DOI: https://doi.org/10.17921/2176-5634.2020v13n1p94-102

Um Estudo Sobre o Matemático Português Pedro Nunes

A Study on the Portuguese Mathematician Pedro Nunes

Denise Helena Lombardo Ferreira*[a]; Tadeu Fernandes de Carvalho[a]; Sandro Joel Mariano de Oliveira[a]

[a]Pontifícia Universidade Católica de Campinas. SP, Brasil.
*E-mail: lombardo@puc-campinas.edu.br

Resumo

Trata-se de um artigo que tem por objetivo estudar as obras do matemático português Pedro Nunes, ou Petrus Nonius, destacando a obra intitulada Libro de Algebra em Arithmetica y Geometria. Para a elaboração deste trabalho foram usados informações e dados que se encontram disponíveis na internet e na literatura científica. Foram estudados os métodos de resolução de equações, para os quais Nunes usava tanto a álgebra quanto a geometria para suas demonstrações, além dos conhecimentos aprofundados dos livros de Euclides, os Elementos. Além disso, Nunes criou diversos instrumentos de medida, dentre os quais, anel náutico, instrumento de sombras e o nônio, mencionados neste trabalho.

Palavras-chave: Pedro Nunes. Álgebra. Geometria. Instrumentos de Navegação.

Abstract

It is an article that aims to study the works of the Portuguese mathematician Pedro Nunes, or Petrus Nonius, highlighting the work entitled Book of Algebra in Arithmetic and Geometry. For the elaboration of this work, information and data were used that are available in the internet and in the scientific literature. Methods for solving equations were studied, for which Nunes used both algebra and geometry for his demonstrations, as well as the in-depth knowledge of Euclid's books, the Elements. In addition, Nunes created several measuring instruments, among them, nautical ring, shadow instrument and the vernier, mentioned in this work.

Keywords: *Pedro Nunes. Algebra. Geometry. Navigation instruments.*

1 Introdução

Pedro Nunes (1502-1578), ou *Petrus Nonius,* na versão latinizada de seu nome, foi um dos mais notáveis cientistas teóricos de Matemática e Cosmografia de Portugal e da Europa. Antes disso, iniciou os seus estudos em Medicina no ano de 1521 na Universidade de Salamanca, na Espanha. Pode-se supor que dificuldades de contratação em Salamanca, ligadas à cátedra de Artes, tenham precipitado o seu retorno a Portugal. Continuou seus estudos em Medicina na Universidade de Coimbra, ao mesmo tempo em que foi nomeado para a cadeira de Filosofia Moral, em 1529, e depois, em 1530, para a cadeira de Lógica.

Depois de atuar entre 1526 e 1527 como bacharel médico, e após o desempenho na cadeira de Moral, Filosofia, Lógica e Metafísica, resolveu assumir a Matemática e a Cosmografia nesta Universidade.

Diversos documentos podem ser encontrados sobre as suas obras que remetem afirmar a notável dedicação à ciência. Entretanto, é falha a biografia sobre a sua vida. Não há conhecimento sobre os seus pais e se tinha irmãos, mas sabe-se que Nunes nasceu em 1502 nas proximidades da cidade de Alcácer do Sal. Mesmo sem conhecer qual tenha sido a condição financeira dos seus pais, supõe-se que tenha sido boa o suficiente para oferecer ao seu filho a oportunidade de iniciar e prosseguir os seus estudos. Quanto à sua ascendência, Almeida (2011) acredita, conforme registros históricos, ter sido judaica.

São desconhecidos os locais de seus estudos primários e secundários, bem como quem foram os seus primeiros mestres. É sabido que iniciou os seus estudos universitários na Espanha, na Universidade de Salamanca, por volta de 1517, cidade essa com muita atividade intelectual. Nessa mesma cidade, em 1523 se casou com Guiomar Áreas tendo dois filhos homens e quatro mulheres. Em 1525, na Universidade de Coimbra obteve a graduação em Medicina e no período entre 1526 e 1527 atuou como bacharel médico.

O insucesso profissional ocorreu em Salamanca, com a recusa da cátedra de Artes, em agosto de 1526. Para a obtenção do grau acadêmico superior, era importante, em particular, o conhecimento das áreas de Artes e de Medicina. Como explica o que motivou Nunes a regressar ao seu país de origem dedicando aos estudos de Medicina: "a sua docência na faculdade de Artes, enquanto bacharel de medicina, mostra a estreita relação entre a faculdade de Medicina e a de Artes" (Fonseca, 2004, p. 540).

O fato é que no dia 16 de novembro de 1529, Nunes foi nomeado cosmógrofo do reino e em 4 de dezembro do mesmo ano foi encarregado de lecionar Filosofia Moral. Em 15 de janeiro foi designado à regência da cadeira de Lógica.

Em 1547, Nunes se tornou o primeiro cosmógrafo-mor de Portugal.

A pedido de D. João III, em 1531 começou a dar aula para os seus irmãos mais novos: D. Luis e D. Henrique, estendendo até meados de 1541. Por volta de 1534-1535 demonstrou interesse pelo trabalho de Orôncio Fineu, um famoso professor de matemática do Collège Royal de Paris.

Durante a sua atuação como professor na Universidade de Coimbra, a qual tinha uma boa reputação na Europa, ministrou aulas sobre Elementos de Geometria, Cosmografia, Aritmética, parte da obra de *Almajesto* de Ptolomeu e Mecânica de Aristóteles. Mas no ano de 1557, o rei de Portugal, escreveu uma carta direcionada ao reitor da Universidade de Coimbra que a partir do início do ano seguinte, Pedro Nunes deveria se afastar do cargo de professor da Universidade para se dedicar exclusivamente ao trabalho de cosmógrafo–mor.

Pedro Nunes veio a falecer na cidade de Coimbra no dia 11 de agosto de 1578.

Após essa breve introdução, o que se pretende então, com o trabalho proposto, é primeiramente apresentar um resumo de suas obras, conhecer os instrumentos criados por Pedro Nunes, e na sequência, as origens e o conteúdo de sua obra *Libro de Algebra en Arithmetica y Geometria,* incluindo a prospecção, avaliação e comentários de certos aspectos práticos e teóricos ligados à Álgebra e à Geometria da época. Os estudos sobre esse livro mostram como Pedro Nunes procura divisores comuns entre pelo menos dois polinômios utilizando a resolução de equações algébricas de primeiro e segundo graus para tal finalidade, como pode ser verificado posteriormente ao comentar sobre a obra. Foi algo muito brilhante, visto que na época que se encontravam, os matemáticos europeus buscavam essas respostas utilizando radicais.

2 Desenvolvimento

2.1 As obras de Pedro Nunes

No ano de 1537 Nunes publicou o seu primeiro trabalho – o *Tratado da Sphera* (Tratado da Esfera), contendo tratados sobre o astrolábio, proporções, gráficos de náutica e das esferas, uma tradução para língua portuguesa do trabalho de João de Sacrobosco. Nunes realizou também outras traduções para língua portuguesa, como aponta Leitão (2010, p.10):

> O seu primeiro livro foi publicado em 1537. Trata-se de um conjunto de traduções para português, do *Tratado da Esfera* de Sacrobosco, dois capítulos iniciais das *Novas Teóricas dos Planetas*, de Peurbach, e do livro primeiro da *Geografia* de Ptolomeu. A essas traduções juntou dois tratados originais de grande valor sobre assuntos náuticos, que seriam a gênese da navegação matemática.

Conforme Almeida (2011), no referido trabalho, Nunes identificou problemas e desenvolveu conceitos matemáticos novos, como a linha de rumo.

Na década de 1540, os trabalhos e produções de Nunes obtiveram ainda maior prestígio nacional e internacional, como, por exemplo, a criação do manuscrito de *Florença:* Alcune dimostrazioni in difesa della sua dottrina sulla curva lossodrometrica descritta dalle navi nella lunghe navigazioni oblique al meridiano o all´equatore (Algumas demonstrações na defesa de sua doutrina na curva lossodrométrica descrita dos navios em navegações oblique longas ao meridiano ou ao equador). Este texto sem título originalmente definido e assim denominado pela Biblioteca Nacional de Florença, a quem pertencia, foi avaliado em 1944 pelo acadêmico Joaquim de Carvalho. Só depois de oito anos, em 1952, foi autorizada a publicação de nova transcrição e estudo do código de Florença.

Em 1542, Nunes publicou *De Crepusculis (*Sobre o Crepúsculo*)*, uma obra dedicada ao Rei D. João III, porém não dedicada à navegação, inspirada em responder a dúvida de D. Henrique sobre a extensão dos crepúsculos nos diferentes climas, estudando quanto varia a duração do crepúsculo em relação à latitude do lugar e de sua inclinação ao Sol. Essa obra composta de uma abstração considerável foi considerada de maior prestígio até então, colocando-o como um dos melhores matemáticos do seu século. Justamente nesse livro o matemático português demonstrou a construção de um instrumento para determinar de forma mais precisa as respectivas alturas, tal instrumento ficou conhecido de *Nonio* ou *Nonius*, em homenagem ao seu nome. Esse assunto será tratado na próxima seção.

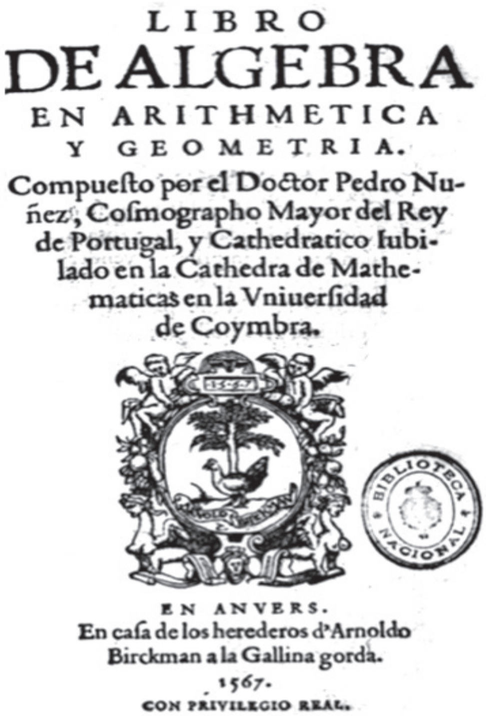
Em 1544, Nunes ficou encarregado da Cátedra de matemática da Universidade de Coimbra, posto que lhe foi concedido, considerado o maior cargo destinado a um matemático, com destaque para o ensino da Matemática e da Astronomia, mantendo esse cargo até 1562.

Pedro Nunes, em 1546, escreveu sua terceira obra, *De erratis Orontii Finaei* (Refutando erros de Orôncio Fineu), mostrando os erros cometidos pelo matemático, astrônomo e cartógrafo francês Orôncio Fineu em algumas demonstrações matemáticas. Pela primeira vez na história da ciência a obra *De erratis Orontii Finaei* apresentou a correta justificação para a proposição de Arquimedes sobre a *Medida do Círculo.*

Nunes deixou de realizar novas publicações, tendo em vista os diversos cargos administrativos e as aulas que ministrava, somente após abdicar desses cargos administrativos é que voltou a publicar o livro intitulado *Petri Nonii Salaciensis Opera* (As Obras de Pedro Nunes de Alcácer do Sal ou*,* Obras de Pedro Nunes Salaciensis) contendo as suas obrasmais importantes.

Em 1567, Nunes escreveu a sua mais importante obra, *Libro de Algebra en Arithmetica y Geometria* (Livro de Álgebra em Aritmética e Geometria), sendo referência durante o século seguinte por muitos matemáticos renomados, ocupando o patamar dos maiores algebristas de todos os tempos. Essa obra foi escrita em língua castelhana, pois segundo Nunes o idioma castelhano era mais universal e comum em relação a sua língua nativa, sendo de divulgação mais fácil. Entretanto, mais tarde, em 1564 escreveu uma carta ao cardeal D. Henrique informando que sua obra começou a ser escrita em português. Vale destacar que essa obra demorou trintas anos para ser escrita, pois representa a conclusão de um trabalho iniciado em 1530. A Figura 1 mostra a capa do livro mencionado.

Figura 1 - Capa do Libro de Algebra en Arithmetica y Geometria



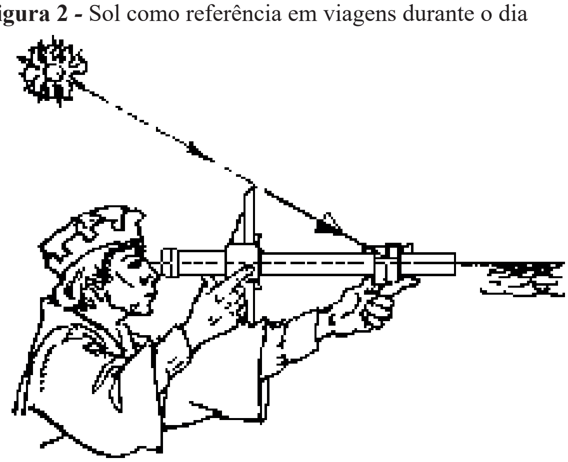
LIBRO
DE ALGEBRA
EN ARITHMETICA
Y GEOMETRIA.
Compueſto por el Doctor Pedro Nuñez, Coſmographo Mayor del Rey de Portugal, y Cathedratico Iubilado en la Cathedra de Mathematicas en la Vniuerſidad de Coymbra.
BIBLIOTECA NACIONAL
EN ANVERS.
En caſa de los herederos d'Arnoldo Birckman a la Gallina gorda.
1567.
CON PRIVILEGIO REAL.

Fonte: http://dicter.usal.es//images/ManuscritoyTranscrito/Matematicas/Manuscrito5.jpg

2.2 Instrumentos de Navegação da Época

Um dos instrumentos usados pelos navegadores no século XV era a Balestilha, muito similar ao formato de um T, o qual se compunha de uma parte fixa que, sobre ele se movia uma parte móvel (Figura 2). O navegador mirava diretamente na estrela ou de costas com o auxílio de um espelho, olhando para o sol fazia as medições angulares, usando a trigonometria para obter esses resultados. Porém, a Balestilha não era graduada, implicando em muitos erros nesses cálculos.

Figura 2 - Sol como referência em viagens durante o dia



Fonte: http://www.museutec.org.br/previewmuseologico/balestilha.gif

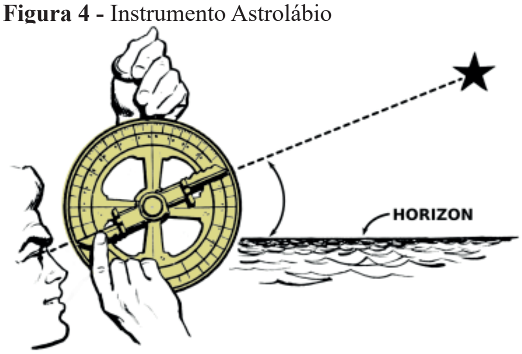
Do mesmo modo, o instrumento Quadrante (Figura 3), embora possuísse uma escala graduada, era impreciso nas medições das frações. Portanto, um pouco melhor que a Balestilha, mas também não se mostrava com precisão frente a essas escalas, onde se dependia da compreensão de quem o manuseava, se mostrando pouco preciso nas navegações.

Figura 3 - Instrumento Quadrante

Fonte: https://portugalidade.pt/wp-content/uploads/2014/01/9-Quadrante_Marinho.jpg

É necessário lembrar que na mesma época havia outro equipamento destinado à navegação, denominado de Astrolábio (Figura 4). Esse instrumento era graduado, porém as suas medições eram imprecisas, como os demais citados anteriormente.

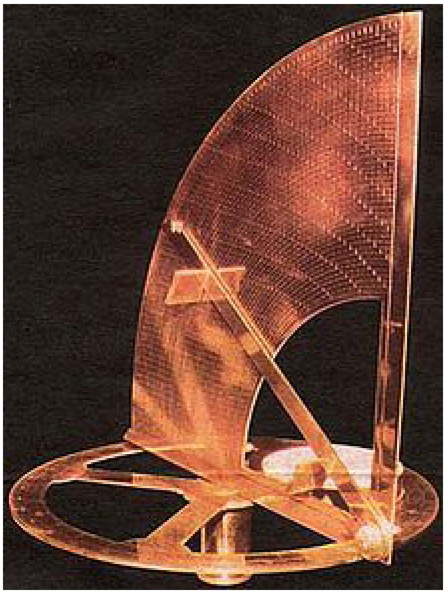
Figura 4 - Instrumento Astrolábio



Fonte: http://dbf.randomhousechildrens.co.uk/blog/wp-content/uploads/2013/07/Astrolabe_PSF.png

Pedro Nunes em sua obra *De Crepusculis*, descreveu um aparelho com escalas composta em graus, minutos e segundos e, que ele também ensinava como construir. Segundo Medeiros, Medeiros, & Monteiro Júnior (2004), Pedro Nunes pensou em juntar à linha do Astrolábio com a finalidade de medir frações do grau, e assim destinando às observações dos astros e como consequência determinar rigorosamente as respectivas alturas. Dessa forma surgiu o principal instrumento desenvolvido por Nunes, o Nônio, em referência ao seu nome escrito em latim (Nonius), com a finalidade de obter maior precisão na navegação, visto que a principal atividade de Portugal era o controle marítimo. A Figura 5 ilustra o Nônio de 1542.

Figura 5 - Nônio de 1542



Fonte: https://upload.wikimedia.org/ wikipedia/commons/ thumb/5/5c/Nonio_originale.jpg/ 220px-Nonio_originale.jpg

O Nônio foi construído sobre o Astrolábio ou Quadrante. Nunes introduziu uma segunda escala para ampliar os resultados obtidos na primeira, sendo essa perpendicular à escala do Astrolábio. Conforme Medeiros, Medeiros, & Monteiro Júnior (2004, p. 562-563) “o princípio de funcionamento é muito simples, mas muito engenhoso, feito com a utilização do conceito matemático de semelhança de triângulos”.

Na época, Pedro Nunes enfrentou dificuldades com os marinheiros, pois eles não confiavam em alguém que jamais tivesse navegado intervindo num problema de navegação, construindo novas soluções, diferentes das que eles tinham produzido. A partir de 1592 os mestres das cartas de marear e os fabricantes de instrumentos náuticos passaram a ter a assinatura do cosmógrafo-mor como a garantia de qualidade.

2.3 Libro Algebra en Arithmetica y Geometria

O livro Algebra en Arithmetica y Geometria de autoria de Pedro Nunes teve influência da concepção árabe, com predominância do uso da geometria nas demonstrações. O livro foi dividido em três partes. A primeira parte foi dedicada a mostrar a importância da Álgebra. Na segunda parte, Nunes mostrou a quantidade desconhecida (incógnita) em uma igualdade. Na terceira parte, Nunes apresentou as regras das operações que permite calcular o valor da incógnita, apenas em equações nas quais seus coeficientes sejam numéricos, deixando de considerar as equações que contenham coeficientes literais.

A álgebra simbólica como hoje se conhece só passou a ser usada a partir do século XVII, sendo que, antes desse período era usada uma forma de linguagem comum abreviada, conhecida como álgebra sincopada. Para compreender melhor o que vem a ser a álgebra sincopada, é mostrado um exemplo da linguagem do matemático Diofanto, que viveu por volta do ano 250 d.C. O início da álgebra sincopada não está claramente definido. Há quem a localize nas obras de Diofanto, porém nesse ponto há opiniões contrárias. Segundo Santos & Borges (2017, p. 6):

> Em Arithmetica, Diofanto apresenta um tratamento engenhoso para as equações indeterminadas. Sendo estas chamadas de equações diofantinas, apesar dele não ser o primeiro a resolver tais sistemas. Apesar de uma abordagem inteligente, segue as linhas de sentido dos babilônicos, expressando suas incógnitas através de parâmetros. Segue uma comparação de como expressamos hoje e como seria expressa, a mesma equação por Diofanto:
>
> $$(x^3 + 8x) - (5x^2 + 1) = x$$
>
> $$K^{v}\ \alpha\varsigma\eta\text{₼}\delta^{v}\ \varepsilon\mu^{o}\ \alpha\iota^{\sigma}\varsigma\alpha$$
>
> Como se observa Diofanto fez uso da simbologia através da abreviação de palavras, revolucionando o que hoje chamamos de Álgebra: a incógnita era designada pela letra sigma minúscula (ς), última da palavra αριθμος (aritmos – número, em grego); seu quadrado Δ^{γ} abreviação de δυναμις (dynamis – potência); seu cubo de K^{v} , abreviação de Κνβος (kybos – cubo); a igualdade por ι^{σ}, abreviação de ισος (isos – igual) e a subtração por ₼. Para soma não existia um símbolo definido, sendo representada pela justaposição das parcelas e os termos independentes eram indicados pelo símbolo μ^{o} (monadei – unidade).

Na álgebra simbólica as letras são usadas para indicar variáveis numéricas, designando qualquer número pertencente a um dado qualquer, ou então como incógnita, para designar quantidades desconhecidas, que se pretende determinar. Porém na História da Matemática, as letras também foram usadas para designar números, como é o caso dos números romanos e dos números irracionais.

Na época em que Nunes escreveu a sua obra, o uso de letras para determinar quantidades e até mesmo sinais, por exemplo, de adição ou subtração, eram normais. O uso de letras e sinais como são utilizados atualmente, só começaram a aparecer a partir do século XVIII.

Entretanto, era necessário mostrar a adição de parcelas, para isso usava a letra $\tilde{p}$, abreviação de *plus* (no lugar do sinal +, usado comumente nos dias atuais), para a subtração usava a letra m, abreviação de *minus (*usado no lugar do sinal -), indicava a raiz quadrada pela letra *R,* a raiz cúbica por *3R*, e assim por diante. Quando se desejava indicar nas equações a incógnita, designava *porco (coisa),* o quadrado da incógnita em questão por *ce (censo)*, o cubo da incógnita por *cu (cubo),* o termo que não dependia da incógnita por *nu (número).*

Nunes tratou com grande precisão de assuntos ligados a Álgebra, como resolução de equações de primeiro grau e de segundo grau, redução de equações com graus maiores para equações de segundo grau, operações com polinômios, dentre outros.

Por outro lado, já havia demonstrado que a raiz quadrada de um número tem dois valores opostos. Porém, não conseguia explicar o motivo desse fato.

O Quadro 1 mostra como Nunes utilizava expressões algébricas literárias e fases sincopadas, uma vez que a moderna forma simbólica ainda não fora desenvolvida.

Quadro 1 - Representação da álgebra sincopada

$3x^2-4x+18$ por: $3.ce.\tilde{}m.4.co.\tilde{}p.18$

$115-14x+x^2-3x^3$ por: $115.\tilde{}m.14.co.\tilde{}p.ce.\tilde{}m.3cu$

$\sqrt{6}$ por: $2R.6$

$\sqrt[3]{27}$ por: $3R.27$

$\sqrt{x^2+x^3}$ por: $2R.ce.\tilde{}p.cu$

$\sqrt[4]{16}+3x^2$ por: $4R.16.\tilde{}p.3.ce$

Fonte: Os autores.

Mesmo com todo o conhecimento adquirido nos seus anos de estudo, Nunes estava condicionado ao estilo dos matemáticos de sua época e até mesmo de seus antecessores. Esses se firmavam no recurso da geometria, de influência helênica, para a demonstração das proposições.

Em razão dessa influência, é possível observar que Pedro Nunes não aceitava a colocação de números negativos e, sabia que na álgebra, a raiz quadrada tem dois valores com sinais distintos. Mas ele mesmo, não sabia explicar o motivo desses valores.

Ainda nessa primeira parte, Nunes demonstra as regras operatórias para chegar aos valores que as incógnitas possam ter. Conforme Ventura (1985), trata das regras operatórias que permitem calcular o valor da incógnita, apenas em equações com coeficientes numéricos, em vez de considerar equações de coeficientes literais.

Nunes considera em seu trabalho conjugações de segundo grau diferentes em seu livro, atualmente denominadas como aquelas apresentadas no Quadro 2.

Quadro 2 - Conjugações usadas por Nunes

$rx^2 = sx$

$rx^2 = t$

$sx = t$

$rx^2 + sx = t$

$rx^2 = sx + t$

$rx^2 + t = sx$

As três primeiras conjugações Nunes as descreve como conjugações simples e as três últimas como conjugações compostas. Nesse sentido, Nunes procurou mostrar o valor de x. Pedro Nunes começa a perceber a possibilidade da necessidade de aumentar o conjunto numérico, porém como ainda trabalhava amparado pelas técnicas matemáticas helênicas, sobretudo com sua álgebra em métodos aritméticos através da geometria, não cedeu à aceitação dos possíveis números negativos, os quais os denominava de *absurdos*.

Em seu livro Nunes também considera algumas equações de graus superiores ao do 2º grau, mas todas elas conseguem ser reduzidas a uma equação de grau dois através de métodos aritméticos.

As resoluções encontradas nessa parte do livro de Álgebra são próprias de Nunes, porém outras, ele toma como base princípios de Euclides. Durante esse contato com o livro de Euclides, estuda as transformações de equações com denominadores em equações canônicas.

Na primeira parte de seu livro, Nunes já demonstra a vontade de mostrar a quantidade da incógnita e o método que usa para essa demonstração é a igualdade.

A seguir são apresentadas as seis conjugações traduzidas para a álgebra simbólica escritas por Pedro Nunes na forma sincopada. Ele mostra que cada conjugação responde a uma regra particular.

Regra da primeira conjugação:

"Quando censos (x^2) forem iguais a coisa (x), divide-se o número das coisas pelo número dos censos, e o que resultar da divisão é o valor da coisa" (Quadro 3).

Quadro 3 - Regra da 1ª conjugação

$$rx^2 = sx$$

$$\frac{x^2}{x} = \frac{s}{r}$$

$$x = \frac{s}{r}$$

Nunes justifica essa operação em seu livro usando um exemplo. Para conseguir mostrar a igualdade, fala-se que 4.ce = 20.co.

Divide-se 20 por 4 e chega-se ao número 5, pelo valor da coisa (x). Porque 20 multiplicado por 5 é o valor da coisa (x), sendo 100, pois sendo o valor da coisa 5, o censo será 25. Portanto 100 é 4 vezes o valor do censo (x^2)

Regra da segunda conjugação:

"Quando censos (x^2) forem iguais a número (t), divide-se o número pelo coeficiente dos censos e a raiz do que resultar na divisão será o valor da coisa" (Quadro 4).

Quadro 4 - Regra da 2ª conjugação

$$rx^2 = t$$

$$x^2 = \frac{t}{r}$$

$$x = \sqrt{\frac{t}{r}}$$

O seguinte exemplo foi usado por Nunes:

Tem-se que 7censos = 63.

Censos = 9. Se o censo é 9, o valor da coisa é 3, ou seja, a raiz de 9. Então o valor de 7 censos é 63, pois 7 vezes 9 é 63.

Regra da terceira conjugação:

“Quando as coisas (x). forem iguais a um número (t), divide-se o número pelo coeficiente das coisas, e o resultado da divisão será o valor da coisa” (Quadro 5).

Quadro 5 - Regra da 3ª conjugação

$$sx = t$$
$$x = \frac{t}{s}$$

Basta tomar como exemplo sendo 8 coisas = 32. Tem-se que 32/8 é 4. Neste caso descobre-se que o valor da coisa é 4, pois 8 vezes 4 é 32.

Regra da quarta conjugação – Primeira conjugação composta:

“Quando um censo e as coisas forem iguais a um número, multiplica-se a metade do número das coisas por ela mesma, criando um quadrado, e a este quadrado soma-se o número dado, e de toda a soma tira-se a raiz. Subtrai-se a metade do número das coisas, e, ficará evidente o valor da coisa”, como Lages (2007, p. 35) (Quadro 6).

Quadro 6 - Regra da 4ª conjugação

$$rx^2 + sx = t$$
$$\left(\frac{s}{2}\right)^2$$
$$\left(\frac{s}{2}\right)^2 + t$$
$$\sqrt{\left(\frac{s}{2}\right)^2 + t}$$
$$x = \sqrt{\left(\frac{s}{2}\right)^2 + t} - \frac{s}{t}$$

Considere um censo mais 12 coisas que sejam iguais a 64. Deseja-se saber o valor da coisa (x).

Como demonstrado acima por Nunes, pega-se a metade do coeficiente da coisa e multiplica-se por ele mesmo. Sendo assim, 6*6 = 36. Somar o número dado, 64, e extrair a raiz do resultado, = = 10. Basta agora tomar 10 e subtrair a metade do coeficiente de x, 10 – 6 = 4, sendo 4 o valor da coisa (x). Portanto, o valor do censo é 16, e 12 vezes 4 é 48. Ao somar os dois valores 16+48, chega-se ao resultado 64, que é o valor de um censo (x^2) mais 12 coisas (x).

Regra da quinta conjugação – Segunda conjugação composta:

“Quando coisas (x) e números (t) forem iguais a censo (x^2), multiplica-se a metade do coeficiente da coisa por ele mesmo. Com este valor elevado ao quadrado, soma-se o número, como foi feito na primeira conjugação composta. Extrai-se a raiz dessa soma e soma-se a metade do coeficiente da coisa, ficando evidente o valor da coisa”, assim como Lages (2007, p. 35) (Quadro 7).

Quadro 7 - Regra da 5ª conjugação

$$sx + t = rx^2$$
$$\left(\frac{s}{2}\right)^2$$
$$\left(\frac{s}{2}\right)^2 + t$$
$$\sqrt{\left(\frac{s}{2}\right)^2 + t}$$
$$x = \sqrt{\left(\frac{s}{2}\right)^2 + t} + \frac{s}{2}$$

Considere 6 coisas + 16 = censo. Novamente deseja-se saber o valor da coisa (x)

Deve-se pegar a metade do coeficiente e multiplicar por ele mesmo para formar um quadrado. Portanto 3*3 = 9. Somar o número dado 16, e extrair a raiz da soma, = = 5. Basta pegar o resultado e somar com a metade do valor da coisa, 5 + 3 = 8, sendo 8 o valor da coisa (x) Logo 6*8 + 16 = 64. Se o valor da coisa (x) é 8, o valor do censo é 64, como mostrado anteriormente

Regra da sexta conjugação – Terceira conjugação composta:

“Quando um censo (x^2) mais um número (t) é igual a coisa (x), multiplica-se a metade do coeficiente da coisa por ele mesmo, formando um quadrado, o qual deve-se subtrair o número proposto. Do resultado tira-se a raiz e, soma-se com a metade do coeficiente da coisa (x), dando o valor da coisa (x) ” , assim como Lages (2007, p. 35) (Quadro 8).

Quadro 8 - Regra da 6ª conjugação

$$rx^2 + t = sx$$
$$\left(\frac{s}{2}\right)^2$$
$$\left(\frac{s}{2}\right)^2 - t$$
$$\sqrt{\left(\frac{s}{2}\right)^2 - t}$$
$$x = \sqrt{\left(\frac{s}{2}\right)^2 - t} + \frac{s}{2}$$

Toma-se um censo (x^2) e o número 35 igual a 12 coisas (x). Deve-se pegar a metade do coeficiente das coisas e multiplicar entre si, 6*6 = 36. Com o resultado do quadrado deve subtrair o número conhecido, 35. Faz-se a operação de subtração 36 - 35 = 1 e, tira-se a raiz quadrada do resultado obtido. Soma-se a esse resultado a metade do valor do coeficiente das coisas (x), 1+6 = 7. Logo, chega-se ao valor das coisas (x) que é 7. O valor do censo (x^2) é 49, somando

35, será igual a 12*7, 84 = 84.

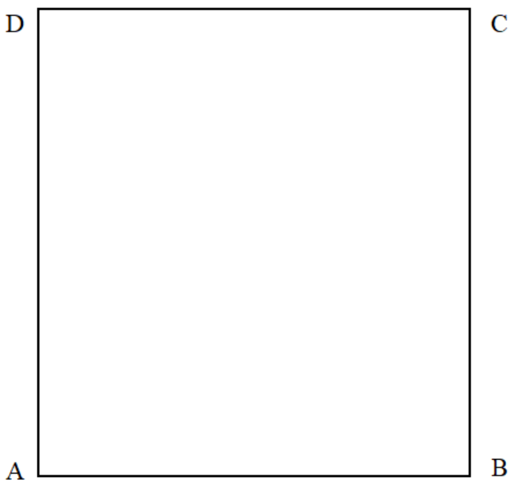
A demonstração a seguir é proposta por Nunes para a quinta conjugação baseada em uma das conjugações apontadas por Aristóteles.

2.4 Demonstração das conjugações compostas

A quinta conjugação é demonstrada abaixo, conforme Lages (2007, p. 40):

Censo (x^2) é o quadrado de lados $ABCD$ (Figura 6).

Figura 6 - Quadrado de lados $ABCD$



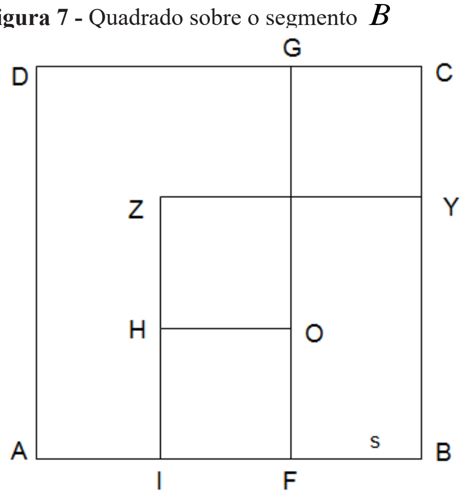
Fonte: Os autores.

Sobre o segmento AB, forma-se outro segmento denominado AF, o qual representa o valor das coisas. Sobre o ponto F, estende-se uma linha formando um novo segmento denominado FG e sobre esse segmento forma-se um quadrado paralelo ao segmento BC.

Em seguida um quadrado sobre o segmento B (Figura 8) deve ser construído. Nota-se que no retângulo $AFGD$ se encontra a área x, portanto o retângulo $FBCG$ tem o valor que acompanha a soma da coisa (x) ou seja, tem área t.

O ponto I é a metade do segmento AF, então o quadrado formado por $IFHO$ tem uma área igual a (Figura 7).

Figura 7 - Quadrado sobre o segmento B



Fonte: Os autores

Ao somar a área do retângulo $FBCG$ com o retângulo $IFOH$, a soma dessa ...al ao quadrado $IBYZ$, ou seja, o segmento $IB = \sqrt{\left(\frac{s}{2}\right)^2 + c}$.

Chega-se a conclusão que a soma dos segmentos IA e $B = x$.

$$\sqrt{\left(\frac{s}{2}\right)^2 + c} + \left(\frac{s}{2}\right) = x.$$

Portanto chega-se ao resultado buscado.

Nunes continua a demonstrar suas resoluções das conjugações de maneira algébrica e geométrica, porém, nesse caso ele denomina como sendo novas e mais perfeitas em relação às demonstradas acima.

É possível observar nas demonstrações usadas por Pedro Nunes três características que estão presentes em todas. Em sua primeira parte, ele faz a construção das figuras justificando de maneira geométrica cada passo. Em sua segunda parte, ele faz tradução de resolução dos algoritmos usados em cada conjugação. A terceira e última parte que ele menciona é o comentário feito sobre como Euclides utiliza as figuras e as proposições para as provas de cada questão.

Em suas resoluções sempre tem a relação entre o quadrado maior com quadrados pequenos e com retângulos que são congruentes, sendo todos inscritos nesse quadrado maior.

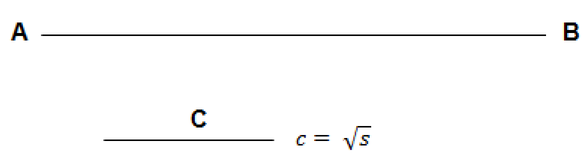
Nas demonstrações que Nunes denominou como novas e mais perfeitas, pode-se perceber o quanto ele se aprofundou nos conhecimentos de Euclides na proposição I.47 do livro *Os Elementos*. Dessa forma Nunes conseguiu novas relações entre os términos da expressão, tornando necessária sua representação gráfica.

Na opinião de Nunes, nas demonstrações "antigas" faltava rigor na forma estrutural das provas. Pedro Nunes começou demonstrando que um censo (x^2) com as coisas (x) pode ser igual a qualquer número (c).

Segundo Infante & Puig (2010, p. 10) tem-se que:

Seja o segmento AB o número das coisas e o número que se possuía ser igual as coisas (x) com o censo (x^2), ter o lado quadrado com a linha C (Figura 8).

Figura 8 - Segmento AB e a linha C



Fonte: Os autores.

Divide-se o segmento AB no ponto médio e marca-se o ponto D. Faz outro segmento DE, o qual fará um ângulo de 90° com o segmento AB. O novo segmento formado terá o mesmo valor do comprimento da linha c.

Do ponto E faz uma linha que será o segmento B, o qual resultará em um triângulo retângulo DEB. Prolonga-se o segmento BD para formar o segmento ED de igual medida a BF. Diz-se então que o segmento BF é lado de um censo (x^2) que juntamente com as coisas (x) e os números que serão *A* e *B*, se iguala o com número proposto que tem pelo lado quadrado da linha c.

De acordo com Infante & Puig (2010, p. 10), sobre o segmento ED forma-se um quadrado que será igual ao quadrado formado pelo segmento BF (Figura 9) e ambos somados, pela proposição I.47 do livro de Euclides e porque *BE* e ED são iguais, logo vale o quadrado formado por ED quanto os referidos quadrados formados por ED e ED.

Assim,

Dessa forma: $BF = ED$.

Porém, pela definição I.47 do livro de Euclides, o quadrado de BF é igual ao formado por ED, de acordo com Infante & Puig (2010, p. 10).

Logo,

Pela proposição II.4 do segundo livro de Euclides, o quadrado de ED tem o mesmo valor dos quadrados ED e BF.

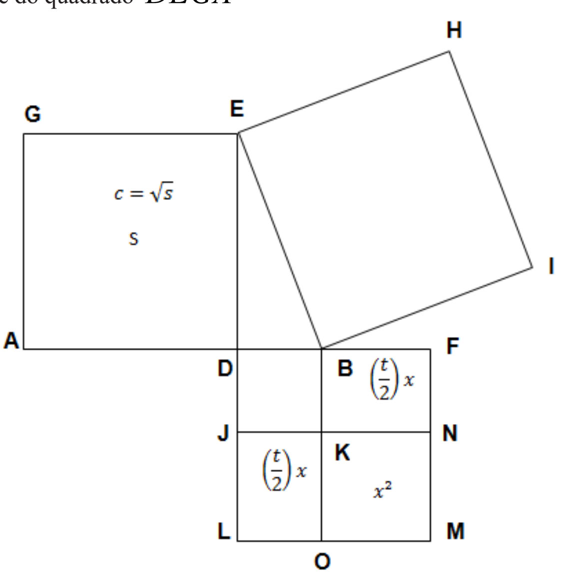
Tem-se então que:

O quadrado formado pelo segmento ED será igual a soma do quadrado formado por BF com os dois retângulos formados inscrito ao quadrado ED.

Tem-se então que:

ED é a metade do número das coisas (x) e BF lado do censo (x^2), e o retângulo compreendido por ED e BF a metade do valor das coisas e o duplo retângulo será o valor inteiro delas. O censo com as coisas será igual ao quadrado formado pelo segmento ED que pode igualar a linha c, cujo quadrado é o número que no princípio foi posto, é igual às coisas (x) com o censo (x^2), é isto o que Nunes desejou demonstrar, Segundo Infante & Puig (2010, p. 10):

Figura 9 - Representação dos valores dos retângulos, $BFNK$ e do quadrado $DEGA$



Fonte: Os autores.

Tem-se então, de acordo com Infante & Puig (2010, p. 11) que:

$$BF = x$$
$$ED = c$$
$$(ED)^2 = s$$
$$(ED)^2 = 2\left(\frac{t}{2}\right)x + (BF)^2$$
$$c = tx + x^2$$

Na última parte do livro de Álgebra, Pedro Nunes apresentou a mesma construção para comentar a descoberta da resolução da equação geral do terceiro grau.

A obra "Libro de Algebra em Arithmetica y Geometria", editada originalmente em espanhol, sugere algumas reflexões em torno de suas consequências, a partir de suas origens. Afinal, um texto tão importante não deveria ter sido produzido por seu autor, em português, ou ser posteriormente traduzido para este idioma, de modo a juntar-se ao restante de suas obras? Verifica-se que a obra, última a ser publicada por Nunes, era parte manuscrita de trabalhos utilizados pelo mesmo há 30 anos. Provavelmente, esperando torná-lo conhecido para o maior número de pessoas, optou pela língua espanhola, que era dominada por quase todos os matemáticos portugueses. A propósito, veja-se o comentário, à página 4, de Queiró (1993):

> Uma das obras maiores de Pedro Nunes é o Libro de Algebra en Arithmetica y Geometria (Antuérpia, 1567), que publicou em espanhol. Desta obra se ocupou longamente um especialista na história da Álgebra quinhentista, H. Bosmans. O assunto central é a resolução de equações, sobretudo do 1º grau ao 3º. ....
> Na parte final do Libro de Algebra, dedicada à aplicação da Álgebra a problemas de Geometria, há um trecho célebre, que ilustra o carácter moderno do ponto de vista de Pedro Nunes: '(...) De maneira que quem sabe por Álgebra, sabe cientificamente. Principalmente que vemos algumas vezes, não poder um grande Matemático resolver uma questão por meios geométricos, e resolvê-la por Álgebra, sendo a mesma Álgebra tirada da Geometria, o que é coisa de admiração." Importante obra de transição antes de Viète (Bosmans diz de Pedro Nunes que foi "um dos algebristas mais eminentes do século XVI'), o Libro de Algebra foi muito conhecido e citado na Europa (entre outros por Wallis). Teve traduções em latim e francês, que ficaram manuscritas.

Embora seja difícil apontar as vantagens e desvantagens decorrentes da adoção da língua espanhola para a publicação de seu último trabalho, conclui-se que, a partir de parte da introdução e da conclusão de Nunes (1567), a sugestão de aprofundamento para um próximo trabalho.

> De todollos Livros que nas Sciencias Mathematicas tenha composto, muito alto & excellente Principe, nenhum he de tanto proveito como este de Algebra he conta fácil & breve para conhecer a quantidade ignota, en qualquer propósito de Arithmetica & Geometria, & en todo outra arte que usa de conta & de medida, como sam Cosmographia, Astrologia, Architectura, & Mercantil (Nunes, 1567, p. 5).
>
> Porque el trabajo era grande, y muy chiso el loor, principalmte no me contdando aquella manera de notificar el valor dela cosa. Alla lo hallaran todas tratados por el Cardano, o bien o mal. Y si Dios nos diere a entender otro mejor modo, taerloemos em outro Libro (Nunes, 1567, p. 341).

3 Conclusão

Petrus Nonius, forma latinizada do nome Pedro Nunes, como explicado no início deste artigo, foi um dos maiores e mais brilhante matemático de sua época. Sabe-se que não foi autor, propriamente, de enorme quantidade de obras e que apenas aos 35 anos produziu a primeira delas, mas foi, sem dúvida, autor de teorias e aplicações das mais importantes, vinculadas, principalmente, à Matemática, à Física e à Astronomia, além de aplicações à Navegação. Particularmente, teve grande apreço pela Álgebra, Geometria e Aritmética, cujas obras impressas e, talvez, o seu suposto manuscrito *Defensão do tratado da rumação do globo para a arte de navegar*, anterior a 1544, se espalharam por toda a Península Ibérica. Cosmógrafos contemporâneos, além de serem orientados no uso de instrumentos, reproduziram aplicações divulgadas por João Baptista Lavanha, por volta de 1573, a partir da obra *De arte atque ratione almeida libri duo (*Arte e teoria da Navegação*)* de Pedro Nunes. Como destaca Canas (2004), Pedro Nunes foi o primeiro a assumir uma atitude científica na arte de navegar, porém, criticado na época pelos homes do mar e por muitos letrados.

Além da extraordinária contribuição de Pedro Nunes à náutica, os seus aprofundamentos da Matemática culminaram na criação de sua mais importante obra, *Libro de Algebra en Arithmetica y Geometria,* com reconhecimento por renomados europeus, gerando manuscritos traduzidos para a língua francesa e para o latim.

Pedro Nunes parece ter vivido à frente de seu tempo. Mesmo tendo atuado em áreas *distintas, da Medicina a áreas práticas e teóricas* das Navegações, dedicou-se mais profundamente à Matemática. Alguns de seus trabalhos, originalmente impressos no século XVI, são disponibilizados pela Biblioteca Nacional:

- Pedro Nunes, Escola de Pedro Nunes, Lisboa;
- Biografia de Pedro Nunes, por André Leitão, no Centro Virtual Camões-Navegações Portuguesas;
- Biografia de Pedro Nunes, por Pedro Calafate, no Instituto Camões.

Suas produções matemáticas e seu trabalho em navegação, influenciaram, especialmente, portugueses e espanhóis, que viviam uma grande época, plena de descobertas.

Referências

Almeida, B. J. P. (2011). *A influência da obra de Pedro Nunes na náutica dos séculos XVI e XVII:* um estudo de transmissão de conhecimento. 595 fls. (Tese de Doutorado) – História e Filosofia das Ciências – Faculdade de Ciências Secção Autónoma de História e Filosofia das Ciências.

Canas, A. J. D. (2014). Apropriação de Pedro Nunes por João Baptista Lavanha. *Anais do 6º Encontro Luso-Brasileiro de História de Matemática*. São João del Rei.

Fonseca, F. T. (2004). Pedro Nunes na Universidade I – Lisboa. In: *Estudos em Homenagem a Luís António de Oliveira Ramos*, Porto: Faculdade de Letras da Universidade do Porto, 537- 544.

Infante, F., & Puig, L. (2010). *Una comparación entre las demonstraciones de Pedro Nunes y Al-Khwarizmi de Los Algoritmos de las formas canónicas de la ecuación de segundo grado.* 1-15. Recuperado em 25 maio, 2017 de http://www.apm.pt/files/177852_C69_4dd7a05861041.pdf.

Lages, S. N. (2007). *A resolução de equações algébricas:* uma perspectiva histórica. 79 fls. (Dissertação de Mestrado) – Matemática, Universidade Portucalense.

Leitão, H. (2010). Pedro Nunes e o Libro de Algebra. *Quaderns D'Història de L'Enginyeria,* 11, 9-18.

Medeiros, A., Medeiros, C. F., & Monteiro Júnior, F. N. (2004). Pedro Nunes e o problema histórico da compreensão da medição das frações. *Ciência & Educação***,** 10(3), 559-570.

Nunes, P. (1567). *De arte atque ratione navigandi*. Obras: IV - Academia de Ciências de Lisboa.

Pereira, M. T. L. (2009). *Pedro Nunes, em busca das origens.* Lisboa: Edições Colibri.

Queiró, J. F. (1993). *A Matemática (1537-1771).* Publicado em: História da Universidade em Portugal – Sec. 5, Cap. V - O saber: dos aspectos aos resultados (Ferrer Correia, A., Oliveira Ramos, L. A., Joel Serrão, J., & Oliveira, A. I, Part II (1537-1771), Univ. Coimbra: Fund. Gulbenkian.

Santos, C. A. O., & Borges, M. F. (2017). *Evolução da simbologia algébrica:* um passeio pela história evolutiva do pensar matemático humano. Recuperado em 12 maio, 2017, de http://editorarealize.com.br/revistas/ebrapem/trabalhos/0c3d4ab019fbd17a8287b8cffe8ae4ec.pdf.

Ventura, M. S. (1985). *Vida e obra de Pedro Nunes,* 99. Lisboa: Instituto de Cultura e Língua Portuguesa.