9. Repensar la práctica docente haciendo uso de la tecnología
Una visión socioepistemológica

*Patricia Lestón y Daniela Veiga**

Introducción

El uso de recursos tecnológicos en nuestras clases da la posibilidad de enriquecer el trabajo matemático de nuestros alumnos sin importar el nivel educativo en el que nos estemos desempeñando. Existen, actualmente, una diversidad de herramientas que promueven el uso de distintas estrategias y se ajustan a todas las necesidades y posibilidades. Desde el trabajo *online* hasta una infinidad de software o aplicaciones libres y gratuitas a las que se puede acceder fácilmente desde cualquier computadora, incluso desde los celulares.

La construcción de conocimiento se ve influenciada por una sociedad en la que la tecnología se encuentra al alcance de la mano y la exploración tecnológica forma parte de habilidades que los niños desarrollan desde edades tempranas. Partiendo de esta realidad, los docentes tenemos frente a nosotros el desafío de incluir el uso de estos recursos de manera significativa. Nos vemos en la necesidad de repensar nuestras prácticas docentes con la finalidad de optimizar los procesos de enseñanza y aprendizaje haciendo un uso inteligente de la tecnología.

* *P. Lestón*: Instituto Superior del Profesorado Joaquín V. González, Argentina.
D. Veiga: Instituto Superior del Profesorado Joaquín V. González, Argentina.

Al respecto, el rol del docente resulta fundamental. Si bien, su trabajo se ha transformado y redefinido con el correr del tiempo, el mismo sigue siendo clave en la construcción de los conocimientos. Es el docente el que debe decidir cuándo promover el uso de las herramientas informáticas, cuáles utilizar, en qué contextos, con qué finalidad y sus intervenciones, al igual que las actividades o problemas que proponga, pueden derrumbar cualquier objetivo si no son cuidadosamente pensados y gestionados. No se trata de proponer viejos problemas para resolver con modernas tecnologías. Se trata de repensar y redefinir nuestra tarea como docentes, como mediadores en la construcción del conocimiento. Cuando un docente logra dar este gran paso, se apropia del trabajo de su clase, se adueña de las estrategias óptimas y las adapta a su entorno, estamos frente a una nueva figura, un docente empoderado, capaz de dar respuesta a las problemáticas que se reflejan en sus aulas.

En esta oportunidad, presentamos una actividad que pone en juego dos cuestiones: por un lado, representa un problema cuya resolución involucra un uso significativo de algún recurso tecnológico, esto es, su uso representa una ventaja con respecto a otro tipo de resolución algebraica o analítica (si es que existiera); por otro lado, en términos de la línea socioepistemológica, no introduce un saber nuevo, sino que resignifica lo que ya se sabe acerca de los conceptos que se involucran dando lugar a lo que se denomina la problematización del saber.

Presentación de la tarea

Contexto: El problema que se presenta a continuación se basa en un trabajo de Cantoral y Montiel (2001) y está pensado para ser trabajado con alumnos avanzados de la carrera de profesor de matemática ya que se requieren conocimientos previos de funciones polinómicas y manejo de diversos recursos tecnológicos.

El enunciado está cuidadosamente pensado para no dar más información de la que el alumno necesita para la resolución. Como el problema está dirigido a un público que dispone de conocimientos suficientes de análisis, álgebra y recursos tecnológicos confiamos en que no se presenten obstáculos en la comprensión de la consigna. Asimismo, dada la simplicidad de la misma, es de esperar que rápidamente se asuma un rol activo en la resolución comenzando con la exploración de diversas alternativas.

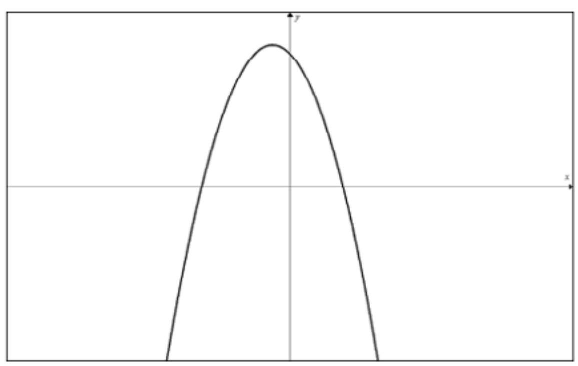
La resolución del problema invita al trabajo grupal y colaborativo ya que la exploración de alternativas enriquece la mirada y da la posibilidad al debate con argumentaciones que pueden ser refutadas o avaladas a partir del intercambio entre pares. De todas formas, también se puede pensar en una primera instancia de exploración individual que permita apropiarse de la situación para luego, participar del trabajo grupal.

Objetivo: El objetivo que nos proponemos alcanzar con su resolución es resignificar el saber matemático asociado al producto de funciones lineales haciendo uso de los recursos tecnológicos como medios de exploración y formulación de conjeturas.

Consigna:

Parte 1

Dada la siguiente parábola obtener la gráfica, de la forma más precisa posible, como producto de dos funciones polinómicas, no cuadráticas. ¿Existe una única posibilidad? Justificar.



Parte 2

A partir de lo realizado en la parte 1, responder a las siguientes preguntas:

a) ¿Qué tipo de funciones polinómicas se deben multiplicar para obtener una función cuadrática? Explicar todas las condiciones que deben cumplirse y detallar las restricciones, en caso de existir.

b) En caso de querer obtener una parábola con dos raíces positivas distintas y cóncava hacia arriba, ¿qué características tendrán las funciones que intervienen en el producto?

c) En caso de querer obtener una parábola con una sola raíz positiva y cóncava hacia abajo, ¿qué características tendrán las funciones que intervienen en el producto?

d) ¿Cualquier parábola podrá obtenerse como producto de otras funciones polinómicas no cuadráticas? Explicar.

Resolución de la consigna

Como lo que se busca es el producto de dos funciones polinómicas no cuadráticas, es sencillo deducir que dichas funciones deberán ser lineales. Probablemente, a esta altura, el lector encamine su búsqueda a través de la expresión factorizada de la parábola. Sin embargo, la naturaleza de la consigna descarta, casi inmediatamente, la posibilidad de una resolución algebraica dado que, al no disponer de una escala, no es posible obtener ningún dato (exacto o aproximado) que permita hallar la expresión algebraica de la misma.

Seguramente, quien haya iniciado la exploración de alguna estrategia de resolución, ya esté en condiciones de afirmar que se requiere hallar la pendiente y la ordenada de dos rectas, cuyo producto sea la función cuadrática dada. Algebraicamente, podemos sostener que estamos buscando dos funciones de expresiones $f_1 = a_1x + b_1$ y $f = a_2x + b_2$ de tal forma que:

$$ax^2 + bx + c = (a_1x + b_1)(a_2x + b_2), \text{ para } a, b \text{ y } c \text{ que se consideran fijos.}$$

A esta altura, un lector experimentado en conocimientos básicos de las funciones cuadráticas, no tendrá dificultades para argumentar que las dos funciones lineales que se buscan tendrán por raíces a las raíces de dicha parábola. Esto es fácil comprenderlo desde el punto de vista algebraico ya que las raíces de la función cuadrática son aquellos valores de su dominio para los cuales se verifica que $f(x) = 0$, por lo tanto, esos mismos valores deberán anular el producto de las dos funciones lineales:

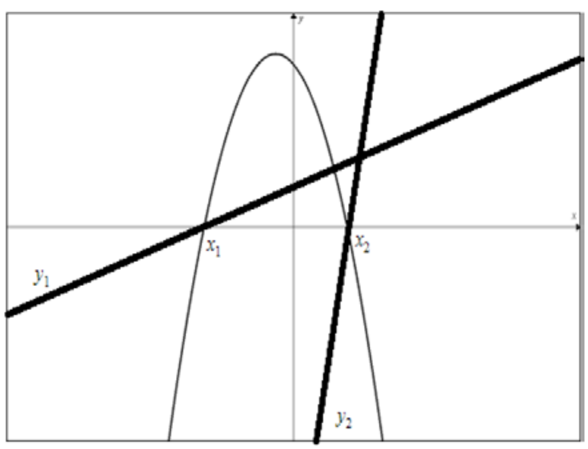
$$(a_1x + b_1)(a_2x + b_2) = 0$$

Ahora bien, para que este producto sea igual a cero, alguno de sus factores deberá ser igual a cero. Por lo tanto, puede ocurrir que $a_1x + b_1 = 0$ o $a_2x + b_2 = 0$. De cualquier forma, las soluciones de estas ecuaciones son las raíces de cada una de las funciones lineales.

En este punto, si bien se ha dado un gran paso en la resolución, aún no se ha llegado a dar respuesta a la consigna, pues no alcanza con conocer las raíces de las funciones lineales ya que dentro de la infinidad de rectas que contienen a estas raíces no todos los productos de estas rectas darán por resultado la parábola dada en el enunciado. Por lo tanto, será importante determinar las pendientes adecuadas de esas rectas para obtener el producto buscado.

Por ejemplo, en las figuras 1, 2, 3 y 4 todas las rectas representadas comparten sus raíces con las raíces de la parábola. Sin embargo, no podemos determinar con precisión cuáles de ellas, al multiplicarlas, dan por resultado la gráfica dada.

Figura 1. Rectas que comparten raíces con las de la cuadrática



En un primer análisis, ya se pueden ir anticipando algunas condiciones y descartando otras. Por ejemplo, las rectas representadas en la figura 1, sabemos que no pueden ser las buscadas pues entre las raíces x_1 y x_2 las imágenes de la función f_1 son positivas y las de f_2 son negativas; por lo tanto, el producto de ambas será negativo, pero, en ese intervalo la parábola está por arriba del eje x (función cuadrática positiva). El lector comprenderá rápidamente que el mismo análisis se podría haber realizado en otros intervalos convenientemente elegidos.

Figura 2. Rectas y parábola comparten raíces

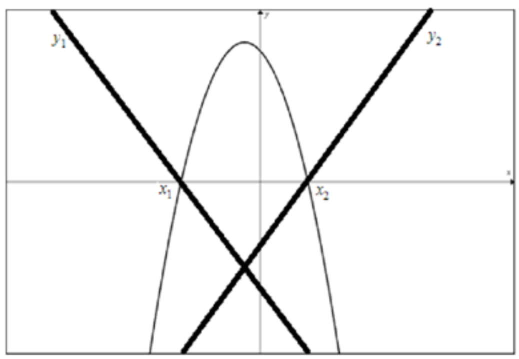


Figura 3. Rectas y parábola comparten raíces

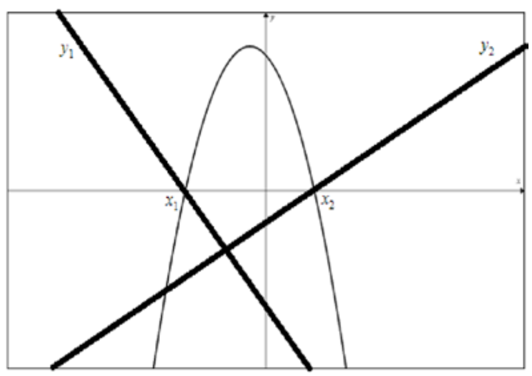
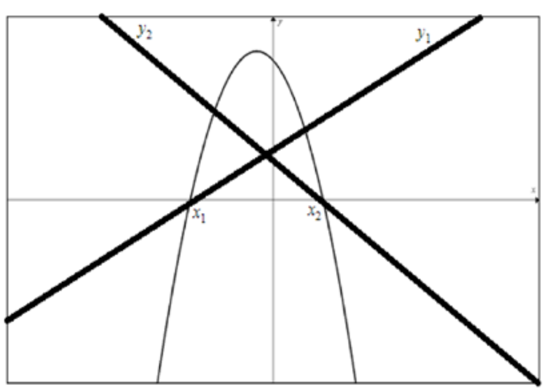


Figura 4. Rectas y parábola comparten raíces



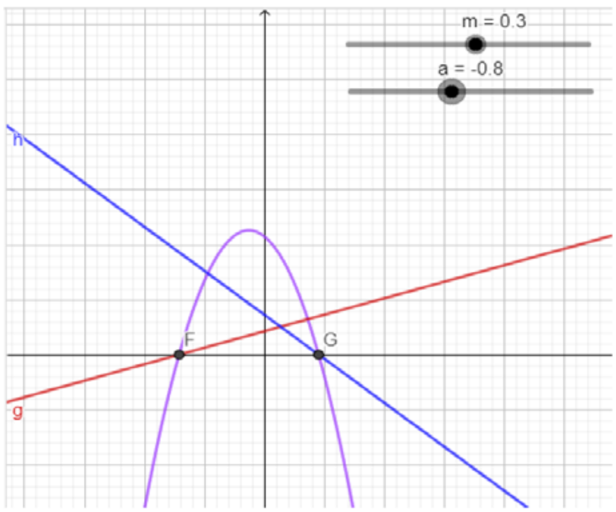
Sin embargo, al analizar los gráficos de las figuras 2, 3 y 4, ya no resulta tan evidente cuáles son las rectas buscadas. A esta altura, se advierte la necesidad de buscar otra estrategia de resolución que permita llegar con la precisión pedida en el enunciado y, al respecto, los graficadores matemáticos constituyen una herramienta que facilita la exploración de diversas posibilidades en un período de tiempo muy breve y, al mismo tiempo, seleccionando el recurso adecuado se podrá arribar a la solución buscada con una precisión mucho mayor que la que podríamos arribar esbozando gráficos en un papel.

Es posible que para su resolución se usen diversos recursos tecnológicos ya que el enunciado no indica ninguno en particular. Al respecto, las autoras de este trabajo elegimos trabajar con GeoGebra, ya que este software permite trasladar o "calcar" el gráfico de la consigna en la pantalla del graficador y, a partir del mismo, es posible hallar con gran precisión una curva que se aproxime a la misma. Para esto, será necesario hacer una captura de pantalla del gráfico de la consigna, con la opción imagen de la barra de herramientas es posible cargar esta imagen en el GeoGebra. Luego, eligiendo el menú propiedades y señalando la pestaña color se disminuye la opacidad adecuadamente y la imagen se volverá casi transparente, de esta manera, podremos situar los ejes con precisión.

Seguidamente, marcamos tres puntos en la parábola con el *mouse*. Usando la herramienta "Polinomio", con la lista de los tres puntos marcados, veremos que la curva se ajusta a una parábola. En este punto, es importante detenerse en un aspecto no menor y que puede resultar muy interesante en el momento de formular argumentaciones, ¿qué papel juegan las escalas de los ejes en la resolución de este problema? ¿Constituyen una variable a analizar? ¿De qué manera intervienen o pueden interferir en la búsqueda de la solución? Estos y otros interrogantes que pueden surgir al momento de la resolución no deben dejarse pasar, sino que forman parte de la riqueza de la actividad planteada. Como siempre, en un contexto escolar, será el docente quien decida cómo gestionar sus intervenciones para orientar a sus alumnos en la búsqueda de las respuestas. Nuestra sugerencia es que los alumnos aprovechen el recurso del que disponen para poder explorar diversas posibilidades que les permitan arribar a conclusiones.

Luego, haciendo uso de las herramientas del GeoGebra, es posible determinar las raíces de la parábola ya que son elementos necesarios para el estudio de las funciones lineales buscadas. A continuación, como puede verse en la figura 5, se pueden construir dos rectas que pasen por cada una de las raíces de la función cuadrática asignando un deslizador diferente para cada una de sus pendientes. Esto permitirá la exploración de diversas posibilidades en cuanto al producto buscado.

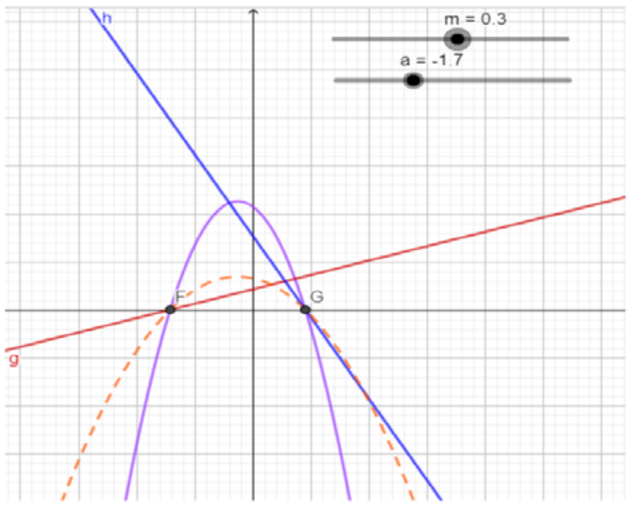
Figura 5. Deslizadores para las rectas que comparten raíces con la parábola



Si bien esta tarea puede resultar sencilla para cualquier persona experimentada en herramientas básicas del GeoGebra, es posible que se encuentren con alguna dificultad al momento de visualizar el producto de las funciones lineales. Esto se debe a la forma de notación de las funciones ingresadas. Es importante que, cuando se trabaje con las rectas, se utilice la herramienta "Función" y no con la herramienta "Recta". De esta manera, se podrá visualizar el producto de ambas.

Al ingresar el producto de ambas funciones, el lector podrá explorar rápidamente diversas variaciones de las pendientes realizando los ajustes necesarios para hallar la parábola pedida inicialmente. En el gráfico de la figura 6, y haciendo abuso del lenguaje, podemos decir que se puede visualizar el *producto de las rectas* en la función representada con línea punteada que, claramente no se trata de la solución pedida.

Figura 6. Producto de rectas



Esta misma exploración, les permitirá concluir rápidamente que la respuesta al problema no es única, sino que, por el contrario, existen infinitas posibilidades. Es necesario apreciar que, al no indicarse una escala en el enunciado, la función cuadrática puede ser otra. Para enriquecer aún más el problema planteado, una vez más, será el docente quien decida cómo gestionar sus intervenciones; sin embargo, sugerimos que se les pida la elaboración de algún argumento que fundamente esta respuesta. Es de esperar que sus alumnos, mediante la exploración, arriben a la conclusión que el producto de ambas pendientes debe coincidir con el coeficiente principal de la parábola. Por esta razón, las soluciones serán infinitas. Para esto, también pueden usarse las herramientas del GeoGebra que permiten ir comparando la variación del producto con el valor del coeficiente principal como puede observarse en los gráficos de las figuras 7 y 8.

Figura 7. Variación del producto de las pendientes y coeficiente principal

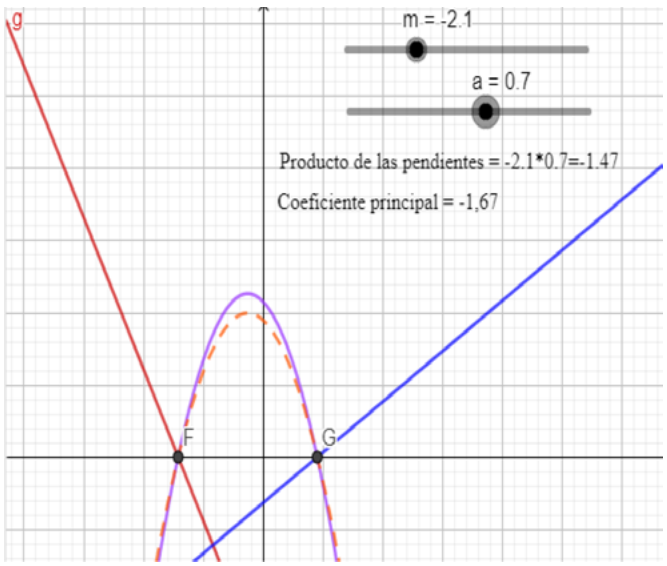
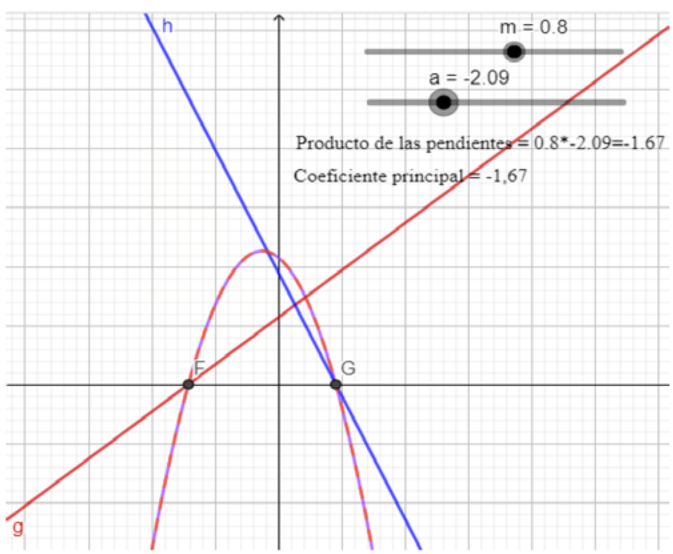


Figura 8. Variación del producto de las pendientes y coeficiente principal



Respecto de la segunda parte del problema planteado se espera que, a partir de la exploración realizada, se puedan arribar a conclusiones y generalizaciones pudiendo anticipar el comportamiento del producto de las funciones lineales y advirtiendo que, a partir de las operaciones entre funciones es posible obtener otras funciones de las cuales podemos ir anticipando características generales. En particular, el último ítem de la segunda parte, invita a un análisis mucho más profundo pues las funciones cuadráticas que no tienen raíces reales no podrán ser representadas como producto de funciones lineales. No obstante, es importante observar que las preguntas tienen un ordenamiento que es deliberado, ya que conducen al alumno a la búsqueda de regularidades y orientan la mirada hacia las conclusiones buscadas.

Análisis didáctico de la actividad a la luz de la socioepistemología

Para empezar, es importante tener en cuenta que un análisis socioepistemológico no implica un procedimiento prescriptivo que arribe a conclusiones, sino que se realiza un estudio sistémico del saber involucrando diversas aristas relacionadas con los componentes del conocimiento matemático: social, epistemológico, cognitivo y didáctico.

> Para lograr una problematización del saber matemático escolar debemos, con anterioridad, realizar un estudio sobre la problematización del saber matemático (PSM). Esta refiere al hecho de hacer del saber un problema, un objeto de análisis didáctico, localizando y analizando su uso y su razón de ser: se analiza la naturaleza del saber (dimensión epistemológica); el uso del saber (dimensión social); apropiación del saber (dimensión cognitiva) y la difusión del saber (dimensión didáctica) (Reyes y Cantoral, 2014, p. 366).

Al pensar la consigna, las autoras buscamos alcanzar dos objetivos. Por un lado, proponer una actividad en la que el uso de algún recurso tecnológico resulte significativo para su resolución y, por el otro, que la resolución de esta situación promueva la resignificación del conocimiento matemático en cuestión, transformándolo en saber. Enmarcamos, por lo tanto, este trabajo en la teoría socioepistemológica de la matemática educativa, dado que bajo esta perspectiva logramos explicar la importancia del escenario tecnológico así como el proceso de revisión del conocimiento en cuestión. Según Cantoral (2013), la teoría socioespistemológica, además de construir explicaciones sistémicas de los fenómenos didácticos en el campo de la matemática, busca intervenir en el sistema didáctico para transformarlo, al tratar a los fenómenos de producción, adquisición y de difusión del conocimiento matemático desde una perspectiva múltiple, que incorpore al estudio de la epistemología del conocimiento, su dimensión sociocultural, los procesos cognitivos asociados y los mecanismos de institucionalización vía su enseñanza.

Nos interesan en particular dos unidades de análisis de la socioepistemología que caracterizan el estudio de la matemática escolar:

- La *actividad humana*, permite explicar el conocimiento en términos de herramientas usadas por el ser humano para hacer matemática.
- La *resignificación* se orienta a presentar el conocimiento con significados propios, contextos, historia e intención contraponiéndolo a la idea platónica de preexistencia de los objetos y procesos matemáticos (Crespo Crespo, 2015).

Los conceptos matemáticos involucrados en la resolución de la actividad propuesta son resignificados en el momento de tener que contextualizarlos en una dimensión geométrica en la que el uso de un recurso tecnológico, en este caso, el GeoGebra se convierte en la herramienta de resolución forzando un trabajo analítico en el que se requiere revisar los conceptos matemáticos ajustándose a las restricciones planteadas en esta situación.

Al resolver esta actividad, el lector se enfrenta a la necesidad de ir variando entre lo analítico y lo visual, lo geométrico y lo algebraico. "El análisis de las diferencias de los argumentos permite encontrar la esencia que caracteriza a la construcción de la respuesta. El conocimiento pasa a ser la herramienta construida para usarse y dar respuesta a la situación planteada" (Reyes, 2016, p. 149).

Asimismo, nuestra elección se basa en la idea socioepistemológica que permite distinguir el conocimiento del saber a partir de su uso contextualizado. Según Cantoral (2013) el saber implica la acción voluntaria de transformar el conocimiento en un objeto útil para enfrentar un problema. De acuerdo con esta concepción el proceso de aprendizaje se manifiesta en la evolución de conocimiento a saber.

Para lograr esta transformación del conocimiento en saber, se requiere que el docente o futuro docente se cuestione sobre ese saber ya construido. Con esta intención, se diseña esta actividad que invita a vivenciar la problematización del saber; es decir, cuestionarnos lo que sabemos de funciones lineales y cuadráticas, operaciones entre ellas, relaciones entre lo algebraico y analítico, por qué tenemos estos conocimientos y para qué nos sirven en el contexto planteado. Por ejemplo, al inicio de la actividad, conocer la relación entre la forma factorizada de una función cuadrática y su relación con la representación geométrica facilita la tarea, aunque no la resuelve.

La actividad propuesta no fue necesariamente pensada como un modelo para ser replicado sino como un ejemplo de un saber que ha sido problematizado.

> [En el programa socioepistemológico] se planteaba desde la víspera, la necesidad de una reconstrucción racional del saber matemático que se apoyase, sin lugar a dudas, en una racionalidad contextualizada considerando principalmente la posición de quien aprende, que acompañaría a su vez al programa del relativismo epistemológico atendiendo al qué, cómo y por qué lo aprende (Cantoral, 2013, pp. 36-37).

Se entiende que el proceso de problematización del saber es esencial para que los docentes puedan repensar su práctica escolar. Cuando un saber ha sido repensado la relación con ese saber se modifica y esa modificación redunda en un cambio de la práctica escolar. Esto da lugar a lo que Reyes (2016) llama "empoderamiento docente", en que un individuo por propia decisión e inmerso en una comunidad inicia un trabajo de reflexión que se consolida en la acción transformando su realidad. Este proceso se describe dentro de esta teoría como desarrollo profesional docente, proceso en el cual se promueve el empoderamiento docente que se mencionaba anteriormente.

> El método utilizado por la Teoría Socioepistemológica para trabajar el saber matemático en un proceso de desarrollo profesional docente parte de la problematización del saber matemático (PSM) de un saber transversal que permita articular conceptos curriculares asociados al objeto matemático específico, para construir la unidad de análisis socioepistémica que funge como cimiento para la problematización de la matemática escolar (PME). Esto último promueve el tránsito de una perspectiva centrada en objetos matemáticos hacia otra centrada en prácticas en conjunto con las actitudes de liderazgo que los docentes tomen, pues solo podrá concretarse el cambio de relación al conocimiento matemático si los profesores toman un rol activo en la propuesta (Reyes, 2016, p. 198).

Estamos convencidas de que la resolución de esta actividad involucra conocimientos que pueden resultar muy familiares para cualquier docente o docente en formación y que, sin embargo, invita a cuestionarse y repensar los conocimientos posicionándose en un lugar más activo y enriquecedor para su tarea.

A modo de cierre

La escuela que enfrentamos todos los días los docentes ha cambiado, porque la sociedad de la que somos parte también lo ha hecho. Se modificó la manera en que nos comunicamos, en que nos relacionamos con otros, en que nos informamos y hasta la manera en que hacemos las compras. Ridículo es pretender que la escuela y la forma de conocer no cambien. La tecnología se hace presente en las aulas, aun cuando algunos docentes pretendan dejarla de lado. Lo que en este escrito se pretende mostrar es que el uso de la tecnología, mejor dicho, el uso *inteligente* de la tecnología puede ser para los docentes fuente de inspiración y oportunidad de cambio; y para los alumnos, un escenario en el que construyan saberes que les resulten significativos.

La actividad antes descripta y resuelta no es más que, como ya se mencionó, un ejemplo de un problema que a la luz de la teoría socioepistemológica nos invita a repensar aquello que sabemos, nos lleva a cuestionar cuáles son los posibles usos potenciales de los saberes que tenemos en la búsqueda de la respuesta a una pregunta que, a simple vista, resulta *inofensiva*. Reiteramos que no es casual. Las autoras de este escrito no estamos presentando un problema o una secuencia didáctica que permita presentar un nuevo conocimiento. Lo que se busca es simplemente poner en juego lo que se sabe, lo que conocemos y lo que creemos saber en un escenario en que la conjeturación y la empiria resultan naturales, en pos de la construcción de un nuevo uso de un saber que ya era "conocido".

No nos interesa transmitir un discurso que sostenga la necesidad de modificar todo lo que hacemos en las aulas para llevarlo hacia el uso de la tecnología. Lo que nos interesa es poner en valor los recursos tecnológicos, permitirnos pensar qué saberes pueden construirse con el uso de la tecnología que de otra manera tal vez no podrían ser construidos. Se busca también que docentes y alumnos –en nuestro caso, alumnos que son futuros docentes– logremos empoderarnos en esto que es la *problematización del saber* y la *puesta en uso* de la tecnología. Entendemos que allí reside la posibilidad de un cambio realista y significativo para la matemática escolar, allí los docentes pueden ejercer este nuevo rol, más de mediador que de centro de la clase, y que los alumnos sean activos protagonistas de su propia matemática escolar. La tecnología no es más que un recurso, uno de los muchos con los que los docentes contamos; sin embargo, es un recurso con casi inagotables posibilidades que sin duda seguirá en desarrollo… ¿no es hora de ponerlo a jugar a favor de la construcción de saberes en las aulas de matemática?

Referencias bibliográficas

Cantoral, R. (1995). Matemática, matemática escolar y matemática educativa. En R. M. Farfán (Ed.), *Memorias de la Novena Reunión Centroamericana y del Caribe sobre Formación de Profesores e Investigación en Matemática Educativa 1* (pp. 1-10). La Habana, Cuba.

Cantoral, R. (2013). *Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa. Estudios sobre construcción social del conocimiento*. Editorial Gedisa.

Cantoral, R. y Montiel, G. (2001). *Funciones: visualización y pensamiento matemático.* Prentice Hall.

Cantoral, R. y Reyes, D. (2012). Matemática Educativa, Socioepistemología y la problematización del saber: acciones de una agenda para un cambio educativo. *III Congreso Internacional y VIII Nacional de Investigación en Educación, Pedagogía y formación docente* (pp. 2247-2261). UPN.

Cantoral, R., Farfán, R. M., Lezama, J. y Martínez Sierra, G. (2006). Socioepistemología y representación: algunos ejemplos. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, Número especial, 83-102.

Crespo Crespo, C. (2015). Socioepistemología. En M. Pochulu y M. Rodríguez (Comps.), *Educación matemática: aportes a la formación docente desde distintos enfoques teóricos* (pp. 91-114). Ediciones UNGS.

Lezama, J. y Mariscal, E. (2008). Docencia en matemáticas: hacia un modelo del profesor desde la perspectiva de la socioepistemología. En P. Lestón (Ed.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa 21*, pp. 889-900. Colegio Mexicano de Matemática Educativa A. C. y Comité Latinoamericano de Matemática Educativa A. C.

Reyes, D. y Cantoral, R. (2014). Socioepistemología y empoderamiento. La profesionalización docente desde la problematización del saber matemático. *Bolema 28*(48), 360-382.

Reyes, D. (2016). *Empoderamiento docente y socioepistemología. Un estudio sobre la transformación educativa en Matemáticas*. Editorial Gedisa.