conejo valía 10 semillas).

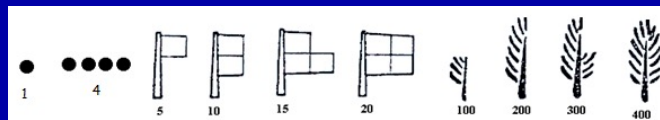


- Necesitamos saber, en nuestro sistema de numeración, cuáles eran los precios de cada fruta, en semillas de cacao. ¿Cuáles son?

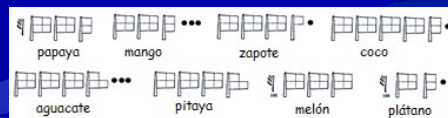
9

- Una amiga envía esta carta:

Querida amiga, me encuentro en Méjico, cuna de la antigua cultura indígena Azteca. Hemos observado que ellos representan los números así:



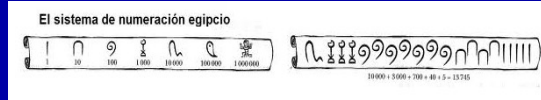
- Hemos encontrado, en cierto documento que cada fruta tenía los siguientes costos en semillas de cacao, que era el agente de intercambio o moneda en dicha comunidad (para los aztecas no existían monedas para el comercio, solamente el **trueque** y en ocasiones se utilizó el cacao como tal).



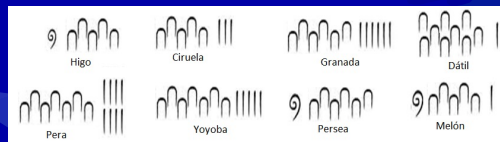
- Necesitamos saber, en nuestro sistema de numeración, cuáles eran los precios de cada fruta, en semillas de cacao. ¿Cuáles son?

10

- Una amiga envía esta carta:  
Querida amiga, me encuentro en Egipto, cuna de la antigua cultura egipcia. Hemos observado que ellos representan los números así:



- Hemos encontrado, en cierto documento que cada fruta tenía los siguientes costos en sacos de grano de trigo, que era el agente de intercambio o moneda en dicha comunidad (para los más antiguos egipcios no existían monedas para el comercio, solamente el trueque).



- Necesitamos saber, en nuestro sistema de numeración, cuáles eran los precios de cada fruta, en sacos de granos de trigo. ¿Cuáles son?

11

La siguiente tabla muestra los valores de los veinte primeros números naturales, en sistemas base 2 (binario) a base 9 (nonario).

Base decimal o 10	Base 2	Base 3	Base 4	Base 5	Base 6	Base 7	Base 8	Base 9
2	10	2	2	2	2	2	2	2
3	11	10	3	3	3	3	3	3
4	100	11	10	4	4	4	4	4
5	101	12	11	10	5	5	5	5
6	110	20	12	11	10	6	6	6
7	111	21	13	12	11	10	7	7
8	1000	22	20	13	12	11	10	8
9	1001	100	21	14	13	12	11	10
10	1010	101	22	20	14	13	12	11
11	1011	102	23	21	15	14	13	12
12	1100	110	30	22	20	15	14	13
13	1101	111	31	23	21	16	15	14
14	1110	112	32	24	22	20	16	15
15	1111	120	33	30	23	21	17	16
16	10000	121	100	31	24	22	20	17
17	10001	122	101	32	25	23	21	18
18	10010	200	102	33	30	24	22	20
19	10011	201	103	34	31	25	23	21
20	10100	202	120	40	32	26	24	22

12



- Escribe en todos sistemas de base 2 a 9 los siguientes números:

Base decimal o 10	Base 2	Base 3	Base 4	Base 5	Base 6	Base 7	Base 8	Base 9
30								
45								
72								
100								

13

**INSTITUCIÓN EDUCATIVA RAMÓN MÚNERA LOPERA**  
Secciones Alto de la Cruz, Bello Oriente y Ramón Múnera Lopera  
"Paz, Amor y Verdad"

**INVESTIGACIÓN SOBRE LAS BASURAS**  
**¿QUÉ ES LA DENSIDAD?**

- Por equipo, te vamos a entregar un recipiente con capacidad de un litro (capacidad es el volumen de algún material externo que puede contener un recipiente, por ejemplo, una mesa tiene capacidad cero; pero una tasa tiene mayor capacidad que una cuchara sopera y esta tiene mayor capacidad que una cucharita dulcera) y una balanza para pesar (en las condiciones físicas de este laboratorio un kilogramo masa equivale, en valor, a un kilogramo fuerza; pero no son lo mismo).
- Luego llenamos el recipiente con un material, por ejemplo, empaques plásticos, y pesamos. En la siguiente tabla se anota el peso o masa que mide la balanza. Posteriormente se puede medir, por ejemplo, arena y se anota el peso. La idea es pesar 10 tipos de material y que el último sea el agua.

Tipo de material	Volumen (cm <sup>3</sup> )	Masa (peso) en	Masa/Volumen
	1000		
	1000		
	1000		
	1000		
	1000		
	1000		
	1000		
	1000		
	1000		
	1000		
Agua	1000		

Analiza los resultados de la tabla y, en grupo, planteen sus observaciones. Luego, en la plenaria:


- Después del experimento y del análisis, realiza la siguiente lectura:

Ya vimos antes que los cuerpos reales están formados por átomos y que la unión por enlaces de dos o más átomos forma una molécula. También hemos visto que lo que vemos es más vacío que espacio. Ello implica que la materia que vemos se puede comprimir o "apretar" o se puede dilatar o "extender".

De hecho, generalmente, las moléculas o átomos están en constante movimiento o vibración. En los líquidos ese movimiento es mayor que en los sólidos, es decir, en los líquidos las moléculas y los átomos están más separados entre sí que en los sólidos. Y en los gases hay más movimiento de átomos y moléculas que en los líquidos. La temperatura es una forma de medir ese movimiento, por lo que, a mayor movimiento de los átomos y de las moléculas que conforman un cuerpo (en Ciencias, un cuerpo es cualquier objeto vivo o inerte que tiene materia) hay mayor temperatura, generalmente.

En conclusión, lo que se quiere decir es que un cuerpo cuando se calienta o aumenta su temperatura se dilata, se hace más grande, y cuando se enfría o disminuye la temperatura se contrae, se achica. O sea, que la misma masa puede ocupar un espacio físico aparente diferente dependiendo del movimiento interno de sus partículas.

La materia también se puede comprimir o dilatar a partir de fuerzas externas. Por ejemplo, al comprimir una esponja se hace fuerza con la mano. En el caso de las basuras, estas son comprimidas por el carro de la basura para que ocupen menos espacio. En ambos casos, se está disminuyendo el volumen y la masa es la misma, o sea, el cuerpo se hace más denso, es decir, su densidad es mayor que antes de comprimirlo ya que cubre más materia en menos espacio. Cuando se infla un globo con el sople, este se dilata, o sea que cubre




la misma materia pero en más espacio, la materia se reparte más en el espacio, por lo que disminuye.

Podemos afirmar, entonces, que la densidad mide qué tanta materia se distribuye en un espacio. La masa es la medida de cantidad de materia, se concluye que la densidad es la relación cantidad de materia o masa y el volumen físico aparente.


Así, compara las medidas que realizaste y realiza conclusiones sobre la densidad de materiales que pesaste.

11.34 g




Plomo

1.00 g




Agua

0.24 g




Cerecho

0.003 g



Aire

0.00099 g

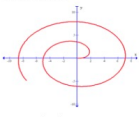
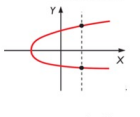


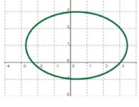
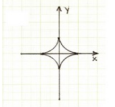
Hidrógeno

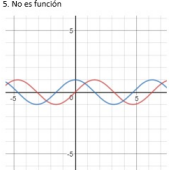
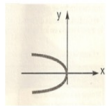
14

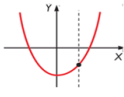
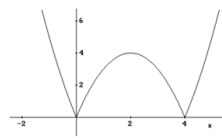
**Taller Representación de funciones**  
**Analiza las siguientes representaciones y construye el concepto de Función**

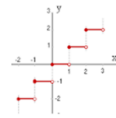

**Representaciones en el plano cartesiano**

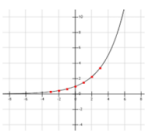
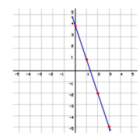
1. No es función  2. No es función 

3. No es función  4. No es función 

5. No es función  6. No es función 

7. Si es función  8. Si es función 

9. Si es función  10. Si es función 

11. Si es función  12. Si es función 

15

**Tablas**

1. Si es función

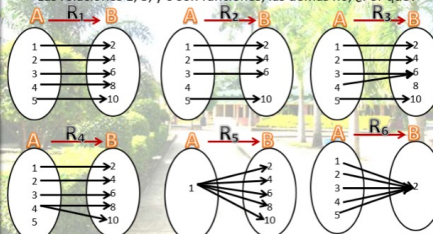
FUNCION	
x	y
-3	-1
-2	1
-1	3
0	5
1	7
2	9
3	11
4	13

2. No es función

x	y
-2	4
-1	1
-1	0
0	0
2	4

**FUNCIONES**

Las relaciones 1, 3, y 6 son funciones, las demás no, ¿Por qué?



16



## Apropiación del concepto de polígono (2008 y 2009).



17

## Estudio sociocultural del agua (2010).

- ¿Cómo puede medirse el agua? ¿Qué porcentaje de agua para el consumo humano, con respecto al agua total en la Tierra, existe y está disponible? ¿Cuándo se considera que el agua escasea? ¿Cómo concientizar el uso racional del agua desde el manejo de datos estadísticos sobre el consumo, demanda y oferta del agua?



18

## Estudio sociocultural del agua (2011)



19

## Cómo se mide y construye un mapa (2012) Matemáticas y C. Sociales



20

- **Cómo se mide y construye un mapa (2012)**
  - ¿Por qué Colombia era tan grande y ahora es más pequeña? ¿ Quien la dividió así y por qué? ¿Cómo se mide y construye un mapa? ¿Cómo se mide la distancia real entre dos ciudades? ¿Por qué se hizo necesario medir? ¿Por qué se afirma que nuestro sistema métrico es decimal? ¿Cómo elegimos una medida equivalente entre las medidas reales tomadas y las medidas a utilizar para representar dichas longitudes?

21

## Investigación en fracciones (2013)



22



## Cómo calcular el valor del dinero (2014) Matemáticas, Educación Ética y Educación financiera



23

## 2015 operaciones con otros sistemas de numeración

$\frac{1}{4} \text{ Kg} + \frac{1}{4} \text{ Kg} + \frac{1}{2} \text{ Kg} = 1 \text{ Kg}$   
 $\frac{1}{3} \text{ Kg} + \frac{1}{3} \text{ Kg} + \frac{1}{3} \text{ Kg} = 1 \text{ Kg}$   
 $\frac{1}{8} \text{ Kg} + \frac{1}{8} \text{ Kg} + \frac{3}{4} \text{ Kg} = 1 \text{ Kg}$   
 $\frac{1}{6} \text{ Kg} + \frac{1}{6} \text{ Kg} + \frac{2}{3} \text{ Kg} = 1 \text{ Kg}$



24



25

## Inv. Sistemas numéricos (2017)

- Qué es un sistema de numeración?
- ¿Cuándo nacieron los números y su escritura?
- ¿Hay alguna región en el mundo dónde no se hayan utilizado los números?
- ¿Cómo se formaron nuestros números actuales?
- ¿Cómo contaban en la antigüedad?
- ¿Cómo se suma y se multiplica en otros sistemas?
- ¿Cómo se pasa de un sistema a otro?
- ¿Cómo se realizan las operaciones en binario?
- ¿Las centésimas son más grandes que las decimas?
- ¿Por qué agregar ceros al final de un número decimal no cambia de valor el número?
- ¿Cuál es el significado de la base de un sistema de numeración?
- ¿Cómo es el funcionamiento del sistema decimal
- ¿Qué quiere decir posicional?
- ¿a qué o por qué se le llama número decimal?

26

## Inv. las basuras(2017)

- ¿Cómo se cuenta la basura?
- ¿Cómo se llama el aparato que mide la basura?
- ¿Cuánta basura se produce en un día?
- Cómo medir cuánta basura se genera
- ¿Para contar la basura primero se tiene que contar el papel, el cartón el plástico, el vidrio, los metales?
- ¿Quién produce más basura en el mundo?
- ¿En un día cuanta basura se produce?
- ¿Cuál es el porcentaje diario de basuras por habitantes?
- ¿Qué quiere decir que la basura pesa una tonelada?

27



28





29



30