PROCESOS DE RAZONAMIENTO MATEMÁTICO EN UNA TAREA EXPLORATORIA

Loryane Santos de Oliveira
lory19.1996@gmail.com
https://orcid.org/0000-0002-5618-3315
Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR)
Cornélio Procópio, PR, Brasil.

Eliane Maria de Oliveira Araman
eliane.araman@gmail.com
https://orcid.org/0000-0002-1808-2599
Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR)
Londrina, PR Brasil.

André Luis Trevisan
andreluistrevisan@gmail.com
https://orcid.org/0000-0001-8732-1912
Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR)
Londrina, PR, Brasil.

Recibido: 31/mayo/2021 **Aceptado:** 30/octubre/2021

Resumen

Este trabajo pretende analizar e identificar los procesos de razonamiento matemático y sus aportaciones al aprendizaje de las matemáticas. Para componer la base teórica de esta investigación, se realizaron estudios basados en diferentes autores sobre qué es el razonamiento matemático, sus aspectos estructurales y sus procesos, así como su relevancia para el aprendizaje de las matemáticas. Se trata de una investigación cualitativa interpretativa, realizada mediante la aplicación de una tarea exploratoria en una clase de 1º de bachillerato de una escuela privada del estado de Paraná, Brasil. La tarea aplicada fue resuelta por 30 alumnos, organizados en grupos de tres miembros y constituidos por preguntas que instigan el razonamiento, proporcionando una comunicación constructiva entre profesor y alumnos. Se realizaron grabaciones de audio de los momentos de resolución de la tarea por parte de los alumnos, y componen el corpus de análisis de esta investigación. Como uno de los principales resultados, destacamos la presencia, de forma más evidente, de la elaboración de conjeturas y el intento de validarlas a partir de evidencias empíricas, uso de ejemplos genéricos y, en algunos momentos con la ayuda de la autoridad externa del profesor. Se destaca aquí el papel de las intervenciones del profesor en el grupo, en los que los cuestionamientos fueron acciones fundamentales para el desarrollo del razonamiento, apoyando el trabajo del alumno y resistiendo la entrega de indicaciones para el desarrollo de la resolución.

Palabras clave: Enseñanza de las matemáticas. Razonamiento matemático. Procesos de razonamiento. Tareas de exploración.

PROCESSOS DE RACIOCÍNIO MATEMÁTICO EM UMA TAREFA EXPLORATÓRIA

Resumo

O presente trabalho tem como objetivo analisar e identificar os processos de raciocínio matemático e suas contribuições para a aprendizagem da Matemática. Para compor o aporte teórico desta pesquisa, foram realizados estudos pautados em diferentes autores sobre o que é raciocínio matemático, seus aspectos estruturais e seus processos, bem como sua relevância para a aprendizagem matemática. Trata-se de uma pesquisa qualitativa de caráter interpretativo, realizada por meio da aplicação de uma tarefa exploratória em uma turma do 1º ano do Ensino Médio de uma escola privada no estado do Paraná, Brasil. A tarefa aplicada foi resolvida por 30 estudantes, organizados em grupos com três integrantes e constituída por questões que instigassem o raciocínio, proporcionando uma comunicação construtiva entre professor e alunos. Foram realizadas gravações de áudios dos momentos de resolução da tarefa pelos alunos, que compõem o corpus de análise desta pesquisa. Como um dos resultados principais, destacamos a presença, de forma mais evidente, da elaboração de conjecturas e a tentativa de validá-las a partir de evidências empíricas, utilização de exemplos genéricos e, em alguns momentos com o auxílio de autoridade externa da professora. Destaca-se também o papel das intervenções da professora no grupo, na qual os questionamentos foram ações fundamentais para que houvesse desenvolvimento do raciocínio, apoiando o trabalho dos alunos e resistindo ao fornecimento de indicações para o desenvolvimento da resolução.

Palavras chave: Ensino de Matemática**.** Raciocínio Matemático. Processos de Raciocínio.Tarefas Exploratórias.

MATHEMATICAL REASONING PROCESSES IN AN EXPLORATORY TASK

Abstract

The present work aims to analyze and identify the processes of mathematical reasoning and its contributions to the learning of mathematics. To compose the theoretical basis of this research, studies were conducted based on different authors about what is mathematical reasoning, its structural aspects and processes, as well as its relevance to mathematical learning. This is an interpretative qualitative research, carried out through the application of an exploratory task in a first year high school class in a private school in the state of Paraná, Brazil. The applied task was solved by 30 students, organized in groups of three and constituted by questions that instigate reasoning, providing a constructive communication between teacher and students. We made audio recordings of the students solving the task and make up the corpus of analysis of this research. As one of the main results, we highlight the presence, in a more evident way, the preparation of conjectures and the attempt to validate them based on empirical implications, use of generic examples and, at times with the aid of external authority of the teacher. Here, the role of the teacher's interventions in the group is highlighted, in which the questions were fundamental actions for the development of reasoning, supporting the student's work and resisting the provision of indications for the development of the resolution.

Keywords: Mathematics Teaching. Mathematical Reasoning. Reasoning Processes. Exploratory Tasks.

Introdução

O pensamento do ser humano é constituído por aspectos complexos e irregulares. Diversos autores discorrem sobre o que se entende por raciocinar matematicamente, considerado um aspecto fundamental para a aprendizagem matemática, sendo necessário o incentivo ao seu desenvolvimento ao longo de todo processo de escolarização, iniciando desde os primeiros anos escolares (LANNIN; ELLIS; ELLIOT, 2011; MATA- PEREIRA; PONTE, 2018; STYLIANIDES, 2009).

Comprender realmente o que se entende por raciocinar matematicamente e saber quais ações e práticas pedagógicas contribuem para o desenvolvimento do raciocínio matemático são questões relevantes no âmbito das práticas de formação, de ensino e de aprendizagem em Educação Matemática na contemporaneidade. As tarefas de investigação e exploração constituem uma das possibilidades para o trabalho em sala de aula com a disciplina de Matemática, e são tidas como potencializadoras no desenvolvimento do raciocínio matemático (PONTE, 2005; PONTE; QUARESMA; MATA-PEREIRA, 2020).

Embora o desenvolvimento do raciocínio seja um dos grandes objetivos do ensino da disciplina de Matemática (MATA-PEREIRA; PONTE, 2017), estratégias para promoção desse raciocínio, no âmbito da sala de aula, são ainda pouco investigadas (BRODIE, 2010). No intuito de contribuir nessa direção, o presente trabalho tem como objetivo analisar a discussão de um grupo de alunos do 1º ano do Ensino Médio durante a resolução de uma tarefa exploratória e identificar processos de raciocínio matemático mobilizados. Para isso, num primeiro momento, destacamos alguns estudos a respeito dos processos de raciocínio matemático, analisando as diversas definições pela visão de diferentes autores. Após, destacamos alguns processos que compõem o ensino e a aprendizagem para o desenvolvimento do raciocínio matemático, destacando alguns deles. De posse dos dados (a transcrição da discussão do grupo de alunos em análise), analisamos e discutimos os processos mobilizados.

Referencial Teórico

Embora sejam diversas as perspectivas sobre o raciocínio matemático, ele diz respeito tanto à aspectos lógicos, quanto intuitivos, incluindo formulações, consecuções e validação de conclusões. Oliveira (2008, p. 3) usa a expressão raciocínio matemático para referir "um conjunto de processos mentais complexos através dos quais se obtêm novas proposições (conhecimento novo) a partir de proposições conhecidas ou assumidas (conhecimento prévio)".

De modo similar, para Jeannotte e Kieran (2017, p. 7), o raciocínio matemático é um "processo de comunicação com outros ou consigo mesmo, que permite inferir enunciados matemáticos a partir de outros enunciados matemáticos". Também para Stylianides (2009) o raciocínio matemático é como um procedimento de inferência, que utiliza informações já conhecidas para obter novos conhecimentos e novas conclusões.

Lannin, Ellis e Elliot (2011) dizem que o raciocínio matemático inclui conjecturar, generalizar, investigar o porquê, justificar, refutar caso necessário, desenvolver e avaliar argumentos, baseando- se em um processo evolutivo. De acordo com Morais, Serrazina e Ponte (2018 p. 556) "alunos de diferentes anos escolares podem se envolver em processos de raciocínio matemático".

Jeannote e Kieran (2017) identificaram oito processos de raciocínio matemático, sendo alguns deles relativos por semelhanças e diferenças (conjecturar, comparar, classificar, identificar padrões e generalizar), e aqueles relativos à validação (justificar, provar e demonstrar), além de exemplificar (este dando suporte aos outros processos). Destacaremos aqui alguns deles, considerando a natureza da tarefa proposta aos alunos investigados, e os dados em análise.

O processo de conjecturar envolve formular uma hipótese acerca de uma relação matemática geral, baseando-se em evidências incompletas. Para Lannin, Ellis e Elliot, (2011) as conjecturas são constituídas por relações matemáticas que desenvolvem afirmações com a finalidade de serem verdadeiras, mas que são desconhecidas. Para Morais, Serrazina e Ponte (2018, p.555), conjecturar consiste em "um processo que envolve raciocínio sobre relações matemáticas, desenvolvendo declarações, nomeadas como conjecturas, que requer maior exploração para verificar se são verdadeiras ou não verdadeiras". Para Jeannote e Kieran (2017) conjecturar envolve processos ciclícos de: enunciar a conjectura, verificar os casos e exemplos existentes, tentar refutar e encontrar motivos para a conjectura ser verdadeira.

Os alunos desenvolvem conjecturas sobre conceitos e habilidades, sejam elas faladas ou não. Essas suposições exigem exploração e evidências para apoiá-las; com isso, as conjecturas servem de ponto de partida para determinadas atividades matemáticas e o raciocínio matemático (MATA-PEREIRA, 2012).

O processo de validação, segundo Jeannote e Kieran (2017), tem como objetivo alterar valores epistêmicos de narrativas, sendo feita de três formas: justificar, provar e demonstrar. Para as autoras, justificar é um processo de procura de dados, afirmações e suporte para modificar o valor epistêmico. Justificar é um processo social, podendo assumir dois formatos (i) justificar a conjectura que surgiu no processo e (ii) relatar a validade que altera o valor epistêmico.

Apoiada em procedimentos, propriedades e definições, a justificação tanto quanto a generalização são vistas como aspecto central em processo de raciocínio validando matematicamente determinadas afirmações. Cabe ao professor impor situações que promova justificações, enfatizando o "porquê" e redirecionando os alunos ao contexto de determinada situação. Nesse sentido, diversas investigações realizadas em diversos países indicam que "apenas a um nível avançado os alunos reconhecem a necessidade de um raciocínio convincente com base num conjunto de pressupostos explícitos" (GALBRAITH, 1995, p. 412). Assim, promover o raciocínio implica em intervenções que levem os alunos a dar sentido a justificações já existentes, contemplando o poder matemático.

Lannin (2005) apresenta cinco niveís de complexidade das justificações: (i) não justificar; (ii) apelar à autoridade externa; (iii) utilizar evidência empírica; (iv) utilizar de um exemplo genérico e (v) justificar dedutivamente. Em todos esses níveis, a justificação tem como papel validar e compreender resultados, dando legitimidade a atividade matemática, em recorrência disso, pode-se associar o conceito de justificação ao conceito de demonstração, por terem contextos próximos.

Acerca da mobilização desses diferentes processos, a utilização de tarefas exploratórias tem-se mostrado uma escolha pedagógica bastante promissora. Contrapondo a ideia de ensino direto, tem-se o ensino designado por alguns autores de "exploratório", caracterizado pelo fato do professor permitir a descoberta e a construção do conhecimento por conta do aluno. As práticas de ensino exploratório contribuem para a construção de generalizações matemáticas, promovendo aos alunos a descoberta e disseminação de conhecimento (PONTE, 2005). Para tal, explorar tarefas abertas proporcionando momentos de discussões entre grupos, encorajando-os a partilhar suas ideias, incentivando-os a escrever e partilhar as variadas versões do seu raciocínio são fundamentais para a elaboração do conhecimento.

Baxter e Willians (2010) descrevem o ambiente deste tipo de ensino da seguinte forma: apresentam a tarefa aos alunos, os alunos trabalham nesta tarefa enquanto os professores circulam incentivando e questionando o raciocínio, os alunos apresentam suas resoluções para a turma e o professor sistematiza as apresentações. Os mesmos autores afirmam que aulas nas quais são utilizados esses mecanismos, os professores falam menos e os alunos têm mais oportunidades de comunicação.

Assim, o questionamento é uma das ações fundamentais do professor para que haja desenvolvimento do raciocínio, resistindo ao fornecimento de indicações para resoluções, apoiando o trabalho do aluno (BRODIE, 2010). Contudo, o professor não deve deixar os alunos sem qualquer mediação, sejam elas individualmente ou em grupo, pois "não traz necessariamente apoio suficiente para desenvolver o seu raciocínio" (BRODIE, 2010, p.20). A autora salienta também que os alunos devem ser provocados e encorajados à partilhar suas ideias, escrever e realizar comunicações sobre o modo de pensar, incentivando-os à ouvir colegar e construir pensamentos.

Metodologia

Caracterização e contexto da pesquisa

A investigação que deu origem a este artigo assume uma perspectiva qualitativa de cunho interpretativo (BOGDAN; BIKLEN, 1994). Os participantes foram alunos do 1º ano do Ensino Médio de uma escola privada no estado do Paraná, Brasil. A aula desenvolvida com essa turma, na qual ocorreu a coleta de dados, foi planejada coletivamente por estudantes de um Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática, na qual o segundo e terceiro autores atuam como docentes permanentes. A professora da turma era mestranda do referido programa, e aula foi desenvolvida na perspectiva do ensino exploratório.

A tarefa aplicada, cujo enunciado é apresentado a seguir, propunha uma situação envolvendo a variação na velocidade de leitura das páginas de um livro com objetivo de verificar a capacidade de pensar nas variações de uma magnitude conforme outra magnitude também varia.

Tarefa proposta aos alunos: *Um leitor mandou, para uma revista, a seguinte análise de um livro que ele havia acabado de ler, com muitas páginas: "O livro é eletrizante, muito envolvente mesmo! A cada página terminada, mais rápido eu lia a próxima! Não conseguia parar!". Desenhe um gráfico que represente o número n de páginas que esse leitor concluía pelo tempo decorrido t, mas de modo a refletir corretamente a mensagem do leitor à revista. Não se preocupe com detalhes, mas com a tendência geral do gráfico. Explique brevemente como pensou.*

Procedimentos para coleta e análise de dados

Os 30 estudantes da turma foram organizados em 10 grupos com 3 integrantes cada, e em cada grupo foi deixado um gravador para registrar as discussões ao longo da resolução da tarefa. A professora então circulou livremente pela sala, acompanhando o trabalho das equipes e fazendo algumas intervenções, quando julgava necessário. Ao final do tempo combinado para esse trabalho (uma aula de 50 minutos), as equipes entregaram o registro escrito com suas resoluções ao item da tarefa. Após, a professora convidou algumas equipes para compartilhar suas resoluções ao item (a), orquestrando uma discussão coletiva entre os estudantes.

Todos os grupos que resolveram a tarefa foram capazes de mobilizar diferentes processos de raciocínio, estabelecendo algum tipo de conjectura e buscando elementos para validá-la ou refutá-la. Tomou-se por critério para análise, neste artigo, a escolha de um grupo na qual houve um maior envolvimento dos estudantes na "apresentação, justificação, argumentação e negociação de significados" (RODRIGUES; MENEZES; PONTE, 2018, p. 399).

Consideramos como material de análise o áudio da equipe e o protocolo escrito entregue ao final, com o esboço do gráfico solicitado. Ao longo da discussão, as equipes elaboraram representações intermediárias, mas que infelizmente não compõem seu protocolo escrito. Como, ao longo da transcrição, os integrantes da equipe remetem a essas representações, os pesquisadores apresentaram algumas hipóteses a respeito delas, quando possível.

Para análise dos áudios, uma das pesquisadoras (primeira autora) inicialmente transcreveu integralmente a discussão da equipe. Houve uma primeira parte da discussão correspondendo ao trabalho autônomo dos alunos e, a certa altura do diálogo, a professora passa a participar. Considerando o objetivo deste trabalho, a partir dessa transcrição inicial, a pesquisadora procurou identificar os processos de raciocínio matemático mobilizados pelos alunos ao resolverem uma tarefa exploratória. Inicialmente, fez uma identificação inicial, em diálogo com outra pesquisadora do grupo de pesquisa, que também estava explorando essa temática em um outro conjunto de dados. Na continuidade, compartilhou sua categorização inicial com uma estudante de mestrado, que contribuiu com algumas sugestões e ajustes. Por fim, em parceria com a orientadora e o coorientador deste trabalho (segundo e terceiro autores), foram feitos ajustes finais nessa categorização.

A seguir, com base nos processos identificados, seguiu-se uma fase de análise dos mesmos, apresentada na seção seguinte deste artigo. Para tal, as transcrições foram separadas em trechos, na qual uma temática dentro da discussão parecia "iniciar e finalizar", dando origem a um novo foco na continuidade da discussão. A cada um desses trechos atribuiu-se um rótulo, que buscava sintetizar do que se tratava aquele trecho. Finalizando, são realizadas discussões desses dados em articulação com o referencial teórico, apresentadas no capítulo final.

Análises e Resultados

Neste capítulo, são apresentadas as análises realizadas acerca dos processos de raciocínio do grupo, a partir dos trechos no qual a transcrição da discussão foi organizada. Os integrantes da equipe são denominados Aluno 1, Aluno 2 e Aluno 3, numerados conforme sua apresentação no início da gravação.

Inicialmente, os alunos realizam a leitura da tarefa proposta pela professora.

Trecho 1 – Uma primeira leitura da tarefa

> *[1.1] Aluno 1: Vamos ler ... aquelas responsáveis né.*
> *[1.2] Aluno 2: Vocês querem colocar o nome?*
> *[1.3] Aluno 1: Pode colocar*
> *[1.4] Aluno 2: Aah, depois eu escrevo o nome ...*
> *[1.5] Aluno 1: Quem quer ler?*
> *[1.6] Aluno 3: Eu leio ...*
> *[1.7] Aluno 3: Um leitor mandou para uma revista a seguinte análise de um livro que ele havia acabado de ler com muitas páginas, o livro é eletrizante, muito envolvente mesmo, a cada página terminada mais rápido eu lia a próxima, não conseguia parar. Desenhe um gráfico que represente o número n de páginas que esse leitor concluía pelo tempo decorrido t, mas de modo a refletir corretamente a mensagem do leitor a revista, não se preocupe com detalhes, mas com a tendência geral do gráfico.*
> *[1.8] Aluno 1: ahh, então não precisa de número, só fazer meio que ... função de tempo.*

Neste primeiro trecho, observa-se que os alunos iniciaram com a leitura do enunciado, que levou a um primeiro entendimento da situação e a elaboração das primeiras conjecturas apoiadas em conhecimentos prévios. Essas conjecturas, a partir da fala final de A3 em [1.8], incluíram: (i) uma hipótese de que não são necessários valores numéricos para resolver a tarefa e; (ii) que a questão envolvia uma função, na qual uma das variáveis era o tempo.

Trecho 2 – Algumas escolhas na representação inicial

[2.1] Aluno 2: vocês têm régua?
[2.2] Aluno 1: eu tenho ...
[2.3] Aluno 1: deixar pra aluna 2 né, já que ela não ta fazendo nada.
[2.4] Aluno 1: (risos) grupo irresponsável.
[2.5] Aluno 2: tem que desenhar aqui também?
[2.6] Aluno 3: tem que usar rascunho também será? ...
[2.7] Aluno 1: não sei se é obrigado usar ...
[2.8] Aluno 2: é um gráfico assim ...[apresenta algum esboço inicial]
[2.9] Aluno 1: ahhh, não precisa ser grande não ...

A partir do primeiro entendimento do enunciado da tarefa, foram realizadas suposições de como poderiam resolvê-la, questionando o fato de terem que desenhar e usar rascunho. Não há processos de raciocínio explícitos nesse trecho, apenas escolhas feitas para construir o esboço solicitado. Porém, ao mencionar a régua [2.1], Aluno 2 poderia ter elaborado uma conjectura (não explicitada aos demais) de que o gráfico era uma reta. Ou apenas estivesse pensando em utilizá-la para representar os eixos coordenados. De qualquer modo, há um entendimento compartilhado por todos os integrantes do grupo de que um gráfico seria representado em um sistema de dois eixos.

Trecho 3 – É uma reta?

[3.1] Aluno 2: tá, vai ser um gráfico, cada vez ele lia, mais ele ia mais rápido ...
[3.2] Aluno 3: esse é o tempo ... [apontando para um dos eixos]
[3.3] Aluno 2: só isso?
[3.4] Aluno 2: mas daí tem que fazer a reta crescente? Ou ...
[3.5] Aluno 1: não, mas se fosse só pra desenhar isso, era muito fácil.
[3.6] Aluno 2: é, não sei.

Para o Aluno 3, em [3.2], a situação em análise envolvia duas grandezas que se relacionam: o número de páginas e o tempo. Assim, uma das hipóteses que havia sido elaborada no trecho 1 (de que uma das variáveis era o tempo), foi validada pelos alunos com base em evidências empíricas. Dúvidas surgiram diante da resolução da tarefa: "será que é uma reta crescente?", "mas será que é só pra desenhar isso?", "se fosse seria facil". Tais dúvidas levaram a formulação de uma conjectura, de que o gráfico seria uma reta, e de que essa reta era crescente, constiutindo suposições que mais adiante seriam ou não validadas.

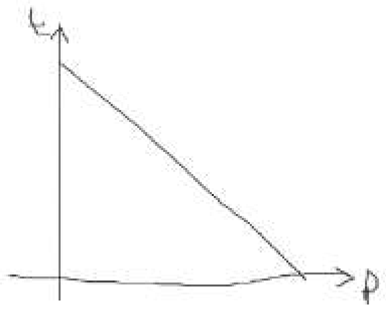
Trecho 4 – Posicionando as variáveis nos eixos

[4.1] Aluno 1: explique brevemente, com atenção ... é o mais difícil de fazer.

[4.2] Aluno 1: não, agora a gente tem que desenhar a reta, porque aqui é o número de páginas certo? Aqui é o tempo, vai ter que fazer assim, não é?[apontando para um dos eixos, faz um esboço].
[4.3] Aluno 2: não, eu acho que é assim [faz outro esboço], porque aqui vai aumentando o número de páginas.
[4.4] Aluno 1: e a cada página que ele lia, mais tempo ... é menor o tempo, não é?
[4.5] Aluno 2: mais rápido eu li, então o tempo vai diminuindo ...
[4.6] Aluno 1: aah, então é assim, decrescente.
[4.7] Aluno 2: é.
[4.8] Aluno 1: então. (risos)

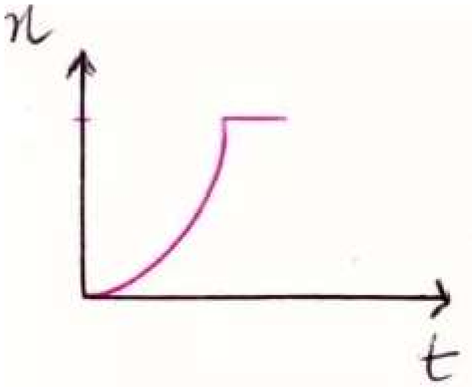
Neste trecho, os alunos discutiram a respeito do posicionamento das variáveis nos eixos do sistema coordenado. Uma conjectura foi elaborada pelo Aluno 1, em [4.2], e em seguida foi refutada e reformulada por Aluno 2 em [4.3], justificando que "vai aumentando o número de páginas". Outra conjectura foi elaborada, com relação à variável tempo: "o tempo vai diminuindo" [4.5]. Logo, "é decrescente" [4.6]. Assim, mostram entender o comportamento do gráfico, que ele varia de forma decrescente, e com isso, tentam validar esse pensamento. Podemos inferir, aqui, que o esboço considerado nesse momento assumiu o tempo de leitura da página como variável independente, e o número da página como variável dependente, de modo que, à medida que o número da página aumentava (avançamos na leitura do livro), o tempo para sua leitura ia diminuindo (um possível esboço é apresentado na Figura 1). Tal gráfico difere daquele elaborado pela maioria das demais equipes, e da possibilidade que havia sido considerada no planejamento da aula (um gráfico no qual o tempo acumulado de leitura do livro crescia à medida que o leitor avançava na leitura – Figura 2).

Figura 1 – Possível gráfico elaborado pela equipe



Fonte: Material do grupo de pesquisa.

Figura 2 - Gráfico que relaciona o número o tempo acumulado e o número de páginas.



Fonte: Material do grupo de pesquisa.

Trecho 5 – Validando o esboço

> *[5.1] Aluno 1: daqui pra cá [possivelmente, de cima para baixo], ta certo, o tempo ta diminuindo, porque é de baixo pra cima o tempo e de lá pra cá [possivelmente, da esquerda para direita], ta certo, e o número de páginas, ta certo!*
> *[5.2] Aluno 1: eu acho, e o que você acha? Aluno 2?*
> *[5.3] Aluno 2: o que você acha?*
> *[5.4] Aluno 2: também acho ...*
> *[5.5] Aluno 1: por que como foi seu pensamento? porque assim ó, vamos supor aqui é ...*
> *[5.6] Aluno 1: o tempo vai diminuindo ...*
> *[5.7] Aluno 1: 1, 2, 3, 4, 5, 6, ai aqui a página 1, 2, 3, 4, 5, 6 se o tempo aqui começou no 6, o tempo ta diminuindo, hora que ele chegar aqui, o tempo vai chegar no 0, e o número de páginas vai aumentando, porque quanto mais você vai lendo, mais páginas vai aumentando, então.*
> *[5.8] Aluno 3: faz sentido.*

Inicialmente, os alunos tentaram validar o gráfico utilizando a ideia de que quanto mais se lê, menor é o tempo de leitura das páginas, e asssim as páginas vão aumentando [5.1]. A partir dessa análise, utilizaram uma evidência empírica que o número da página é a variável independente, e o tempo é a dependente variável deste gráfico. Com isso, assumiram que no decorrer da leitura do livro, o tempo de leitura de cada página foi diminuindo, levando a conclusão de que a variável dependente é crescente, e a variável tempo é decrescente. Utilizaram também exemplos numéricos genéricos para complementar sua justificativa, em [5.7]. A representação dessa relação por meio de uma reta não foi justificada, mas apenas "assumida" pela equipe como verdadeira.

Neste trecho, ao elaborarem conjecturas e acreditarem na veracidade das mesmas, os alunos tentaram concluir que seu pensamento estava correto, ou seja, validar essa hipótese. Assim, após o grupo analisar todas as hipóteses, entrar em um consenso e entender que o gráfico se comporta de maneira decrescente, validaram essa informação. A discussão prosseguiu a partir da interação que ocorreu com a professora, solicitando que o grupo explicasse como pensou, conforme trecho transcrito na continuidade.

Trecho 6 – Explicando para professora

[6.1] Professora: o que vocês pensaram meninas?
[6.2] Aluno 2: vai, explica pra ela ... (risos)
[6.3] Aluno 1: eu pensei assim óh! Porque o tempo, ele vai aumentando, só que, aqui no gráfico ... só que aqui, ele vai passando mais rápido a cada página, então aqui a gente vai aumentando o número de páginas que é o tanto que ele vai lendo, e o tempo como vai passando ele vai ter que ir abaixando.
[6.4] Professora: tá, então aqui você colocou no eixo do x o número de páginas.
[6.5] Aluno 1: isso.
[6.6] Professora: aí quando você toca aqui o eixo do x, ele vai chegar no máximo de páginas quando não tem mais tempo, acabou o livro. Só que vocês não estão vendo isso como uma função, o gráfico de vocês ficou uma reta, mas uma função o que que vocês acham que representa esse gráfico? Que função que é essa?
[6.7] Aluno 3: uma função afim?
[6.8] Professora: uma função afim?
[6.9] Aluno 3: do primeiro grau?
[6.10] Professora: então você acha que em um intervalo de tempo ele ta lendo sempre a mesma quantidade de páginas?Não sei, é só pra vocês pensarem, pode ter várias representações, porque ele diz que o livro é eletrizante, cada vez que ele lê, ele quer ler mais, e mais rápido, quando a gente pensa em uma função afim, que é uma reta, a taxa de variação é sempre constante, será que isso é uma função constante?

A partir do pedido de explicação feito pela professora, o Aluno 1 explicou a escolha feita pela equipe [6.3], e justificou o fato do gráfico ser descrecente (o tempo está “abaixando”). A professora, então, questionou o grupo acerca da intersecção do gráfico com o eixo x, fornecendo algumas informações que instigaram o raciocínio, fazendo com que eles, por meio de suas próprias ideias, tentassem verifificar se o pensamento estava correto [6.6 a 6.9].

Os alunos desenharam uma reta e concluíram que era uma função afim. A professora então questionou se eles achavam que em um mesmo intervalo de tempo, lia-se sempre a mesma quantidade de páginas [6.10]. A partir disso, novas conjecturas foram criadas para serem validadas ou invalidadas, conforme trecho a seguir.

Trecho 7 – Não é uma reta?

[7.1] Aluno 1: então não é uma função afim.
[7.2] Professora: não. O que será que é?
[a professora vai atender outra equipe]
[7.3] Aluno 1: vamos ter que fazer assim né, a mesma coisa, só que é só fazer assim

né? [faz algum esboço no papel]
[7.4] Alunos 2, 3: não sei... risos
[7.5] Aluno 1: tipo fazer assim, invés de ser reto, porque ela disse que se for reto, não varia ... se for assim.
[7.6] Aluno 2: e ele ta falando, quanto mais ele lê, mais ele quer ler, então não pode ser uma reta.
[7.7] Aluno 1: quanto mais ele lê, mais ele quer ler?
[7.8] Aluno 2: é quanto mais ele lê, mais...
[7.9] Aluno 1: ta, eu entendi, eu entendi.

Neste trecho, observa-se que os questionamentos anteriores da professora foram fundamentais para a formulação de novas conjecturas. Anteriormente, havia perguntado se eles achavam se em intervalos de tempo iguais seria lida sempre a mesma quantidade de páginas [6.10]. Com isso, a professora forneceu algumas informações, incentivando a explicação, ou seja, guiando e apoiando a maneira de pensar dos alunos, encorajando-os a elaborarem novas conjecturas e buscarem meios para justificá-las. Anteriormente, haviam "assumido", justificar, que a representação era uma função afim (ou função do primeiro grau). Embora tenha instigado os alunos a repensarem esse aspecto, a fala da professora no sentido de confirmar que gráfico não era uma reta foi justificada, em um primeiro momento, a partir de sua autoridade externa [7.2]. Tal fato levou os alunos a elaborem conjecturas sobre como realmente seria então o gráfico, analisando agora com mais cuidado a hipótese, presente no enunciado da tarefa, de que quanto mais o leitor lê, mais ele quer ler.

Trecho 8 – É uma parábola!

[8.1] Aluno 1: então não pode ser reta!
[8.2] Aluno 3: não pode ser reta, porque não é constante.
[8.3] Aluno 3: então e se a gente fizer assim... uma parábola.
[8.4] Aluno 1: é, então.
[8.5] Aluno 2: você ta fazendo uma semi parábola.
[8.6] Aluno 3: semi parábola ... (risos)
[8.7] Aluno 1: então eu acho que é isso ...
[8.8] Aluno 3: mas tem que desenhar ela pra cima ou pra baixo?
[8.9] Aluno 1: não sei.

Em [8.1] e [8.2], os alunos utilizaram evidência empírica para validar a conjectura de que o gráfico não era uma reta, e passaram então a considerar outras possibilidades. O Aluno 3 apresentou um novo esboço, possivelmente parte de uma parábola: "e se a gente fizer assim... uma parábola?" [8.3], ou seja, uma nova conjectura sobre como deveria ser o formato do gráfico. Os alunos possivelmente reconheceram sua representação como uma parábola por se tratar de um dos poucos tipos de curvas que eles conheciam até aquele momento. Entretanto, não houve justificativa que fizesse uso do conceito matemático de parábola. Eles validaram esse formato com base em evidência empírica. A partir surgiram dúvidas referentes à sua concavidade.

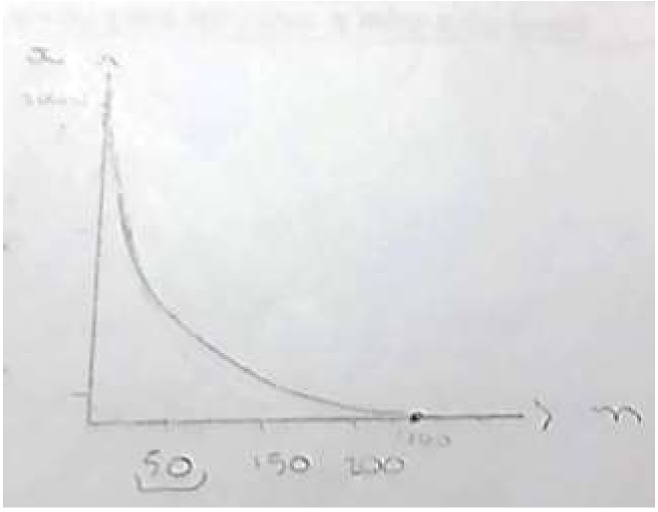
Trecho 9 – Novamente, explicando para professora

> *[9.1] Professora: o que ele ta dizendo?*
> *[9.2] Aluno 1: que quanto mais ele lê, mais rápido ele quer ler, porque o livro é eletrizante ...*
> *[9.3] Professora: então como você desenharia esse gráfico, sem valores? sem você pensar em números, mas pensar nessa velocidade da leitura?*
> *[9.4] Aluno 3: uma parábola?*
> *[9.5] Professora: e como que você vai desenhar essa parábola?*
> *[9.6] Aluno 1: é isso que a gente tava discutindo agora.*
> *[9.7] Aluno 2: a gente tava em dúvida se ela seria pra baixo ou pra cima, mas acho que seria pra cima, porque quanto mais ele lê, mais rápido.*
> *[9.8] Aluno 1: não teria que ser assim [faz um esboço no papel], porque o tempo ele vai diminuindo, porque ele começa a ler mais rápido ... invés de ser assim.*
> *[9.9] Aluno 2: você fala tipo assim?*
> *[9.10] Aluno 1: é, porque o tempo vai passando mais rápido.*
> *[9.11] Aluno 1: então teria que fazer assim.*
> *[9.12] Aluno 2: e o número de páginas vai aumentando porque ele já leu*
> *[9.13] Aluno 3: é.*
> *[9.14] Aluno 1: então eu acho que é assim.*
> *[9.15] Aluno 1: o que você acha aluno 3?*
> *[9.16] Aluno 3: também acho que é assim.*

Neste trecho, em que a professora retornou ao grupo e pediu que expliquem porque modificaram o gráfico, o Aluno 1 apresentou uma justificativa validada no grupo [9.2]. A professora então questionou: “Então como você desenharia esse gráfico, sem valores? Sem você pensar em números, mas pensar nessa velocidade da leitura?” [9.3]. Em [9.4], o Aluno 3 apresentou a nova conjectura do grupo, de que o gráfico seria uma parábola, justificando que o tempo estava passando rápido, e não de maneira constante, mas ainda não entendiam se a convavidade do gráfico seria para baixo ou para cima.

Nos trechos [9.8] a [9.12], o Aluno 1 e Aluno 2 formularam e reformularam conjecturas a respeito da concavidade da curva, e procuraram justificá-las com base em evidência empíricas (“começa a ler mais rápido”, “o tempo vai passando mais rápido”). Baseados no protocolo escrito apresentado pela equipe, e pelo fato de, na continuidade do diálogo, não haver indícios de que o esboço havia sido novamente modificado, inferimos que a representação validada pela equipe nessa etapa do diálogo é a representada na Figura 3.

Figura 3 - Gráfico apresentado no protocolo final da equipe 1



Fonte: material do grupo de pesquisa.

Trecho 10 – "Passando a limpo" o esboço

[10.1] Aluno 2: quer desenhar?
[10.2] Aluno 3: não, pode desenhar
[10.3] Aluno 3: toma aluno 1, desenha você, você desenha mais certinho.
[10.4] Aluno 1: só que tipo, a parábola, não é assim?
[10.5] Aluno 1: é só o tempo, não vai crescer de novo.
[10.6] Aluno 2: mas aqui seria o ponto inicial, não seria?
[10.7] Aluno 1: é, mas tipo ... é assim, ele não vai crescer de novo.
[10.8] Aluno 2: ou pode parar aqui né.
[10.9] Aluno 2: quando acabar o livro.
[10.10] Aluno 1: então, quando ele chegar aqui vai ser 0, daí ele vai acabar.
[10.11] Aluno 2: então isso teria que estar aqui, porque assim é o zero, há não ser que...
[10.11] Aluno 1: não quando ele toca aqui é o zero, daí o tempo é zero, porque ele não ta lendo mais.
[10.12] Aluno 2: é... faz sentido.
[10.13] Aluno 1: fazer sentido faz, só não sei se ta certo.
[10.14] Aluno 2: é né (risos)

Ao "passar a limpo" o esboço feito anteriormente e validado pela equipe, surge um novo aspecto do gráfico, que até esse momento não havia sido discutido pela equipe: os pontos de intersecção da curva (que, para a equipe, foi validada como uma parábola) com os eixos coordenados. Uma conjectura é então explícita: que no ponto na qual a curva interpecta o eixo x (páginas), o tempo de leitura é zero [10.10], com a justificativa de que "ele não está lendo mais" [10.11]. Com base nessa evidência empírica, o grupo validou então essa conjectura.

Trecho 11 – “Eu explico, e vocês escrevem”

[11.1] Aluno 3: eu explico, e vocês escrevem ... não sei explicar
[11.2] Aluno 2: na verdade ela entendeu, você entendeu, não entendeu?
[11.3] Aluno 3: entendi.
[11.4] Aluno 2: então.
[11.5] Aluno 3: ta, mas tem que explicar tipo, o enunciado, ou o gráfico?
[11.6] Aluno 1: não, tem que explicar como que a gente chegou aqui, o nosso pensando, como a gente formulou isso daqui.
[11.7] Aluno 2: é.
[11.8] Aluno 3: ta bom, então é o que a gente falou pra Cássia?
[11.9] Aluno 1: é ... basicamente!
[11.10] Aluno 3: ta, é só explicar isso daí então, que a gente colou a reta [eixo] x como n [páginas], o t [tempo] como y, que o t vai diminuindo, porque vai pra baixo, a gente não colou reta porque não é constante.
[11.11] Aluno 1: o t ta aqui porque ele que varia.
[11.12] Aluno 2: na verdade o número de página também varia, porque vai...
[11.13] Aluno 1: mas ele depende do tempo.
[11.14] Aluno 2: é ... o tempo depende do outro
[11.15] Aluno 3: é.
[11.16] Aluno 2: Ta.
[11.17] Aluno 1: ou se for ao contrário a gente tem que trocar.
[11.18] Aluno 3: e se a gente trocar, o que acontece?

Ao tentar formular uma explicação para ser registrada por escrito para ser entregue à professora, o grupo resgatou algumas escolhas feitas no processo de construção do gráfico, e que refletiram conjecturas que foram validadas ao longo da discussão, como por exemplo: sobre o número da página ter sido representado como variável indepedente, no eixo x, e o tempo de leitura da página no eixo y, como variável dependente [11.10]. Também remeteram ao fato de terem optado por uma curva que não era uma reta, porque “não é constante” (referindo-se ao tempo de leitura).

Nesse trecho, surgiu uma nova conjectura, em [11.17], de que, se os eixos forem invertidos, “algo” tem que ser trocado. “E se a gente trocar, o que acontece?” [11.18]. Esse questionamento fez com que eles pensem em outras hipóteses para a representação da situação.

Trecho 12 – Outra representação

[12.1] Aluno 1: daí é o número de página que vai depender do tempo
[12.2] Aluno 3: não, mas daí ficaria assim?

[12.3] Aluno 1: não, só vai mudar aqui, é o número de páginas que depende do tempo.
[12.4] Aluno 1: calma, aqui seria n*, aqui seria o tempo, o tempo.*
[12.5] Aluno 2: vai aumentando ...
[12.6] Aluno 1: aqui o número de páginas vai aumentando e o tempo vai diminuindo ...
[12.7] Aluno 1: não é?
[12.8] Aluno 2: é, aqui o tempo ta aumentando, o,1 ,2 ,3, ta aumentando.
[12.9] Aluno 3: não, mas daí aqui teria que começar do ...
[12.10] Aluno 1: não aqui, 1,2,3,4 vai diminuindo, porque o gráfico é assim, certo? [faz um esboço] Ai menos, 1 menos, bla bla bla então se ele ta vindo pra cá, ele vai diminuindo, o número de páginas vai aumentando ...
[12.11] Aluno 2: É ...
[12.12] Aluno 1: então aqui o t *diminuiu e o número de páginas aumentou, é a mesma coisa.*
[12.13] Aluno 2: É ...

Neste trecho da discussão, reconhece-se uma tentativa de representação da ideia de que, a cada página lida, menor seria o tempo (no caso, o tempo individual de leitura daquela página). Contudo, surgiram novas suposições como, por exemplo, "se for ao contrário a gente tem que trocar", "e se a gente trocar, o que acontece?", ou seja, surgiram outras oportunidades de elaborarem conjecturas e, consequentemente, novas tentativas de validações. Ao analisarem as conjecturas que criaram referentes aos eixos do gráfico, concluíram que se fizessem inversão, o gráfico seria o mesmo [12.12]. Tal conjectura não parece ser matematicamente válida. Entretanto, por não ter acesso aos esboços realizados nesse momento, não foi possível analisar em profundidade esse trecho.

Discussões e considerações finais

A pesquisa que deu origem a este artigo teve como objetivo analisar e identificar processos de raciocínio matemático mobilizados por alunos do 1º ano do Ensino Médio ao resolverem uma tarefa exploratória. Consideramos como material de análise aúdios provenientes da discussão realizada por um grupo (com três integrantes). A tarefa trazia uma situação envolvendo a variação na velocidade de leitura das páginas de um livro, com o intuito de verificar a capacidade de pensar de forma articulada em variações de uma grandeza, conforme ocorria a variação de outra.

Para atender ao objetivo do trabalho, foi necessário aprofundar-se nos estudos referentes aos processos de raciocínio matemático, analisando as concepções de diversos autores no que diz respeito aos tipos de raciocínio e suas contribuições para elaboração do conhecimento matemático. De acordo com Jeanotte e Kieran (2017), existem diversos processos de raciocínio, sendo alguns mais comuns no âmbito do trabalho com a disciplina de Matemática na Educação Básica. O presente estudo tinha como um dos propósitos identificar esses processos. Como um dos resultados principais, destacamos a presença, de forma mais evidente, a elaboração de conjecturas e a tentativa de validá-las a partir de evidências empíricas ou em alguns momentos com o auxílio de autoridade externa da professora.

Tais processos de raciocínio matemático foram evidenciados ao longo da análise das discussões do grupo. Realizando a análise, percebemos a busca pelo entendimento da tarefa em um momento inicial em que, por meio de conhecimentos prévios, os alunos elaboraram as primeiras conjecturas sobre o modo que poderiam resolver a tarefa e como poderiam esboçar o gráfico solicitado.

Com base em evidências empíricas, validaram as primeiras conjecturas do grupo, tendo como situação em análise o envolvimento do número de páginas com o tempo, posteriormente, questionando o crescimento do gráfico. Nesse sentido, entenderam a variação do gráfico e o seu comportamento diante da leitura do livro em relação ao tempo, sendo a interação com professora em diversos momentos fundamental para elaboração de algumas hipóteses que foram expressas a partir de novas conjecturas.

Por fim, os alunos do grupo refletiram as conjecturas que foram validadas no decorrer da discussão, como por exemplo, o fato do número de páginas ser representado como variável independente e também, por terem optado por uma parábola e não uma reta (como acreditavam que era), ao perceberem que o tempo de leitura não seria uma constante .

Para Jeannotte e Kieran (2017) o processo de conjecturar envolve etapas cíclicas de enunciar a conjectura, verificar possibilidades e encontrar motivos para serem verdadeiras, o que fica evidente na análise das discussões que ocorrem no grupo. Os momentos de discussão constituíram-se como "oportunidades fundamentais para negociação de significados matemáticos e construção de novos conhecimentos" (PONTE, 2005, p.16).

O fato da tarefa ser aberta permitiu que os alunos partilhassem ideias, formulassem e reformulassem conjecturas. Apoiados em Lannin, Ellis e Elliot (2011), reconhecemos diversos momentos em que houve exploração de relações matemáticas e a elaboração e reelaboração de conjecturas, e a busca por justificá-las e validá-las. Em geral, essa justificação ocorreu a partir da utilização de evidência empírica ou de exemplo genérico, e em alguns momentos com apelo à autoridade externa da professora (LANNIN, 2005).

Destaca-se também o papel das intervenções da professora na análise do grupo. Para Wood (1999) o professor deve explorar essas situações, para que seja desenvolvida a capacidade de argumentação e consequentemente, o raciocínio matemático. Foi essencial que, para estimular o raciocínio do aluno, a professora evitasse fornecer indicações muito específicas, mas foram necessários questionamentos que auxiliassem os alunos em suas reflexões. Assim como diz Brodie (2010), o questionamento é uma das ações fundamentais para que haja desenvolvimento do raciocínio, apoiando o trabalho do aluno e resistindo ao fornecimento de indicações para o desenvolvimento da resolução. No entanto, a autora destaca que não se deve deixar os alunos sem qualquer mediação, sejam elas individuais ou em grupos, e isso ficou evidenciado na interação da professora com o grupo.

Os resultados obtidos por este estudo foram fundamentais para a compreensão de questões pertinentes às práticas educativas, evidenciando o potencial que os processos reconhecidos ao longo da análise têm para o desenvolvimento do raciocínio matemático dos alunos. Destaca-se também o quanto é fundamental que sejam propostas aos alunos tarefas desafiadoras, a serem exploradas de modo a fomentar o raciocínio dos alunos, incentivando-os a elaborem conjecturas e buscarem elementos para justificá-las e validá-las.

As tarefas exploratórias (PONTE, 2005) demandam a disponibilidade, em sala de aula "física" (ou por meio de recursos disponíveis no contexto de aulas remotas), de momentos como esses que foram analisados, em que os alunos possam pensar em estratégias e procedimentos para resolução por meio de discussões coletivas mediadas pelo professor. Finalizando, reforça-se a importância da qualidade da tarefa aliada às ações da professora como fator relevante para a ocorrência dos diversos processos de raciocínio aqui evidenciados e, de modo mais amplo, dos processos de ensino e de aprendizagem em Educação Matemática na contemporaneidade.

Referências

Baxter, J. A. & Willians, S. (2010). Social and analytic scaffolding in Middle Scholl Mathematics managing the dilemma of telling. *Journal Mathematics Teacher Education*, 13, 7-26.

Bogdan, R, C.& Biklen, S. K. (1994). *Investigação qualitativa em educação: Uma introdução à teoria e aos métodos.* Portugal: Porto Editora.

Brodie, K. (2010). *Teaching mathematical reasoning in secondary school classrooms*. New York: Springer, 1.ed.

Galbraith, P. (1995). Mathematics as reasoning. *The Mathematics Teacher*, Reston, VA, 88*(5),* 412-417.

Jeanotte, D.& Kieran, C. (2017). A conceptual model of mathematical reasoning for school mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, Dordrecht, 96*(1),* 1-16.

Lannin, J. (2005). Generalization and justification: the challenge of introducing algebraic reasoning through patterning activities. *Mathematical thinking and learning,* 7, 231-25.

Lannin, J.K.; Elliott, R. & Ellis, A.B. (2011). Developing essential understanding of mathematical reasoning for teaching mathematics in prekindergarten-grade 8. Reston, VA: *National Council of Teachers of Mathematics*.

Mata-Pereira, J. & Ponte, J. P. (2017). Enhancing students' mathematical reasoning in the classroom: teacher actions facilitating generalization and justification. *Educational Studies in Mathematics*, 96*(2),* 1-18.

Mata-Pereira, J. & Ponte, J. P. (2018). Promover o raciocínio matemático dos alunos: uma investigação baseada em design. *Bolema*, Rio Claro, 32*(62)*, 781-801.

Mata-Pereira, J. (2012). *O raciocínio matemático em alunos do 9.º ano no estudo dos números reais e inequações*. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade de Lisboa, Lisboa.

Morais, C.; Serrazina, L. & Ponte, J. P. (2018). Mathematical reasoning fostered by (fostering) transformations of rational number representations. *Acta Scientiae*, Canoas, 20*(4)*, 552-570.

Oliveira, P. (2008). O raciocínio matemático à luz de uma epistemologia. *Educação e Matemática,* 100, 3-9.

Ponte, J. P.; Quaresma, M. & Mata-Pereira, J. (2020). Como desenvolver o raciocínio matemático na sala de aula? *Educação Matemática*, Lisboa, 156, 7-11.

Ponte, J.P. (2005). Gestão curricular em Matemática. In GTI (Ed.): *O professor e o desenvolvimento curricular*, pp.11-34. Lisboa. APM.

Rodrigues, C.; Menezes, L. & Ponte, J. P. Práticas de discussão em sala de aula de matemática: os casos de dois professores. *Bolema***,** Rio Claro, 12*(61)*, 398-418.

Stylianides, G, J. (2009). Reasoning-and-proving in school mathematics textbooks. *Mathematical Thinking and Learning*, 11*(4)*, 258-288.

Wood, T. (1999). Creating a context for argument in mathematics class. *Journal for Research in Mathematics Education*, Reston, VA, 30*(2)*, 171-191.

Autores:

Loryane Santos de Oliveira
Licenciada em Matemática pela Universidade Tecnológica Federal do Paraná.
Correio electrônico: lory19.1996@gmail.com
https://orcid.org/0000-0002-5618-3315

Eliane Maria de Oliveira Araman
Licenciada em Ciências com habilitação em Matemática pelo Centro de Estudos Superiores de Londrina. Mestrado e Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática pela Universidade Estadual de Londrina. É docente do Departamento de Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná - Campus Cornélio Procópio e do Programa de Pós-Graduação Mestrado Profissional em Ensino de Matemática (PPGMAT). Realizou estágio pós-doutoral no Instituto de Educação da Universidade de Lisboa. Realiza suas pesquisas em História da Matemática na Educação Matemática, em Raciocínio Matemático e seus processos e em Formação de Professores.

Correio electrônico: eliane.araman@gmail.com
https://orcid.org/0000-0002-1808-2599

André Luis Trevisan
Licenciada em Matemática, Bacharelado e Mestrado em Matemática Aplicada pela Unicamp. Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática pela Universidade Estadual de Londrina. É docente do Departamento de Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná – Campus Londrina e do Programa de Pós-Graduação Mestrado Profissional em Ensino de Matemática (PPGMAT). Realizou estágio pós-doutoral na Universidade Federal do ABC. Realiza suas pesquisas em Ensino de Cálculo Diferencial e Integral, em Raciocínio Matemático e seus processos e em Formação de Professores.
Correio electrônico: andreluistrevisan@gmail.com
https://orcid.org/0000-0001-8732-1912

Como citar o artigo:

OLIVEIRA, L. S.; ARAMAN, E. M. de O.; TREVISAN, A. L. Procesos de Razonamiento Matemático en una Tarea Exploratoria. **Revista Paradigma**, Vol. LXIII, Edición Temática: Práticas de Formação, Ensino e Aprendizagem em Educação Matemática na Contemporaneidade, pp 1-21, janeiro, 2022. DOI: 10.37618