Revista da Sociedade Brasileira de Educação Matemática - Regional São Paulo

# Resolução de problemas como metodologia de ensino: ações e opiniões de professores diante das propostas de um minicurso

**Gabriele Souza de Carvalho**[1]
Universidade Federal de Sergipe – UFS

**Grace Dórea Santos Baqueiro**[2]
Universidade do Estado da Bahia – UNEB

**RESUMO**

Organizamos um minicurso que foi parte de um trabalho de conclusão de curso de especialização e o aplicamos em um evento regional de educação matemática, com a finalidade de apresentar aos participantes (todos eles professores) as potencialidades e possibilidades de trabalhar a resolução de problemas como metodologia de ensino. O minicurso foi elaborado com base em três propostas de ação: práticas, pessoa e partilha. Em uma das etapas do minicurso, solicitamos que os participantes (1) resolvessem em grupos um problema envolvendo observação e generalização de padrões matemáticos, (2) redigissem e socializassem uma proposta de como utilizar em sala de aula o problema por eles resolvido e (3) comentassem por escrito o que achavam da resolução de problemas como metodologia de ensino. Este artigo descreve as ações empreendidas pelos participantes diante dessas solicitações. Constatamos que o minicurso possibilitou-lhes perceber as possibilidades de usar em suas aulas o problema por eles resolvido, pois todos os grupos formularam algum tipo de proposta, como por exemplo a de utilizar material manipulável para ajudar o aluno a observar e generalizar padrões. Também opinaram sobre as potencialidades da resolução de problemas como metodologia de ensino, entre elas a de permitir ao aluno construir atitudes positivas em relação ao pensamento matemático.

**Palavras-chave:** Resolução de problemas; Formação de professores; Padrões matemáticos.

## Problem-solving as a teaching methodology: teachers' actions and views elicited on a minicourse

**ABSTRACT**

As part of an end-of-program assignment, we delivered a minicourse at a regional event of mathematics education, with the purpose of allowing participants (all teachers) to reflect on the potential and possibilities of working with problem-solving as a teaching methodology. The minicourse design drew on three proposals for action: practices, person, and sharing. We asked participants to (1) solve, in small groups, a problem involving observation and generalization of mathematical patterns; (2) write and share a possible application for using the solved problem in their classrooms; and (3) provide written comments expressing their thoughts about problem-solving as a teaching methodology. This paper describes the actions of the participants in response to the tasks set. The minicourse allowed them to perceive the possibilities of using the problem in

**Submetido em:** 23/11/2021 **Aceito em:** 10/03/2022 **Publicado em:** 12/08/2022

[1] Mestranda na Universidade Federal de Sergipe (UFS). Professora do Colégio Estadual Ministro Oliveira Brito (CEMOB), Olindina, Bahia, Brasil. Endereço para correspondência: Travessa São Judas Tadeu, 140, casa, Inhambupe, BA 48490-000, Brasil. ORCID: https://orcid.org/0000-0002-0888-2779. E-mail: gabriele_carvalho2@hotmail.com.
[2] Doutora em Educação Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP). Professora adjunta da Universidade do Estado da Bahia (UNEB), Alagoinhas, BA, Brasil. Endereço para correspondência: Rua Politeama de Baixo, 67, Salvador, BA 40080-166, Brasil. ORCID: https://orcid.org/0000-0002-4845-500X. E-mail: gbaqueiro@uneb.br.

their classrooms, since all groups formulated possible applications, such as employing manipulatives to help students observe and generalize patterns. Participants also expressed their views about the potential of problem-solving as a teaching methodology—e.g., that the approach allows students to build positive attitudes towards mathematical reasoning.
**Keywords:** Problem-solving; Professional education of teachers; Mathematical patterns.

## Resolución de problemas como metodología de enseñanza: acciones y opiniones de los docentes ante las propuestas de un minicurso

**RESUMEN**

Organizamos un minicurso que formaba parte de un trabajo de conclusión de curso de especialización y lo aplicamos en un evento regional de educación matemática, con el fin de presentar a los participantes (todos docentes) las potencialidades y posibilidades de trabajar con la resolución de problemas como metodología de enseñanza. El minicurso se elaboró a partir de tres propuestas de acción: prácticas, persona y compartir. En una de las etapas del minicurso, les pedimos a los participantes (1) que resolvieran en grupo un problema que comprendiera la observación y generalización de patrones matemáticos, (2) que escribieran y socializaran una propuesta de cómo utilizar el problema que habían resuelto en la clase y (3) que comentaran por escrito lo que pensaban sobre la resolución de problemas como metodología de enseñanza. El presente artículo describe las acciones adoptadas por los participantes a estos pedidos. Se observó que el minicurso les permitió ver las posibilidades de utilizar en sus clases el problema que habían resuelto, ya que todos los grupos formularon algún tipo de propuesta, como, por ejemplo: utilizar material manipulativo para ayudar al alumno a observar y generalizar patrones. Asimismo, opinaron sobre las potencialidades de la resolución de problemas como metodología de enseñanza, entre las cuales el permitir al alumno construir actitudes positivas hacia el pensamiento matemático.
**Palabras clave:** Resolución de problemas; Formación de docentes; Patrones matemáticos.

## INTRODUÇÃO

A aprendizagem matemática é de suma importância por suas aplicações práticas no cotidiano, tanto no âmbito das profissões quanto nas mais diversas áreas do saber. Esse conhecimento também desenvolve o raciocínio lógico e contribui para o avanço científico e tecnológico, entre outros benefícios. Atualmente, porém, ainda é comum ouvir relatos de que a matemática é para poucos – e permanece famosa a pergunta formulada por grande parte dos alunos: “Professora, onde vou usar isso em meu dia a dia?”.

Tal pergunta nos leva a refletir sobre a maneira como a matemática está sendo apresentada e percebida pelo aluno e, consequentemente, qual é sua compreensão do conteúdo estudado e da relação entre este na escola e na sociedade. Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) (BRASIL, 1998, p. 24) frisam como características importantes da matemática a compreensão, a atuação no mundo e “o conhecimento gerado nessa área do saber como um fruto da construção humana na sua interação constante com o contexto natural, social e cultural”.

Uma das diversas maneiras de abordar os conhecimentos matemáticos em aula, e que há muito vem se firmando como tendência na área de educação matemática, é a resolução de problemas. Andreatta e Allevato (2019) expõem que os estudos sobre resolução de problemas no Brasil tiveram início na década de 1980, com contribuições de Fiorentini (1994) e dos PCNs (BRASIL, 1998), que os apresentavam como metodologia de ensino. Enfatizam também que a maior parte dos trabalhos brasileiros sobre resolução de problemas tem por referência investigações desenvolvidas no Grupo de Trabalho e Estudos em Resolução de Problemas (GTERP), da Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho (UNESP), *campus* Rio Claro, coordenado pela professora Onuchic. Esses trabalhos convergiam majoritariamente para a utilização de resolução de problemas "como recurso metodológico, como veículo e em favor do processo de aprendizagem de conteúdos matemáticos" (ANDREATTA; ALLEVATO, 2019, p. 90).

No entanto, quanto aos professores e sua prática, Rodrigues (2018) infere que, embora estes compreendam a proposta metodológica da resolução de problemas, na prática desenvolvem suas aulas partindo da transmissão de conceitos e procedimentos, para posteriormente apresentarem os problemas. Frente a isso, considera necessária tanto a "formação inicial e continuada, tendo em vista uma atuação eficiente, quanto [...] propostas que surgem na literatura da educação matemática" e "as que estão presentes nos documentos oficiais" (RODRIGUES, 2018, p. 143).

Entendendo a importância de se incluir a resolução de problemas como prática no ensino de matemática nos diversos anos escolares e corroborando o pensamento de Rodrigues (2018), organizamos, como parte de um trabalho de conclusão de um curso de especialização, um minicurso que foi aplicado em um evento regional de educação matemática, com a finalidade de apresentar aos participantes (na maioria professores) as potencialidades e possibilidades de utilizar a resolução de problemas como metodologia de ensino.

O minicurso pautou-se em três das cinco propostas de ação sugeridas por Nóvoa (2009) para a formação de professores, as quais dizem respeito às *práticas*, à *pessoa* e à *partilha*. Assim, em uma das etapas do minicurso solicitamos que os participantes (1) resolvessem em grupos um problema envolvendo observação e generalização de padrões matemáticos, (2) redigissem e socializassem uma proposta de como utilizar em sala de aula o problema por eles resolvido e (3) comentassem por escrito o que achavam da resolução de problemas como metodologia de ensino.

Este artigo apresenta as estratégias de resolução que foram elaboradas, as propostas dos grupos e comentários individuais, visando obtermos respostas à seguinte indagação:

Quais são as ações dos professores diante das propostas do minicurso e suas opiniões a respeito da resolução de problemas como metodologia de ensino?

Em sequência lógica, primeiro focalizaremos algumas das abordagens da resolução de problemas no ensino da matemática e as propostas de Nóvoa (2009) para a formação de professores. Depois serão destacados os caminhos percorridos para a realização do minicurso e para a investigação. Apresentaremos em seguida o resultado da análise dos dados coletados, seguido das considerações finais.

## REFERENCIAL TEÓRICO

### Resolução de problemas: abordagens para o ensino de matemática

Segundo Onuchic (1999), a resolução de problemas como campo de estudo começou a ganhar destaque com as contribuições de Polya, nos Estados Unidos, na década de 1960. Na década seguinte, um dos momentos importantes na aceitação e difusão da resolução de problemas foi o documento *Uma agenda para a ação*, editado no mesmo país pelo National Council of Teachers of Mathematics (NTCM), que trouxe recomendações visando promover uma melhor educação matemática para todos. Uma delas era a de tornar a resolução de problemas um foco da matemática escolar nos anos 1980.

Quanto ao documento *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*, também do NTCM, Onuchic e Allevato (2009, p. 96) destacam que "a resolução de problemas não é só um objetivo da aprendizagem matemática, mas também *um meio importante* para se fazer matemática".

A resolução de problemas é recomenda também por Van de Walle (*apud* Onuchic *et al.*, 2014, p. 58) para a sala de aula. Onuchic *et al.* (2014) explicam que a ideia defendida por Van de Walle é de que essa tendência deve ser a principal estratégia de ensino de matemática. Destacam também que tal proposta começa sempre onde estão os alunos, valorizando os conhecimentos que eles trazem consigo para a sala de aula.

Onuchic e Allevato (2011, p. 81), corroborando o pensamento de Van de Walle, relatam que no ensino de matemática fala-se com frequência em trabalhar com problemas, mas sem clareza sobre o que realmente sejam. As autoras definem então problemas como "tudo aquilo que não se sabe fazer, mas que se está interessado em fazer". Apontam também que trabalhar resolução de problemas em sala de aula requer fazer da *compreensão* o foco central e o objetivo principal, e comentam que ensinar através da resolução de problemas requer do professor e do aluno mudanças de postura e atitudes quanto ao ensino-aprendizagem de matemática em sala de aula.

Onuchic e Allevato (2011, p. 82), reunindo suas ideias às de Van de Walle e de outros autores, apresentam bons motivos para trabalhar a resolução de problemas em sala de aula, pois tal trabalho desperta a atenção dos discentes, desenvolvendo o *poder matemático* e a "crença de que os alunos são capazes de fazer matemática e de que a matemática faz sentido", além de propiciar a percepção dos estudantes quanto à formalização dos conceitos e teorias matemáticas. Aos professores, fornece dados de avaliação contínua, além de proporcioná-lhes prazer em ensinar.

Portanto, abordar resolução de problemas em sala de aula vai além de explicar técnicas de resolução. De acordo com Schroeder e Lester (*apud* Onuchic, 1999, p. 206) há três maneiras de abordar a resolução de problemas:

▪ Ensinar sobre resolução de problemas (método de Polya),

▪ ensinar para resolver problemas (utiliza a matemática para resolver problemas rotineiros ou não rotineiros) e

▪ ensinar matemática através da resolução de problemas.

Concordamos com Onuchic (1999) que, sem dúvida, a terceira maneira é a abordagem que se assemelha às propostas do NTCM. Nesse sentido, Onuchic e Allevato (2011) reiteram inexistir uma maneira única de colocar em prática essa metodologia e, visando ajudar o professor a contextualizá-la, apresentam a *metodologia de ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas*, que foi desenvolvida em estudos do GTERP. A aplicação dessa metodologia compreendeu inicialmente nove etapas: *(1) preparação do problema gerador*, *(2) leitura individual*, *(3) leitura em conjunto*, *(4) resolução do problema*, *(5) observação e incentivo*, *(6) registro das resoluções na lousa*, *(7) plenária*, *(8) busca de consenso* e *(9) formalização do conteúdo.* O avanço dos estudos acrescentou uma etapa*: (10) proposição e resolução de novos problemas* (Onuchic *et al.*, 2014), de modo a viabilizar uma avaliação contínua. Com isso, a metodologia é hoje denominada *ensino-aprendizagem-avaliação de matemática através da resolução de problemas*.

O roteiro apresentado por Onuchic *et al.* (2014) visa orientar professores que queiram aplicar a metodologia em suas aulas, ou mesmo investigadores que desejem adotá-la como metodologia de pesquisa. No âmbito do GTERP, por exemplo, há vários trabalhos publicados que trazem aplicações da metodologia para a formalização de conteúdos diversos. Segundo Onuchic (2013), utilizar a metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação de matemática através da resolução de problemas requer que o professor esteja preparado, pois ele passa a exercer papel de incentivador, mediador e observador. Portanto, percebemos que essa metodologia requer do docente sair de sua *zona de conforto*, o que nem sempre é fácil.

Cabe ressaltar que, de acordo com Onuchic *et al.* (2014, p. 46), a décima etapa da metodologia não invalida outras abordagens de ensino baseadas em resolução de problemas, "porque essa concepção (*através*) inclui as demais (*sobre* e *para*)". Assim, o professor pode vir a ensinar um conteúdo matemático partindo de um *problema gerador* para formalizar determinado conteúdo e, ao longo das nove etapas iniciais, estar ensinando *sobre* como resolver problemas (utilizando os passos propostos por Polya) e, ao final da décima, possibilitar ao aluno que utilize o conhecimento matemático adquirido para resolver problemas na escola ou fora dela.

No próximo tópico exporemos sucintamente algumas das ideias de Nóvoa[3] (2009) a respeito da profissão docente apresentada em sua obra *Professores: imagens do futuro presente*, em especial suas propostas de ação para conduzir uma formação de professores.

## A profissão e prática docente

Nóvoa (2009) descreve que no início do século XXI os professores reapareceram como centro da atenção de pesquisadores. Aponta que os docentes são elementos insubstituíveis, tanto "na promoção das *aprendizagens*" quanto "na construção de processos de inclusão que respondam aos desafios da *diversidade* e no desenvolvimento de métodos apropriados de utilização das *novas tecnologias*" (NÓVOA, 2009, p. 13).

Segundo Nóvoa (2009), neste tempo em que os educadores estão no centro das pesquisas é importante nos perguntarmos: "O que é um bom professor?". No entanto, ressalta que, embora seja impossível definir o "bom professor", é possível sugerir disposições (Quadro 1) que caracterizam o trabalho docente nas sociedades contemporâneas.

[3] António Manuel Seixas Sampaio da Nóvoa é professor universitário português, doutor em ciências da educação e história moderna e contemporânea.

**Quadro 1 –** Disposições apresentadas por Nóvoa (2009) sobre o trabalho docente.

| Disposições | |
|---|---|
| **Conhecimento** | Importância de conhecer bem aquilo que ensina. |
| **Cultura profissional** | O avanço na profissão é adquirido ao dialogar e aprender com o colega mais experiente, registrar a prática, refletir sobre o trabalho e o exercício da avaliação. |
| **Tato pedagógico** | Capacidade de relação e de comunicação, sem a qual não se cumpre o ato de educar. |
| **Trabalho em equipe** | Colaboração, intervenção conjunta nos projetos escolares. |
| **Compromisso social** | Convergência dos princípios, dos valores, da inclusão social, da diversidade cultural. |

**Fonte**: Nóvoa (2009, p. 30- 31, adaptado).

Entendemos que um dos principais desafios do professor é manter-se atualizado sobre novas metodologias de ensino que o ajudem a desenvolver práticas pedagógicas mais eficientes. Com isso, *educar* se torna desafio ainda maior. Nóvoa (2009, p. 31) explica que educar é:

> [...] conseguir que a criança ultrapasse as fronteiras que, tantas vezes, lhe foram traçadas como destino pelo nascimento, pela família ou pela sociedade. Hoje, a realidade da escola obriga-nos a ir além da escola. Comunicar com o público, intervir no espaço público da educação, faz parte do *ethos*[4] profissional docente.

Assim, o pesquisador utilizou as cinco disposições mencionadas para desenvolver cinco propostas (Quadro 2), que chamou de genéricas, mas que, “devidamente contextualizadas, podem inspirar uma renovação dos programas e das práticas de formação” (NÓVOA, 2009, p. 31).

**Quadro 2 –** Propostas de Nóvoa (2009) visando cursos de formação de professores.

| **Propostas de ação** | **A formação de professores deve:** |
|---|---|
| $P_1$: práticas | Assumir uma forte componente *práxica*, centrada na aprendizagem dos alunos e no estudo de casos concretos, tendo como referência o trabalho escolar. |
| $P_2$: profissão | Passar para “dentro” da profissão, isto é, deve basear-se na aquisição de uma cultura profissional, concedendo aos professores mais experientes um papel central na formação dos mais jovens. |

[4] Conjunto dos costumes e hábitos fundamentais, no âmbito do comportamento (instituições, afazeres etc.) e da cultura (valores, ideias ou crenças), característicos de determinada coletividade, época ou região.

| | |
|---|---|
| $P_3$: pessoa | Dedicar uma atenção especial às dimensões pessoais da profissão docente, trabalhando essa capacidade de relação e de comunicação que define o *tacto* pedagógico. |
| $P_4$: partilha | Valorizar o trabalho em *equipa* e o exercício coletivo da profissão, reforçando a importância dos projetos educativos de escola. |
| $P_5$: público | Estar marcada por um princípio de responsabilidade social, favorecendo a comunicação pública e a participação profissional no espaço público da educação. |

**Fonte**: Nóvoa (2009, p. 32-44, adaptado)[5].

Neste artigo, enfatizaremos as propostas $P_1$, $P_3$ e $P_4$, as quais levamos em consideração no momento de elaborar as práticas para o minicurso. Nesse sentido, o planejamento visou que o professor participante, a partir da prática em grupo de resolver um problema matemático, se comunicasse publicamente, apresentando aos colegas o que vinha desenvolvendo em sala de aula, suas estratégias de resolução e suas percepções sobre o ensino e aprendizagem de matemática, particularmente quanto à resolução de problemas como metodologia de ensino. Os procedimentos adotados e a dinâmica do minicurso serão apresentados no próximo tópico.

## METODOLOGIA

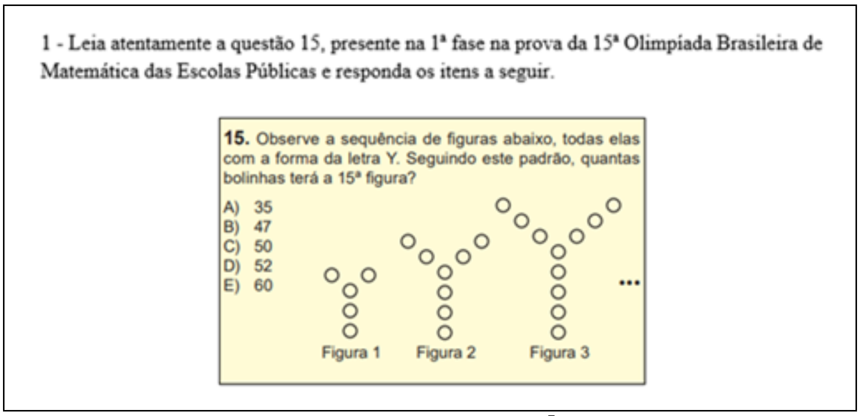
O minicurso, intitulado *A resolução de problemas como metodologia de ensino com foco no letramento matemático*, fez parte de uma das etapas de um trabalho monográfico de conclusão de curso de pós-graduação lato sensu em educação matemática da Universidade do Estado da Bahia (UNEB-Campus II). Transcorreu presencialmente durante um evento regional de educação matemática em 2019 em dois dias consecutivos, perfazendo 4 horas-aula.

No primeiro dia, com 19 participantes, procedeu-se a uma reflexão inicial a respeito das metodologias de ensino que vêm sendo desenvolvidas em sala de aula. Para tanto, utilizou-se o texto *A volta do velho professor*, de Carlos José G. dos Santos. Em seguida à discussão, explicamos que utilizaríamos o material do minicurso para uma pesquisa de trabalho de conclusão de curso (TCC) e entregamos o termo de livre consentimento e esclarecido (TCLE)[6] para quem tivesse interesse em participar do estudo, o qual foi assinado por todos.

[5] Optamos por manter partes do texto na grafia original do autor.
[6] Vale ressaltar que o trabalho não possui a aprovação do trabalho pelo Comitê de Ética e Pesquisa (TCLE), pois na época o programa do Curso não fazia essa exigência.

Na continuidade, houve exposição de *slides* e conversas sobre (1) resolução de problemas como metodologia de ensino e (2) a proposta da Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2018) para o ensino de matemática, especificamente os anos 6.º e 7.º do ensino fundamental. No segundo dia, compareceram 15 dos 19 participantes iniciais. Após uma breve retomada das discussões, solicitou-se que em grupos resolvessem a questão 15 da prova da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP, 2018) (Figura 1).

**Figura 1 –** Problema proposto no minicurso.




**Fonte**: OBMEP (2018)[7].

Para Onuchic (1999, p. 204, grifo nosso), "a verdadeira força da resolução de problemas requer amplo repertório de conhecimento, não se restringindo a peculiaridades técnicas e a conceitos, mas estendendo-se *às relações entre eles e aos princípios fundamentais que os unificam*". Afirma também que:

> O problema não pode ser tratado como um caso isolado. A matemática precisa ser ensinada como matemática e não como um acessório subordinado a seus campos de aplicação. Isso pede uma atenção continuada a sua natureza interna e a seus princípios organizados, assim como a seus usos e aplicações. (Onuchic, 1999, p. 204-205)

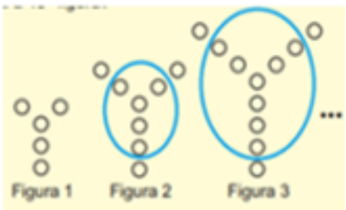
A escolha da questão (Figura 1) também deveu-se a sua potencialidade para desenvolver o pensamento algébrico. Vale *et al.* (2011, p. 36) relatam que:

[7] https://drive.google.com/file/d/1aOu8pUrLG4Vnf4X_V8SFux4lA3yS-qQp/view.

> As tarefas apresentadas em contextos figurativos são um bom ponto de partida para o pensamento algébrico baseado na generalização de padrões e contribuem também para a construção de outros conhecimentos matemáticos: contagens, cálculo mental, propriedades e relações das operações, escrita de expressões numéricas e equivalência de várias expressões.

Baqueiro (2016, p. 34), com base em Mason, aponta que “generalizar padrões é a ação de reconhecer, apreciar, expressar e manipular a generalidade, o que pressupõe especializar-se e generalizar, assim como conjecturar e justificar”. Essa atividade induz o aluno a iniciar uma *generalização próxima*: aquela que se alcança quando se conseguem descobrir os termos mais próximos da sequência recorrendo à figura anterior.

**Figura 2** – Exemplo de estratégia envolvendo o processo da generalização próxima.



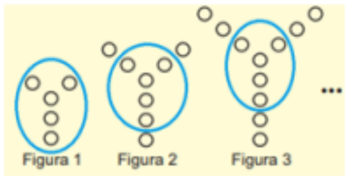

Para sabermos a quantidade de bolinhas na figura 4, basta acrescentar 3 bolinhas na figura 3. ou seja 11+3. na figura 5 terá 14 +3 e assim sucessivamente até chegar na figura 15, como mostra o quadro a seguir

| Nº da figura | Nº de bolinhas |
|---|---|
| 6 | 17 + 3 = 20 |
| 7 | 20 +3 = 23 |
| 8 | 23 +3 = 26 |
| 9 | 26 +3 = 29 |
| 10 | 29 + 3 = 32 |
| 11 | 32 + 3 = 35 |
| 12 | 35 + 3 = 38 |
| 13 | 38 + 3 =41 |
| 14 | 41 + 3 =44 |
| 15 | 44 + 3 = 47 |

**Fonte**: Carvalho (2019, p. 40).

No entanto, o problema (Figura 1) pode levar também à descoberta de padrões que lhes permitam chegar a uma *generalização distante*: “aquela que vai além do limite prático razoável da abordagem do passo a passo” (STACEY *apud* BAQUEIRO, 2016, p. 136), ou seja, a que ocorre quando se estabelece a relação de interdependência entre as grandezas envolvidas, que no problema (Figura 1) são a quantidade de bolinhas e o número da posição da figura. Isso torna fácil descobrir a quantidade de bolinhas em posições distantes. Já a *generalização algébrica* é definida por Radford (*apud* BAQUEIRO, 2016, p. 137) como a que estabelece uma *regra* para identificar qualquer elemento da sequência, utilizando assim uma “expressão direta”. No exemplo da Figura 3, o problema foi modelado pela expressão algébrica $5 + 3(n - 1)$.

**Figura 3 –** Exemplo de uma estratégia envolvendo o processo de generalização distante e algébrica.




Observe que na figura 2 temos 5 + (1 + 1 +1) = 5 + 3(2-1) bolinhas, na figura 3 temos 5 + (2 +2 +2) = 5 +3(3-1), seguindo esse padrão, na figura 4 teremos 5 + (3 + 3 +3) = 5 + 3(4-1) bolinhas e assim sucessivamente. Logo a figura 15 terá 5 + 3(15-1) = 47 bolinhas.
Mais geralmente, a quantidade de bolinhas na n-ésima figura será 5 +3(n-1).

**Fonte**: Carvalho (2019, p. 40).

Os participantes se organizaram em quatro grupos e receberam folhas em branco para registrarem sua resolução do problema e redigirem suas propostas para utilizá-lo em futura prática docente. Ao final, receberam um questionário para opinarem individualmente sobre o uso da resolução de problemas como metodologia de ensino de matemática.

O minicurso foi planejado levando em consideração três das propostas de ação sugeridas por Nóvoa (2009) para a formação de professores (Quadro 3).

**Quadro 3 –** As ações do minicurso fundamentadas nas propostas de Nóvoa (2009).

| **Propostas de ação** | **O que foi desenvolvido no minicurso** |
|---|---|
| $P_1$: práticas | ✓ Exploração e resolução do problema proposto.<br>✓ Elaboração de uma sugestão de aula utilizando o problema por eles resolvido. |
| $P_3$: pessoa | ✓ Formação de grupos para resolver o problema.<br>✓ Discussão entre os integrantes do grupo para resolver e elaborar a proposta de aula. |
| $P_4$: partilha | ✓ Socialização das resoluções e propostas de aula.<br>✓ Apresentação das resoluções previstas pelas autoras e suas comparações com a resolução feita por cada grupo.<br>✓ Registro escrito da opinião sobre utilização da resolução de problemas como metodologia para o ensino de matemática. |

**Fonte**: Elaborado para este estudo, com base em Nóvoa (2009).

O tratamento dos dados, que aqui exporemos na próxima seção, consistiu em leitura, análise e interpretação (1) das estratégias de resolução do problema e das propostas formuladas pelos grupos e (2) dos comentários individuais sobre resolução de problemas como metodologia de ensino.

## RESULTADOS

Para mostrar o resultado da análise dos registros escritos, dividimos esta seção de acordo com as propostas $P_3$, $P_1$ e $P_4$, nesta ordem, especificando em cada uma as ações dos cursistas (Quadro 3), visando respondermos à questão norteadora: Quais as ações dos professores diante das propostas do minicurso e suas opiniões a respeito da resolução de problemas como metodologia de ensino?

- **$P_3$: pessoa**

Os membros dos quatro grupos formados foram incentivados a resolver inicialmente um problema, registrar por escrito a resolução e então escrever suas propostas para uso do problema em uma futura prática docente. Tais ações foram necessárias para que pudessem trocar experiências e pensar, com base em suas concepções e vivências, em como utilizar o problema proposto nas aulas.

Os grupos se envolveram na busca de estratégias para solucionar o problema e a mediadora, que é uma das autoras deste artigo, esteve sempre próxima observando o desenvolvimento e elucidando as dúvidas que surgiam.

A ação de incumbir o cursista de resolver o problema está relacionada com o comentário de Nóvoa (2009) sobre a importância de se conhecer bem aquilo que se ensina. Desse modo, o participante que já atuava em sala de aula foi posto inicialmente na posição de aluno, para que compreendesse o possível pensamento dos estudantes e, posteriormente, conseguisse elaborar uma maneira de trabalhar em aula futura a questão proposta.

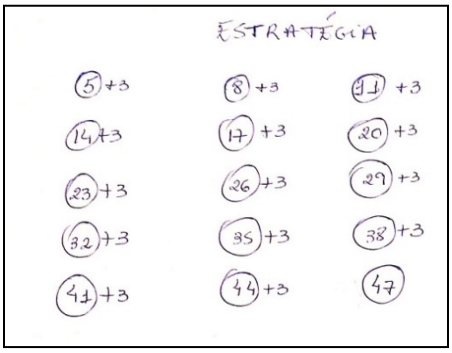
Nóvoa (2009, p. 38) destaca que é "impossível separar as dimensões pessoais e profissionais, pois ensinamos aquilo que somos, e que, naquilo que somos, se encontra muito daquilo que ensinamos". Chama nossa atenção para a necessidade de compreendermos o ensino como uma profissão humana e relacional.

- **$P_1$: práticas**

A ação de colocar o cursista para resolver um problema envolvendo observação e generalização de padrões matemáticos e, em seguida, escrever uma sugestão de aula usando esse problema vai ao encontro da visão de Nóvoa (2009) de que em uma formação de professores deve-se pensar em uma componente de prática, centrada na aprendizagem dos alunos e no estudo de casos concretos, tendo como referência o trabalho escolar, dada a importância de que o professor conheça bem aquilo que ensina. Assim, o cursista que já atuava em sala de aula foi posto inicialmente na posição de aluno para que compreendesse o possível pensamento dos estudantes e, posteriormente, conseguisse elaborar uma maneira de trabalhar em aula futura a questão proposta.

O grupo 1 apresentou uma estratégia de resolução (Quadro 4) que consiste em determinar a quantidade de bolinhas com base na figura anterior. Esse procedimento se classifica como processo de *generalização próxima*, pois os termos foram identificados passo a passo, contando-se cada um, sempre com base no número da posição anterior. Como proposta para utilizar o problema em aula futura, o grupo apenas sugeriu uma reformulação do enunciado do problema, trocando o contexto figurativo e propondo rebaixar a figura da 15.ª posição (como consta no problema original) para a 6.ª, o que nos levou à hipótese de que queriam facilitar o cálculo para os alunos.

**Quadro 4** – Estratégia de resolução e proposta para aula apresentadas pelo grupo 1.

| **Resolução** | **Proposta para aula** |
|---|---|
|  | Utilizar a releitura do problema: *Um grupo de estudo recebeu doações de livros e organizou da seguinte forma: a primeira pilha contém 5 livros, na segunda 8 e na terceira 11 livros. Desta forma, qual será a quantidade de livros que deverá ter na sexta pilha?* |

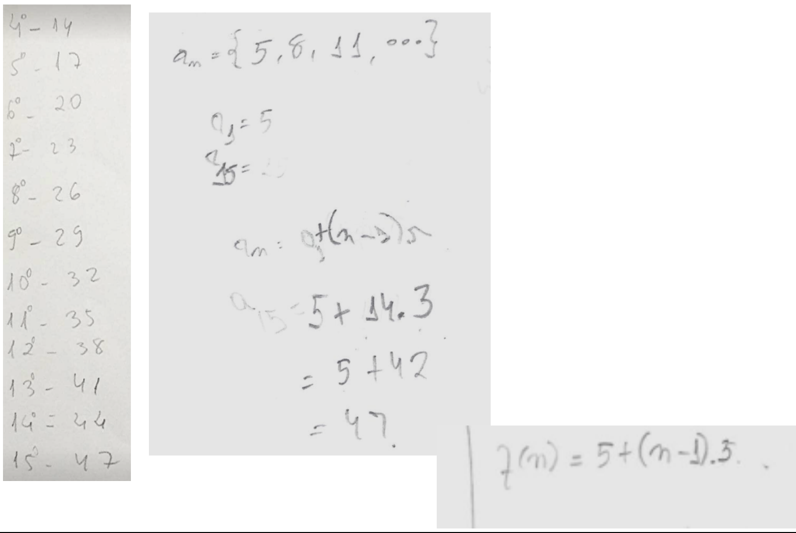
**Fonte**: Dados da pesquisa.

Conjecturamos que a proposta de mudança sugerida pelo grupo se deva pelo fato de haver-lhes sido trabalhoso encontrar o número de bolinhas da 15.ª figura, já que dependiam sempre da quantidade da figura anterior. Este é um dos problemas da *generalização próxima*, pois quanto mais distante, mais "cansativa" se torna a contagem.

Quanto ao grupo 3, observamos no registro escrito (Quadro 5) que seus integrantes iniciaram o problema contando de três em três. Depois, como forma de validar a resposta, usaram os conhecimentos de progressão aritmética, lançando mão da fórmula, $a_n = a_1 + (n - 1)\, r$, que expressa o termo geral, a qual adaptaram, chegando à expressão algébrica $f(n) = 5 + (n - 1) \cdot 3$, representando-a como função polinomial do 1.º grau, generalizando desse modo a situação-problema.

No entanto, com base no registro escrito, conjecturamos que o grupo, sem conhecimento da fórmula de progressão aritmética, permaneceria, tal como o grupo 1, apenas no processo de *generalização próxima*.

**Quadro 5** – Estratégia de resolução e proposta para aula formuladas pelo grupo 3.

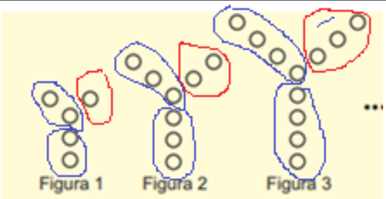
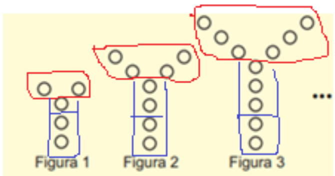
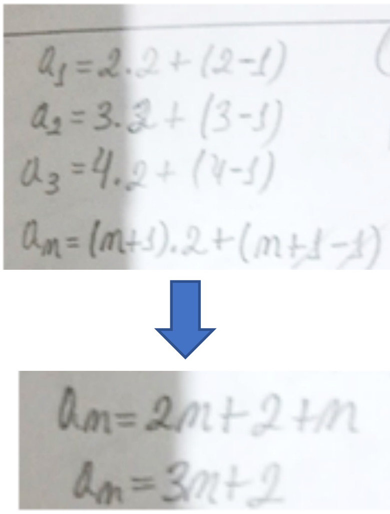
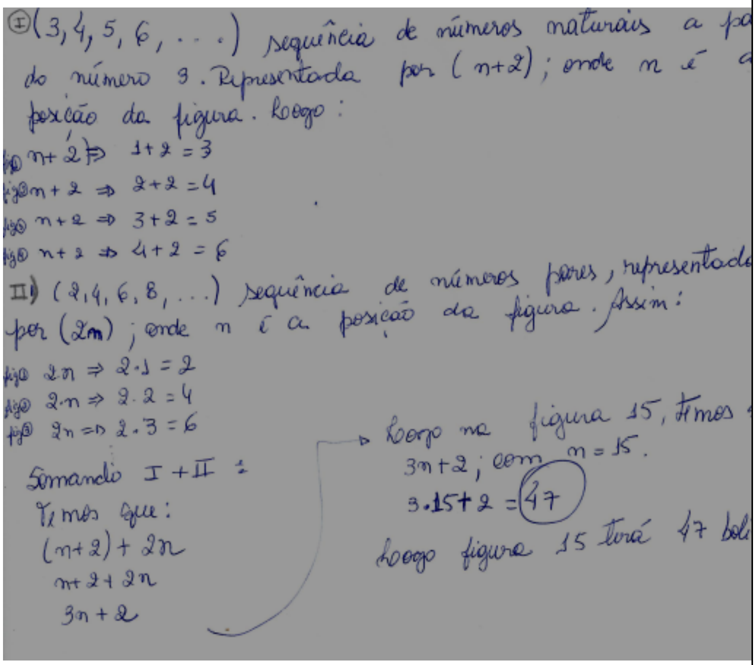
| **Resolução** | **Proposta para aula** |
|---|---|
|  | *Mostrar a questão aos alunos não de forma pronta, a resolução, mas deixarem descobrir a melhor maneira para eles chegarem à solução.* |

**Fonte:** Dados da pesquisa.

Percebemos que embora a proposta do grupo não mencione as etapas da resolução de problemas como metodologia de ensino propostas por Onuchic *et al.* (2014), estas estão subjacentes às de *(4) resolução do problema* e de *(5) observar e incentivar*, comparecendo de forma implícita. Segundo Onuchic *et al.* (2014), na etapa 4 os alunos buscam resolver o problema, sendo-lhes sugerido que o façam em cooperação com os colegas, aspecto que, embora desejável como promoção à troca de ideias, não está expresso na proposta do grupo. Já na etapa 5, as autoras explicam que o professor atua como mediador desse trabalho dos alunos, observando, incentivando e, se necessário, interferindo. Por fim, observando a resolução do grupo (Quadro 5), conjecturamos que seus membros tenham percebido a possibilidade de utilizar o problema para formalizar ou simplesmente aplicar os conteúdos 'progressão aritmética' e 'função'.

Por sua vez, os integrantes dos grupos 2 e 4 chegaram à expressão algébrica *3n + 2* por observação de padrões diferentes na contagem das bolinhas (Figura 4), mas procurando associar a quantidade de bolinhas com o número da posição da figura, procedimento este desejável e necessário, pois permitiu ao grupo encontrar uma regra que levou a solucionar o problema desenvolvendo processos da *generalização distante e algébrica*.

**Figura 4** – Estratégias de resolução dos grupos 2 e 4 para contar a quantidade de bolinhas.

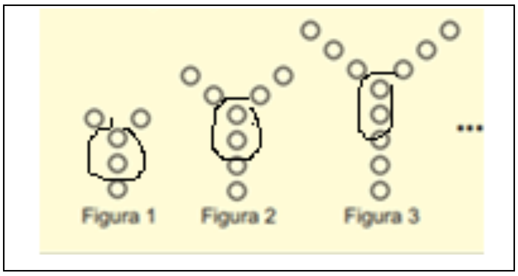
<table>
<tr><th>Grupo 2</th><th>Grupo 4</th></tr>
<tr><td>
</td><td>
</td></tr>
<tr><td>2+2+1 3+3+2 4+4+3<br>2.2 + (2-1) 2.3 + (3-1) 2.4 + (4-1)</td><td>Parte horizontal: 2.1; 2 .2; 2. 3<br>Parte vertical: 1+2; 2+2; 3+2 (n+2)+2.n</td></tr>
<tr><td>
</td><td>
</td></tr>
</table>

**Fonte**: Dados da pesquisa.

Observamos que os integrantes dos dois grupos simplificaram as expressões algébricas encontradas com o padrão percebido por eles, $(n + 1) \cdot 2 + [(n + 1) – 1]$ e $(n + 2) + 2n$, obtendo a expressão algébrica $3n + 2$. No entanto, cabe ressaltar que tal expressão advém de outro modo de visualizar e contar as bolinhas (Figura 5), qual seja, fixando duas bolinhas e fazendo sobrar uma quantidade que é o triplo do número da posição da figura.

**Figura 5** – Contagem que leva à expressão algébrica $3n + 2$.


DOI: 10.37001/remat25269062v19id696




**Fonte**: Dados da pesquisa.

O grupo 2 propôs *aplicar o problema através de materiais manipuláveis, utilizando gudes*. Conjecturamos que o fato de terem conseguido generalizar uma fórmula para resolver o problema os tenha levado a pensar em uma estratégia mais lúdica para facilitar a contagem e auxiliar o aluno na percepção do padrão e, consequentemente, na regra que o levaria à generalização distante e/ou algébrica. Desse modo, a proposta do grupo pode também ser enquadrada nas etapas de *(4) resolução do problema* e de *(5) observar e incentivar*, da metodologia proposta por Onuchic *et al.* (2014).

O grupo 4 apresentou a seguinte sugestão: *utilizar a questão proposta para introduzir conceitos e trabalhar conteúdo*. Apesar de não especificarem de que modo aplicariam a questão, conjecturamos que estejam se referindo a duas das abordagens para o ensino de matemática baseadas em resolução de problemas: *ensinar por meio de resolução de problemas* e *ensinar sobre resolução de problemas*. A primeira se adequa muito bem ao propósito de introduzir um conceito; a segunda, ao de trabalhar um conteúdo.

Observamos que a ação de tornar a prática da resolução do problema da OBMEP em conhecimento proporcionou aos cursistas uma reflexão sobre a dicotomia teoria/prática. Para Nóvoa (2009, p. 33), a característica primeira da profissão docente não é a capacidade de transmitir determinado saber, mas a de "um lugar outro, um terceiro lugar, no qual as práticas são investidas do ponto de vista teórico e metodológico, dando origem à construção de um conhecimento profissional docente".

- **$P_4$: partilha**

As discussões ocorridas nos grupos na proposta $P_1$ colaboraram para a manifestação das ações de $P_4$, que Nóvoa (2009, p. 40) caracteriza como "uma necessidade de integrar na cultura docente um conjunto de modos coletivos de produção e de regulação do trabalho." O objetivo de idealizar a escola como lugar de formação é proporcionar a transformação da experiência coletiva em conhecimento profissional e propagar essa ideia de coletivo também no plano da ética.

Após cada grupo discutir entre si a estratégia de resolução e relatar uma proposta de utilização do problema, procedeu-se à socialização, que permitiu perceber as diferentes soluções e possibilidades de utilizar o problema em aula. No entanto, devido ao tempo que já estava ultrapassado, alguns participantes acabaram saindo antes da socialização entre os grupos.

O Quadro 6 expõe os comentários dos nove integrantes que conseguiram responder ao questionário, do qual damos destaque apenas à questão que solicitava suas opiniões sobre o uso da resolução de problemas como metodologia de ensino.

**Quadro 6** – Opinião dos cursistas sobre resolução de problemas como metodologia de ensino.

| | |
|---|---|
| A | *Observei que poderia além de ensinar matemática, "cálculo", ajudá-lo a ver de uma maneira mais racional e lógica.* |
| B | *O minicurso me revelou a importância da Resolução de Problemas no ensino de matemática. Pois estimula o aluno a pensar e construir atitudes positivas em relação ao pensamento matemático.* |
| C | *Trabalhar Resolução de Problemas é inerente para desenvolver o pensamento e a compreensão de metas para se chegar ao resultado matemático por meio da escrita.* |
| D | *Tenho um olhar bastante positivo quanto a utilização da metodologia, e a vejo como um importante recurso na construção do conhecimento matemático.* |
| E | *A metodologia à Resolução de problemas pode ser mais uma alternativa nos processos de ensino e aprendizagem.* |
| F | *Fenomenal. Sou pesquisador na área e tenho compromisso em fazer a Resolução de Problemas uma prática nas unidades escolares.* |
| G | *A resolução de problema auxilia o aluno a liberdade de raciocínio fugindo do tradicional, desenvolvendo os conceitos matemáticos mesmos.* |
| H | *Extremamente válida, no sentido de propiciar ao aluno uma nova possibilidade de aprendizagem significativa.* |
| I | *Acredito que promove o aprendizado significativo da matemática, todavia, para que seja efetivo o letramento deve ser conduzida de modo que promova a discussão entre o coletivo de estudantes e professores para o desenvolvimento o raciocínio do estudante.* |

**Fonte**: Dados da pesquisa.

Observamos nesses comentários que as ações propostas no minicurso propiciaram aos professores uma oportunidade de perceberem as potencialidades e possibilidades de trabalhar com a resolução de problemas como metodologia de ensino visando permitir ao aluno ver o "cálculo" de maneira mais racional e lógica, construir atitudes positivas frente ao pensamento matemático, valorizar a escrita em matemática, construir por si mesmo o conhecimento matemático e praticar o intercâmbio de ideias com seus colegas e o professor – conquistas que favorecem o desenvolvimento de seu raciocínio e promovem possibilidades de uma aprendizagem mais significativa.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

A vivência aqui descrita nos permite considerar que as propostas do minicurso, fundamentadas nas ideias de Nóvoa sobre formação de professores e implementadas por meio da dinâmica de resolução, reflexão e apresentação de uma proposta de aula utilizando uma questão da OBMEP de 2018 proporcionaram aos participantes diferentes visões sobre a resolução de uma mesma situação-problema. As ações que empreenderam mostraram que "para ser professor não basta dominar determinado conhecimento; é preciso compreendê-lo em todas as suas dimensões" (SHULMAN *apud* NÓVOA, 2009, p. 35).

Assim, o ponto de vista dos participantes sobre usar a questão 15 (Figura 1) é que trabalhá-la em aula é procedimento pertinente, visto que conseguiram apresentar possíveis práticas para utilizá-la. No entanto, foi-nos perceptível a necessidade de que explorem com mais detalhes sua utilização, pautando-se até mesmo, por exemplo, nas etapas da metodologia do ensino-aprendizagem-avaliação de matemática através da resolução de problemas, abordada por Onuchic *et al.* (2014), pois empregar a resolução de problemas "não é só um objetivo da aprendizagem matemática, mas, também, *um meio importante* para se fazer matemática" (ONUCHIC; ALLEVATO, 2009, p. 96).

Diante das propostas dos grupos e dos comentários individuais, inferimos que o minicurso possibilitou abrir os horizontes dos cursistas e, consequentemente, os ajudou a perceber as potencialidades e possibilidades de utilizar problemas matemáticos em suas aulas, pois todos os grupos apresentaram propostas, como a de utilizar material manipulável para ajudar o discente a perceber padrões e, por conseguinte, resolver problemas por meio de generalização.

Além disso, o minicurso propôs aos docentes vivenciar as disposições mencionadas por Nóvoa (2009) quanto ao *conhecimento cultura profissional*, ao *tato pedagógico*, ao *trabalho em equipe* e ao *compromisso social*.

Consideramos assertivo havermos utilizado as propostas de Nóvoa (2009), que podem também ser úteis para aqueles motivados a promover renovação nos programas e práticas de cursos voltados à formação de professores. Por fim, destacamos a necessidade de se trabalhar a resolução de problemas como opção metodológica de ensino, para o que se faz necessário trabalhar a resolução de problemas nas formações iniciais e continuadas, para que os professores possam abordar esse recurso em sala de aula, contribuindo assim para o desenvolvimento do pensamento matemático dos alunos, entre tantos outros benefícios apontados pelos cursistas.

## REFERÊNCIAS

ANDREATTA, C.; ALLEVATO, N.S.G. Um cenário das pesquisas envolvendo resolução de problemas em edições do CIEM. **Educ. Matem. Pesq.**, v. 21, n. 1, p. 69-92, 2019.

BAQUEIRO, G.D.S. **Achados sobre a generalização de padrões ao "garimpar" pesquisas brasileiras de educação matemática (2003-2013)**. Tese (doutorado em educação matemática) – Pontifica Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2016.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Parâmetros curriculares nacionais**: terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental: matemática. Brasília: MEC, 1998.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria Executiva. Secretaria de Educação Básica. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2018. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site>. Acesso em: 6 fev. 2022.

CARVALHO, G.S. **Contribuições de um minicurso na percepção dos cursistas com relação às potencialidades e possibilidades de trabalhar resolução de problemas em sala de aula**. Trabalho de conclusão de curso (especialização em educação matemática) – Departamento de Ciências Exatas e da Terra, Universidade do Estado da Bahia, *Campus* II, Alagoinhas, 2019.

FIORENTINI, D. **Rumos da pesquisa brasileira em educação matemática**: o caso da produção científica em cursos de pós-graduação. Tese (doutorado em educação) – Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1994.

NÓVOA, A. **Professores**: imagens do futuro presente. Lisboa: Educa, 2009.

OBMEP – OLIMPÍADA BRASILEIRA DE MATEMÁTICA DAS ESCOLAS PÚBLICAS, 14. **Nível 1, 6.º e 7.º anos do ensino fundamental, l.ª fase**. 2018. Disponível em: <http://www.obmep.org.br/provas_static/pf1n1-2018.pdf>. Acesso em: 2 out. 2018.

ONUCHIC, L.R. Ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, M.A.V. (Org.). **Pesquisa em matemática**: concepções e perspectivas. São Paulo: UNESP, 1999. p. 199-218.

ONUCHIC, L.R. A resolução de problemas na educação matemática: onde estamos? E para onde iremos? **Espaço Pedagógico**, Passo Fundo, v. 20, n. 1, p. 88-104, 2013.

ONUCHIC, L.R.; ALLEVATO, N.S.G. Trabalhando volume de cilindros através da resolução de problemas. **Educação Matemática em Revista**, v. 1, n. 10, p. 95-103, 2009.

ONUCHIC, L.R.; ALLEVATO, N.S.G. Pesquisa em resolução de problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. **Bolema**, v. 25, n. 41, p. 73-89, 2011.

ONUCHIC, L.R.; ALLEVATO, N.S.G.; NOGUTI, F.C.H.; JUSTULIN, A.M. (Orgs.). **Resolução de problemas**: teoria e prática. Jundiaí: Paco, 2014.

RODRIGUES, É.A.N. **Resolução de problemas como metodologia de ensino**: compreensão relatada de professores de matemática. Dissertação (mestrado em educação) – Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Presidente Prudente, 2018.

VALE, I.; BARBOSA, A.; FONSECA, L.; PIMENTEL, T. , BORRALHO, A.; CABRITA, I.;
BARBOSA, E. **Padrões em matemática**: uma proposta didática no âmbito do novo programa para o ensino básico. Lisboa: Texto, 2011.