

## A MODELAGEM MATEMÁTICA COMO UMA AÇÃO PEDAGÓGICA PARA O DESENVOLVIMENTO DE CONTEÚDOS DE ANÁLISE COMBINATÓRIA: EXTRAPOLANDO OS ESPAÇOS DA SALA DE AULA

DOI: <https://doi.org/10.33871/22385800.2021.10.23.145-170>

Ticiano Azevedo Bastos<sup>1</sup>  
Milton Rosa<sup>2</sup>

**Resumo:** Este artigo apresenta o recorte de uma pesquisa de Mestrado Profissional em Educação Matemática realizada com 17 alunos do segundo ano do Ensino Médio, de uma escola particular, em uma cidade localizada na região Leste do Estado de Minas Gerais, cujo objetivo é apresentar uma ação pedagógica para a perspectiva sociocrítica da Modelagem Matemática relacionada com o desenvolvimento de conceitos de Análise Combinatória. Durante o desenvolvimento das atividades de modelagem, os alunos em seus grupos visitaram as academias para observar os processos de prescrição das fichas de treinos de musculação em horários considerados como *de pico*, nos quais, geralmente, é necessário realizar o revezamento de equipamentos entre os frequentadores dessa modalidade de treinamento físico. Após essa visita, os alunos realizaram atividades curriculares nas aulas de Matemática para analisarem os processos de prescrição das fichas de treino e elaborarem modelos matemáticos com o suporte do conhecimento de análise combinatória, que objetivou minimizar e/ou reduzir o problema de congestionamento nas academias visitadas. Os dados produzidos nessa pesquisa, de caráter qualitativo, foram analisados por meio de uma adaptação da Teoria Fundamentada nos Dados. Os resultados mostram que uma das sugestões para minimizar o problema de congestionamento nessas academias foi aumentar o número de aparelhos no salão de musculação. É importante destacar que as discussões críticas e reflexivas sobre a qualidade do serviço oferecido pelas academias também foram observadas pelos alunos no processo de elaboração dos modelos matemáticos.

**Palavras-chave:** Ação pedagógica. Perspectiva sociocrítica. Atividades extraclasse. Análise Combinatória. Modelagem Matemática.

## MATHEMATICAL MODELLING AS A PEDAGOGICAL ACTION FOR THE DEVELOPMENT OF COMBINATORIAL ANALYSIS CONTENT: EXTRAPOLATING CLASSROOM SPACES

**Abstract:** This article presents an excerpt from a research for a professional master's degree in mathematics education conducted with 17 second-year high school students, from a private school, in a city located in the eastern region of the State of Minas Gerais, whose objective is to present a pedagogical action for the sociocritical perspective of Mathematical Modeling related to the development of Combinatorial Analysis concepts. During the development of the modelling activities, students in their groups visited gyms to observe the processes of prescription of bodybuilding training sheets at peak times, in which it is usually necessary to rotate equipment between the attendants of this type of physical training. After this visit, students performed curricular activities in mathematics classes to analyze processes of prescription of training sheets and develop mathematical models with the support of the knowledge related to combinatorial analysis, which aimed to minimize and/or reduce the problem of congestion in the visited gyms. The data produced in this research are

<sup>1</sup> Mestre em Educação Matemática. Professor de Matemática na Secretaria da Educação do Estado de Minas Gerais. E-mail: ticianogvmg@gmail.com - ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-1259-5104>.

<sup>2</sup> Doutor em Educação – Liderança Educacional. Professor do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Federal de Ouro Preto (Minas Gerais). E-mail: milton.rosa@ufop.edu.br - ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-5190-3862>.

qualitative in nature in which they were analyzed through an adaptation of the Grounded Theory. The results show that one of the suggestions to minimize the problem of congestion in these gyms was to increase the number of machines in the weight room. It is important to highlight that the critical and reflective discussions about the quality of the service offered by the gyms were also observed by the students in the process of elaborating mathematical models.

**Keywords:** Pedagogical action. Sociocritical perspective. Extra-class activities. Combinatorial Analysis. Mathematical Modelling.

## Introdução

Antes de planejarmos uma ação pedagógica para as aulas de matemática, mediada pela modelagem matemática, é importante compreendermos as potencialidades e os benefícios do desenvolvimento dessas atividades no processo de ensino e aprendizagem dessa área do conhecimento. No início da primeira década do século XXI, Barbosa (2001) já defendia que por meio da modelagem matemática é possível estabelecer em sala de aula um ambiente de aprendizagem através do qual os alunos possam aprender por meio da experimentação, da investigação e da indagação de temas que estão desvinculados do cotidiano das aulas de matemática.

Nesse sentido, para o sucesso de uma experiência de modelagem em sala de aula é fundamental que os professores tenham a clareza de seu papel, bem como dos alunos no decorrer desse processo. Desse modo, cabe aos professores, atuarem como orientadores e mediadores durante a execução das atividades propostas e para os alunos por meio da promoção, elaboração, desenvolvimento e modelagem dos procedimentos necessários para a construção do conhecimento matemático (ROSA; OREY, 2012).

Nesse direcionamento, a modelagem matemática como uma ação pedagógica pode contribuir para tornar os contextos experienciados em sala de aula, em qualquer nível de ensino, mais atraente e agradável, uma vez que, por meio da modelagem é possível prever, explicar e entender os fenômenos de diversas naturezas, visando a tomada de decisões (BASSANEZI, 2016).

Com a intenção de minimizar os obstáculos que possam surgir durante a operacionalização do processo de modelagem matemática é importante que os professores tenham o entendimento de que, no desenvolvimento dessa ação pedagógica não há o rigor no cumprimento de todas as suas etapas, pois o aspecto mais importante nesse contexto é que esses profissionais considerem os processos desenvolvidos pelos alunos durante a condução dessa tendência em Educação Matemática (BASSANEZI, 2016).

Nesse contexto, esse artigo apresenta recortes de uma prática de modelagem

matemática que compõe uma pesquisa produzida no Mestrado Profissional em Educação Matemática, na Universidade Federal de Ouro Preto, realizada com 17 alunos do segundo ano do Ensino Médio de uma escola particular localizada na região do Vale do Rio Doce, na região leste de Minas Gerais. Por conseguinte, o principal objetivo deste artigo é apresentar uma ação pedagógica para a modelagem matemática mediada por sua perspectiva sociocrítica, que tem como objetivo o desenvolvimento de conceitos de Análise Combinatória.

Nesse contexto, a prática de modelagem matemática desenvolvida nessa investigação rompeu com os espaços da sala de aula a partir do momento em que, para a realização das atividades propostas, os alunos buscaram informações sobre como ocorre o processo de prescrição das fichas de treino nas academias de musculação, buscando estabelecer associações entre os conceitos de Análise Combinatória com os processos de prescrição e gestão dos treinos. Então, o principal objetivo dessa abordagem foi buscar compreender a proposição de procedimentos pedagógicos que visavam a melhoria da gestão dos espaços de treinamento no salão de musculação, pois os alunos discutiram sobre a resolução do problema relacionado com o congestionamento nas academias.

Assim, para Bastos (2019), a proposição de uma ação pedagógica para a modelagem matemática destacou-se como uma abordagem diferenciada para que os alunos pudessem lidar com as atividades relacionadas com os conteúdos de Análise Combinatória ao aproximarem o conhecimento proveniente das academias com o conhecimento matemático escolar por meio de conexões entre as prescrições de treinos nas academias com os conhecimentos de Análise Combinatória. Essa abordagem visou minimizar e/ou reduzir o problema de congestionamento no salão de treino de musculação das academias.

### **A Modelagem Matemática em sala de aula: em busca de uma ação pedagógica mediada pela perspectiva sociocrítica**

Iniciando uma discussão a respeito das potencialidades do desenvolvimento da modelagem matemática no processo de ensino e aprendizagem, Barbosa (2001) a definiu como um “ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a indagar e/ou investigar, por meio da matemática, situações oriundas de outras áreas da realidade” (p. 6). Esse contexto possibilitou que Barbosa (2004) refletisse a respeito da inclusão de trabalhos de modelagem matemática na educação básica, pois os argumentos que defendem a inserção de práticas de modelagem matemática em sala de aula estão relacionados com a motivação dos alunos para a aprendizagem dos conceitos matemáticos.

Essa abordagem também está relacionada com a mediação desse processo de aprendizagem por meio da investigação de resolução de problemas, bem como com o desenvolvimento de habilidades de exploração e da compreensão do papel sociocultural da matemática na formação de cidadãos críticos e reflexivo para atuarem ativamente na sociedade (BARBOSA, 2004).

Nesse sentido, Rosa (2010) afirma que a motivação para a utilização da modelagem matemática como uma ação pedagógica no processo de ensino e aprendizagem é conduzir os alunos a compreenderem os conceitos matemáticos por meio da contextualização e da experimentação. Desse modo, através do reconhecimento do valor da matemática na resolução de situações-problema enfrentadas no cotidiano, os alunos sentem-se motivados para a aprendizagem matemática.

Contudo, alguns obstáculos são identificados por professores quando se pretende realizar atividades de modelagem matemática em sala de aula, que estão relacionados com a preocupação com: *a*) o cumprimento do currículo escolar, *b*) a utilização excessiva de tempo na realização das etapas de modelagem, *c*) a insegurança diante do novo, *d*) a quantidade excessiva de alunos por turma e *e*) a estrutura das escolas (MEYER; CALDEIRA; MALHEIROS, 2011).

Nesse sentido, Bassanezi (2016) afirma que uma das maneiras de minimizar a ocorrência desses obstáculos é compreender a modelagem matemática no contexto de sala de aula como uma estratégia de aprendizagem, na qual a elaboração de modelos bem-sucedidos não é o elemento mais importante, pois as experiências vivenciadas no decorrer desse processo para a sistematização e desenvolvimento dos conceitos matemáticos torna-se uma de suas principais características.

Dessa maneira, Bassanezi (2016) comenta que com a utilização da modelagem matemática em sala de aula, o “processo de ensino-aprendizagem não mais se dá no sentido único do professor para o aluno, mas como resultado da interação do aluno com o seu ambiente natural” (p. 38). Então, Araújo (2009) argumenta que o desenvolvimento da modelagem no processo de ensino aprendizagem deve ser conduzido para tornar o espaço da sala de aula um ambiente democrático com frequentes diálogos críticos e reflexivos entre os alunos no desenvolvimento das atividades propostas em salas de aula.

Assim, Araújo (2009) comenta que, para que os alunos se sintam motivados a desenvolverem essa proposta de trabalho, eles devem ser orientados a escolherem temas do seu interesse e a levantarem situações-problema que possam ser resolvidos com o auxílio do conhecimento matemático. Nesse sentido, Rosa e Orey (2007) defendem que a modelagem

matemática pode ser uma ação pedagógica relevante para o processo de ensino e aprendizagem em matemática, pois preza pelo desenvolvimento e utilização do conhecimento matemático ao oportunizar o desenvolvimento de uma atuação crítica e reflexiva dos alunos.

É importante destacar que a modelagem matemática, no contexto pedagógico, possibilita o desenvolvimento da capacidade crítica e reflexiva dos alunos na análise e interpretação dos dados, na formulação e teste das hipóteses e na elaboração e verificação dos modelos elaborados durante a condução desse processo. Por conseguinte, uma proposta de modelagem matemática inspirada na sua perspectiva sociocrítica deve enfatizar o papel do conhecimento matemático na sociedade e a proposição de reflexões críticas e reflexivas sobre a função social da matemática na sociedade moderna (ROSA; OREY, 2007).

Nesse contexto, as reflexões constantes sobre a qualidade dos modelos obtidos durante o processo de modelagem matemática e de sua função na resolução dos problemas enfrentados na sociedade são marcantes nos trabalhos inspirados nessa perspectiva (KAISER; SIRAMAN, 2006). Para Barbosa (2006), a expressão sociocrítica foi relacionada com uma interpretação de modelagem matemática que busca abordar questões relativas ao papel da matemática na sociedade, como, por exemplo, nas situações do trabalho, nas áreas científicas e nas tarefas cotidianas, nas quais o conhecimento matemático pode ser utilizado na resolução de situações-problema diárias.

Conforme Rosa e Orey (2007), as atividades de modelagem matemática devem estar relacionadas com problemas extraídos de situações diversas enfrentadas no cotidiano dos alunos que, geralmente, são fenômenos não matemáticos. Assim, os trabalhos de modelagem matemática inspirados na perspectiva sociocrítica possibilitam que os alunos pensem e raciocinem sobre as questões sociais que podem estar envolvidas na elaboração dos modelos matemáticos. Essa abordagem corrobora para que o ambiente da sala seja considerado como um cosmo do desenvolvimento do pensamento crítico e reflexivo sobre os elementos sociais que alicerçam a sociedade globalizada.

É importante que na proposição de atividades curriculares elaboradas na perspectiva sociocrítica da modelagem matemática, os alunos sejam convidados a participarem ativamente no desenvolvimento desse processo por meio de discussões críticas e reflexivas relacionadas com temas diversos, como, por exemplo, o meio-ambiente, a economia, a saúde e a política (ROSA; REIS; OREY, 2012). Desse modo, Barbosa e Santos (2007) argumentam que as discussões que têm origem no cotidiano dos alunos possibilitam a confrontação dos resultados obtidos na elaboração dos modelos com a própria realidade.

De acordo com Araújo (2009), os trabalhos de modelagem matemática em sala de

aula, no contexto da perspectiva sociocrítica, devem contribuir para a formação política dos alunos de modo que eles possam atuar criticamente na sociedade, que é marcada pela presença da matemática nas atividades realizadas no cotidiano. Assim, o espaço da sala de aula deve ser democrático e dialógico para a proposição de discussões políticas relacionadas com a microssociedade presente no ambiente escolar. Por conseguinte, Silva, Kato e Paulo (2012) argumentam que esses trabalhos possibilitam que os alunos observem como os modelos produzidos podem auxiliá-los na análise das situações-problema cotidianas, bem como nas tomadas de decisão resultantes da interpretação dessas resoluções.

Assim, Rosa e Orey (2007) destacam que os trabalhos de modelagem realizados em sua perspectiva sociocrítica valorizam o conhecimento matemático e instigam a atuação crítica e reflexiva dos alunos sobre as temáticas presentes na realidade, pois objetiva tornar a Matemática uma disciplina dinâmica e humana. Consequentemente, Monteiro e Pompeu Júnior (2001) destacam a necessidade de que os alunos extrapolem o espaço da sala de aula para que eles possam observar o mundo ao seu redor e (re)descobrir diferentes estratégias e técnicas para a resolução das situações-problema que enfrentam em sua vida diária.

### **Procedimentos Metodológicos**

A pesquisa relatada neste artigo foi realizada com 17 alunos do 2º ano do Ensino Médio, matriculados numa escola particular localizada em um município localizado na região leste de Minas Gerais, no ano de 2018. Para a realização das atividades propostas, os alunos foram inicialmente divididos em grupos de 6 (seis) alunos. Contudo, é importante destacar que, no decorrer da condução dessa investigação, um desses alunos foi transferido dessa escola.

Para garantir o anonimato dos alunos, houve a necessidade da utilização de códigos para representá-los, com o objetivo de evitar a sua identificação. Assim, os códigos iniciados pela letra *M* seguidos de números ímpares se referem aos participantes do sexo masculino enquanto os códigos iniciados pela letra *F* seguidos de números pares se referem aos participantes do sexo feminino, como, por exemplo, *F2*, *F4*, *M1* e *M3*.

Os dados produzidos dessa pesquisa foram analisados por meio de uma adaptação da Teoria Fundamentada nos Dados (*Grounded Theory*) (GLASER; STRAUSS, 1967), pois foram utilizados somente os processos de codificações aberta e axial para a sua posterior interpretação por meio da elaboração de categorias conceituais. As etapas da elaboração da codificação seletiva e da redação da teoria emergente não foram realizadas, haja vista que o

nosso objetivo era responder à seguinte questão de investigação: *Como a perspectiva sociocrítica da modelagem matemática pode contribuir para o desenvolvimento dos conceitos de análise combinatória de alunos do 2º do Ensino Médio de uma escola particular da região do Vale do Rio Doce?*

Na codificação aberta os dados foram analisados com o objetivo de buscar similaridades teóricas que possibilitaram a identificação de códigos preliminares que, em seguida, foram agrupados por semelhança de conceitos para a elaboração das categorias conceituais. Esse processo de codificação foi finalizado quando a saturação teórica foi atingida, pois não houve a identificação de novos códigos preliminares para o seu agrupamento em novas categorias conceituais (GASQUE, 2007).

Os dados coletados durante o desenvolvimento das atividades de modelagem matemática compuseram a amostragem teórica dessa pesquisa. É importante destacar que essas atividades foram elaboradas conforme os pressupostos adaptados da Teoria Fundamentada nos Dados, oportunizando que os alunos relatassem de maneira escrita ou oral os processos desenvolvidos no decorrer do desenvolvimento da modelagem.

Para iniciar o processo analítico desse estudo, houve a codificação das citações diretas dos alunos por meio da identificação dos códigos preliminares através da fragmentação de sua análise que foi realizada linha a linha e frase a frase. Prosseguindo com esse processo, a codificação axial foi iniciada mediante o (re)agrupamento dos códigos preliminares em categorias conceituais que possuíam um nível maior de abstração (STRAUSS; CORBIN, 1990), possibilitando a interpretação dos resultados obtidos nesse processo.

Portanto, durante a condução do trabalho de campo dessa investigação, os dados foram coletados, organizados, analisados e apresentados por meio do processo codificatório proposto pela Teoria Fundamentada nos Dados, que foi fundamental para a identificação dos códigos preliminares e, também, para a elaboração das seguintes categorias conceituais: a) matemática no contexto escolar, b) ambiente extraescolar da academia, c) processo de modelagem matemática e d) ação pedagógica da modelagem matemática (BASTOS, 2019).

Assim, durante o desenvolvimento do processo de modelagem matemática, os alunos participaram de um encontro com professores de Educação Física, durante uma de suas aulas, para entender como ocorre o processo de prescrição das fichas de treino de musculação nas academias. Em seguida, os alunos se organizaram para a elaboração do roteiro de entrevista realizada com os instrutores responsáveis pelo processo de prescrição dos treinos de musculação nas academias que foram previamente escolhidas para visita.

Após esse encontro, os alunos visitaram as academias de treino, sendo que, cada grupo

escolheu uma academia de sua preferência, para que pudessem entender como ocorre o processo de prescrição das fichas de treino e a organização dos treinos no salão de musculação e, também, para identificar as estratégias utilizadas pelas academias para minimizar o problema de congestionamento de aparelhos durante os horários de pico.

Após a realização dessa visita, houve a proposição de atividades nas aulas de matemática para que os alunos avaliassem se o conhecimento de análise combinatória poderia auxiliá-los no processo de prescrição dos treinos. Essa abordagem objetivou a elaboração de modelos de prescrição de treino de musculação que visavam minimizar o congestionamento no salão de musculação e, também, o revezamento de aparelhos durante a realização desses treinos. Nesse estudo, utilizamos o *Caso 2*<sup>3</sup> da modelagem matemática proposto por Barbosa (2004) para a realização das atividades propostas para os alunos em sala de aula.

### **Encontro com os professores de Educação Física**

Como preparação para o desenvolvimento das atividades propostas para o trabalho de campo desse estudo, os alunos participaram de uma aula de Educação Física, realizada no dia 20 de setembro de 2018 com um professor dessa disciplina, que leciona em uma universidade da região do Vale do Rio Doce, em Minas Gerais. O principal objetivo desse encontro foi orientar os alunos com relação aos processos de prescrição dos treinos nas academias ao trazer informações técnicas e conceitos relacionados com o campo de estudo da fisiologia dos exercícios, que poderiam contribuir com a compreensão da realidade vivenciada no salão de musculação durante os treinamentos que foram observados na visita às academias.

Assim, ao iniciar a sua exposição, o professor de Educação Física apresentou um exemplo de ficha de prescrição de treino, bem como indicou que os alunos deveriam observar as séries e os números de repetições que estavam descritas em cada um dos exercícios dessa ficha. A figura 1 mostra a ficha de treino apresentada pelo professor de Educação Física durante a realização desse encontro.

---

<sup>3</sup> No Caso 2 da modelagem, os professores apresentam uma determinada situação-problema para os alunos investigarem. Contudo, nesse caso, os alunos devem coletar os dados necessários para que possam elaborar os modelos que visam auxiliá-los na compreensão e resolução da situação-problema estudada. Nessa perspectiva, os professores são os responsáveis pela mediação das tarefas que estão a cargo dos alunos, como, por exemplo, coleta de dados, elaboração dos modelos e interpretação dos resultados obtidos nesse processo (BARBOSA, 2001).



**Figura 1:** Alunos durante o encontro com o professor de educação física e um modelo de ficha de treino apresentada.



Fonte: Adaptado de Bastos (2019).

Em seguida, esse professor também orientou que os alunos investigassem, durante as entrevistas, como as academias organizam as fichas, as repetições e os números de séries para cada um dos grupos de exercício propostos para os seus clientes.

Dessa maneira, nesse encontro, os alunos compreenderam a importância da avaliação inicial dos clientes antes da prescrição de seus treinos nas academias, bem como perceberam a necessidade da realização de avaliações periódicas para o acompanhamento do progresso dos treinamentos.

Os alunos também compreenderam a relevância da realização de ajustes nos treinamentos para verificar como as fichas de treino são prescritas quando consideram, nesse processo, as seguintes variáveis estruturais: o peso, a amplitude do movimento, a velocidade de execução do movimento, a ênfase dessa execução, a pausa entre as repetições, a duração da repetição e a duração de uma série.

Assim, a partir do conhecimento compartilhado pelo professor de Educação Física, os alunos elaboraram um roteiro de entrevista que foi utilizado durante a realização da visita às academias. Nesse direcionamento, para Bastos (2019), o desenvolvimento de trabalhos de Modelagem Matemática em salas de aulas, é necessário que os professores organizem palestras com profissionais de diversos setores para auxiliar os alunos na formulação das questões e na resolução e análise das situações-problema propostas durante a condução dessa ação pedagógica. Essa abordagem possibilitou que os alunos se comunicassem corretamente, posicionando-se com firmeza ao defenderem o tema escolhido para a elaboração dos modelos, bem como para o desenvolvimento do processo de Modelagem.

### **Visita às academias de treino**

Após o encontro com o professor de Educação Física, os alunos visitaram as academias da cidade nos dias 24 e 25 de outubro de 2018. Cada grupo de alunos escolheu uma academia de sua preferência para a realização de uma entrevista com o profissional

responsável pelo processo de prescrição das fichas de treino. O principal objetivo dessa entrevista foi investigar como ocorre o processo de prescrição das fichas de treino e a gestão dos treinos no salão de musculação, bem como verificar a ocorrência do congestionamento de aparelhos em determinados momentos do dia e, também, entender como essas academias se organizam para minimizar e/ou reduzir esses problemas (BASTOS; ROSA, 2020).

As visitas ocorreram no período extraturno para que não comprometesse o andamento da rotina escolar dos alunos no turno matutino. Os alunos foram acompanhados pelo primeiro autor desse trabalho que também foi o seu professor de matemática. A figura 2 mostra um grupo de alunos durante a entrevista com o instrutor responsável pela prescrição dos treinamentos de musculação nas academias visitadas.

**Figura 2:** Um grupo de alunos durante a atividade de visita às academias de treinamento.



Fonte: Adaptado de Bastos (2019)

Nesses encontros, os alunos observaram algumas particularidades adotadas pelas academias visitadas na gestão dos treinos e dos espaços no salão de musculação no que se refere ao problema de congestionamento em certos horários classificados como de *pico*<sup>4</sup>. Os alunos registraram as informações coletadas de maneira escrita e oral, pois foram orientados a gravarem as entrevistas por meio de áudio para que não se perdesse o registro das respostas dadas pelos entrevistados nas academias.

No dia 29 de outubro de 2018 os alunos apresentaram os resultados da transcrição dos áudios das entrevistas durante as aulas de Matemática programadas para esse dia. As apresentações foram marcadas por discussões críticas e reflexivas sobre os processos de prescrição adotados pelas academias e, também, sobre a gestão dos treinamentos. É importante destacar que esses alunos também discutiram sobre a importância da atividade física na busca por uma vida saudável que pode ser alcançada por meio da qualidade dos

---

<sup>4</sup> São considerados os horários de pico os intervalos de tempo entre às 19:00 e 21:00, de segunda-feira a sexta-feira em que há um acúmulo de alunos no salão de musculação nas academias de treino, sendo necessário, frequentemente, o revezamento de aparelhos durante os treinos.

serviços prestados por essas academias (BASTOS; ROSA, 2020).

Por exemplo, o aluno *M15*, do grupo *Hexa*, relatou que o instrutor entrevistado respondeu que o “aluno ao ser matriculado na academia passa por uma avaliação inicial e somente a partir daí são prescritos os treinos”. Esse aluno também comentou que de acordo com os seus relatos, esse instrutor utiliza “um sistema para a prescrição do treino, o que facilita a gestão diária do treino de cada indivíduo na academia”. Quando questionado sobre o problema de congestionamento, esse instrutor respondeu que “em todas as academias essa é uma realidade nos horários de pico”.

Discorrendo sobre o problema de congestionamento nos treinamentos, o aluno *M13* do grupo *Federal*, comentou que “na academia visitada, os instrutores que trabalham com atendimento individualizado agendam suas aulas fora do horário de pico para que não ocorra o problema de superlotação no salão de musculação nesses horários”. Assim, conforme as observações dos alunos do grupo *Federal* essa “academia possui uma variedade de equipamentos no salão de musculação que facilita a gestão de seus espaços”.

No que se refere à qualidade dos serviços prestados pelas academias, os alunos do grupo *Federal* compartilharam com os demais alunos, durante a apresentação da sua entrevista, que a academia que visitaram “disponibiliza uma quantidade de instrutores no salão de musculação proporcional a quantidade de frequentadores do horário”. Contudo, para o controle de seus alunos, essa academia classifica as fichas dos seus clientes da seguinte maneira: “verde para os iniciantes, amarelo para os intermediários e vermelho para os avançados”. Esses alunos destacaram que “essa estratégia foi adotada pela academia para facilitar o acompanhamento dos instrutores”.

Na apresentação da entrevista realizada pelos alunos do grupo *Esquadrão da Matemática*, a aluna *F4* comentou que o “entrevistado afirmou que na academia existe algum congestionamento nos aparelhos no horário de treino, mas, nada que possa atrapalhar os treinamentos”. Essa aluna completou a sua resposta ao afirmar que conforme esse instrutor o “espaço entre os aparelhos no salão de musculação é grande e os instrutores orientam os alunos a revezar e dividir o aparelho no momento do treino”.

Contudo, quando essa aluna perguntou para esse instrutor se existia alguma possibilidade de prescrição de treino que pudesse minimizar o problema de congestionamento na academia, esse profissional respondeu que “por causa de outras variáveis, como, por exemplo, a progressão e o tempo que o aluno leva para malhar [...] essa questão é complexa de ser resolvida”.

Após realização das apresentações, conduzimos uma discussão para que os alunos

pudessem refletir de uma maneira crítica sobre os resultados obtidos em suas entrevistas. Então, com o objetivo de motivar a participação nessa discussão, perguntamos se os alunos perceberam indícios do pensamento de análise combinatória na prescrição dos treinos. De acordo com as observações registradas no diário de campo dessa pesquisa, 6 (seis) alunos afirmaram que perceberam indícios do pensamento de análise combinatória no processo de prescrição e operacionalização dos treinamentos, como, por exemplo, no rodízio dos aparelhos no momento do aquecimento aeróbico.

Em contrapartida, o aluno *M7* afirmou que os integrantes de seu grupo *Hexa* não perceberam a presença do pensamento combinatório no processo de prescrição de treinos, pois eles afirmaram que há “muitas variáveis que são levadas em conta no momento da prescrição dos treinos de musculação, sendo impossível garantir que os instrutores fazem o uso do conhecimento matemático no momento de prescrever essas fichas”.

Similarmente, o aluno *M5*, também do grupo *Hexa*, argumentou que é “impossível usar do conhecimento de análise combinatória para prescrever todas as fichas de treino uma vez que é impossível prever que em certo horário terá sempre a mesma quantidade de pessoas no salão de musculação de uma academia”. Entretanto, esse aluno afirmou que o “conhecimento de análise combinatória talvez pudesse auxiliar na prescrição de diferentes fichas para evitar o congestionamento, mas, que é impossível prever essa quantidade fixa de alunos por horário”.

Outras discussões relevantes sobre essa temática aconteceram a partir dessa proposição inicial que tornaram as aulas de Matemática momentos de reflexões críticas sobre os interesses econômicos que regem as relações comerciais, sobre a qualidade dos serviços prestados pelas academias e, também, pelo seu compromisso com a promoção da saúde e do bem-estar de seus clientes. Por exemplo, a aluna *F4* comentou que “não tenho certeza se a prática de exercícios físicos trará benefícios para a sua saúde dependendo da academia que frequente”.

Conforme a aluna *F4*, a “maioria das academias tem como foco a captação de alunos e não o compromisso de oferecer um serviço de qualidade por meio de um acompanhamento eficiente no salão de musculação e na qualidade dos aparelhos”. Similarmente, a aluna *F6* afirmou que a “minha mãe havia malhado por um ano numa academia da cidade e o instrutor mal sabia o seu nome e se por algum motivo ela faltasse ao treino, o instrutor nem dava falta da sua presença”. Essa aluna também comentou que “no horário noturno eram poucos os instrutores para acompanhar a quantidade de alunos no salão de musculação”.

Com relação ao investimento e ao custo para frequentar os treinamentos em certas

academias, os alunos destacaram que “infelizmente não são todas as pessoas que têm condição de pagar pelas melhores academias com atendimentos individualizados”. Por exemplo, a aluna *F6* comentou que o “que a gente viu é que você tem que pagar mais para ter uma qualidade no serviço prestado”. Consequentemente, a interpretação dos resultados obtidos nesse estudo mostra que, de acordo com Bastos (2019), os alunos discutiram crítica e reflexivamente sobre os aspectos relacionados com a prescrição das fichas de treino, bem como sobre a função dos instrutores no salão de musculação, o atendimento adequado aos clientes e o funcionamento das academias.

### **Ambiente extraescolar da academia: elaborando e analisando fichas de prescrições de treinos**

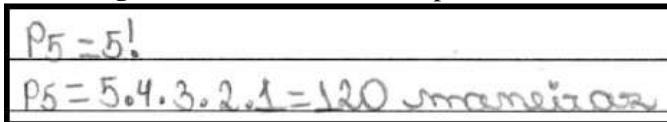
Em concordância com Rosa (2010), o conhecimento adquirido pelos alunos em contextos externos às escolas possibilita a construção e a apropriação de significados matemáticos implícitos em ambientes específicos, como, por exemplo, as academias, pois desencadeiam a contextualização de conteúdos matemáticos em salas de aula. Dessa maneira, Barbosa (2003) argumenta que a inclusão da modelagem matemática no currículo escolar da Educação Básica tem como objetivo motivar os alunos a sentirem-se estimulados para o estudo da Matemática, pois eles podem vislumbrar a aplicabilidade desse campo do conhecimento em seu cotidiano.

Assim, após a realização da atividade de visita às academias, nas duas próximas aulas, os alunos realizaram as atividades propostas por meio da utilização de conhecimentos de análise combinatória. Essas atividades objetivaram a análise e a proposição de modelos de prescrição de treinos que pudessem ser adotados nas academias, com o objetivo de reduzir e/ou minimizar o problema de congestionamento e o revezamento de aparelhos durante os treinos de musculação. A resolução dessas atividades foi realizada em grupo e, para que pudessemos transcrever os diálogos entre os alunos durante esse processo resolutório, as aulas foram gravadas em áudio e vídeo para uma posterior análise minuciosa das respostas dadas e das discussões desencadeadas nesse ambiente de aprendizagem.

A primeira atividade proposta para os alunos foi: *Uma academia de pequeno porte deseja oferecer a modalidade de treinamento em circuito para emagrecimento para os seus clientes. Porém, essa academia possui apenas um aparelho de cada tipo descrito no quadro*

inicial<sup>5</sup>: *transport*, *corda naval*, *bag de 10kg*, *escada de pequeno porte* e *bosu*. De quantas maneiras essa academia pode organizar esse circuito de treinamento? As respostas dadas para essa situação-problema mostram que todos os alunos responderam essa questão corretamente, afirmando que existem 120 maneiras de organizar esse circuito. Por exemplo, o aluno *M13* comentou que “resolvi a questão por meio do conhecimento de permutação, pois durante um circuito de treinamento o que acontece é a troca de aparelhos entre os frequentadores dessa modalidade”. A figura 3 mostra a resolução da aluna *F6* que matematizou essa situação-problema ao elaborar um modelo matemático por meio da aplicação da fórmula de permutação.

**Figura 3:** Modelo elaborado pela aluna *F6*


$$P_5 = 5!$$
$$P_5 = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120 \text{ maneiras}$$

Fonte: Bastos (2019, p. 259)

A análise dos registros do diário de campo mostra que os integrantes de cada grupo discutiram ativamente sobre qual procedimento deveria ser utilizado na resolução dessa questão. O trecho do diálogo entre alguns integrantes do *Grupo Federal* mostra que:

*F16*: Tem cinco maneiras. *F10*: Pra mim é só uma. Uai! Só tem um aparelho. *F6*: Um aparelho de cada? *F16*: Tipo assim, se tiver cinco pessoas, quatro pessoas vão fazer os outros treinamentos. Mas se tiver mais pessoas não vai dar certo. *F10*: No enunciado ele falou que é um atrás do outro. Para a execução desse treinamento tem que ter uma ordem certa. *M13*: Não! Esses aqui são os exercícios. Essa é a ordem que ele escolheu, mas, na hora de fazer o rodízio não importa. *F16*: Será que é arranjo? *F6*: Pra mim não! *M13*: É uma permutação normal,  $n$  fatorial,  $p$  igual a cinco fatorial.

Na atividade seguinte, os alunos determinaram o número máximo de pessoas que poderiam estar matriculadas em um treino na modalidade de circuito, considerando que nesse treinamento, os clientes não ficariam ociosos no salão de musculação. Assim, os alunos deveriam determinar a quantidade de pessoas que deveriam considerar para essa modalidade caso a academia possuísse os seguintes equipamentos: dois aparelhos de *transport*, duas cordas navais, um *bag* de 10 kg, uma anilha de 10 kg, duas escadas de porte médio e um *bosu*. Os alunos também supuseram que o treinamento em circuito seria dividido em estações com cinco exercícios em cada uma delas, bem como presumiram que um desses exercícios poderia

<sup>5</sup> Essa atividade pode ser consultada na íntegra por meio do link:

[http://www.repositorio.ufop.br/bitstream/123456789/11916/6/DISSERTA%20c3%87%20c3%83O\\_ModelagemEduca%20a%27%20a3oMatem%20a1tica.pdf](http://www.repositorio.ufop.br/bitstream/123456789/11916/6/DISSERTA%20c3%87%20c3%83O_ModelagemEduca%20a%27%20a3oMatem%20a1tica.pdf), na página 430.

ser realizado com a utilização do aparelho *bosu* ou diretamente no piso da academia.

A análise das respostas dadas para essa atividade mostra que 10 alunos responderam corretamente essa questão ao afirmar que o número máximo de pessoas que poderiam ser matriculadas nessa modalidade de treinamento era 10. Contudo, os demais alunos não encontraram a resposta correta, pois não consideraram que um dos exercícios desse circuito poderia ser realizado utilizando o *bosu* ou diretamente no piso da academia. Assim, ao analisarmos as respostas dadas pelos alunos que responderam corretamente essa atividade, identificamos que os seus processos de resolução foram semelhantes, pois esses alunos recorreram aos conceitos básicos de contagem nesse processo. A figura 4 mostra o processo de matematização utilizado por um dos alunos para a resolução dessa atividade.

**Figura 4:** Matematização com a utilização de conhecimentos de contagem

2) Uma determinada academia deseja oferecer para os seus clientes essa modalidade de treinamento em circuito. Considere que essa academia possui os seguintes equipamentos disponíveis para o desenvolvimento dessa modalidade.

- 2 aparelhos de *transport*. 2
- 2 cordas navais. 2
- 1 *bag* de 10 kg e uma anilha de 10 kg. 2
- Duas escadas de porte médio. 2
- 1 *bosu*. 1 + 1

Como é possível determinar o número máximo de pessoas que podem ser matriculadas numa sessão de treinamento em circuito, considerando que ninguém fique ocioso?

O número máximo de pessoas sem ninguém ficar ocioso é 10.

Fonte: Bastos (2019, p. 261)

A seguir, propusemos uma atividade para a análise de um modelo de prescrição de treino de uma das academias visitadas e, ao considerar que não haveria um rodízio de aparelhos, os alunos deveriam determinar a quantidade de fichas de treino que poderiam ser prescritas pelo instrutor para os treinamentos de bíceps e costas. A figura 5 mostra a ficha de prescrição de treino utilizado nessa atividade.

**Figura 5:** Ficha de prescrição de treino utilizado nessa atividade.

Observe a ficha de treinamento para iniciantes que é oferecido por uma determinada academia.



	SEG	TER	QUA	QUI	SEX	SAB
1ª SEMANA	1	2	3	4	5	6
2ª SEMANA						
3ª SEMANA						
4ª SEMANA						

Nome: Iniciante Masculino Data Nasc.:  / / Prof.: \_\_\_\_\_ Nº \_\_\_\_\_

Endereço: \_\_\_\_\_ CPF: \_\_\_\_\_ Obj.: \_\_\_\_\_ Obs.: \_\_\_\_\_ DT Ficha:  / /

2	Nº	EXERCÍCIOS	SER. REP.		1	Nº	EXERCÍCIOS	SER. REP.	
TRÍCEPS	X	T. PULLEY (B) (CORDA)			BÍCEPS	X	ROSCA DIRETA (BR) (BW) (H)		
		T. PULLEY INV. (B) (EST.)					ROSCA ALT. (H) (BI) (MAQ.)		
		T. PULLEY UNI. (TESTA)					ROSCA ALT. ROT. PUNHO		
		T. TESTA (BR) (BH) (RW) (PULLEY) (H)				X	ROSCA CONCENTRADA		
	Y	T. ARTICULADO (1) (2)				X	ROSCA MARTELO (BH) (H) (B. SCOTH)		
		T. TESTA PEG. MARTELO				X	ROSCA PULLEY (B) (CORDA) (UNIL.)		
		T. FRANCES (1) (2) (CORDA)					ROSCA CROSS OVER (UNIL.)		
		T. COICE PULLEY (H)					ROSCA SCOTH (BW) (H)		
		T. MERGULHO					ROSCA SCOTH (MAQ.) (UNIL.) (INVER.)		
		T. NA PARALELA					ROSCA INVERSA (BR) (PULLEY)		
	T. SUPINO				RZ1				
3	Nº	EXERCÍCIOS	SER. REP.		1	Nº	EXERCÍCIOS	SER. REP.	
4	Nº	EXERCÍCIOS	SER. REP.		1	Nº	EXERCÍCIOS	SER. REP.	

Fonte: Adaptado de Bastos (2019)

A análise das respostas dadas para essa questão mostra que 5 (cinco) alunos responderam que o conceito matemático que deveria ser utilizado para a sua resolução era o de arranjo, haja vista que a academia possuía uma variedade de equipamentos para os treinamentos de bíceps e costas, sendo que a ordem de execução dos exercícios não deveria ser alterada, pois todo o treino de bíceps seria realizado na ordem e, somente em seguida, os clientes desempenhariam os exercícios de costas.

Por outro lado, 12 alunos associaram a resolução dessa atividade com o conceito de combinação, justificando que esses exercícios poderiam ser executados em qualquer ordem. Com a interpretação desse resultado, inferimos que esses alunos não associaram devidamente o conceito combinatório com a situação-problema apresentada nessa atividade.

Posteriormente, propusemos uma segunda situação-problema por meio da qual os alunos deveriam associar um conceito combinatório ao processo de prescrição de um treinamento cardiorrespiratório, de modo que fosse possível determinar de quantas maneiras 5 (cinco) clientes poderiam realizar esse treinamento. A análise das respostas para essa atividade mostra que 12 alunos a responderam corretamente com a utilização do conceito de combinação. A figura 6 mostra a elaboração do modelo matemático por um dos integrantes do *Grupo Federal*.



**Figura 6:** Modelo matemático elaborado por um dos integrantes do *Grupo Federal*

5) Uma academia possui 5 esteiras e 6 bicicletas para aquecimento e treinamento cardiorrespiratório. Cinco pessoas chegam a academia e desejam fazer o aquecimento em um dos aparelhos antes do treino de musculação. Sabendo que no momento, estão ocupadas 3 esteiras e 2 bicicletas, de quantas maneiras diferentes as cinco pessoas podem fazer o aquecimento? Explique.	
5 est. — 3 = 2	$C_{np} = \frac{n!}{p!(n-p)!}$
6 bic. — 2 = 4	$6! = 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$
	$5!(6-5)! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$
	720 = 6 maneiras.

Fonte: Bastos (2019, p. 264)

A análise das respostas dadas para essa questão também mostra que 5 (cinco) alunos cometeram equívocos de interpretação ao resolverem essa situação-problema, pois desconsiderarem, no enunciado, a informação de que 3 (três) esteiras e 2 (duas) bicicletas estavam ocupadas quando os cinco clientes chegaram na academia.

Considerando que, na atividade de visita às academias, os integrantes de cada grupo observaram que, em dois desses locais de treinamento, o problema de congestionamento no salão de musculação nos horários de pico era evidente; propusemos o desenvolvimento de uma atividade em que os alunos sugeriram estratégias para minimizar e/ou reduzir o problema de superlotação nessas academias.

A análise das repostas dadas para essa questão mostra que todos os alunos responderam essa questão e ofereceram sugestões para minimizar e/ou reduzir esse problema. O quadro 1 mostra a sugestões dadas para essa questão, contudo, destacamos que as respostas dadas pelos 17 alunos totalizaram 27 entradas, pois alguns deles deram repostas diversas para essa questão, resultando em um total superior à quantidade de participantes dessa pesquisa.

**Quadro 1:** Sugestões dos alunos para minimizar e/ou reduzir o problema de congestionamento nas academias

Sugestões para minimizar e/ou resolver o problema da superlotação nas academias	Alunos
O revezamento de aparelhos possibilitando todas as pessoas malharem.	8
Alterações na ficha de treino dos alunos, mudança de aparelhos e redução no número de repetições.	4
Sugiro que as pessoas, enquanto esperam desocupar o aparelho, façam outros exercícios.	1
Aumentar o número de aparelhos na academia.	8
Trabalhar com treinos em circuito.	1
Estabelecer um limite de alunos.	5
<b>Total</b>	<b>27</b>

Fonte: Bastos (2019, p. 283)

A última atividade proposta solicitava que os alunos, com base nas impressões que

tiveram na atividade de visita às academias e nas entrevistas com os instrutores, responderem se é possível afirmar que o conhecimento de análise combinatória está presente no universo das academias. A análise das respostas dadas para essa atividade mostra que todos os alunos a responderam, contudo, não houve um consenso nas respostas, principalmente, entre os alunos dos grupos *Esquadrão da Matemática* e *Hexa*.

Por exemplo, a aluna *F14*, comentou que, baseado em suas impressões da visita às academias, “não é possível afirmar que o conhecimento de análise combinatória está presente no universo das academias”, pois para essa aluna, o instrutor entrevistado pelos membros de seu grupo afirmou que “não uso do conhecimento de análise combinatória para elaborar as fichas de treino”. Da mesma maneira, a aluna *F4* respondeu que a “análise combinatória não está presente no universo das academias porque ao longo do trabalho tenho percebido que não. Se houvesse uma preocupação real com a Análise Combinatória haveria pouco ou nada de revezamento nas academias”.

Por outro lado, os integrantes do grupo *Federal* responderam que o “conhecimento de combinatória se faz presente nesses espaços, uma vez que os treinamentos são realizados pela troca de aparelhos entre os frequentadores da modalidade de musculação”. Assim, esses alunos comentaram que “somente o fato de haver uma troca de aparelhos entre os clientes já pode-se afirmar que o conhecimento de combinatória se faz presente nesses ambientes”. Por exemplo, um dos integrantes desse grupo respondeu que a “Análise Combinatória está presente nas academias quando se quer pensar na ordem de execução dos exercícios nas fichas de treino”.

A análise das respostas dadas para as atividades propostas nesse estudo possibilita a inferência de que a falta de consenso nas respostas dos alunos foi influenciada pelas experiências vivenciadas na atividade de visita às academias e na entrevista com os instrutores. Por exemplo, a apresentação dos resultados das entrevistas realizadas pelos membros pelo grupo *Federal* mostra que somente na academia que visitaram, houve a preocupação com a gestão dos espaços para evitar o problema de congestionamento e revezamento de aparelhos durante o treino de musculação.

Desse modo, de acordo com Bastos (2019), as academias aproximaram os alunos que participaram dessa pesquisa de um universo que está desvinculado do cotidiano das práticas pedagógicas propostas nas aulas de Matemática. Os resultados obtidos nesse estudo também mostram a importância das práticas desenvolvidas nas academias, pois oferecem informações relevantes para a contextualização do conhecimento de análise combinatória nesses ambientes.

Por conseguinte, essa abordagem possibilitou a utilização dos conceitos de combinatória no processo de elaboração das fichas de treino com o objetivo de minimizar e/ou reduzir o problema de congestionamento e do revezamento nas academias. Após essa análise, de acordo com os pressupostos da Teoria Fundamentada nos Dados, elaboramos o quadro 2 que mostra um recorte do processo de codificação aberta dos dados coletados nas atividades desenvolvidas durante a condução do trabalho de campo desse estudo com a identificação dos códigos preliminares.

**Quadro 2:** Recorte da codificação aberta realizada após o desenvolvimento das atividades propostas no trabalho de campo

Dados Coletados	Codificação Aberta (Códigos preliminares)
<p>A primeira coisa que tem que falar é que na hora que a gente chegou lá (7). Eu acho que se a gente pensar que a academia é importante para saúde, devia ser pensado na acessibilidade para todo mundo (15). Saúde. Bons hábitos. Estética. Eficiência (15). Socialização com as pessoas (12). Fazer da atividade física uma válvula de escape dos problemas do dia a dia (15). Uma pessoa que ganha um salário-mínimo ela não tem condição de pagar nem uma mensalidade de oitenta reais (18), quanto mais uma academia que cobre entre cem reais e duzentos reais (33). Vamos supor, eu preciso de ir na academia mas aí na semana eu tenho alguma obrigação e aí eu só vou um dia e falto dois (17). É tanta coisa que tem que levar em conta, tem que levar em conta quantas vezes a pessoa vai na hora de prescrever a ficha de treino da musculação (27), que essa questão da matemática para ajudar a organizar o treino a gente não observou muito (20). Quando a gente perguntou sobre a Análise Combinatória, ele [o entrevistado] não falou nada em sua resposta que daria pra entender que usava Análise Combinatória (21). Então não tem como usar a Análise Combinatória (21), tem muitas outras variáveis (27). Malhei por um ano e o instrutor mal sabia o meu nome. Se eu faltasse o treino o instrutor nem dava falta. Eram muitos alunos para a pouca quantidade de instrutores no horário noturno (33). O instrutor joga a ficha de treino lá e o aluno tem acesso no celular (29). Lá na [academia visitada] tem cinco instrutores por horário (34). A ordem importa, ele falou aqui ó qual que é o primeiro, qual que é o segundo (19). Eu acho que é assim, tem cinco pessoas, quando um acabar aqui o outro vem e vai pra cá. E por aí vai (22). Eu acho que a ordem não importa (19). Mas, e esse exercício aqui que falou que é uma atrás do outro (24). Aqui ó, para a execução desse treinamento tem que ter a ordem certa (19). O que vocês acham, é o que (14)?</p>	<p>(7) Atividades extraclasse. (12) Interação social. (14) Trabalho e negociação em grupo. (15) Prática e valorização de esportes. (17) Frequência em academias. (18) Falta de tempo e/ou recursos financeiros. (19) Pensamento (raciocínio) combinatório. (20) Observação de prescrições (fichas) de treino. (21) Conexão da matemática com a prática de atividades físicas. (22) Estratégias de resolução. (24) Matematizando situações-problema. (27) Processos de prescrição do treino.  (29) Papel do profissional de educação física. (33) Pensamento crítico-reflexivo. (34) Relações comerciais.</p>

Fonte: Adaptado de Bastos (2019)

Em seguida, elaboramos o quadro 3 que mostra a codificação axial dos códigos

preliminares que foram agrupados por meio de características comuns, possibilitando a identificação das categorias conceituais.

**Quadro 3:** Categorias conceituais elaboradas no processo de codificação axial

<b>Codificação Aberta (códigos preliminares)</b>	<b>Codificação Axial (categorias conceituais)</b>
(15) Prática e valorização de esportes. (17) Frequência em academias. (20) Observação de prescrições (fichas) de treino. (27) Processos de prescrição do treino. (29) Papel do profissional de educação física. (34) Relações comerciais.	Ambiente extraescolar da academia
(18) Falta de tempo e/ou recursos financeiros. (19) Pensamento (raciocínio) combinatório. (21) Conexão da matemática com a prática de atividades físicas. (22) Estratégias de resolução. (24) Matematizando situações-problema. (33) Pensamento crítico-reflexivo.	Processo de Modelagem Matemática
(7) Atividades extraclasse. (12) Interação social. (14) Trabalho e negociação em grupo.	Ação pedagógica da modelagem.

Fonte: Adaptado de Bastos (2019)

Os códigos preliminares identificados nos instrumentos de coletas de dados possibilitaram a elaboração das categorias conceituais denominadas de *Ambiente extraescolar da academia*, *Processo de Modelagem Matemática* e *Ação Pedagógica da Modelagem*, que nortearam o processo interpretativo dos dados produzidos pelos alunos nessas atividades, bem como auxiliaram os autores a buscarem uma resposta para a questão de investigação na análise dos dados e na interpretação dos resultados obtidos na condução das atividades curriculares propostas durante a condução do trabalho de campo desse estudo.

Nesse contexto, ao realizarem as atividades de análise e elaboração das prescrições de treino por meio da manipulação de situações de prescrição com o suporte dos conhecimentos de análise combinatória, os alunos perceberam relações do conhecimento matemático com o conhecimento técnico na prescrição dos treinos. Por exemplo, um dos alunos relatou que “percebi a presença dos conhecimentos combinatórios nas fichas de treino porque estão presentes na ordem dos treinos, no revezamento de aparelhos e entre alunos evitando o congestionamento”.

Nesse sentido, Rosa e Orey (2012) afirmam que a utilização das abordagens do cotidiano nas escolas por meio da modelagem matemática possibilita o desenvolvimento do raciocínio lógico, do pensamento crítico e reflexivo dos alunos sobre os problemas que são contextualizados em salas de aula e que se diferenciam daqueles que são vivenciados no

contexto escolar.

Consequentemente, o ambiente extraescolar da academia que foi utilizado nessa ação pedagógica da modelagem matemática para o processo de ensino e aprendizagem da Análise Combinatória valorizou a aquisição de conhecimentos combinatórios que devem ser construídos a partir de situações-problemas diversificadas que são desencadeadas em ambientes extraescolares.

Nesse contexto, Rosa (1998) sugere que o conhecimento de análise combinatória seja apresentado pelos professores por meio de contextualizações de situações-problema cotidianas. Desse modo, essa abordagem pode minimizar as dificuldades de aprendizagem de muitos alunos com esse conhecimento matemático que, na maioria das vezes, é apresentado de maneira descontextualizada, com o excesso de exemplos que corroboram com a memorização de procedimentos de resolução de problemas combinatórios.

Assim, os 16 alunos que participaram dessa pesquisa destacaram que, após as experiências vivenciadas durante a realização da atividade de visita às academias e da entrevista com os instrutores responsáveis pela prescrição dos treinos, a qualidade do atendimento nesses espaços de treinamento é um aspecto importante a ser considerado para a escolha da academia a ser frequentada. Por exemplo, a aluna *F16* relatou que “eu procuraria uma academia que se preocupa com a prescrição correta para cada aluno e que sempre acompanhe o aluno”.

Nesse contexto, a modelagem matemática mediada pela perspectiva sociocrítica propicia o desenvolvimento de uma ação pedagógica que contribui para que os alunos explorem o papel do conhecimento matemático na sociedade contemporânea, utilizando os seus conhecimentos na realização de uma leitura crítica da realidade, posicionando-se na sociedade de maneira autônoma, reflexiva e crítica (BARBOSA, 2001).

Nesse contexto, o processo educacional deve ser direcionado para as práticas não tradicionais, por meio das quais os alunos estejam no centro desse processo e as salas de aulas se tornem cenários para a promoção de criatividade dos alunos. Para Rosa e Orey (2007), a modelagem matemática quando trabalhada pelos professores como uma ação pedagógica no processo de ensino e aprendizagem em Matemática contribui para que os alunos estabeleçam um olhar crítico e reflexivo sobre as questões investigadas no contexto escolar, relacionando-as com contextos extraescolares.

As experiências vivenciadas no decorrer das atividades propostas nesse estudo foram relevantes para o desenvolvimento dos conceitos de análise combinatória dos alunos. Assim, a análise dos registros do diário de campo mostrou que todos os alunos afirmaram que

gostariam de participar com mais frequência de atividades extraclasse nas aulas de matemática. Por exemplo, uma das alunas comentou que “particularmente sempre tive muita dificuldade em matemática e através da realização desse trabalho consegui me desenvolver e me envolver bastante, o que me ajudou muito e colaborou para a minha compreensão”.

Desse modo, Barbosa (2003) afirma que a inclusão da modelagem matemática como uma prática pedagógica no processo de ensino dessa disciplina é um componente facilitador para a sua aprendizagem, haja vista que os alunos têm a oportunidade de utilizar os conhecimentos matemáticos em diversos contextos, realizar investigações de situações-problemas que estão desvinculadas do cotidiano escolar, elaborar trabalhos em grupos e auxiliar os alunos a perceberem a importância dessa ciência para a realização das atividades presente no cotidiano.

Destacamos que a modelagem matemática aliada à Educação Física foi utilizada nesse estudo como uma ação pedagógica para o processo de ensino e aprendizagem de conteúdos de análise combinatória com o objetivo de auxiliar os alunos no desenvolvimento de conceitos de combinatória. Essa abordagem também auxiliou os alunos na formação de uma consciência crítica e reflexiva a respeito dos processos envolvidos nas prescrições das fichas de treino, na qualidade dos serviços prestados pelas academias e nos cuidados que devem ser tomados com relação à escolha de uma modalidade de treinamento oferecido por essas empresas.

### **Considerações finais**

Existem diversas maneiras e perspectivas para conceber a modelagem matemática nas práticas pedagógicas (KAISER; SRIRAMAN, 2006). Neste artigo, optamos por apresentar e discutir o potencial da ação pedagógica da modelagem matemática, inspirada em sua perspectiva sociocrítica. Desse modo, no desenvolvimento das atividades propostas, identificamos que as discussões críticas e reflexivas realizadas sobre os serviços oferecidos pelas academias esteve presente nas discurso dos alunos ao apresentarem as suas impressões das atividades realizadas.

Por exemplo, durante a avaliação da experiência de modelagem realizada ao final da condução desse estudo, 4 (quatro) alunos responderam que as atividades desenvolvidas em sala de aula contribuíram para que eles pudessem estabelecer uma visão crítica e reflexiva sobre as práticas vivenciadas nas academias. Outras contribuições identificadas pelos alunos estavam relacionadas com o desenvolvimento dos conceitos combinatórios por meio da promoção de aulas dinâmicas que possibilitaram a interação entre esses participantes e,

também, com o conhecimento matemático utilizado em situações diárias.

Nesse sentido, para Jacobini e Wodewotzki (2007), a prática educativa fundamentada na perspectiva sociocrítica de Modelagem Matemática, os professores e alunos assumem o papel de participantes ativos na aprendizagem através da criação de possibilidades de construção do conhecimento mediante cooperação mútua, diálogo constante entre as partes e a promoção de atividades investigativas por meio das quais é possível estabelecer uma visão crítica e reflexiva da realidade e da percepção do conhecimento matemático como um instrumento para a resolução de situações-problema retiradas da realidade.

Assim, o desenvolvimento de atividades investigativas no contexto extraclasse potencializou a ação pedagógica da Modelagem Matemática na medida em que os alunos utilizaram o conhecimento de análise combinatória para que pudessem compreender os processos existentes na elaboração das fichas de treino de musculação e na gestão de treinamentos nas academias. Nesse contexto, a elaboração de atividades de Modelagem e a elaboração das fichas de treino proporcionou o desenvolvimento dos conceitos de análise combinatória quando os alunos matematizaram as possibilidades de prescrição para os treinos nas academias.

Nesse direcionamento, inferimos que as academias mostraram para os alunos a importância das práticas desenvolvidas nesses ambientes extraescolares, haja vista que promoveram a obtenção de informações relevantes para a contextualização da Matemática aprendida em sala de aula, como, também, para uma melhor compreensão dos conceitos matemáticos de análise combinatória que podem estar vinculados com a elaboração das fichas de prescrição dos treinos.

A ação pedagógica proposta nessa experiência de Modelagem possibilitou que os alunos se envolvessem ativamente na execução das atividades realizadas no decorrer da condução do trabalho de campo desse estudo ao discutirem criticamente as possibilidades de prescrição de treinos de musculação que poderiam minimizar e/ou reduzir o problema do congestionamento e do revezamento de aparelhos nas academias por meio da utilização de conceitos de análise combinatória. Por exemplo, os resultados obtidos nesse estudo mostram que a modalidade de treinamentos em circuito foi uma das sugestões dadas pelos alunos para resolverem o problema de congestionamento no salão de musculação das academias.

É importante destacarmos que, no desenvolvimento das atividades propostas durante a condução desse trabalho de campo, outras questões que não estavam relacionadas diretamente com a problemática do congestionamento também emergiram, como, por exemplo, a qualidade do atendimento oferecido pelos instrutores no salão de musculação, a prática de

atividades física como benefício para a promoção de saúde e bem-estar e os excessos cometidos na busca por um corpo perfeito.

No que se refere à realização do trabalho de Modelagem em grupos, os alunos descreveram que essa experiência foi positiva, haja vista que esse processo possibilitou a troca de experiências e conhecimentos entre os participantes durante a visita às academias e, também, na análise e na elaboração das fichas de prescrições de treino nas aulas de Matemática. Assim, esses alunos comentaram que a interação entre os integrantes dos grupos foi um elemento facilitador durante a aprendizagem dos conceitos de análise combinatória.

Nesse contexto, Rosa e Orey (2007) afirmam que a Modelagem Matemática como uma ação pedagógica no processo de ensino e aprendizagem de conteúdos matemáticos deve ser utilizada para conduzir os alunos ao centro do processo pedagógico para que eles se engajem no processo educacional e construam o conhecimento matemático de maneira colaborativa por meio de discussões críticas e reflexivas entre os seus pares.

Assim, os resultados obtidos nesse estudo mostram as contribuições da perspectiva sociocrítica da Modelagem na promoção de discussões críticas e reflexivas relacionadas com o papel dos modelos matemáticos na resolução de situações-problemas direcionadas para o congestionamento das academias. Esses resultados também mostram que essa perspectiva contribuiu com a proposição de discussões com relação à qualidade do atendimento prestado pelos instrutores nesses espaços, com os cuidados que devem ser tomados na escolha por um local de treinamento e com os benefícios da atividade física para a promoção do bem-estar e da saúde.

Por conseguinte, é importante ressaltar que, após a finalização das atividades propostas, os 17 alunos se conscientizaram sobre a importância dos conteúdos matemáticos de análise combinatória na condução das atividades realizadas nas academias. Essa abordagem possibilitou que esses alunos compreendessem quais fórmulas poderiam ser utilizadas na elaboração das fichas de prescrições de treinos que são propostas nos treinamentos em circuito com o objetivo de minimizar e/ou reduzir o problema de congestionamento no salão de musculação.

## Referências

ARAÚJO, J. L. Uma abordagem sócio-crítica da modelagem matemática: a perspectiva da educação matemática crítica. **Alexandria**, v. 2, n. 2, p. 55-68, 2009.



BARBOSA, J. C. Modelagem na educação matemática: contribuições para o debate teórico. In REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 24., Caxambu, 2001. **Anais [...]** CD-ROM. Caxambu, RJ: ANPED, 2001.

BARBOSA, J. C. Modelagem matemática e a perspectiva sócio-crítica. In **Anais [...]** CD-ROM. II Seminário Internacional de Pesquisas em Educação Matemática (II SIPEM). Santos, SP: SBEM, 2003. pp. 1-13.

BARBOSA, J. C. Modelagem matemática na sala de aula. VIII ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. Recife, PE: **Anais [...]** CD-ROM. Recife, PE: SBEM, 2004.

BARBOSA, J. C. Mathematical modelling in classroom: a social-critical and discursive perspective. **ZDM**, v. 38, n. 3, p. 293-301, 2006.

BARBOSA, J. C.; SANTOS, M. A. Modelagem matemática, perspectivas e discussões. **Anais do IX Encontro Nacional de Educação Matemática – IX ENEM**. Belo Horizonte, MG: SBEM, 2007. pp. 1-12.

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática**. 4ª Ed. São Paulo: Contexto, 2016.

BASTOS, T. A. **Modelagem na educação matemática para o desenvolvimento de conceitos de análise combinatória em uma escola particular no Vale do Rio Doce em Minas Gerais**. 2019. 444 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2019.

BASTOS, T. A.; ROSA, M. Possíveis olhares para os treinamentos de musculação nas academias mediados pela modelagem matemática. **Anais do XIV Encontro Paulista de Educação Matemática – XIV EPEM**. São Paulo, SP: Universidade Federal do ABC - UFABC. pp. 1-12, 2020.

GASQUE, K. C. G. D. Teoria fundamentada: nova perspectiva à pesquisa exploratória. In Suzana Pinheiro Machado Mueller. (Org.). **Métodos para a pesquisa em ciência da informação**. Brasília, DF. Thesaurus, 2007. pp. 107-142.

GLASER, B. G; STRAUSS, A. A. **The discovery of grounded theory: strategies for qualitative research**. Chicago, IL: Aldine, 1967.

JACOBINI, O. R.; WODEWOTZKI, M. L. L. Uma reflexão sobre a modelagem matemática no contexto da educação matemática crítica. **Bolema**, n. 25, p. 71-88, 2007.

KAISER, G.; SRIRAMAN, B.; A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education. **ZDM**, v. 38, n. 3, p. 302-310, 2006.

MEYER, J. F. C. A.; CALDEIRA, A. D.; MALHEIROS, A. P. S. **Modelagem em Educação Matemática**. Belo Horizonte, MG: Autêntica Editora, 2011.

MONTEIRO, A.; POMPEU JR., G. **A matemática e os temas transversais**. São Paulo, SP: Editora Moderna, 2001.

ROSA, M. Desmitificando a análise combinatória. **Anais do VI Encontro Nacional de Educação Matemática – VI ENEM**. São Leopoldo, RS: SBEM, 1998. p. 323-324.

ROSA, M. **A mixed-methods study to understand the perceptions of high school leaders about English Language Learners (ELL) students: the case of mathematics**. 2010. 615 f. Tese de (Doutorado em Educação) - College of Education, California State University, Sacramento. Sacramento, 2010.

ROSA, M.; REIS, F. S.; OREY, D.C. A Modelagem Matemática Crítica nos cursos de formação de professores de Matemática. **Acta Scientiae**, v. 14, n. 2, p. 159-184, 2012.

ROSA, M.; OREY, D. C. A dimensão crítica da modelagem matemática: ensinando para a eficiência sociocrítica. **Revista Horizontes**, v. 25, n. 2, p. 197-206, 2007.

ROSA, M.; OREY, D. C. A modelagem como um ambiente de aprendizagem para a conversão do conhecimento matemático. **BOLEMA**, v. 26, n. 42A, p. 261-290, 2012.

SILVA, C.; KATO, L. A.; PAULO, I. J. C. A perspectiva sociocrítica da modelagem matemática e a aprendizagem crítica: possíveis aproximações. **Investigações em Ensino de Ciências**, v. 17, n.1, p. 109-123, 2012.

STRAUSS, A. L.; CORBIN, J. **Basic of qualitative research: grounded theory, procedures and techniques**. Newbury, CA: SAGE, 1990.

**Recebido em: 23 de agosto de 2021**  
**Aprovado em: 04 de outubro de 2021**