

Un problema que desencadena el concepto de fracción: consecuencias para el proceso de convertirse en docente

Nelem Orlovski

orlovskice@yahoo.com.br

<https://orcid.org/0000-0002-1426-9671>

Prefeitura Municipal de Curitiba (RME) e doutoranda do Programa de Pós-Graduação em Formação Científica, Educacional e Tecnológica (PPGFCET/UTFPR) Curitiba, Brasil.

Maria Lúcia Panossian

mlpanossian@utfpr.edu.br

<https://orcid.org/0000-0001-5847-4485>

Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR) e PPGFCET/UTFPR Curitiba, Brasil

Luciane Ferreira Mocrosky

mocrosky@gmail.com

<https://orcid.org/0000-0002-8578-1496>

Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR) e PPGFCET/UTFPR Curitiba, Brasil

Jaqueline Silva Assis

jaquelineassis@gmail.com

<https://orcid.org/0000-0002-7851-3696>

Secretaria da Educação do Paraná (SEED) e mestranda do PPGFCET/UTFPR Curitiba, Brasil

Recibido: 21/maio/2021 **Aceptado:** 20/septiembre/2021

Resumen

En este texto presentamos aspectos formativos de un problema desencadenante del aprendizaje presentado como historia virtual (MOURA, 2015) con la génesis del concepto de fracciones, en parte de un curso de extensión universitaria realizado en 2019, vinculado al proyecto Universal financiado por el CNPq, ofrecido y realizado con docentes de escuelas públicas del estado de Paraná, en la plataforma moodle UTFPR / Curitiba. El camino metodológico estuvo guiado por el concepto de aislamiento, en el que los análisis presentados como episodio permitieron concluir que el problema desencadenante movilizaba las resoluciones de los docentes en formación, revelando relaciones de multiplicidad y divisibilidad entre las grandezas, en la trayectoria de los movimientos vividos con el objeto (fracciones) de manera lógica, produciendo su esencia y simultáneamente la historicidad de su desarrollo. Las características que entendemos son constituyentes de un proceso formativo orientado a educar con las matemáticas en cuatro dimensiones formativas: práctica, lógico-histórica, gnosiológica y filosófica en la que nos involucramos en formas de formar y formar no solo como formas predefinidas para orientar nuestras acciones. , pero como posturas y actitudes formativas en las que las acciones vividas y realizadas por nosotros configuran también diferentes formas de formar y formar a los profesores que educan con las matemáticas.

Palabras clave: Educación matemática. Formación de Profesores. Problema desencadenante.

Um problema desencadeador do conceito de fração: desdobramentos para o processo de formar-se professor

Resumo

Neste texto apresentamos aspectos formativos de um problema desencadeador de aprendizagem apresentado como história virtual (MOURA, 2015) com a gênese do conceito de frações, em parte de um curso de extensão universitária realizado em 2019, vinculado ao projeto Universal financiado pelo CNPq, ofertado e realizado com professores de redes públicas de ensino no estado do Paraná, na plataforma moodle da UTFPR/Curitiba. O percurso metodológico foi orientado pelo conceito de isolado, em que as análises apresentadas como um episódio permitiram concluir que o problema desencadeador mobilizou resoluções dos professores em formação revelando relações de multiplicidade e divisibilidade entre as grandezas na trajetória dos movimentos vividos com o objeto (frações) de um modo lógico, produzindo sua essência e simultaneamente a historicidade de seu desenvolvimento. Características estas que compreendemos constituintes de um processo formativo voltado ao educar com a matemática em quatro dimensões formativas: prática, lógico-histórica, gnosiológica e filosófica em que nos envolvemos em modos de formar e formar-se não apenas como formas pré-definidas a orientarem nossas ações, mas como posturas e atitudes formativas em que as ações experienciadas e realizadas por nós também configuram diferentes modos de formar e de nos formarmos professores que educam com matemática.

Palavras-chave: Educação Matemática. Formação de Professores. Problema Desencadeador.

A problem that triggers the concept of fraction: consequences for the process of becoming a teacher

Abstract

In this text we present formative aspects of a problem triggering learning presented as virtual history (MOURA, 2015) with the genesis of the concept of fractions, in part of a university extension course held in 2019, linked to the Universal project funded by CNPq, offered and conducted with teachers from public schools in the state of Paraná, on the UTFPR / Curitiba moodle platform. The methodological path was guided by the concept of isolated, in which the analyzes presented as an episode allowed us to conclude that the triggering problem mobilized resolutions of the teachers in formation revealing relations of multiplicity and divisibility between the greatnesses in the trajectory of the movements experienced with the object (fractions) in a logical way, producing its essence and simultaneously the historicity of its development. Characteristics that we understand are constituents of a formative process aimed at educating with mathematics in four formative dimensions: practical, logical-historical, gnosiological and philosophical in which we engage in ways of forming and forming not only as pre-defined forms to guide our actions, but as postures and formative attitudes in which the actions experienced and carried out by us also configure different ways of forming and training teachers who educate with mathematics.

Keywords: Mathematical Education. Teacher Training. Triggering Problem.

Introdução

O ensino de frações tem sido apontado como uma temática que gera dificuldades, tanto no que se refere ao ensino quanto à aprendizagem, especialmente quando se trata dos

anos iniciais (CRESTANI, 2016; ZEFERINO, 2016; GALDINO, 2016; MATOS, 2017; FONTES, 2019; ISIDORO, 2019).

No ensino, o significado de frações como parte/todo, a partir da divisão de figuras geométricas planas em partes iguais, sobretudo priorizando o contexto de superfícies sem considerar a conservação da área da figura, tem sido a abordagem predominante nos anos iniciais. Nunes e Bryant (1997) destacam a fragilidade desta abordagem, pois evidencia uma falsa compreensão, os professores constroem estruturas rígidas para os números fracionários, além de estimular a dupla contagem das partes em relação ao todo como atestam Silva (2017) e Mocrosky *et al.*, (2019).

Ainda em relação à abordagem das frações com superfícies planas divididas e pintadas, há uma descaracterização da grandeza que está sendo medida, neste caso, a área é uma tentativa de tratar o contínuo com o mesmo modo de pensar o discreto, tal como Silva (2017) chama de “discretização do contínuo”, desconsiderando os raciocínios que estão envolvidos nas ações de contar e medir que são diferentes e que evidenciam uma lacuna formativa.

Visando problematizar estes e outros aspectos do ensino dos racionais com professores da Educação Básica, realizamos um curso de extensão universitária em 2019 vinculado ao projeto Universal financiado pelo CNPq intitulado: “Situações de ensino de conteúdo matemático”, ofertado a professores de redes públicas de ensino na plataforma moodle da UTFPR/Curitiba totalmente à distância intitulado “Entre ensinar e aprender: os números racionais em foco”. Utilizamos como situação desencadeadora de aprendizagem conceitual o recurso da história virtual Cordasmil (MOURA, 2015) sobre a gênese do conceito de frações.

Neste texto apresentamos a discussão sobre uma parte desta experiência formativa objetivando compreender como o problema desencadeador contido na história virtual mobilizou resoluções dos professores em formação e seus desdobramentos para educar com a Matemática.

O texto está organizado em três partes. Na primeira, apresentamos o curso e os critérios de escolha da história virtual Cordasmil como situação desencadeadora da formação para avançar em discussões conceituais e suas possibilidades formativas com professores.

Na segunda parte explicitamos o percurso metodológico e como os dados foram constituídos e organizados em forma de um episódio a partir do isolado (MOURA, 2004; MORETTI, MARTINS, SOUZA, 2017) do “Fórum Problematizador” do referido curso, expondo as análises empreendidas na sequência.

Por fim, trazemos a discussão de como as análises evidenciaram que a proposta mobilizou resoluções dos professores em formação, destacando-se as relações de multiplicidade e divisibilidade entre as grandezas na trajetória dos movimentos vividos com o objeto (frações) de um modo lógico, revelando sua essência e simultaneamente a historicidade de seu desenvolvimento. Características que compreendemos constituintes de um processo formativo voltado ao educar com a matemática.

1. A experiência formativa de frações com um problema desencadeador na formação continuada de professores que ensinam matemática

Em 2019, através do projeto Universal financiado pelo CNPq intitulado: “Situações de ensino de conteúdo matemático: estabelecendo parâmetros e critérios de análise”, coordenada pela professora Maria Lúcia Panossian e vice coordenação da professora Luciane Mocrosky, elaboramos e realizamos o curso de extensão universitária “Entre ensinar e aprender: os números racionais em foco”, ofertado na plataforma moodle da UTFPR/Curitiba e integralmente à distância para professores da educação básica de redes de ensino públicas. O conteúdo central, ensino de frações, foi proposto com base em avaliações de cursos anteriores promovidos no mesmo formato em outros contextos de extensão universitária pela mesma instituição.

A carga horária total foi de 35 horas distribuídas em cinco módulos, com um total de 25 professores concluintes. A inscrição foi realizada a partir da Divisão de Cursos de Qualificação Profissional (DICPRO), com a assinatura do termo de consentimento livre e esclarecido (TCLE) pelos participantes e a autorização do comitê de ética com CAAE 13813619.0.0000.5547, sob o parecer de número 3.453.544.

Na elaboração do percurso formativo destacamos o estranhamento como uma atitude filosófica que movimentou a formação, possibilitando que esta emergisse da dinâmica dos questionamentos sobre o conteúdo escolar e seu ensino:

Compreendemos o estranhamento como algo característico de uma atitude filosófica, assim como a indagação, a argumentação e a reflexão. O estranhamento acontece quando uma pessoa vivencia uma circunstância diferente da que costuma experimentar cotidianamente ou, quando no viver com o familiar, algo lhe salta aos olhos, provocando estranheza. Perplexos, ficamos em estado de alerta, atentos às coisas de modo a observarmos algo que antes não víamos ou que não nos causava incômodo. No estranhar-se *com* e *nas* coisas, questionamos o visto, que sempre é observado por alguém, de onde se entende o estranhamento como algo genuíno, dada a singularidade de cada um (MOCROSKY *et al.*, 2019, p. 1453).

Pelo estranhamento fomos compondo cenários deflagradores de discussão tendo como pano de fundo o conteúdo programado para cada uma das unidades de estudo: aspectos

conceituais e práticos do ensino dos números racionais, diferentes significados das frações e suas possíveis contextualizações, articulações entre representações (frações, decimais e porcentagens) dos números racionais.

A intenção foi a de marcar a experiência formativa não por modelos, mas pelo transitar de trajetos formativos flexíveis. Tais unidades de estudo, ao todo cinco, foram distribuídas na carga horária total e propostas como fóruns de discussão abertos a cada dez dias. Tinham os seguintes títulos: Fórum de ambientação e apresentação: O que esperamos cultivar? Fórum de discussão: O que temos cultivado? Conceito de fração, o que isso quer dizer? Diferentes significados do número racional: fragmentos de uma complexidade; Formar-se, entre o aprender e o ensinar; Avaliação e despedida.

Cada fórum trouxe uma imagem relacionada ao cultivo e uma poesia ou citação que provocasse tanto estranhamentos em relação ao conteúdo, quanto ao formar-se. Havia um ponto deflagrador dos formadores como um texto, imagem, parte de um documento curricular, etc., que advinha do evidenciado pelos professores como uma necessidade formativa de conteúdo (no caso as frações).

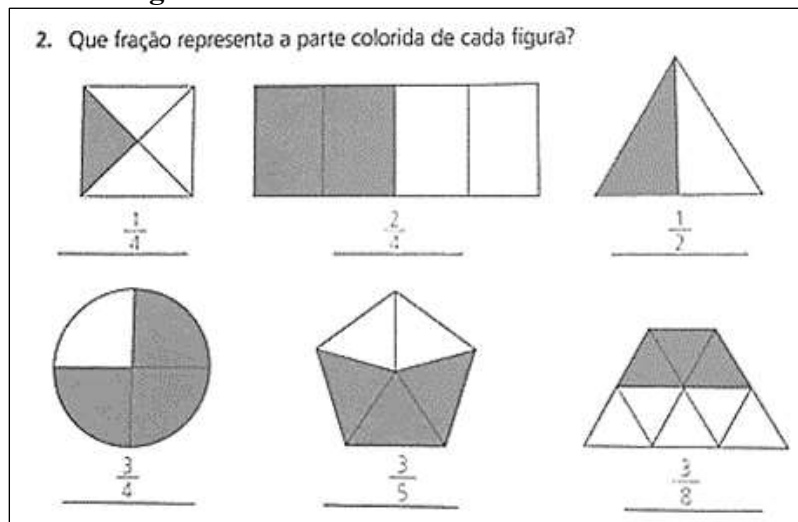
Neste texto apresentaremos apenas o movimento intencional da segunda unidade de estudo, especificamente “o fórum problematizador” em que propusemos aos professores em formação a resolução do problema desencadeador da história virtual do conceito de frações “Cordasmil” (MOURA, 2015).

1.1 Cordasmil

A opção por este problema surgiu da observação de dois aspectos centrais no ensino desse conteúdo escolar: o modo como comumente se inicia o ensino de frações com a apresentação de figuras geométricas pintadas e repartidas; e problematizar a fala recorrente dos professores participantes quanto ao que entendiam sobre “construção do conceito de frações”.

O primeiro aspecto, a apresentação da fração através das figuras geométricas repartidas e pintadas (que se resolve com dupla contagem) tem sido a abordagem predominante de frações nos anos iniciais e pode ser exemplificada na ilustração de um exercício comum em livros didáticos:

Figura 1 – Exercício de livro didático



Fonte: Youssef e Guelli (2017, p 119)

Sob a justificativa de um trabalho inicial com o significado de parte de um todo, este tipo de exercício apresenta algumas limitações bem marcantes e necessárias de serem discutidas, sendo uma delas a omissão do significado de medida. Segundo Vizcarra e Sallán (2005), a existência de um processo de medição neste tipo de exercício está oculta da escola, pois os seguintes fatos ocorrem:

- Omissão da magnitude utilizada. No enunciado das tarefas, geralmente é usada a magnitude da superfície, mas não há menção a ela porque a atividade é resolvida sem medir a quantidade de área de superfície, basta fazer duas contagens
- Unidade indefinida. O "todo" ou a unidade não precisa ser mostrado explicitamente. Por esse motivo, os números tendem a ser sobrepostos e claramente diferenciados de acordo com o atributo de cor, para que o aluno não precise reconhecer a unidade para resolver a tarefa.
- Irrelevância de quantidades iguais de magnitude. O aluno deve reconhecer o número de regiões que compõem duas figuras planas, mas a ênfase é colocada na cardinalidade, não na igualdade das superfícies das regiões que aparecem no fracionamento.
- O sentido do número natural é reforçado. A resposta à tarefa é alcançada por dupla contagem e, portanto, o aluno não vê a necessidade de introduzir nenhuma estrutura numérica superior à do número natural.
- A fração não possui o status numérico. Antes da escola, a fração aparece como a relação simbólica entre dois números naturais, mas, para essa escola, a expressão simbólica não possui a entidade numérica porque a entende como uma situação descritiva.
- Promove a aprendizagem passiva. A relação entre a parte e o todo apresenta uma situação estática entre quantidades de superfície; não há situação problemática porque a tarefa está perfeitamente preparada para garantir o sucesso dos alunos. (VIZCARRA, SALLÁN, 2005, p.19-20, tradução nossa)

Outro problema que se revela nesta abordagem é a consideração apenas do aspecto discreto. Segundo Brolezzi (1996) discreto e contínuo se referem a ações básicas na elaboração matemática, contar e medir.

Em geral, no trabalho com frações, faz-se referência à continuidade de formas geométricas, como círculos e retângulos, dos quais se extraem imagens que auxiliam a dar significado aos ‘números quebrados’. Mas o verdadeiro significado de número racional, composto pelas ideias de divisão e de razão, só pode ser atingido por um trabalho que leve em consideração o duplo aspecto, discreto e contínuo, dos números (BROLEZZI, 1996, p. 3).

Também, segundo o autor, há três vertentes das quais surge o número racional: frações unitárias egípcias (como parte de um todo); representação de números quebrados (Mesopotâmia) e noção de razão grega (incomensuráveis). Disto, Brolezzi (1996) propõe ser necessário três componentes fundamentais no ensino de frações: Tomar uma parte de um todo (compreendendo que a ideia subjacente é discreta na medida em que se compara partes de um todo); dividir um número inteiro por outro e comparar duas grandezas. Ressalta ainda que tal abordagem pedagógica necessita de um trabalho que trate deste “nó conceitual” considerando o discreto e o contínuo, ponderando que a continuidade está na base histórica dos números fracionários.

Na mesma direção, trazemos a segunda perspectiva de escolha do Cordasmil como problema desencadeador de discussões no fórum problematizador, qual seja, a necessidade de despertar nos professores em formação um estranhamento acerca do que queriam dizer quando expressavam sua busca por um ensino que propiciasse a “construção do conceito de frações”. Nossa intencionalidade esteve voltada em lançar aos professores uma situação em que fosse possível vivenciar a necessidade conceitual.

Encontramos esta possibilidade com o problema virtual Cordasmil, por ele trazer consigo o movimento lógico-histórico do conceito de frações, ou seja, o par lógico-histórico foi tomado como critério para a organização desta situação desencadeadora de aprendizagem, considerando que

O lógico reflete não só a história do próprio objeto como também a história do seu conhecimento. Daí a unidade entre o lógico e o histórico, ser premissa necessária para a compreensão do processo de movimento do pensamento, da criação da teoria científica. À base do conhecimento dialético do histórico e do lógico resolve-se o problema da correlação entre o pensamento individual e o social; em seu desenvolvimento intelectual individual o homem repete em forma resumida toda a história do pensamento humano. A unidade entre o lógico e o histórico é premissa metodológica indispensável na solução de problemas de inter-relação do conhecimento e da estrutura do objeto e conhecimento da história de seu desenvolvimento (KOPNIN, 1978, p.186).

Também a lógica dialética foi tomada como base e para a sistematização do conhecimento de frações tendo em vista a apropriação do conceito, como em Santos (2017), que desenvolveu o Cordasmil matematicamente com base na proposição davydoviana de ensino.

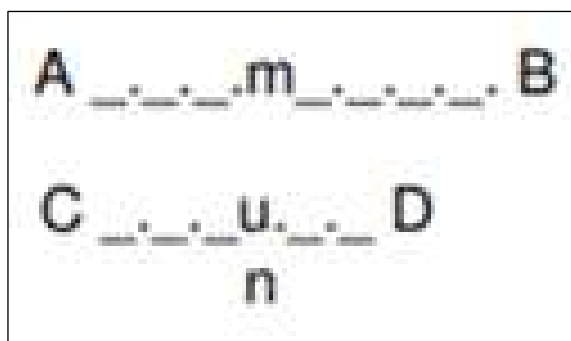
Do ponto de vista histórico, considerando que as frações tiveram sua origem na divisão de grandezas, tal como explicita Bento Jesus de Caraça (repartição das terras entre os egípcios) e o problema gerado pela necessidade de medição para expressar o controle de quantidades contínuas:

É, portanto, necessário: estabelecer um estalão único de comparação para todas as grandezas da mesma espécie; esse estalão chama-se unidade de medida da grandeza de que se trata [...] há, portanto, no problema da medida, três fases e três aspectos distintos- escolha da unidade; comparação com a unidade; expressão do resultado dessa comparação por um número (CARAÇA, 2003, p. 30).

No entanto, ao expressar o resultado de uma comparação com um número, o autor alerta sobre a dificuldade em relação ao aspecto aritmético, qual seja, subdividirmos uma unidade em n partes iguais, de tal modo que uma dessas partes caiba m vezes na grandeza a medir. O problema aparece quando m não seja divisível por n , impossibilitando a divisão e requisitando a necessidade da criação de um novo campo numérico:

Satisfaz-se a estes requisitos dando a seguinte definição. Sejam, fig. 3, os dois segmentos de recta e AB e CD , em cada um dos quais se contém um número inteiro de vezes o segmento u . AB contém m vezes e CD contém n vezes o segmento u . Diz-se, por definição, que a medida do segmento AB , tomando CD como unidade, é o número m/n e escreve-se $AB = m/n$. CD , quaisquer que sejam os números inteiros m e n (n não é nulo); se m for divisível por n , o número m/n coincide com o número inteiro que é quociente da divisão; se m não for divisível por n , o número diz-se fraccionário (CARAÇA, 2003, p. 35).

Figura 2 – Segmentos



Fonte: Caraça (2003, p. 35)

A necessidade da criação do novo campo numérico, denominado pelo autor de fracionário, expõe a perspectiva lógico-histórica, na medida em que, ao se resolver o problema é possível perceber como os números racionais surgem em resposta à necessidade de comparar grandezas, quando contar não foi suficiente para responder à questão de quantas vezes uma grandeza era maior que outra. Surge o impasse nas situações em que a grandeza tomada como referência não “cabe” num número exato de vezes no que está se medindo, a busca para solucionar este problema, chega, depois de um longo processo, na simples divisão indicada (antes considerada impossível) e passa a ser possível como a representação de um

novo tipo de número, que expressa o resultado da divisão e que por conseguinte origina o conjunto dos números racionais.

Compreendemos o movimento lógico-histórico se configurando enquanto perspectiva didática (SOUSA, 2018), e neste sentido o problema desencadeador pode mobilizar o pensamento teórico, suscitando o processo de significação uma vez que quem o resolver individualmente ou coletivamente, em certa medida, “revive” não apenas a circunstância geradora da necessidade humana de medir e não ter um modo de expressá-la continuamente, mas “sente” o movimento de gênese que faz parte do desenvolvimento do próprio conhecer humano, possibilitando a compreensão da definição formal matemática de número racional.

Assim, em concordância com Panossian, Moretti e Souza (2017), compreendemos o movimento lógico-histórico como um dos princípios para o reconhecimento da relevância de um determinado conceito como objeto de ensino, e encontramos a possibilidade de realizar este movimento, vivenciando com professores, o problema desencadeador na história virtual Cordasmil. Na sequência descrevemos aspectos do percurso metodológico e de análise da experiência formativa.

2. Percurso metodológico

Como já explicitado anteriormente, neste artigo, apresentamos e analisamos apenas um fórum de estudo realizado no curso de extensão universitária “Entre ensinar e aprender: os números racionais em foco”. Tal fórum será apresentado como um episódio de um isolado (CARAÇA, 2003; MOURA, 2004; MORETTI, MARTINS, SOUZA, 2017) enquanto modo de proceder e instrumento para a análise de dados, como uma seção do vivenciado que preserva todos os fatores que, ao se interdependerem, sustentam a influência no fenômeno a estudar. Compreendendo que

O fato de o isolado ser uma seção da realidade comporta, segundo Caraça, certa margem de erro, pois afasta uma parte do resto da realidade, o que necessariamente vai influir no resultado do estudo. Cabe, então, ao observador, a escolha do isolado que conserve todos os fatores que, ao se interdependerem, têm influência marcante no fenômeno a estudar. Mas, como lembra esse autor, a história está cheia de exemplos de que nem sempre é possível determinar com precisão esses fatores. Em dado momento, em que se está analisando um fenômeno ou na realização de uma ação, surge um fato inesperado. É esse inesperado o indicio de que o isolado não foi convenientemente determinado, pois algum fator dominante não foi considerado. O surgimento do inesperado torna-se, assim, um fator que contribui para o desenvolvimento da ciência (MOURA, 2004, p. 267).

Nesta perspectiva, o isolado como um modo de proceder metodológico, contém as características do todo trazendo em si uma rede de elementos interdependentes que

compõem o todo. Já o episódio é compreendido como uma unidade das ações que podem revelar aspectos do processo formativo dos envolvidos, e “são produzidos como um conjunto de cenas selecionadas entre os dados levantados” (MORETTI, MARTINS, SOUZA, 2017, p. 50). Neste sentido,

Os episódios revelam a natureza e qualidade das ações em um isolado. Quanto à natureza, podemos destacar se qualidades trata de conceito. De modos de ação, de valores, de conhecimento estratégico (organização do trabalho coletivo e das relações de trabalho, criação de atividades desencadeadoras de aprendizagem), ou se é apenas conhecimento prático. Quanto à qualidade, os episódios poderão revelar se podem tratar de ações coordenadas pelos motivos individuais ou coletivos, se visam à concretização da atividade ou feitos sem vínculo com os motivos dessas ações, se articulam análise e síntese na avaliação das ações (MOURA, 2004, p. 274).

Assim, nos amparando em Moura (2004) e Moretti, Martins e Souza (2017) utilizamos o conceito de isolado para análise de processos formativos e episódios representados pelas frases escritas dos participantes como possibilidade metodológica para revelar aspectos constitutivos de elementos que desencadeiam o pensamento teórico dos participantes.

Consideramos o curso realizado, do ponto de vista metodológico, como um isolado no qual pesquisamos a formação de professores que ensinam matemática e o “Fórum Problematizador Cordasmil” como um episódio deste isolado, ou seja, neste caso utilizamos este isolado enquanto método e instrumento para o tratamento dos dados da pesquisa, considerando-o o conjunto interdependente de situações vivenciadas.

Assim, ao propormos, o tratamento dos dados a partir do conceito de isolado, no episódio “Fórum Problematizador Cordasmil” intencionamos um modo de investigar as mobilizações de resoluções dos professores em formação e suas apropriações do conceito de frações tendo o problema desencadeador proposto como um episódio do isolado “Entre ensinar e aprender: os números racionais em foco”.

Para tanto, apresentamos a proposta e as postagens na íntegra dos professores que participaram do referido fórum. Os professores participantes foram denominados pela letra P e número conforme a ordem de sua interação no fórum. Como a proposta foi aberta, houve uma diversidade de modos de expressar a resolução, que também mantivemos conforme o ocorrido, usando imagens e textos copiados e colados do fórum.

O critério de apresentação da sequência das resoluções e suas respectivas análises foram guiadas por reflexões teóricas sobre o movimento conceitual de fração visando mostrar dimensões possíveis do desenvolvimento do pensamento teórico dos professores participantes em meio às suas resoluções. Para isto, nos amparamos em Santos (2017), que

resolveu o problema partindo do empírico, seguindo três etapas: concreto (caótico), modelação objetal, gráfica e literal e a ascensão do abstrato ao concreto. Também este foi o movimento analítico empreendido em meio às resoluções dos professores.

2.1 Apresentando os dados/resultados

Na sequência apresentamos a proposta, tal como foi postada no moodle e as resoluções dos professores seguindo a dinâmica analítica apresentada.

Quadro 1 – Proposta para os professores em forma de fórum no moodle

História Virtual do conceito de fração (MOURA, 2015)

Cordasmil é um estirador de cordas encarregado pelo Faraó para medir os terrenos que foram distribuídos aos súditos para o cultivo às margens do rio Nilo. Ele mede apenas a lateral dos terrenos, pois a medida de frente que corresponde à margem do rio é fixa. O que lhe interessa mesmo é o quanto o Nilo tem de terra cultivável às suas margens, pois os impostos serão cobrados tendo em vista esta porção de terra. Ao medir a lateral do terreno de Unopapiro, o estirador contou n cordas inteiras, mas percebeu que sobrava um tanto dessa lateral em que não cabia uma corda inteira. Sabendo que o Faraó exigirá uma representação da medida do terreno de Unopapiro, de que modo deverá proceder Cordasmil para transmitir ao Faraó a dimensão da lateral do terreno medido?

Como proceder para representar a parte que não é uma corda inteira?

Qual sua proposta para Cordasmil resolver este problema?

Faça uma representação de uma situação que possa ter sido vivenciada por Cordasmil e ilustre a sua solução.

Fonte: Elaboração pelas autoras

P3 e P4 não propuseram soluções, analisaram a proposta do ponto de vista didático e suas possibilidades de múltiplas respostas.

Quadro 2 – Descrição das interações dos professores no fórum

P3: Olá, pessoal! Penso que nesta questão podemos ter diversas respostas, pois tudo dependerá da unidade de medida que adotarmos e quais subdivisões iremos utilizar para resolver a parte faltante da medida do rio, ou seja está sendo construído o conceito de fração. Aqui vejo, que está sendo criado uma situação-problema que pode ser construída no chão na sala de aula e levar os alunos a resolverem (entregar cordas por exemplo) de forma prática. Grande abraço a todos!

P4: Olá, entendo que a situação proposta, abre para várias respostas/possibilidades, assim seria interessante a representação em sala de aula, para que com o manuseio dos materiais, (no caso corda), os alunos visualizem e concretizem o experimento. Em sala realizamos uma atividade semelhante para medir a sua área, primeiro usamos passos, posteriormente uma trena. E finalizamos com a planta baixa de um ambiente, a escolha dos alunos, de suas respectivas casas, cada aluno fez o seu desenho com as medidas correspondentes.


Fonte: Trechos das postagens dos professores participantes do curso de extensão universitária “Entre ensinar e aprender: os números racionais em foco” UTFPR/Curitiba, 2019.

Identificaram a potencialidade de realização da proposta com os estudantes, principalmente relacionado à sua possibilidade de utilização de materiais e ser “prática”. Também percebemos em P4 a articulação da proposta com outro estudo que seria o de medidas.

Na sequência P5 usou medida padrão, mas não existia no contexto do problema, numa espécie de “fuga didática”, uma vez que o objetivo do problema era justamente lidar

com a impossibilidade de expressar a medida de qualquer “tamanho” com qualquer que fosse a unidade utilizada para comparar.

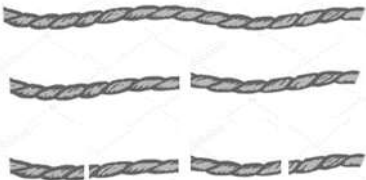
Quadro 3 – Descrição das interações dos professores no fórum

<p>P5: Olá! Eu marcaria a corda com "nó" ou "tinta" a cada metro, ou unidade de medida utilizada na época. Assim ele poderia medir o restante. Existe outra forma que não lembro direito. Ele poderia usar a corda e marcar o chão, depois pegar o final do terreno e medir no sentido contrário. Daí a diferença que faltava a ser medida, era transferida para o meio, facilitando a medição deste espaço.</p>	 <p>O diagrama mostra uma representação simplificada de um rio. No topo, há uma faixa cinza com o texto 'Rio' em negrito. Abaixo dela, uma linha horizontal contém seis pontos pretos espaçados uniformemente. Abaixo da linha, há uma área cinza escura que representa o leito do rio.</p>
--	---

Fonte: Trechos das postagens dos professores participantes do curso de extensão universitária “Entre ensinar e aprender: os números racionais em foco” UTFPR/Curitiba, 2019.

Na mesma direção de “descomplicar” o problema, P8 e P11 dariam a corda cortada, o que seria uma forma de transformar a questão em um exercício com uma única resposta para todos que o resolvessem, o que inviabilizaria discussões posteriores sobre a necessidade de se criar modos de expressar comparação entre grandezas de uma maneira padronizada.

Quadro 4 – Descrição das interações dos professores no fórum

<p>P8: Para os alunos que trabalho (Ensino Fundamental I - Séries Iniciais), utilizaria materiais concretos, barbantes ou desenhos de cordas, cortados em tamanhos iguais (ao meio e em 4 partes), para que pudessem medir os tamanhos e perceber que possuem o mesmo comprimento de uma corda inteira. Utilizaria uma caixa de sapato com o desenho do rio para que medissem, com o barbante ou desenho, a quantidade de corda necessária para calcular o terreno.</p>	 <p>Três cordas de barbante são mostradas horizontalmente. A primeira corda está intacta. A segunda corda está cortada ao meio. A terceira corda está cortada em quatro partes iguais.</p>
<p>P11: Imaginando estudantes de 9 anos eu faria uma representação de um dos terrenos em papelão, e disponibilizaria barbantes de mesma medida aos alunos, depois que eles percebessem o problema na medição eu entregaria mais barbantes do mesmo tamanho mas com subdivisões a tinta (em terços, quartos, quintos) e depois pediria que explicassem o que fizeram. Acho importante fazer uma discussão sobre a régua numerada após a atividade, já que ela traz consigo a mesma função. É muito difícil chegar numa resolução do problema apenas com a corda, entretanto, se eu fosse cordasmil mediria o que sobrou do terreno e marcaria na corda. Então buscaria uma forma de dividir a corda em que aquele pedaço fosse um múltiplo (penso isso manualmente, já que não haviam medidas intermediárias estabelecidas).</p>	

Fonte: Trechos das postagens dos professores participantes do curso de extensão universitária “Entre ensinar e aprender: os números racionais em foco” UTFPR/Curitiba, 2019.

Destacamos a importância dada pelos professores à utilização de materiais concretos. A ênfase e a busca constante por atividades de construção, manipulação, observação, etc., de materiais “concretos”, “uma excessiva preocupação com materiais didáticos, como se fossem o ‘santo milagroso’ o fetiche - capaz de solucionar os problemas do ensino da Matemática” (DUARTE, MATOS, SILVA, 2019, p. 15). De modo que se espera que, apenas a manipulação do concreto pelo estudante conduza-o à construção do conhecimento,

revelando-se a crença de que esse tipo de manipulação fará a superação das dificuldades em relação à apreensão dos conceitos matemáticos, evidenciando, segundo autores supracitados, a decorrência de uma reflexão acrítica que não auxilia na apropriação conceitual.

Já P9, propõe uma resolução que seria aceitável ao problema, entretanto, acabaria com a possibilidade de vivenciar a necessidade do surgimento de um novo campo numérico, ao mesmo tempo em que, só se poderia resolver estes tipos de problemas com apoio de materiais. Permanecendo ainda em falta um modo de expressar isso, seja por meio da linguagem ou de símbolos, tal como apresentado também por P16 que usaria o que sobrou da corda como uma nova unidade de medida e, por P19, que usaria outro objeto para ter como referência de um padrão de unidade.

Quadro 5– Descrição das interações dos professores no fórum

<p>P9: Vivenciei uma situação similar a esta com professores dos primeiros anos também. Minha sugestão é que o pedaço que "sobrou" seja a medida unitária para medir o terreno, ou seja, a medida do terreno são tantas vezes essa medida. Aguardo sugestões, Bons estudos!</p>
<p>P16: Para representar a parte que não é uma corda inteira eu verificaria quantas vezes o pedaço que não é corda inteira caberia na corda.</p>
<p>P19: Para medir a lateral do rio usando a corda é muito fácil, porém, é preciso definir um padrão para o tamanho da corda, sem um padrão será muito difícil medir esse rio usando simplesmente uma corda, pois essa corda pode ser infinita. Por exemplo cada corda mede 1 metro, então eu teria 5,25 m, entretanto nessa época ele não conheciam essa unidade de medida, então usaria qualquer objeto que trouxesse referência de tamanho, por exemplo usaria o tamanho de uma árvore como referência e dividiria em 4 partes iguais, a medida seria 5 árvores inteira e 1/4.</p>

Fonte: Trechos das postagens dos professores participantes do curso de extensão universitária “Entre ensinar e aprender: os números racionais em foco” UTFPR/Curitiba, 2019.

Avançando nas tentativas de resolução, P23 expressou apenas a comparação de tamanho:

Quadro 6 – Descrição das interações dos professores no fórum

<p>P23: Eu representaria desta forma. Mas não encontrei uma solução. Apenas concluí que não consigo mensurar com as n cordas.</p>	
---	--

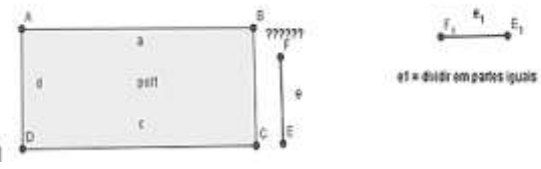
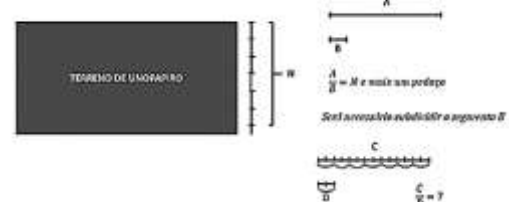

Fonte: Trechos das postagens dos professores participantes do curso de extensão universitária “Entre ensinar e aprender: os números racionais em foco” UTFPR/Curitiba, 2019.

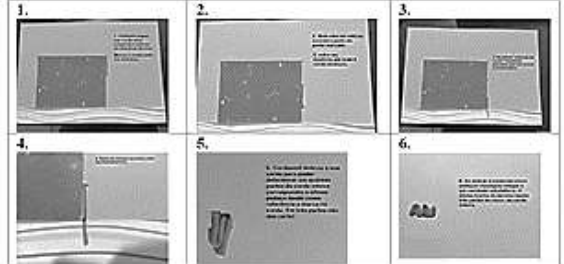


O que representa um primeiro passo para movimentar o pensamento teórico. A comparação, tal como já mencionamos em Caraça (2003), é o momento que surge o impasse ao subdividir uma unidade em n partes iguais, de tal modo que uma dessas partes caiba m

vezes na grandeza a medir, ou seja, o problema aparece quando m não é divisível por n , requisitando a necessidade da criação de um novo campo numérico.

Todos os outros professores, mesmo que de modos diferentes, fizeram a medição. A primeira ação foi a de encontrar um modo de medir, uma vez que a unidade de medida básica não cabia um número inteiro de vezes na grandeza a ser medida. Dividiram a “corda” que seria a medida inteira para determinar uma medida intermediária. Três são os elementos dessa primeira ação: unidade (uma corda inteira), uma parte da unidade (pedaço da corda, uma fração da unidade de medida inicial) e a grandeza a ser mensurada (lateral do terreno):

Quadro 7– Descrição das interações dos professores no fórum

<p>P1: Na minha interpretação, vejo que é possível encontrarmos diferentes respostas nesta questão (dependendo da unidade, referencial adotado), pois, está sendo construído o conceito de fração, por meio de uma situação-problema. Para exemplificar meu pensamento irei colocar em anexo a imagem.</p>	
<p>P2: Considero que a situação colocada abre muitas possibilidades, por isso utiliza-se representação algébrica. [...] segue minha interpretação e possível resposta.</p>	
<p>P14: Segue minha contribuição. Vejo múltiplas possibilidades, mas didaticamente acredito que o processo de descrição dos dados a partir da situação problema é o primeiro passo para a tentativa de resolução.</p>	
<p>P15: Para representar a parte que não é uma corda inteira, Cordasmil poderia fazer um nó na parte da corda em que se termina a lateral do terreno. Levando essa problematização para sala de aula, pode-se distribuir para cada aluno folhas de diversos tamanhos, simbolizando o terreno. Cada aluno medirá a lateral do seu terreno utilizando palitos de fósforo, simbolizando a corda. (devendo quebrar o palitinho quando se fizer necessário na medida do seu terreno). Outras formas dos alunos vivenciarem a atividade de Cordasmil, é medindo por passos o tamanho da quadra da escola, ou por palmos o tamanho da lousa da sala e até mesmo com barbante a sua própria carteira.</p>	
<p>P17: A intenção é que os alunos percebam a necessidade de representar medida que não corresponda a corda inteira, assim é interessante que a diversidade de propostas seja considerada, desde subdivisões na forma da vontade do proponente (a corda como todo e partes impostas segundo alguma lógica de comparação) até possibilidades de comparação entre o todo (corda) e a medida parcial (a parte que pode caber tantas vezes no todo). Cabe ressaltar a não existência de uma única resposta correta, mas sim caminhos de acordo com a vivência de cada sujeito. É possível instigar os alunos para que busquem uma resposta que contemple as proposições diversas da sala, assim em equipe podem os mesmos gerar um sistema de medida. Tal sistema de medida pode operar por regularidades de meio em meio, terço em terço, quarto em quarto, uma infinidade de possibilidades</p>	

<p>P20: Procurei ilustrar a solução do problema do Cordasmil. Claro que não há precisão nas proporções, mas o que vale é o raciocínio. Também não usei números de propósito, fazendo de conta que os números racionais ainda não haviam sido criados¹.</p>	
<p>P21: Cordasmil usará uma quantidade finita de cordas inteiras (n cordas) e um pedaço de uma corda, ou seja, uma fração de uma corda. Se considerarmos "n" como número finito de cordas inteiras e "x" um número natural diferente de zero como a quantidade de partes em que a corda foi dividida, então Cordasmil usou $1/x$ de uma corda. Logo, Cordasmil pode transmitir ao Faraó que o terreno tem $n+1/x$ cordas de dimensão lateral.</p>	
<p>P26: teria que medir a parte restante e ver quantas partes da corda inteira foi usada e assim em vez de usada a totalidade da medida da corda dividi-la em partes e usar como nova unidade de medida.</p>	
<p>P29: Como alguns de meus colegas já colocaram, dividiria a corda utilizando uma unidade padrão de medida. A seguir, verificaria como o pedaço restante caberia dentro da unidade de medida escolhida buscando dividi-la em partes iguais visando descobrir que fração da unidade poderemos obter. No caso representado em anexo $3/4$.</p>	

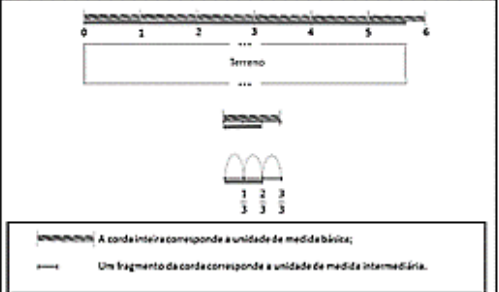
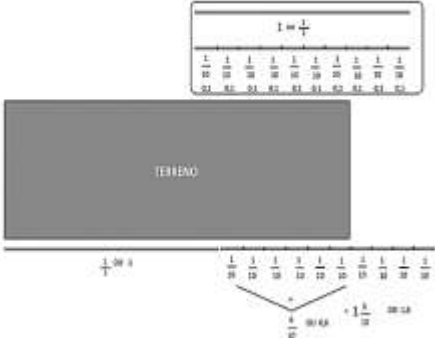
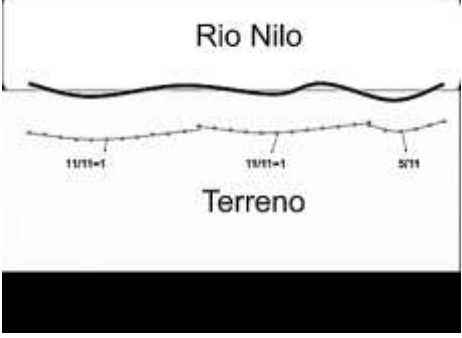
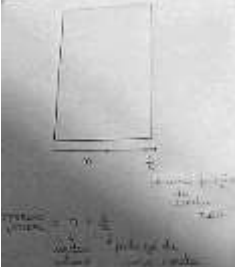
Fonte: Trechos das postagens dos professores participantes do curso de extensão universitária “Entre ensinar e aprender: os números racionais em foco” UTFPR/Curitiba, 2019.

Na sequência de suas resoluções, alguns professores apresentaram a relação de multiplicidade e divisibilidade entre as grandezas em tela, tal relação foi expressa numérica e algebricamente em forma fracionária como solução ao problema. Também o fizeram de modo explicativo, utilizando exemplos:

Quadro 8 – Descrição das interações dos professores no fórum

<p>P10: Para representar a situação utilizei o Geogebra, realizando a divisão da unidade de medida em partes (no exemplo 3 partes). A atividade é realmente muito enriquecedora para o desenvolvimento do conhecimento de frações.</p>
<p>P12: Eu pensei em fazer da mesma forma: usar o pedaço que faltou como unidade de medida e verificar quantas vezes cabe dentro do todo. Se necessário fosse, dividiria esse segmento menor em $1/2$, $1/3$, $1/4$ etc.</p>
<p>P18: Eu dividiria a corda até ficar no tamanho que sobrou do terreno... imaginando que a corda seria dividida em duas partes, poderia dizer que foram usadas 6 cordas inteiras mais meia corda, por exemplo. Pensando no comprimento todo usando "metades" da corda, seriam 13 metades (usei números fictícios, para exemplo).</p>

¹ Escritas em cada figura pela P20: 1. Cordasmil pegou sua corda mais comprida e esticou na lateral do terreno. Marcou o ponto onde ela alcançou; 2. Mais uma vez esticou a corda a partir do ponto marcado. E outra vez sinalizou até onde a corda alcançou; 3. Na última “esticada da corda” Cordasmil percebeu que não ia usar a corda inteira; 4. Desta vez marcou na corda, onde alcançava o rio; 5. Cordasmil dobrou a sua corda para poder determinar em quantas partes da corda inteira correspondia o último pedaço tendo como referência a marca na corda. Em três partes não deu certo! 6. Ao dobrar a corda em cinco pedaços conseguiu chegar a um resultado satisfatório. O último trecho do terreno media três partes de cinco da corda inteira.

<p>Em sala de aula é muito importante realizar essa atividade com materiais concretos e extremamente necessário que seja desenvolvida em grupos, pois a discussão da problematização, nesse caso, vale mais que chegar em um resultado propriamente dito, já que essa situação pode apresentar variados números.</p>	
<p>P22: Eu resolveria da seguinte maneira, marcaria no chão quantas cordas inteiras coubessem na lateral e a parte que sobrou marcaria na corda com um nó, aí iria ver o quanto essa parte do todo representaria na corda um meio, um terço, um quarto e assim por diante. E Cordasmil daria a resposta ao rei usando as frações mistas para representar ex: $3 \frac{1}{3}$, $2 \frac{1}{4}$.</p>	
<p>P24: A forma de resolução se dará da maneira que o professor deseja trabalhar em sala de aula. O mais adequado seria a utilização de materiais concretos e reais para as crianças, dividindo-as em grupos e dando o desafio a elas. As possibilidades são diversas, como podemos ver aqui no fórum, cada um com sua lógica e estratégia de ensino.</p>	 <p>Um diagrama que mostra uma corda dividida em unidades básicas (0 a 6) e unidades intermediárias (1/3, 2/3, 3/3). Abaixo, há uma legenda: 'A corda inteira corresponde a unidade de medida básica; Um fragmento da corda corresponde a unidade de medida intermediária.'</p>
<p>P27: Fazer nós na corda, dividindo-a em dez partes iguais, podendo ser trabalhados os conceitos de fração e números decimais.</p>	 <p>Um diagrama que mostra uma corda dividida em dez partes iguais, com uma escala de 0 a 10 e uma legenda: '1 = 1/10'.</p>
<p>P28: Cordasmil deve dividir a “corda medida” adotada dando nós na corda num número menor m de partes congruentes de tal forma que ele consiga contar quantas dessas partes preenchem a parte que sobra no final da medição do terreno. Segue uma imagem com a seguinte situação de Cordasmil: Mediu um terreno e notou que sobrava uma parte, por meio de tentativa e erro ele percebeu que se desse 12 nós na corda (de ponta a ponta) ele dividiria a corda em 11 partes congruentes e a parte que ficava faltando equivalia a apenas 5 partes daquelas. Então como ele deveria determinar a medida do comprimento do terreno para o Faraó? A resposta seria duas cordas inteiras mais $\frac{5}{11}$ de corda</p>	 <p>Um diagrama que mostra uma corda medida sobre um terreno, com uma escala de 1 a 11 e uma legenda: 'Rio Nilo' e 'Terreno'.</p>
<p>P13: Essa situação proposta abre várias respostas e possibilidades. É interessante a representação em sala de aula para que os alunos com o manuseio dos materiais possam compreender de modo significativo a resolução, a necessidade de subdividir a corda e determinar outra medida, a unidade de medida intermediária que é menor que a unidade de medida básica que dá origem ao conceito de fração.</p>	 <p>Uma imagem que mostra uma corda dividida em partes, com uma escala de 0 a 10 e uma legenda: '1 = 1/10'.</p>

Fonte: Trechos das postagens dos professores participantes do curso de extensão universitária “Entre ensinar e aprender: os números racionais em foco” UTFPR/Curitiba, 2019.

Por fim, P6 mostrou com uso de notação algébrica, a relação que poderia “servir” para qualquer processo de medição (considerando as restrições necessárias):

Quadro 9 – Descrição das interações dos professores no fórum

<p>P6: Além da resolução com um pedaço de corda, fazendo as subdivisões com nós (1/2, 1/4, 1/8 da corda ou 1/3, 1/6...) poderíamos explorar uma abordagem algébrica da situação exposta e sistematizá-la, como, por exemplo:</p> <p>n – corda inteira c – tamanho da corda p_c – partes da corda t_{pc} – total de partes da corda</p>	<p>Temos que:</p> $n \cdot c + \frac{p_c}{t_{pc}}$
---	--

Fonte: Trechos das postagens dos professores participantes do curso de extensão universitária “Entre ensinar e aprender: os números racionais em foco” UTFPR/Curitiba, 2019.

P6 expressa a medida da corda em função do total de unidades de medida intermediária, considerando o número total de cordas inteiras n, a unidade de medida intermediária p_c/t_{pc}, a constante c.

Ao darmos atenção ao conjunto das resoluções, percebemos como expressam momentos que podem ser encadeados e, em P6, temos o momento “final”, em que se revela o ponto de partida e o ponto de chegada, considerando o concreto como ponto de chegada, por meio do procedimento de ascensão do abstrato ao concreto.

Na especificidade da Matemática, o modelo gráfico é manifestação do modelo revelado durante o experimento objetual. O literal, por sua vez, é manifestação dos modelos gráficos e, conseqüentemente, também, do objetual. Desse modo, os modelos aparecem como meio de manifestação de outros e, em unidade, refletem a mesma relação universal. O concreto ponto de chegada resulta do movimento entre o geral, particular e singular, sustentado na relação universal. No trânsito de um modelo a outro, na superação da especificidade de um modelo durante sua conversão em outro mais abstrato, a relação interna, a universal, é mantida. Eis o objeto do pensamento teórico (SANTOS, 2017, p. 81-82).

No entanto, conforme Santos (2017), tal processo de alcançar o conhecimento em nível concreto como ponto de chegada (pensado), não é imediato, mas mediado pela sucessão de abstrações.

Assim compreendemos, com base nas resoluções dos professores participantes, como há dependências internas do conceito de fração que não são dadas pelas características visuais e imediatas, só pela observação, mas vão se revelando durante o processo de resolução a medida em que se analisa as relações de multiplicidade e divisibilidade entre as grandezas. Um movimento histórico na trajetória da dinâmica vivida com o objeto de um modo lógico, produzindo sua essência e simultaneamente a historicidade de seu desenvolvimento.

Em relação aos desdobramentos para o educar com Matemática, de um modo amplo, destacamos quatro dimensões formativas: prática, lógico-histórica, gnosiológica e filosófica.

A dimensão prática, nas expressões dos professores em formação, se revelou pela articulação do vivido no curso com o projetar-se na sala de aula. As reflexões indicaram diferentes aberturas ao ensino e aos modos de ensinar os números racionais, especialmente as frações. Como já mencionado, um dos objetivos do curso se referia à problematização do tratamento do ensino deste conteúdo iniciando com a relação entre parte e todo com o uso de superfícies planas pintadas, o que podemos considerar ter ocorrido.

A dimensão prática também revelou a iminência de mudanças, reflexões e novas aberturas ao ensino sendo movimentada pelo professor, ou seja, houve uma superação da noção de aplicação de recursos didáticos-metodológicos ou exercícios prontos em um entrelaçar-se ao curso à dinamicidade da prática.

a atividade de ensino é criação humana para desenvolver o modo humano de apropriação de conhecimentos necessários para inserir novos sujeitos em atividades coletivas que tenham por objetivo a satisfação de necessidades básicas, instrumentais e integrativas desenvolvidas historicamente. A relação essencial dessa atividade é o modo de se fazer humano na atividade de ensino (MOURA, ARAUJO, SERRÃO, 2018, p. 415).

A dimensão lógico-histórica, como uma das mais significativas aos professores participantes com o problema desencadeador da história virtual do Cordasmil, se revelou pelo tratamento conceitual em uma perspectiva constitutiva. Consideramos que os professores se deram conta da necessidade do estudo conceitual, bem como, o movimento lógico-histórico da gênese de um conceito é formativo na medida em que se percebe e se busca atualizar o sentido do conceito em seu movimento lógico-histórico.

Histórico, por sua vez, é referenciado não apenas pela produção, desenvolvimento e história do objeto, mas se refere a história na perspectiva dos modos como a humanidade o produziu, a história de seu acontecimento, sua gênese, que ao ser apropriado pelo pensamento humano, constituem o aspecto lógico.

[...] conter a gênese do conceito: explicitar as necessidades humanas que motivaram a sua criação, e como os homens mobilizaram-se para encontrar as soluções ou sínteses no movimento aqui já destacado, compreendido por lógico-histórico (MOURA *et al.*, 2017, p. 13).

Expressamos a dimensão gnosiológica como uma escolha pela impossibilidade de abordar o dito pelos professores com o devido aprofundamento epistemológico, bem como, o conhecimento compareceu de um modo genérico, mais voltado ao sentido de conhecer. E nessa dimensão o que se destacou foi a condição de conhecer como que carrega em si a coletividade, ou ainda o conhecer coletivo

O que queremos deixar claro é que a atividade deve manter uma dinâmica que permita a interação dos vários conhecimentos individuais com o objetivo de aprofundar cada vez mais os conceitos em jogo. Ela deverá permitir tornar coletivo

aqueles conhecimentos adquiridos pelos vários sujeitos em suas realidades sociais específicas, de modo que todos possam perceber o conhecimento como um bem comum e mais útil quando assumido coletivamente como conjunto de saberes que permite leitura e intervenção objetiva nas naturezas física e social (MOURA, 1997, p.04).

E por fim, pensamos a dimensão filosófica como a que nos trouxe à cena a percepção da provisoriedade, da incerteza da certeza, da dialética prática e modos de organizar o ensino, que requerem reflexões para além das vivenciadas, mas as que ainda ficam em condição de vir a ser e que dão sentido ao que é mais próprio ao professor, formar-se.

3. Considerações finais

Ao retomarmos a proposta de discutir como o problema desencadeador da história virtual Cordasmil mobilizou resoluções dos professores em formação e seus desdobramentos para educar com a Matemática, compreendemos, com base nas análises realizadas, que foram mobilizadas resoluções dos professores revelando relações de multiplicidade e divisibilidade entre as grandezas na trajetória dos movimentos vividos com o objeto (frações) de um modo lógico, produzindo sua essência e simultaneamente a historicidade de seu desenvolvimento. Características que compreendemos constituintes de um processo formativo voltado ao educar com a matemática formando-se, que se mostrou por quatro dimensões formativas: prática, lógico-histórica, gnosiológica e filosófica.

Consideramos o formar-se em um sentido restrito, com apoio de ações institucionalizadas, como o curso que apresentamos e o formar-se com os pares e com os estudantes em um sentido amplo de formar-se pessoas, que como seres de natureza social que se caracterizam em sociedade imersos na cultura criada e acumulada na humanidade, se apropriam e transmitem as aquisições culturais no movimento histórico conduzido pela educação.

Neste modo de compreender, a Matemática é considerada como produto da atividade humana e se constitui no desenvolvimento de solução de problemas criados nas interações que produzem o modo humano de viver socialmente num determinado tempo e contexto. De modo que os saberes matemáticos têm significados culturais e se constituem historicamente em instrumentos simbólicos. Ao serem considerados como instrumentos determinam um modo de uso social e isto requer aprendizagem. Assim, aprender e ensinar Matemática faz parte de uma dinâmica de produção cultural:

Assumir a dimensão lógico-histórica do conhecimento matemático pressupõe, na perspectiva do ensino que promove o desenvolvimento, organizar o ensino de forma que a experiência social da humanidade, objetivada nas significações aritméticas, algébricas e geométricas, possa ser apropriada pelo estudante. Como

Moura (2007) assinala, a matemática, como uma ferramenta simbólica, foi criada por homens e mulheres para satisfazer, inicialmente, necessidades instrumentais e integrativas, como uma resposta à necessidade humana de controlar grandezas; nos conceitos matemáticos está objetivada a experiência social da humanidade. Considerar a perspectiva lógico-histórica na organização do ensino de matemática significa superar uma perspectiva utilitarista do conceito, marcada, sobretudo, pelo seu aspecto operacional, para considerar o processo humano de criação (MOURA, ARAUJO, SERRÃO, 2018, p. 427).

Daí a importância de se pensar que educar com Matemática requer a preocupação com os conceitos, não como simples apropriações de objetos matemáticos aos quais se fará uso em outros contextos escolares ou na vida, mas compreendendo-os como parte da dinâmica de produção histórico cultural, como um bem cultural gerado pela necessidade da criação de modos de relação com os objetos e fenômenos do mundo que nos rodeia e que ampliem as capacidades e compreensões humanas, que formem e que possibilitem às pessoas formarem-se.

Assim, destacamos a experiência formativa vivenciada com professores que ensinam matemática enquanto modos de refletirmos entre pares, considerando tal ação como uma via aberta à disponibilidade e ao acolhimento docente quando nos envolvemos em modos de formar e formar-se não apenas como formas pré-definidas a orientarem nossas ações, mas como posturas e atitudes formativas em que as ações experienciadas e realizadas por nós também configuram diferentes formas de formar e de nos formarmos professores que educam com matemática.

Referências

- BROLEZZI, A. C. **A Tensão entre o Discreto e Contínuo na História da Matemática e no Ensino da Matemática**. 1996. 96f. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade de São Paulo, São Paulo, 1996.
- CARAÇA, B. de J. **Conceitos fundamentais da matemática**. 5. ed. Lisboa: Gradiva, 2003.
- CRESTANI, S. **Organização do ensino de matemática na perspectiva do desenvolvimento do pensamento teórico: uma reflexão a partir do conceito de divisão**. 2016. 125f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade do Sul de Santa Catarina, Tubarão, 2016. Disponível em: https://repositorio.animaeducacao.com.br/bitstream/ANIMA/3520/1/111291_Sandra.pdf. Acesso em: 10 ago. 2021.
- DUARTE, W. E.; MATOS, F. C.; SILVA, R. (Org.). O Uso Dos Materiais Manipuláveis e Suas Perspectivas na Atividade Matemática. In: **Anais do XII Encontro Paraense de Educação Matemática**. (pp. 1-93). Belém: Sociedade Brasileira de Educação Matemática - SBEM, 2019. Disponível em: <http://www.sbempara.com.br/files/MC6.pdf>. Acesso em: 21 jun. 2021.
- FONTES, M. S. **Experimento didático desenvolvimental em matemática no contexto do curso de pedagogia**, 2019. 127f. Dissertação (mestrado em Educação) - Universidade

- do Sul de Catarina, Tubarão. (2019). Disponível em: https://repositorio.animaeducacao.com.br/bitstream/ANIMA/15235/1/139_Mariana%20Oda%20Silva%20Fontes.pdf. Acesso em: 23 jun. 2021.
- GALDINO, A. P. S. **O conhecimento matemático de estudantes do 3º ano do ensino fundamental sobre o conceito de multiplicação**: um estudo com base na teoria histórico cultural. 2016. 112f. Dissertação (mestrado em Educação) - Universidade do Sul de Catarina, Tubarão. (2016). Disponível em: https://repositorio.animaeducacao.com.br/bitstream/ANIMA/3532/1/111436_Ana.pdf. Acesso em: 11 jun. 2021.
- ISIDORO, L. C. do N. **Modo de organização do ensino desenvolvimental de fração**: o conhecimento revelado por acadêmicas de pedagogia. 2019. 109f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade do Sul de Santa Catarina, Tubarão, 2019. Disponível em: <https://repositorio.animaeducacao.com.br/handle/ANIMA/3515>. Acesso em 14 ago. 2021.
- KOPNIN, P. V. **A dialética como lógica e teoria do conhecimento**. Tradução Paulo Bezerra. Rio de Janeiro: Civilização Brasileira, 1978.
- MATOS, C. F. **Modo de organização do ensino de matemática em cursos de pedagogia**: uma reflexão a partir dos fundamentos da teoria histórico-cultural. 2017. 189f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade do Sul de Santa Catarina, Tubarão, 2017. Disponível em: <https://repositorio.animaeducacao.com.br/handle/ANIMA/3501>. Acesso em 14 ago. 2021.
- MOCROSKY, L. F. *et al.* Frações na Formação Continuada de Professoras dos Anos Iniciais: fragmentos de uma complexidade. **Bolema**, Rio Claro, v. 33, n. 65, p. 1444-463, dez. 2019.
- MORETTI, V. D.; MARTINS, E.; SOUZA, F. D. Método Histórico-Dialético, Teoria Histórico-Cultural e Educação: Algumas apropriações em pesquisas sobre formação de professores que ensinam matemática. In: MORETTI, V. D.; CEDRO, W. L. (Org.). **Educação Matemática e a Teoria Histórico-Cultural**: um Olhar sobre as Pesquisas (pp. 25-59). Campinas: Mercado de Letras, 2017.
- MOURA, M. O. de. A Atividade de Ensino como Unidade Formadora. **Bolema**, Rio Claro, v. 11, n. 12, p. 1-12, 1997.
- MOURA, M. O. de. **Números racionais**. [S.I.], 2015. Documento powerpoint. Disponível em: <https://disciplinas.stoa.usp.br/mod/resource/view.php?id=155570>. Acesso em: 10 maio. 2021.
- MOURA, M. O. de. Pesquisa colaborativa: um foco na ação formadora. In: BARBOSA, R. L. L. (org.) **Trajetórias e perspectivas da formação de educadores**. São Paulo: Editora Unesp, 2004. s.p.
- MOURA, M. O. de. Saberes Pedagógicos e Saberes Específicos: desafios para o ensino de Matemática. In: ENCONTRO NACIONAL DE DIDÁTICA E PRÁTICA DE ENSINO, 13., 2006, Recife. **Anais...** Recife: ENDIPE, 2006. s.p.
- MOURA, M. O. de; ARAUJO, E. S.; SERRÃO, M. I. B. Atividade Orientadora de Ensino: fundamentos. **Linhas Críticas**, [S. l.], v. 24, p. e19817, 2019. DOI: 10.26512/lc.v24i0.19817. Disponível em: <https://periodicos.unb.br/index.php/linhascriticas/article/view/19817>. Acesso em: 10 dez. 2021.

- MOURA, M. O.; SFORNI, M. S. F.; LOPES, A. R. L. V. A objetivação do ensino e o desenvolvimento do modo geral da aprendizagem da atividade pedagógica. In: MOURA, M. O. de. (Org.). **Educação escolar e pesquisa na teoria histórico-cultural**. São Paulo: Edições Loyola, 2017. pp. 71-99.
- NUNES, T.; BRYANT, P. **Crianças fazendo Matemática**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.
- PANOSSIAN, M. L.; MORETTI, V. D.; SOUZA, F. D. de. Relações entre movimento histórico e lógico de um conceito, desenvolvimento do pensamento teórico e conteúdo escolar. In: MOURA, M. O. de. **Educação escolar e pesquisa na Teoria Histórico-Cultural**. São Paulo: Edições Loyola, 2017. pp. 125-152.
- RIBEIRO, F. D. **A aprendizagem da docência na prática de ensino e no estágio: contribuições da Teoria da Atividade**. 2011. Tese (Doutorado em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2011.
- SANTOS, C. O. **O movimento conceitual de fração a partir dos fundamentos da lógica dialética para o modo de organização do ensino**. 2017. 89f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade do Sul de Santa Catarina, Tubarão, 2016. Disponível em: <https://repositorio.animaeducacao.com.br/handle/ANIMA/3491>. Acesso em 14 fev. 2021.
- SILVA, M. J F. **Investigando saberes de professores do ensino fundamental com enfoque em números fracionários para a quinta série**. 2. ed. São Paulo: Blucher.
- SOUSA, M. do C. O movimento lógico-histórico enquanto perspectiva didática para o ensino de matemática. **Obutchénie: R. de Didat. E Psic. Pedag.**, Uberlândia, v.2, n.1, p.40-68, jan./abr. 2018.
- VIZCARRA, R. E.; SALLÁN, J. M. G. Modelos de medida para la enseñanza del número racional en Educación Primaria. **Revista Iberoamericana de Educación Matemática**, [S.L.], n. 1, p. 17-35, mar. 2005. Disponível em: <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=2219009>. Acesso em: 10 maio. 2021.
- YOUSSEF, A. N.; GUELLI, O. A. **Meu livro de matemática, 5º ano: ensino fundamental, Manual do professor**. 1. ed. São Paulo: Editora AJS, 2017.
- ZEFERINO, L. C. **Aprender a ensinar frações a partir do conceito de atividade orientadora de ensino: um estudo com professores de quartos e quintos anos do ensino fundamental**. 2016. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal de São Paulo, Guarulhos, 2016.

Autoras:

Nelem Orlovski

Licenciada em Pedagogia pela Universidade Federal do Paraná (UFPR),
Licenciada em Matemática pela Universidade Federal do Paraná (UFPR),
Mestre em Educação em Ciências e em Matemática pela Universidade Federal do Paraná (PPGECM/UFPR),
Doutoranda do Programa de Pós-Graduação em Formação Científica, Educacional e Tecnológica (PPGFCET/UTFPR).
Atualmente é professora dos anos iniciais na Rede Municipal de Ensino de Curitiba (RME).

E-mail: orlovskice@yahoo.com.br

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-1426-9671>

Maria Lucia Panossian

Licenciada em Matemática pela Pontifícia Universidade Católica (PUC/SP),
Licenciada em Pedagogia pela Universidade de São Paulo (USP),
Mestre e doutora em Educação na área de Ensino de Ciências e Matemática pela
Universidade de São Paulo (USP),
Atualmente é Professora Adjunta do Departamento Acadêmico de Matemática na
Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR),
e docente do Programa de Pós-Graduação em Formação Científica, Educacional e
Tecnológica (PPGFCET) da UTFPR- Curitiba.

Tem experiência na área de ensino, atuando principalmente nos seguintes temas: ensino de
conceitos matemáticos, aprendizagem, educação matemática, atividade orientadora de
ensino e formação de professores.

E-mail: mlpanossian@utfpr.edu.br

ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-5847-4485>

Luciane Ferreira Mocrosky

Licenciada em Matemática pela Universidade Estadual de Ponta Grossa (UEPG),
Mestre e doutora em Educação Matemática pela Universidade Estadual Paulista Júlio de
Mesquita Filho -UNESP/Rio Claro,
Atualmente é professora Titular da Carreira EBTT na Universidade Tecnológica Federal
do Paraná e no Programa de Pós-Graduação em Formação Científica, Educacional e
Tecnológica (PPGFCET-UTFPR),

Tem experiência na área de Educação com ênfase em Educação Matemática, atuando
principalmente nos seguintes temas: Educação Matemática, Ensino e Aprendizagem da
Matemática, Formação de Professores e Educação Profissional.

E-mail: mocrosky@gmail.com

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-8578-1496>

Jaqueline Silva Assis

Licenciada em Pedagogia pelas Faculdades Integradas Maria Thereza (Famath),
Mestranda em Educação Matemática pelo Programa de Pós-Graduação em Formação
Científica, Educacional e Tecnológica (PPGFCET/UTFPR).

Atualmente é pedagoga da Rede Estadual de Educação do Paraná - Curitiba SEED.

jaquelineassis@gmail.com

<https://orcid.org/0000-0002-7851-3696>

Como citar o artigo:

ORŁOWSKI, N.; PANOSSIAN, M. L.; MOCROSKY, L. F.; ASSIS, J. S. Um problema desencadeador do conceito de fração: desdobramentos para o processo de formar-se professor. **Revista Paradigma**, Vol. LXIII, Edición Temática Nro. 1: Práticas de Formação, Ensino e Aprendizagem em Educação Matemática na Contemporaneidade, pp 184-206, enero, 2022. DOI: [10.37618](https://doi.org/10.37618)