

USOS ESPECÍFICOS DE RECURSOS DAS TECNOLOGIAS DIGITAIS NAS FASES DE UMA ATIVIDADE DE MODELAGEM MATEMÁTICA

DOI: <https://doi.org/10.33871/22385800.2021.10.23.283-304>

Henrique Cristiano Thomas de Souza¹

Resumo: Considerando as funções de uso dos recursos das tecnologias digitais elencadas na literatura, nesse artigo investigamos como usos específicos dos recursos das tecnologias digitais foram contemplados nas fases de desenvolvimento de atividades de modelagem matemática. Para tal, analisamos uma sequência de atividades de modelagem matemática desenvolvidas na disciplina de Modelagem Matemática no Ensino oferecida no 5º período de um curso de Licenciatura em Matemática. Na análise crítica-reflexiva identificamos e descrevemos como funções específicas de uso dos recursos das tecnologias digitais são utilizadas nas fases de uma atividade de modelagem matemática. Concluímos que nem todos os usos específicos dos recursos das tecnologias digitais foram contemplados em uma fase qualquer das que constituem o desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática. Isso se deu, pois, alguns destes usos possuem características que os vinculam naturalmente a uma ou mais fases específicas de uma atividade de modelagem matemática, enquanto, outros usos dependem da característica da atividade em desenvolvimento para serem estabelecidos. Contudo, em maior ou menor grau todos os usos estiveram presentes no desenvolvimento das atividades analisadas.

Palavras-chave: Modelagem Matemática. Tecnologias Digitais. Desenvolvimento de atividades de modelagem matemática.

SPECIFIC USES OF DIGITAL TECHNOLOGY RESOURCES IN THE PHASES OF A MATHEMATICAL MODELING ACTIVITY

Abstract: Considering the functions of use of digital technology resources ruled by the literature, in this paper we investigate how specific uses of digital technology resources were contemplated in the development phases of mathematical modeling activities. Therefore, we analyzed a sequence of mathematical modeling activities developed in the discipline of Mathematical Modeling in Teaching offered in the 5th period of a Graduation in Mathematics course. In the critical-reflective analysis we identify and describe how specific functions of use of digital technologies resources are used in the phases of a mathematical modeling activity. We concluded that not all specific uses of digital technology resources were contemplated in any phase that constitutes the development of a mathematical modeling activity. This happened because some of these uses have characteristics that link them naturally to one or more specific phases of a mathematical modeling activity, while other uses depend on the characteristic of the activity in development to be established. However, to a greater or lesser degree, all uses were present in the development of the analyzed activities.

Keywords: Mathematical Modelling. Digital Technologies. Development of mathematical modeling activities.

Introdução

Em Souza (2018) investigamos – entre outras questões – como se dava o uso de recursos das tecnologias digitais no desenvolvimento de atividades de modelagem matemática. Para tal, analisamos o desenvolvimento de uma sequência de atividades de

¹ Doutor em Ensino de Ciências e Educação Matemática pela Universidade Estadual de Londrina (UEL). Docente da Universidade Estadual do Paraná (Unespar), União da Vitória-PR, Brasil. E-mail: h_tdesouza@hotmail.com – Orcid: <https://orcid.org/0000-0001-8300-6317>

modelagem matemática desenvolvidas por uma turma de Modelagem Matemática do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR) campus Curitiba.

As atividades foram encaminhadas seguindo os momentos de familiarização com a Modelagem Matemática indicados por Almeida e Dias (2004) e a concepção de Modelagem Matemática apresentada em Almeida, Silva e Vertuan (2012) e foram desenvolvidas no laboratório de informática, com recursos das Tecnologias Digitais disponíveis para o seu desenvolvimento.

Na análise realizada em Souza (2018) – que teve caráter qualitativa (BOGDAN; BIKLEN, 1994) e interpretativa (MOREIRA, 1997) – descrevemos como ocorreu o uso dos recursos das tecnologias digitais nas ações realizadas pelos alunos no desenvolvimento das atividades de modelagem. Para tal, identificamos em quais das funções, elencadas por Greefrath (2011), o uso dos recursos das tecnologias digitais se adequavam e como esse uso influenciou na realização das atividades.

Nas análises concluímos que em maior ou menor grau todas as funções de uso dos recursos das tecnologias digitais são contempladas e são utilizados em todas as fases, ora em uma atividade, ora em outra.

Como a análise dos usos dos recursos das tecnologias digitais em Souza (2018) não era o único objeto de investigação, entendemos a necessidade de pôr a questão sob um olhar mais focalizado. Nesse sentido, nos debruçamos novamente sobre essa investigação², agora, buscando avançar nos aspectos obtidos nestes resultados nos propusemos a questão investigativa: como funções específicas de uso dos recursos das tecnologias digitais são utilizadas nas fases de uma atividade de modelagem matemática?

É sobre essa questão investigativa que objetivamos desenvolver o presente artigo. Para tal, primeiramente apresentamos os fundamentos da Modelagem Matemática que embasaram o encaminhamento da sequência de atividades de modelagem matemática analisadas e também como o uso dos recursos de tecnologias digitais em atividades de modelagem matemática é compreendido na literatura, especificando com mais detalhes as funções de uso elencadas em Greefrath (2011). Em seguida, apresentamos os aspectos metodológicos da coleta de dados e os que fundamentam as análises. No cerne do artigo realizamos a análise dos dados a partir da questão investigativa. Finalizamos com a discussão e reflexão dos resultados obtidos.

² Investigação desenvolvida em Projeto de Pesquisa vinculado à Universidade Estadual do Paraná (Unespar) campus União da Vitória no período de junho de 2019 a maio de 2021.

Modelagem Matemática

A Modelagem Matemática é oriunda originalmente da Matemática Aplicada, como uma metodologia de pesquisa. Na Educação Matemática tem sua ascensão internacional a partir da década de 1980. Segundo Burak (2004, p. 1) a “Modelagem Matemática no Brasil começou a ser trabalhada, na década de 1980 na Universidade Estadual de Campinas – UNICAMP – com um grupo de professores, em Biomatemática, coordenados pelo Prof. Dr. Rodney Carlos Bassanezi – IMECC”, mas, no caráter da Educação Matemática “a Modelagem Matemática teve início com os cursos de especialização para professores, em 1983, na Faculdade de Filosofia Ciências e Letras de Guarapuava - FAFIG, hoje Universidade Estadual do Centro-Oeste – UNICENTRO” (BURAK, 2004, p.1).

Na pesquisa em âmbito nacional diferentes formas de conceber a Modelagem Matemática foram propostas, dentre as quais, as de Rodney Bassanezi, Jonei Barbosa, Dionísio Burak e Lourdes Almeida são algumas que podemos evidenciar.

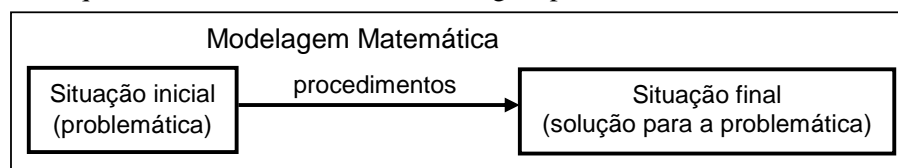
Segundo Almeida e Brito (2005) entendemos a Modelagem Matemática como uma alternativa pedagógica na qual fazemos uma abordagem, por meio da matemática, de uma situação-problema não essencialmente matemática.

Nessa pesquisa as atividades de modelagem matemática analisadas foram desenvolvidas com base na perspectiva de Almeida, Silva e Vertuan (2012), na qual os autores entendem que

[...] uma atividade de Modelagem Matemática pode ser descrita em termos de uma situação inicial (problemática), de uma situação final desejada (que representa uma solução para a situação inicial) e de um conjunto de procedimentos e conceitos necessários para passar da situação inicial para a situação final (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012, p. 12).

Essa forma de compreender uma atividade de Modelagem Matemática é sintetizada pelos autores através de um esquema (Figura 1).

Figura 1: Esquema de uma atividade de Modelagem para Almeida, Silva e Vertuan (2012)



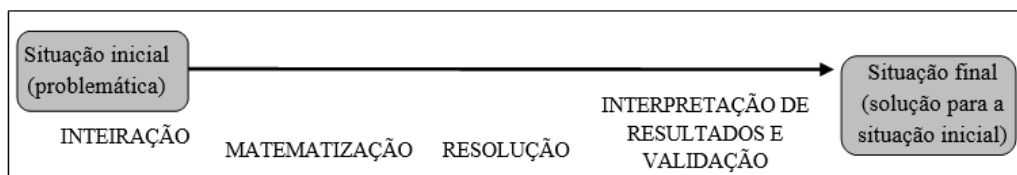
Fonte: Almeida, Silva e Vertuan (2012, p.12)

A essa situação inicial problemática os autores chamam de situação-problema,

enquanto que à situação final desejada há associação de uma representação matemática, um modelo matemático.

Almeida, Silva e Vertuan (2012) afirmam que para a configuração, estruturação e resolução de uma situação-problema, no desenvolvimento de uma atividade de Modelagem Matemática são necessários um conjunto de procedimentos, que é nomeado pelos autores de fases, sejam elas: inteiração, matematização, resolução, interpretação de resultados e validação. Nesse sentido, o esquema da Figura 1 é retomado e atualizado com a incorporação dessas fases (Figura 2).

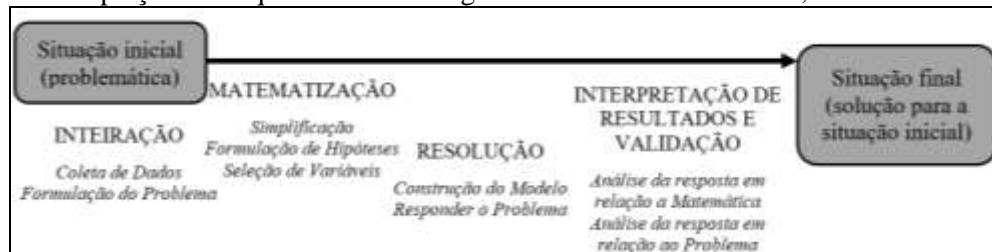
Figura 2: Fases da Modelagem Matemática para Almeida, Silva e Vertuan (2012)



Fonte: Almeida, Silva e Vertuan (2012, p. 15).

Na descrição dessas fases os autores elencam alguns procedimentos específicos que são atrelados a elas, interpretamos tais procedimentos como subfases. Incluindo essas subfases ao esquema da Figura 2, propomos sua releitura (Figura 3).

Figura 3: Adaptação do Esquema de Modelagem Matemática de Almeida, Silva e Vertuan (2012)



Fonte: Souza (2018, p. 66).

Para continuidade da interpretação do esquema de uma atividade de modelagem matemática, utilizamos as subfases da Figura 3 em substituição as fases elencadas em Almeida, Silva e Vertuan (2012), pois, entendemos que refletem com mais detalhes as ações realizadas no interior do desenvolvimento de uma atividade desse caráter.

A dinâmica de atividades de modelagem matemática foi estrutura nessa percepção, enquanto a sequência como foram organizadas seguiu os momentos de familiarização propostos em Almeida e Dias (2004).

Segundo as autoras, a introdução de atividades de modelagem matemática em sala de aula pode ocorrer de maneira gradativa, proporcionando aos alunos uma familiarização gradativa com atividades dessa natureza. As autoras propõem que essa familiarização se dê

em três momentos.

No 1º momento “são abordadas, com todos os alunos, situações em que estão em estudo a dedução, a análise e a utilização de um modelo matemático, a partir de uma situação problema já estabelecida e apresentada pelo professor” (ALMEIDA; DIAS, 2004, p. 25). No 1º momento as ações do professor são mais evidentes nas fases iniciais da atividade de modelagem, como a identificação de uma situação-inicial problemática, a coleta de dados e a formulação do problema, e nas demais fases as ações são conjuntas entre professor e alunos, mas as decisões se concentram no professor.

No 2º momento

[...] uma situação problema já reconhecida, juntamente com um conjunto de informações, pode ser sugerida pelo professor à classe, e os alunos, divididos em grupos, realizam a formulação das hipóteses simplificadoras e a dedução do modelo durante a investigação e, a seguir, validam o modelo encontrado (ALMEIDA; DIAS, 2004, p. 25).

Nesse momento de familiarização as ações iniciais da atividade de modelagem matemática ainda são realizadas pelo professor, mas, este, de acordo com o contexto da atividade, tem menos domínio sobre as ações das demais fases, assim, os alunos tomam decisões autônomas em algumas das fases do desenvolvimento da atividade.

No 3º momento “os alunos, distribuídos em grupos, são incentivados a conduzirem um processo de Modelagem, a partir de um problema escolhido por eles, devidamente assessorados pelo professor” (ALMEIDA; DIAS, 2004, p. 25), cabe aos alunos o desenvolvimento de cada uma das fases da atividade de modelagem matemática, enquanto o professor atua como orientador e colaborador, quando solicitado pelos alunos.

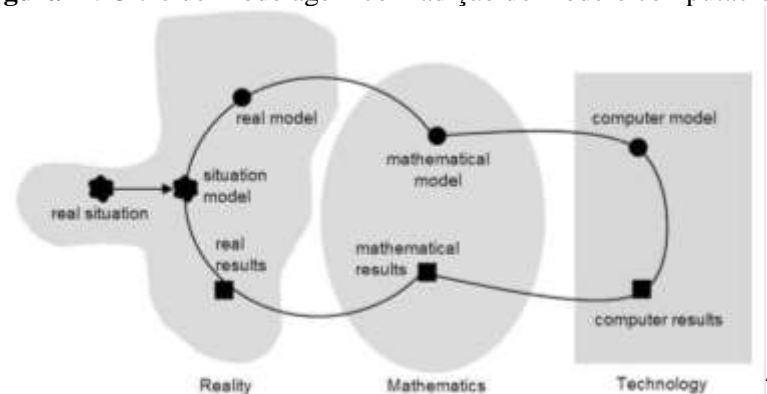
Pesquisas que tratam da utilização das tecnologias digitais na Modelagem Matemática – Malheiros (2004, 2008), Santos (2008), Soares (2012), Dalla Vecchia (2012) e Borssoi (2013) – apresentam resultados que indicam a potencialidade e a importância de se inserir o uso de recursos das tecnologias digitais no desenvolvimento de atividades de modelagem matemática.

No entanto, ainda que as tecnologias digitais estivessem envolvidas no desenvolvimento das atividades de modelagem, o objetivo de tais pesquisas não era analisar e elencar os usos que seus recursos tiveram nesse desenvolvimento. Nesse sentido, encontramos em Greefrath (2011), uma fundamentação que apresenta uma descrição para as funções de uso das tecnologias digitais no desenvolvimento de atividades de modelagem matemática. Para o autor

Uma ideia importante do uso de ferramentas digitais em matemática e especialmente nas aulas de modelagem é o fato de que as ferramentas numéricas, gráficas e simbólicas, integradas a computadores e calculadoras modernas fornecem novas formas de aprender e entender Matemática (GREEFRATH, 2011, p. 303).

Ao conectar essa nova forma de aprender e entender Matemática, utilizando para isso a realização de atividades de modelagem matemática, o autor explica que geralmente as tecnologias digitais são inseridas na etapa do modelo matemático como auxílio para se obter os resultados matemáticos, criando assim apenas um apêndice no ciclo de modelagem. O autor ilustra essa inserção das tecnologias digitais através de um apêndice no ciclo de modelagem de Blum e Leiss (2006) – Figura 4.

Figura 4³: Ciclo de Modelagem com adição do modelo computacional



Fonte: Greefrath (2011, p. 302)

Nessa interpretação as tecnologias digitais são utilizadas em uma atividade de modelagem matemática na construção do modelo e na obtenção dos resultados matemáticos, ou seja, o modelador transportaria o modelo matemático obtido para uma ferramenta digital, dali obteria informações, análises e resultados, que seriam novamente traduzidas para a linguagem estritamente escrita e/ou oral.

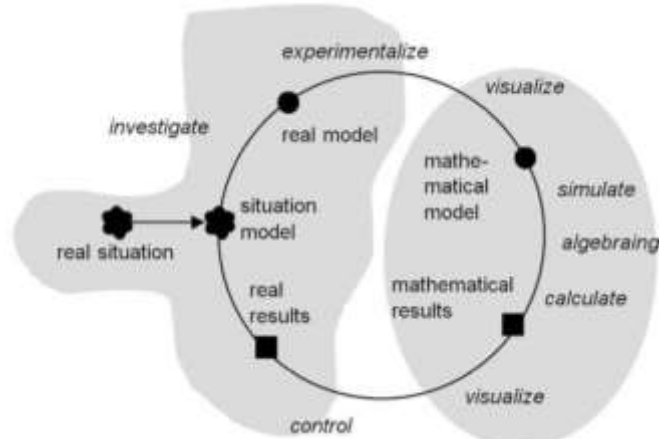
Greefrath (2011) evidencia que essa visão é muito simplista para a gama de possibilidades que a inserção das tecnologias digitais pode oferecer para o fazer modelagem e pondera que o uso das tecnologias digitais “não só cria um apêndice importante para o ciclo de modelagem, mas também influencia cada parte do ciclo” (GREEFRATH, 2011, p. 302). Para o autor “as diferentes funções das ferramentas digitais nas aulas de matemática são

³ Para não desconfigurar as imagens originalmente propostas por Greefrath (2011), apresentamos a tradução dos termos presentes nas Figuras 4 e 5 em nota de rodapé no formato *palavra original*-tradução.

⁴ *Reality*-Realidade; *Mathematics*-Matemática; *Technology*-Tecnologia; *real situation*-situação real; *situation model*-modelo da situação; *real model*-modelo real; *mathematical model*-modelo matemático; *computer model*-modelo computacional; *computer results*-resultados computacionais; *mathematical results*-resultados matemáticos; *real results*-resultados reais.

importantes para a modelagem de problemas em diferentes fases do ciclo de modelagem” (idem). Nesse sentido o autor propõe que o ciclo de modelagem seja complementado com as funções da inserção das tecnologias digitais – Figura 5.

Figura 5: Ciclo de Modelagem com adição de influência das Tecnologias digitais



Fonte: Greefrath (2011, p. 303)

Nesse ciclo de modelagem proposto por Greefrath (2011) o autor evidencia oito funções que as tecnologias digitais podem ser utilizadas em uma atividade de modelagem matemática: *investigação*, *experimentação*, *visualização*, *simulação*, *algebrização*, *calculação*, *visualização* e *controle*.

As tecnologias digitais podem ser utilizadas para a *investigação*, na qual o modelador utiliza-se das ferramentas digitais para a coleta de dados, ou seja, para inteirar-se da situação-problema. Essa coleta pode ocorrer pela recolha de informações da internet e também através de gravação de vídeo ou áudio, ou ainda, utilizando-se de aparelhos para medição, etc.

Já, na função de *experimentação*, “alguém pode transformar com a ajuda de um software de geometria dinâmica ou de uma planilha uma situação real em um modelo geométrico ou numérico” (GREEFRATH, 2011, p. 301). O autor complementa que uma atividade muito semelhante à experimentação é a *simulação*. Nela as tecnologias digitais podem ser utilizadas para realizar experimentos caso o modelo matemático seja demasiado complexo ou se o comportamento do modelo quiser ser observado pelo modelador. Lévy (1993, p. 125-126) entende que a “simulação por computador permite que uma pessoa explore modelos mais complexos e em maior número do que se estivesse reduzido aos recursos de sua

⁵ *real situation*-situação real; *situation model*-modelo da situação; *investigate*-investigação; *real model*-modelo real; *experimentalize*-experimentação; *visualize*-visualização; *mathematical model*-modelo matemático; *simulate*-simulação; *algebraing*-algebrização; *calculate*-calculação; *computer model*-modelo computacional; *computer results*-resultados computacionais; *mathematical results*-resultados matemáticos; *visualize*-visualização; *control*-controle; *real results*-resultados reais.

imagística mental e de sua memória de curto prazo”, e que a “manipulação dos parâmetros e a simulação de todas as circunstâncias possíveis dão ao usuário do programa uma espécie de intuição sobre as relações de causa e efeito presentes no modelo” (LÉVY, 1993, p. 122).

Na função de *visualização*, por exemplo, “dados podem ser representados com a ajuda de um sistema de álgebra computacional ou uma ferramenta de estatística em um sistema de coordenadas” (GREEFRATH, 2011, p. 302), fornecendo assim ferramentas para observar certos aspectos que poderiam não ser notados. Em momentos posteriores em que os resultados já estiverem sido obtidos as tecnologias digitais podem servir para a *visualização* destes.

Greefrath (2011, p. 301) evidencia que na função de *calculação* um “uso comum de ferramentas digitais, particularmente sistemas algébricos computacionais, é o cálculo de resultados numéricos ou algébricos, que não podem ser alcançados pelos estudantes sem estas ferramentas ou não em tempo apropriado” ou porque ainda não os aprendeu. “Pertence também ao setor de cálculos com ferramentas digitais a missão de encontrar representações algébricas que se adequem aos dados” (GREEFRATH, 2011, p. 302), a função denominada *algebrização*, que se caracteriza pelo fato de que os dados da situação-problema são inseridos em ferramentas computacionais específicas e estas fornecem uma representação algébrica.

Sobre a função *controle*, o autor evidencia:

[...] ferramentas digitais podem suportar processos de controle, por exemplo, quando operam com modelos funcionais discretos. Assim, o modelo matemático pode ser numericamente controlado. No entanto, é apenas um controle gráfico com a ajuda do gráfico e dos dados reais ou – em outros casos – também é concebível um controle algébrico (GREEFRATH, 2011, p. 302).

Tomamos essas funções, apresentadas e descritas por Greefrath (2011), como base para analisar os usos dos recursos das tecnologias digitais dos dados obtidos no desenvolvimento das atividades de modelagem matemática.

Aspectos Metodológicos

A coleta de dados foi realizada durante o 1º semestre letivo do ano de 2017 na turma S83 da disciplina MA75E-Modelagem Matemática no Ensino, oferecida no 5º período do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná do

campus Curitiba⁶.

As aulas da disciplina eram ministradas no período matutino com 4 horas/aula semanais, divididas em duas horas/aula ministradas nas terças-feiras e duas horas/aula nas quartas-feiras. A disciplina contava com 7 alunos matriculados, entretanto apenas 6 alunos frequentaram a disciplina regularmente. Para a realização da dinâmica de atividades os alunos foram organizados em três duplas⁷.

Considerando essa configuração das aulas da disciplina, dos alunos da turma, e a especificidade em nossa pesquisa de que as atividades de modelagem matemática da coleta de dados seriam desenvolvidas com o uso de recursos das tecnologias digitais, foi utilizado o Laboratório de Informática do Departamento de Matemática (LIMAT). Os computadores disponíveis no LIMAT eram suficientes para uso individual dos alunos da turma – se assim fosse necessário – e apresentavam as condições mínimas para funcionamento dos softwares utilizados no desenvolvimento das atividades de modelagem matemática como o GeoGebra, Excel e Word, e tinham acesso à internet.

Para observar aspectos do uso dos recursos das tecnologias digitais no desenvolvimento das atividades de modelagem matemática, optamos em capturar a tela dos computadores utilizados pelos alunos. Para isso utilizamos o Gravador de Tela online Grátis *Apowersoft*. Esse gravador de tela está disponível gratuitamente e possui a capacidade de capturar a tela do computador e, com o auxílio de um microfone externo, a voz de quem o utiliza.

Além das capturas de tela dos computadores e do material escrito produzido por eles em algumas das atividades, utilizamos mais dois recursos para a coleta de dados: a gravação de vídeo feita por uma câmera, na qual alunos, professora e pesquisador estavam enquadrados; e, gravação de áudio obtida por um gravador de voz que ficava sempre com o pesquisador.

A dinâmica das atividades foi planejada segundo os três momentos de Almeida e Dias (2004). Cada dupla de alunos desenvolveu cinco atividades de modelagem matemática. Quatro destas atividades foram propostas pelo professor/pesquisador, duas planejadas para o 1º momento – Atividade 1.1 e Atividade 1.2 – e duas para 2º momento – Atividade 2.1 e Atividade 2.2 –, e uma atividade no 3º momento, proposta e desenvolvida por cada uma das

⁶ A disciplina foi ministrada na oportunidade pela Prof^a Dr^a Leônia Gabardo Negrelli, professora do Departamento Acadêmico de Matemática dessa Instituição.

⁷ Optamos em analisar as atividades de duas duplas. Esta opção levou em consideração dois aspectos: i) a quantidade e qualidade dos dados coletados para a pesquisa e a característica do movimento analítico que impossibilitou a utilização de todos os dados; ii) as duplas escolhidas apresentaram comportamentos distintos para com o desenvolvimento das atividades, vislumbrando-nos uma riqueza de cenários analisados.

duplas de alunos – Atividade 3.1 e Atividade 3.3. No Quadro 1 apresentamos uma descrição sintética de cada uma das atividades desenvolvidas.

Quadro 1: Descrição das atividades de modelagem matemática

Atividade	Descrição
Atividade 1.1	A partir de uma tabela com os dados de visualizações, likes e dislikes dos vídeos de um canal do Youtube foi estabelecido o problema: De que maneira podemos medir o grau de satisfação dos usuários nas avaliações dos vídeos deste canal? Para responder ao problema foram definidas algumas hipóteses e realizadas simplificações que indicaram uma análise estatística descritiva dos dados para solução, que culminou em um modelo prescritivo, obtido de uma distribuição de frequência e guiado por medidas de tendência central, que determinava uma graduação da satisfação com os vídeos do canal.
Atividade 1.2	Partindo dos dados de contaminação da dengue no Estado do Paraná no segundo semestre de 2016 fornecidos pelo SESA-PR, foi estabelecido o problema: Quantos casos de dengue serão confirmados no Estado do Paraná pelo Boletim da Dengue do SESA/PR ao final do período? Foram definidas algumas hipóteses e realizadas simplificações que levaram a interpolação dos pontos, vinculados aos dados de contaminação da dengue, para obtenção de um modelo funcional polinomial. Relacionando a variável independente ao número de dias, foi possível estabelecer o número de casos no final do período investigado.
Atividade 2.1	Considerando uma reportagem sobre a arborização urbana na cidade de Curitiba-PR, foi estabelecido o problema: Qual o índice de área verde por habitante nos bairros de Curitiba? Foram escolhidos alguns bairros da cidade para serem investigados. Utilizando imagens de satélite e de mapa dos bairros no software GeoGebra, foram interpoladas funções polinomiais que se encaixassem nas bordas das áreas verdes identificadas em cada bairro. Para se obter a área verde fez-se o cálculo das integrais das funções que as descreviam. Finalizando foram divididas as áreas verdes de cada bairro pelo número de habitantes correspondente.
Atividade 2.2	Considerando reportagens sobre o valor da cesta básica na cidade de Curitiba-PR no ano de 2016, foram estabelecidos os problemas: i) Quanto do salário mínimo é gasto com o consumo de carne anualmente em Curitiba? ii) Qual será o valor da cesta básica no mês de abril de 2017? Para responder ao problema i) utilizou-se de somatórios e relações proporcionais, que determinavam o percentual procurado. Para responder ao problema ii) foram plotados no GeoGebra pontos vinculados aos valores das cestas básicas e índices dos meses do ano e, assim, foi interpolada uma função trigonométrica que foi utilizada para obter o valor da cesta básica no mês desejado.
Atividade 3.1	Estabelecendo a possibilidade e desejo de instalação de um sistema de captação de energia solar residencial, investigou-se os detalhes envolvidos na instalação e manutenção desse tipo de sistema de geração de energia elétrica e foi definido o problema: Em quanto tempo este sistema de geração de energia solar residencial se pagará? Determinando dois modelos funcionais do tipo menor inteiro, um para o consumo de energia elétrica tradicional e outro para a instalação e manutenção do sistema de captação da energia solar, comparou-se os modelos utilizando a ferramenta “controle deslizante” do GeoGebra para se obter o resultado desejado.
Atividade 3.3	Partindo da problemática de construção de obstáculos transportáveis para uma pista de skate para utilização em aulas de Educação Física de escolas públicas, investigou-se os detalhes envolvidos num projeto desse escopo, como modelos para os obstáculos, dimensões de quadras poliesportivas, etc. O problema estabelecido foi: Utilizando como parâmetro a estrutura das escolas públicas do estado do Paraná e o custo-benefício da modalidade street, qual seria o custo da construção de uma pista de Skate? Para responder ao problema são coletados dados sobre a modalidade street e as dimensões dos obstáculos, que são adaptados para serem viáveis para transportar e para as dimensões da quadra poliesportiva. Foram definidos os materiais que seriam utilizados na confecção dos obstáculos e a de um modelo 3D da pista, construído utilizando o software SketchUp, foram calculados os custos individuais de cada obstáculo e depois somados os valores para se obter o custo total.

Fonte: O autor (2021).

Avaliando o processo de coleta de dados bem como a análise destes dados,

caracterizamos essa pesquisa como qualitativa e interpretativa.

A pesquisa é qualitativa no sentido atribuído por Bogdan e Biklen (1994), já que abarca características apresentadas pelos autores: 1- a fonte direta de dados é o ambiente natural; 2- a investigação é descritiva; 3- o interesse é pelo processo do que simplesmente pelos resultados ou produtos; 4- a análise dos dados é realizada de forma indutiva; e, 5- o significado tem importância vital. Por ser qualitativa a pesquisa passa a ser concebida como uma trajetória circular em torno do que se deseja compreender, não se preocupando única e/ou aprioristicamente com princípios, leis e generalizações, mas voltando o olhar à qualidade, aos elementos que sejam significativos para o observador-investigador (GARNICA, 1997, p. 111).

É interpretativa no sentido apontado por Moreira (1997, p. 92), pois, preocupa-se com o significado e as interpretações do evento investigado, foi conduzida com uma observação participante intensa e longa do contexto escolar, seguido de uma extensa reflexão sobre o observado. Dessa reflexão se desenvolve um minucioso exame do ponto de vista interpretativo do próprio pesquisador, embasado em suas fontes teóricas. A investigação interpretativa pretende conhecer a realidade como é vista pelos que nela atuam diretamente, sendo que o investigador também deve usar o seu próprio ponto de vista para analisar os dados (PONTE, 2006, p. 15).

Seguindo o que indicam Alves-Mazzotti e Gewandsznajder (2004) no que se refere aos resultados qualitativos, nessa pesquisa visamos descrever e compreender o que está ocorrendo numa dada situação, ancorados na observação de comportamentos que não são predeterminados, sendo observados e relatados da forma como ocorrem.

Nesse contexto, a análise proposta visa identificar como usos específicos das funções dos recursos das tecnologias digitais elencadas por Greefrath (2011) estão presentes nas fases de uma atividade de modelagem matemática. Como característica da pesquisa qualitativa, nosso olhar será para o como, ou seja, buscaremos identificar nos dados elementos que sejam significativos para o pesquisador.

A partir da identificação realizaremos a descrição desses usos dos recursos das tecnologias digitais. Aqui a carga interpretativa da pesquisa se realça, pois, essa descrição ocorrerá com o olhar do pesquisador, com toda sua bagagem teórica e de vida.

Análises

Os resultados obtidos em Souza (2018) sobre os diferentes usos dos recursos das

tecnologias digitais realizados nas fases das atividades de modelagem matemática foram sistematizados no Quadro 2.

Quadro 2: Usos dos recursos das tecnologias digitais realizados no desenvolvimento das atividades de modelagem matemática.

Fases da Modelagem Matemática	Atividade 1.1	Atividade 1.2	Atividade 2.1	Atividade 2.2	Atividade 3.1	Atividade 3.3
Situação inicial	<i>Investigação</i>		<i>Investigação</i>			
Coleta de dados	<i>Investigação</i>	<i>Investigação</i>	<i>Investigação</i>	<i>Investigação</i>	<i>Investigação</i>	<i>Investigação</i> <i>Calculação</i>
Formulação do Problema				<i>Simulação</i>		
Simplificação	<i>Calculação</i>	<i>Investigação</i>	<i>Visualização</i>	<i>Visualização</i>	<i>Visualização</i> <i>Simulação</i>	<i>Investigação</i> <i>Simulação</i>
Formulação de Hipóteses	<i>Visualização</i>	<i>Investigação</i>	<i>Visualização</i> <i>Experimentação</i>	<i>Experimentação</i> <i>Visualização</i>	<i>Calculação</i> <i>Visualização</i> <i>Investigação</i>	
Seleção das Variáveis		<i>Visualização</i>			<i>Visualização</i>	
Construção do Modelo	<i>Experimentação</i> <i>Visualização</i>	<i>Experimentação</i> <i>Algebrização</i>	<i>Experimentação</i> <i>Algebrização</i> <i>Simulação</i> <i>Calculação</i>	<i>Visualização</i> <i>Controle</i> <i>Algebrização</i>	<i>Experimentação</i>	<i>Simulação</i> <i>Controle</i> <i>Visualização</i>
Responder o Problema	<i>Calculação</i>	<i>Calculação</i>		<i>Calculação</i>	<i>Controle</i> <i>Visualização</i> <i>Simulação</i>	
Análise da resposta em relação a Matemática		<i>Calculação</i>	<i>Visualização</i>			
Análise da resposta em relação ao Problema			<i>Visualização</i>	<i>Investigação</i>	<i>Investigação</i>	

Fonte: SOUZA (2018, p. 197).

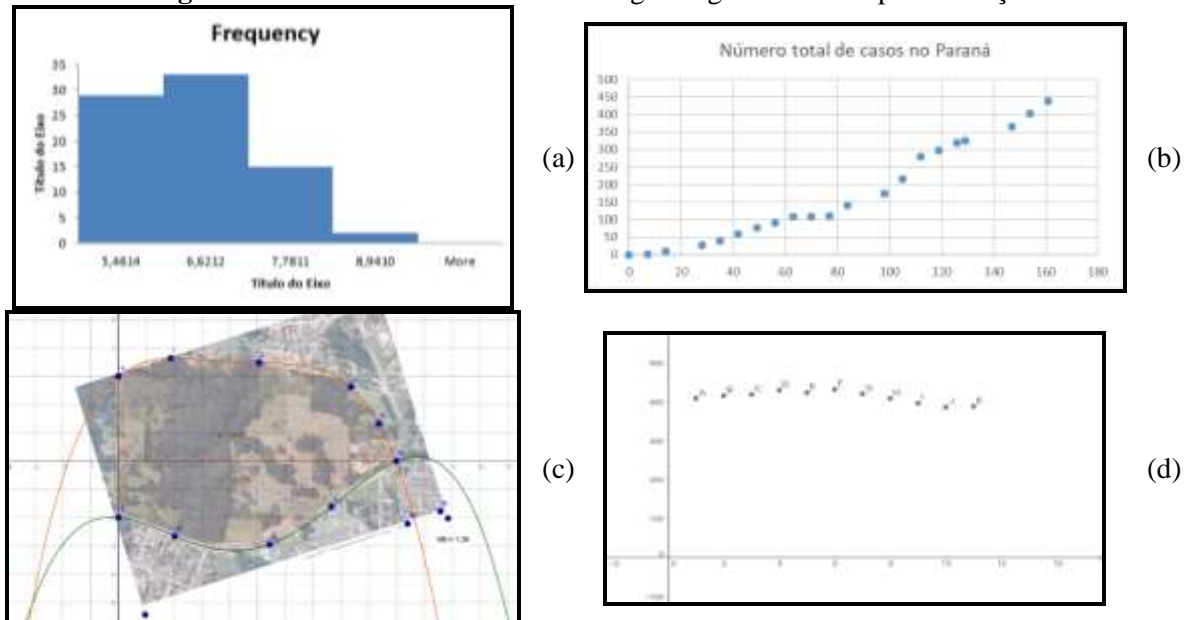
O primeiro passo para identificar como *usos* específicos dos recursos das tecnologias digitais estão presentes nas fases de uma atividade de modelagem matemática é reinterpretar o Quadro 2, agora, tomando como base os *usos* dos recursos das tecnologias digitais e identificando quais fases de uma atividade de modelagem matemática contemplaram cada *uso*.

Identificamos que os *usos* experimentação, simulação e controle, mesmo que estejam contemplados em mais de uma fase de uma atividade de modelagem matemática, o são em quatro fases ou menos, ou seja, em menos da metade delas. Contudo, identificamos que nessas fases elas são contempladas constantemente no desenvolvimento de diferentes atividades de modelagem matemática. Isso nos leva a interpretar que nessas fases o *uso* desses recursos das tecnologias digitais tem grande relevância e interferência no desenvolvimento das atividades de modelagem matemática.

Na função de experimentação o *uso* dos recursos das tecnologias digitais é realizado em quatro tarefas distintas na fase de construir o modelo e formulação de hipóteses quando os

alunos utilizam softwares para representar tabelas na Atividade 1.1 (Figura 6a), dados na Atividade 1.2 (Figura 6b), pontos na Atividade 2.1 (Figura 6c) e valores na Atividade 2.2 (Figura 6d) para transformar em outra forma de representação.

Figura 6: o uso dos recursos das tecnologias digitais como experimentação

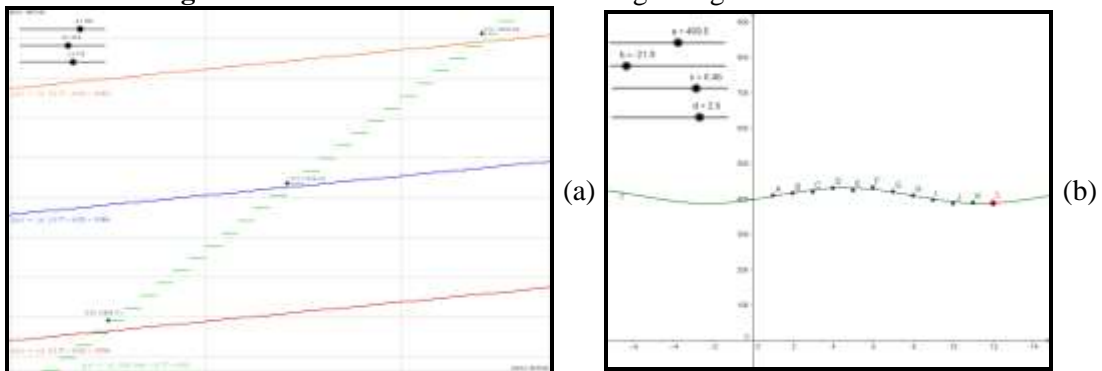


Fonte: Souza (2018)

Passando a função de simulação, o uso dos recursos das tecnologias digitais está vinculado as fases de formulação do problema e construção do modelo. Na atividade 2.1 os alunos utilizam-se da simulação para manipular a posição dos pontos e assim determinar o melhor ajuste polinomial. Na atividade 2.2, manipulam no software Excel os diversos dados fornecidos, simulando resultados que pudessem direcioná-los para um problema a ser investigado. Enquanto nas atividades 3.1 e 3.3 a simulação está vinculada a obtenção de informações e dados para a situação problema.

O uso dos recursos das tecnologias digitais na função controle é realizado principalmente com a utilização de controles deslizantes nas construções realizadas no software GeoGebra (Figura 7), seja para construção do modelo ou para responder o problema.

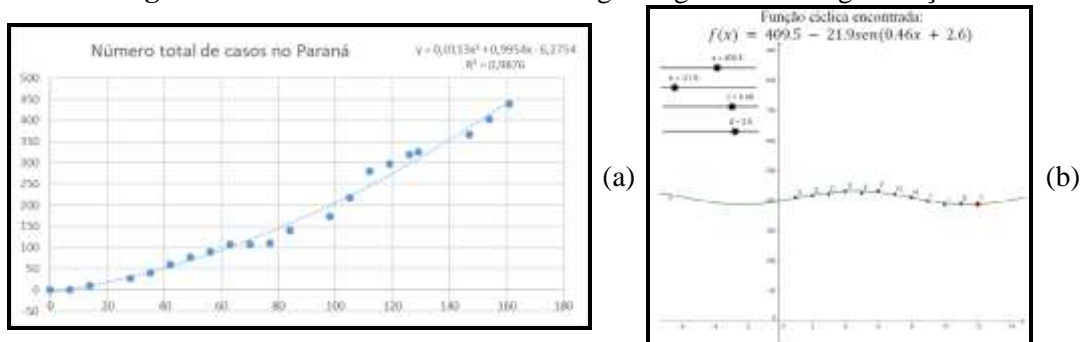
Figura 7: o uso dos recursos das tecnologias digitais como controle



Fonte: Souza (2018)

Já o *uso* algebrização, realizado no desenvolvimento das atividades analisadas, se mostrou ter um caráter mais isolado de utilização e que poderia remeter a abordagem criticada por Greefrath (2011) na qual se criaria apenas um apêndice ao ciclo de modelagem. No entanto, precisamos contextualizar o *uso* com o tipo de atividades que foram realizadas. Como apontado por Greefrath (2011), a algebrização está ligada a uma função específica de produzir uma representação algébrica para o modelo construído na atividade de modelagem matemática, assim, sua própria caracterização nos indica um uso mais isolado nas fases de uma atividade de modelagem matemática, visto que só seria realizado em momentos que o modelador necessitasse especificamente de uma representação algébrica para a situação, e como verificamos em Souza (2018) não é toda atividade que terá um modelo algébrico para resolução da situação, como é o caso das atividades analisadas em que apenas as atividades 1.2 (Figura 8a), 2.1 (Figura 8c) e 2.2 (Figura 8b) foram modeladas a partir de uma algebrização.

Figura 8: o uso dos recursos das tecnologias digitais como algebrização.





Fonte: Relatórios das Atividades.

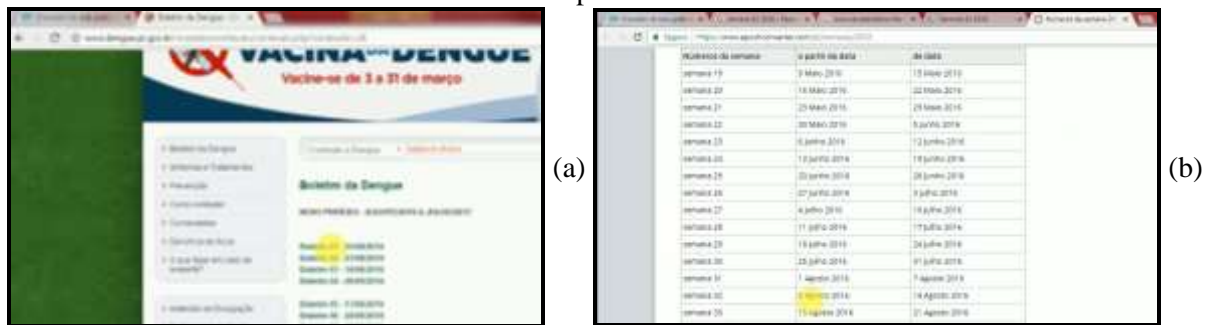
(c)

O *uso* como investigação está contemplada nas fases: Situação Inicial; Coleta de Dados; Simplificação; Formulação de Hipóteses; e, Análise da resposta em relação ao Problema. Identificamos que as fases nas quais esse *uso* é contemplado estão localizadas em momentos da atividade de modelagem matemática em que os aspectos matemáticos ainda não estão presentes ou que ainda não são predominantes.

Como apontado por Greefeth (2011) a investigação está ligada às ações que visam a inteiração do modelador com a situação da atividade, e está diretamente ligada a busca de informações e coleta de dados. Nesse sentido, é possível perceber que esse *uso* está contemplado nessas fases da atividade de modelagem porque são momentos em que o modelador está procurando informações e dados da situação, como, por exemplo, na Atividade 1.1 em que a situação é oriunda do Youtube e os dados referentes aos vídeos são obtidos diretamente do site.

Na situação inicial e na coleta de dados esse aspecto é mais evidente, mas, na simplificação e formulação de hipóteses ele também está presente, visto que para o modelador estabelecer algumas hipóteses é necessário buscar por informações e/ou dados que nem sempre estão presentes na situação inicial e na coleta de dados primária, na Atividade 1.2, por exemplo, a definição do dia que consideraram como inicial para o período é realizada a partir do acesso das informações dos boletins da dengue no site do SESA/PR (Figura 9a) ou de site da internet (Figura 9b). Enquanto que para simplificar – os dados ou o modelo – a investigação por informações a respeito dos elementos envolvidos é crucial, como ocorre na Atividade 1.2, em que os alunos acessam as informações dos boletins da dengue no site do SESA/PR verificando o motivo de que nem todos os dados disponíveis foram utilizados.

Figura 9: o uso dos recursos das tecnologias digitais como investigação na fase de Formulação de Hipóteses



Fonte: Captura de Tela do computador da Dupla 2.

Já na análise da resposta em relação ao problema, o modelador reflete sobre os resultados obtidos ao responder o problema, comparando-os com os aspectos nele envolvidos, assim, utiliza os recursos das tecnologias digitais na função e investigação para buscar informações e/ou dados complementares que lhe deem subsídio para essa reflexão, como na Atividade 2.2 em que se compara o resultado obtido para o valor da Cesta Básica com o boletim do DIEESE para o período.

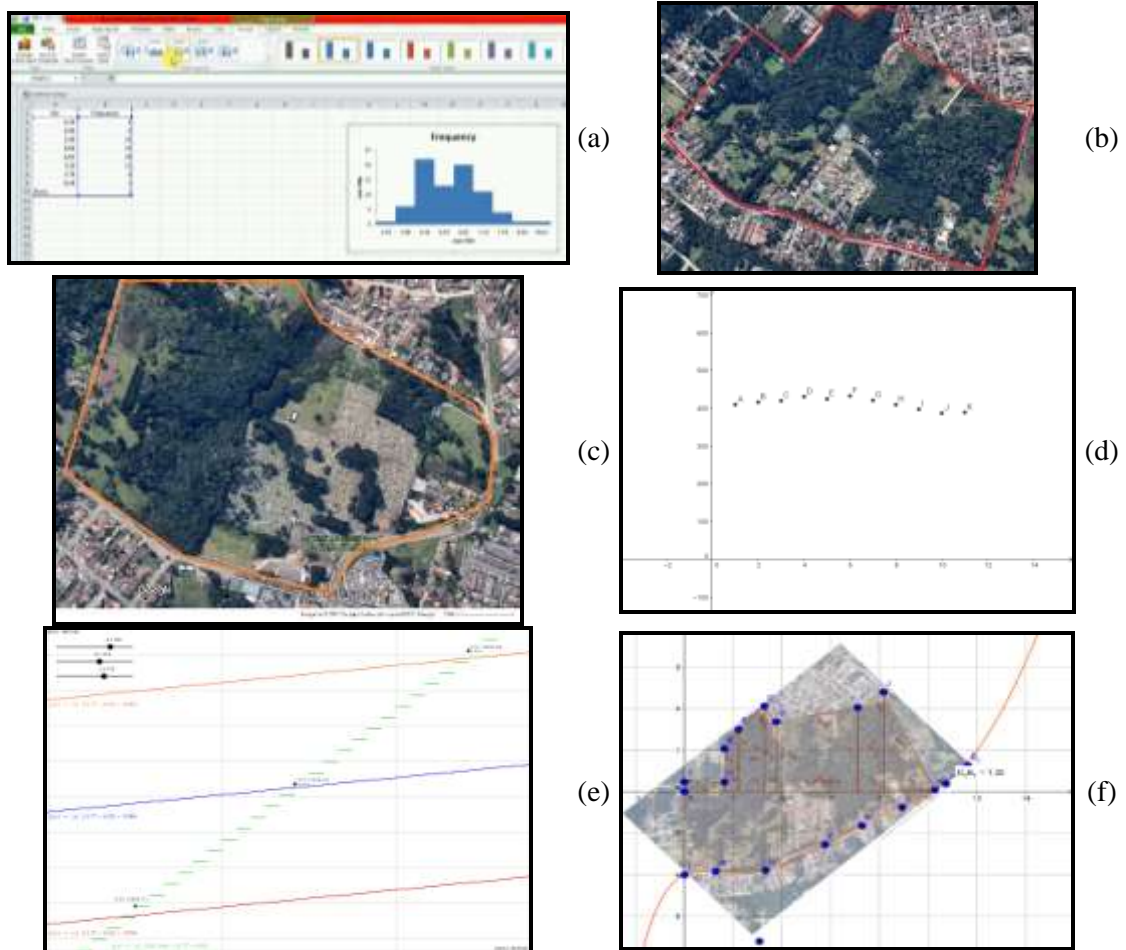
O uso de visualização é um dos que está mais contemplado nas fases de uma atividade de modelagem matemática, consequentemente, perpassa tanto por fases mais ligadas aos aspectos matemáticos da situação – Seleção de Variáveis, Construção do Modelo, Responder o Problema e Análise da resposta em relação a Matemática –, quanto por fases mais ligadas a aspectos contextualizados da situação – Simplificação, Formulação de Hipóteses, Análise da resposta em relação ao Problema.

Como apontado por Greefrath (2011) a função de visualização para o uso de recursos das tecnologias digitais é utilizada tanto na representação dos dados quanto na representação visual dos resultados obtidos.

A versatilidade da função esclarece-nos o fato de ser contemplada nesses diferentes momentos da atividade de modelagem matemática, visto que enquanto nas fases de formulação de hipóteses – como na Atividade 1.1 em que a visualização do Histograma com oito intervalos auxilia na determinação da hipótese de que para a situação seria mais interessante a utilização de apenas quatro intervalos (Figura 10a) –, simplificação – na Atividade 2.1 utilizam as imagens de satélite para determinar quais áreas serão consideradas como áreas verdes (Figura 10b e 10c) –, seleção de variáveis e construção do modelo – na Atividade 2.2 a partir da visualização dos dados plotados como pontos no software GeoGebra identificam o comportamento cíclico (Figura 10d) – a representação dos dados auxilia o modelador a identificar comportamentos e especificidades dos dados; por outro lado, nas fases

de responder ao problema – na Atividade 3.1 a visualização do comportamento dos pontos sobre as funções fornece a resposta para o problema (Figura 10e) – e análise da resposta em relação a matemática e em relação ao problema – como na Atividade 2.2 na qual utilizam a visualização dos resultados na representação geométrica para analisar sua validade matemática e contextual (Figura 10f) –, a representação do modelo e dos resultados auxilia o modelador a interpretar e refletir sobre eles.

Figura 10: o uso dos recursos das tecnologias digitais como visualização



Fonte: Capturas de Tela e Relatórios das Atividades.

Por último, verificamos que o *uso* de cálculo, assim como a visualização, também é o mais contemplado nas fases de uma atividade de modelagem matemática. Consequentemente, também está contemplado em fases ligadas a aspectos mais contextualizados da situação – Coleta de dados, Simplificação e Análise da resposta em relação ao Problema – e a fases ligadas aos aspectos mais matemáticos da resolução – Formulação de Hipóteses, Construção do Modelo, Responder o Problema e Análise da resposta em relação à Matemática.

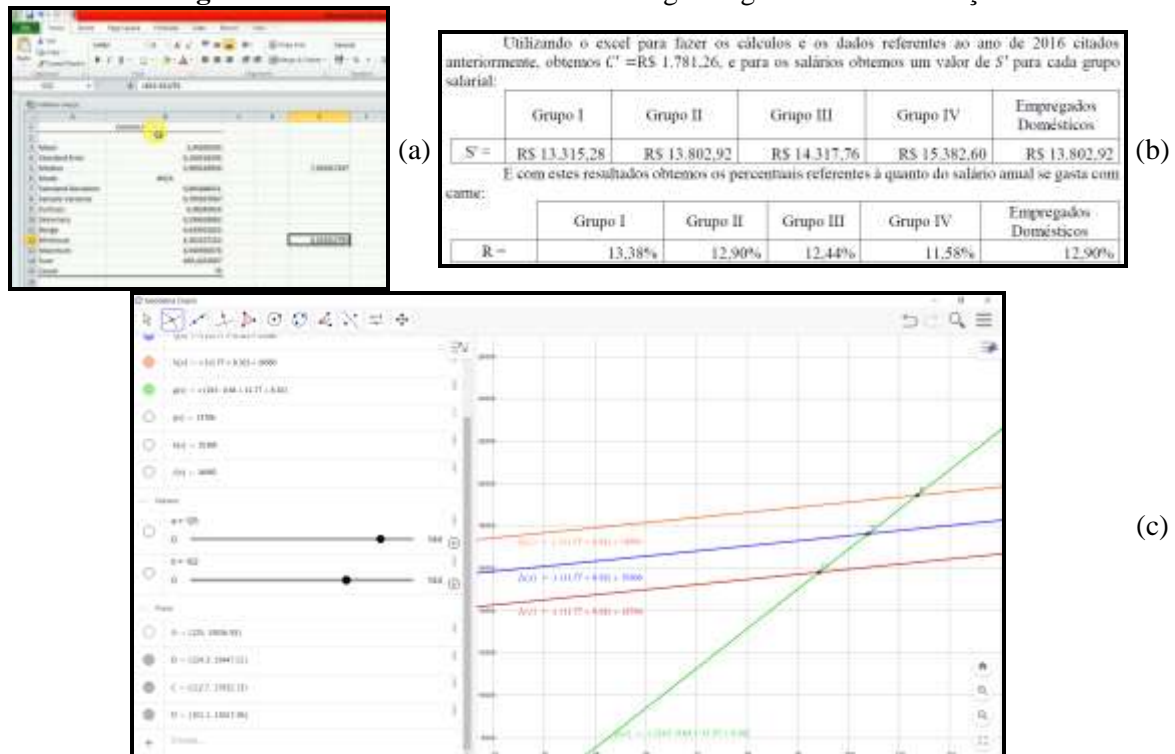
Tal função de *uso* dos recursos das tecnologias digitais está vinculado ao “cálculo de resultados numéricos ou algébricos que não podem ser alcançados pelos estudantes sem estas

ferramentas ou não em tempo apropriado” (GREEFRATH, 2011, p. 302).

Nesse sentido, é comum a utilização de calculação para obtenção de médias aritméticas e/ou medianas – como na Atividade 1.1 (Figura 11a) – que são grandezas matemáticas que influenciam na coleta de dados específicos para a situação, e também na simplificação e formulação de hipóteses, nas quais o modelador se utiliza dessas grandezas para simplificar variações que não precisam ser tratadas naquela resolução e assim tomar valores medianos como hipóteses para a resolução.

Assim como a obtenção de resultados numéricos e algébricos que são utilizados para a construção do modelo, responder o problema – como na Atividade 2.2 em que os alunos utilizam o software Excel para determinar os resultados (Figura 11b) –, análise da resposta em relação à matemática – como na Atividade 3.1 em que os alunos utilizam uma ferramenta do software GeoGebra para determinar interseção entre o gráfico das funções e validar o resultado obtido por meio dos controles deslizantes (Figura 11c) – e análise da resposta em relação ao problema.

Figura 11: o uso dos recursos das tecnologias digitais como calculação



Fonte: Captura de Tela e Relatório das Atividades.

Podemos retomar, então, à questão que nos introduziu a essa nova investida de investigação: como funções específicas de uso dos recursos das tecnologias digitais são utilizadas nas fases de uma atividade de modelagem matemática?

Os aspectos levantados pela interpretação do Quadro 2 sobre os *usos* dos recursos das

tecnologias digitais nos indicam nem todo *uso* dos recursos das tecnologias digitais é contemplado em qualquer fase de uma atividade de modelagem matemática.

No entanto, nossa análise evidencia que alguns *usos* possuem características específicas que acabam vinculando-o com certas fases de uma atividade de modelagem matemática. Caso da algebrização que está diretamente ligada a fase de construção do problema; do controle que está vinculado as fases de construção do modelo e responder o problema, fases diretamente ligadas ao tratamento matemático da situação modelada. A investigação, que está voltada ao levantamento de informações e coleta de dados referentes a situação modelada, vinculando-a, assim, as fases situação Inicial, coleta de dados, simplificação, formulação de hipóteses e análise da resposta em relação ao problema; e a simulação, que é utilizada para manipular os dados da situação problema e os objetos matemáticos envolvidos na resolução para tomar decisões e realizar interpretações vinculadas ao modelo matemático, logo, está ligada as fases que tratam do modelo matemático a formulação do problema, a simplificação, a construção do modelo e a responder o problema.

Compilamos esses resultados de forma sintetizada no Quadro 3.

Quadro 3: Fases da Modelagem Matemática contempladas nos *usos* dos recursos das tecnologias digitais realizados no desenvolvimento das atividades de modelagem matemática

USOS DOS RECURSOS DAS TECNOLOGIAS DIGITAIS	FASES DA MODELAGEM MATEMÁTICA CONTEMPLADAS
Investigação	<i>Situação Inicial</i> <i>Coleta de Dados</i> <i>Simplificação</i> <i>Formulação de Hipóteses</i> <i>Análise da resposta em relação ao Problema</i>
Experimentação	<i>Formulação de Hipóteses</i> <i>Construção do Modelo</i>
Visualização	<i>Simplificação</i> <i>Formulação de Hipóteses</i> <i>Seleção de Variáveis</i> <i>Construção do Modelo</i> <i>Responder o Problema</i> <i>Análise da resposta em relação a Matemática</i> <i>Análise da resposta em relação ao Problema</i>
Simulação	<i>Formulação do Problema</i> <i>Simplificação</i> <i>Construção do Modelo</i> <i>Responder o Problema</i>
Algebrização	<i>Construção do Modelo</i>
Calculação	<i>Coleta de dados</i> <i>Simplificação</i> <i>Formulação de Hipóteses</i> <i>Construção do Modelo</i> <i>Responder o Problema</i> <i>Análise da resposta em relação a Matemática</i> <i>Análise da resposta em relação ao Problema</i>
Controle	<i>Construção do Modelo</i> <i>Responder o Problema</i>

Fonte: O autor (2021).

Já funções de *uso* dos recursos das tecnologias digitais que possuem mais versatilidade quanto às suas características acabam por ser contempladas em fases da atividade de modelagem matemática com aspectos diferentes, como o caso da visualização e da cálculo.

Mesmo com esses indícios ainda podemos verificar que os *usos* dos recursos das tecnologias digitais estiveram presentes em todas as fases da atividade de modelagem matemática, confirmando posição apresentada por Greefrath (2011, p. 302) quando ressalta que “as diferentes funções das ferramentas digitais nas aulas de matemática são importantes para a modelagem de problemas em diferentes fases do ciclo de modelagem”.

Entretanto, como pudemos verificar aqui, isso não implica que todas as funções de *uso* dos recursos das tecnologias digitais devam estar presentes em todas as fases de uma atividade de modelagem matemática, estarão contempladas nas fases em que suas características se mostrarem pertinentes para a resolução da atividade

Considerações Finais

Nessa pesquisa pudemos direcionar nosso olhar investigativo para a questão específica do uso de recursos das tecnologias digitais no desenvolvimento de atividades de modelagem matemática que outrora foram analisadas também com esse olhar, mas, não somente com ele. Assim, tivemos a oportunidade de aprofundar alguns dos resultados obtidos e até mesmo nos questionarmos sobre eles e refletir sobre os aspectos envolvidos.

Nesse sentido, propusemos a nova questão investigativa – como funções específicas de uso dos recursos das tecnologias digitais são utilizadas nas fases de uma atividade de modelagem matemática? – para a qual chegamos à conclusão de que nem todos os usos específicos dos recursos das tecnologias digitais serão contemplados em qualquer uma das fases que constituem o desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática. Isso se deve ao fato de que alguns desses usos possuem características que os vinculam naturalmente a uma ou mais fases específicas de uma atividade de modelagem matemática e outros usos dependem da característica da atividade em desenvolvimento, ou seja, de acordo com o caráter da atividade alguns usos podem ser evidenciados em detrimento de outros.

No entanto, isso, não contradiz as ideias apresentadas em Greefrath (2011), que indicam a necessidade de o uso dos recursos das tecnologias digitais estar presente durante todo o desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática e não apenas restrito as

fases “matemáticas” da resolução, pois, como discutido na análise, em maior ou menor grau todos os usos estiveram presentes no desenvolvimento das atividades analisadas.

Evidenciamos, então, a relevância e organicidade que o uso de recursos das tecnologias digitais tem para o desenvolvimento de atividades de modelagem matemática, não apenas em algumas de suas fases, mas, percorrendo todo o seu desenvolvimento.

Referências

- ALMEIDA, L. M. W.; BRITO, D. S. Atividades de modelagem matemática: que sentido os alunos podem lhe atribuir? **Ciência & Educação**, v. 11, n. 3, p. 483–498, 2005.
- ALMEIDA, L. M. W.; DIAS, M. R. Um estudo sobre o uso da Modelagem Matemática como estratégia de ensino e aprendizagem. **Bolema**, v. 17, n. 22, p. 19–35, 2004.
- ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, K. A. P.; VERTUAN, R. E. **Modelagem Matemática na Educação Básica**. São Paulo: Contexto, 2012.
- ALVES-MAZZOTTI, A. J.; GEWANDSZNAJDER, F. **O método nas ciências naturais e sociais: pesquisa quantitativa e qualitativa**. São Paulo: Pioneira Thomson Learning, 2004.
- BLUM, W.; LEISS, D. How do students and teachers deal with modelling problems? The example “Filling up.” In: **Mathematical Modelling (ICTMA 12): Education, Engineering and Economics**. Chichester: Horwood Publishing Limited. Chichester: Horwood: HAINES, C.; GALBRAITH, P.; BLUM, W.; KHAN, S., 2006. p. 222–231.
- BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. **Investigação Qualitativa em Educação: uma introdução à teoria e aos métodos**. Porto. Portugal: Porto Editora, 1994.
- BORSSOI, A. H. **Modelagem matemática, aprendizagem significativa e tecnologias: articulações em diferentes contextos educacionais**. Tese de Doutorado—Londrina: Universidade Estadual de Londrina, 2013.
- BURAK, D. **Modelagem Matemática e a sala de aula**. In: I ENCONTRO PARANAENSE DE MODELAGEM EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. Londrina: 2004.
- DALLA VECCHIA, R. **A Modelagem Matemática e a Realidade do Mundo Cibernético**. Tese (Doutorado em Educação Matemática)—Rio Claro: Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, 2012.
- GARNICA, A. V. M. Algumas notas sobre pesquisa qualitativa e fenomenologia. **Interface – Comunicação, Saúde e Educação**, São Paulo, v. 1, n. 1, 1997.
- GREEFRATH, G. Using Technologies: New Possibilities of Teaching and Learning Modelling – Overview. In: **Trends in Teaching and Learning of Mathematical Modelling (ICTMA 14)**. Hamburgo: KAISER, G.; BLUM, W.; FERRI, R. B.; STILLMAN, G. (Ed.), 2011. p. 301–304.

LÉVY, P. **As tecnologias da inteligência:** o futuro do pensamento na era da informática. Rio de Janeiro: Editora 34, 1993.

MALHEIROS, A. P. S. **A produção matemática dos alunos em um ambiente de modelagem.** Dissertação de Mestrado—Rio Claro: Unesp, 2004.

MALHEIROS, A. P. S. **Educação Matemática online:** a elaboração de projetos de Modelagem. Tese de Doutorado—Rio Claro: Unesp, 2008.

MOREIRA, H. Investigação da motivação do professor: a dimensão esquecida. **Revista Educação & Tecnologia**, n. 1, p. 88–96, 1997.

PONTE, J. P. Estudos de caso em educação matemática. **Boletim de Educação Matemática**, v. 19, n. 25, 2006.

SANTOS, F. V. **Modelagem Matemática e Tecnologias de Informação e Comunicação:** o uso que os alunos fazem do computador em atividades de modelagem. Dissertação de Mestrado—Londrina: Universidade Estadual de Londrina, 2008.

SOARES, D. S. **Uma Abordagem Pedagógica Baseada na Análise de Modelos para Alunos de Biologia:** qual o papel do software? Tese de Doutorado—Rio Claro: Unesp, 2012.

SOUZA, H. C. T. **Um olhar sobre o fazer modelagem matemática à luz da filosofia de Wittgenstein.** Tese de Doutorado—Londrina, PR: Universidade Estadual de Londrina. Centro de Ciências Exatas. Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, 2018.

Recebido em: 01 de setembro de 2021
Aprovado em: 03 de novembro de 2021