

# Presentación

Jhony Alexander Villa-Ochoa  
Universidad de Antioquia  
Colombia

En el ámbito de la educación matemática, la modelación se reconoce como un dominio de investigación próspero en el que se discute el uso, la aplicación, las oportunidades y la producción de conocimientos matemáticos, articulados a los contextos sociales y de otras áreas. Asimismo, se estudia el desarrollo de competencias y de las dimensiones cognitiva, cultural y afectiva del aprendizaje. Como dominio de investigación ha generado áreas interdisciplinarias (por ejemplo, con la ingeniería y la física), el uso de la tecnología y la formación de profesores, entre otras. Al respecto, en la literatura se publican experiencias sobre cómo la modelación les permite a los estudiantes y profesores generar conocimiento [1, 2]; adicionalmente, en el caso de los profesores, generar reflexiones didácticas que reflejan un nivel de preparación y potencial que puede favorecer la integración de la educación STEM en su futuro ejercicio profesional [3].

A lo largo de la historia de la investigación educativa sobre modelación matemática, se han configurado varios usos del término, temáticas y perspectivas [4, 5]. En especial, y por tratarse de las contribuciones de este libro, quiero llamar la atención sobre el diseño de tareas, situaciones o problemas de modelación. En la literatura estos términos a veces se usan indiscriminadamente para referirse a lo mismo y, en otras, el parece tener varios significados. Sin embargo, para ser coherentes con los autores de este libro, utilizaré la denominación *situaciones de modelación*, para referirme a sus producciones, es decir, un conjunto de enunciados con propósitos definidos, nivel educativo, contextos, contenidos y acciones para promover procesos de modelación en general, o para promover el desarrollo de una o varias habilidades (otros dirían competencias) a lo largo del proceso.

El análisis de las situaciones de modelación llama especial atención pues, por un lado, es una forma casi directa de dar vida a la modelación en la cotidianidad escolar y, por otro lado, porque los alcances y las posibilidades que se le atribuyen a la modelación están en correspondencia con el tipo de situación que se diseña y el ambiente de aprendizaje en el cual se integra [6]. Además, las situaciones de modelación son las que pueden fomentar la comprensión, descripción, intervención, generación de respuestas y reflexiones, sobre una situación en el mundo real [7].

En el reciente estudio de Guerrero y Camacho [7], los autores estudiaron las situaciones de modelación (usaron el término *tasks*) que diseñan los futuros profesores para enseñar matemáticas en entornos digitales y de modelización. Este estudio arrojó como resultados un conjunto de características de este tipo de tareas y de los tipos de actividad que fomentan en los estudiantes. Observaron dos elementos relevantes asociados al contexto de las tareas que definen sus características: el primero radica en el uso de la modelación como contenido y vehículo [8], y en el segundo observaron que los sistemas de geometría dinámica DGS influyen en las características del diseño de las tareas y la actividad, que los estudiantes realizan dentro de las limitaciones del software y la configuración construida. Con respecto al primer elemento, los autores señalan que las tareas diseñadas por los futuros profesores pueden atender a cinco objetivos principales: descripción, predicción, comprensión, representación e intervención. En relación con el segundo elemento, los investigadores observaron la presencia de modelos computacionales y modelos matemáticos, que reflejan las intenciones de la persona que diseña la tarea.

Por su parte, Villa-Ochoa et al. [6] realizaron una revisión de la literatura e identificaron un conjunto de categorías y subcategorías de tareas de modelación: enunciados verbales (realistas, auténticos),

construcción de modelos (construcción de gráficas o modelación de formas), proyectos de modelación (diseñados por el profesor o desarrollados con base en los intereses de los estudiantes), y uso y análisis de modelos. Para los autores, cada tipo de tarea refleja diferentes usos y énfasis de la modelación, con base en el diseño de la tarea y de los ambientes en que se integren para el curso de matemáticas. Cada tipo de tarea pone de relieve propósitos diferentes, que se pueden ajustar a las condiciones variantes de las instituciones escolares. Los lectores interesados se pueden remitir al trabajo de Maass [9], quien construyó un detallado esquema de tareas de modelación matemática para ofrecer orientaciones sobre los procesos de diseño y selección de tareas con objetivos, fines y grupos de destinatarios específicos.

Este libro se compone de ocho capítulos con tareas/situaciones de modelación matemática. Sus autores son, sin excepción, profesores de los niveles de educación primaria, secundaria y universitaria. La mayoría tiene experiencia en investigación, bien sea por su formación en posgrado o por participar en proyectos, grupos de estudio y otras actividades que se realizan en el marco de la Red Colombiana de Modelación en Educación Matemática RECOMEM, o en el Grupo MATHEMA-FIEM de la Universidad de Antioquia. Por tanto, algunas de estas tareas han sido implementadas en establecimientos educativos. En cada capítulo se informa sobre las acciones que los profesores y los estudiantes emprendieron, y los posibles resultados de dicha intervención.

El contenido de cada capítulo puede suscitar ampliaciones o consideraciones contextuales para su desarrollo en otros ambientes, contextos o instituciones educativas. Otras situaciones propuestas tienen fundamentación teórica en la modelación y son producto de discusiones y procesos investigativos de los autores. Bien sea teórica o con implementación empírica, los capítulos ofrecen oportunidades para que los lectores, principalmente profesores, estudiantes para profesor e investigadores, se inspiren para que, de manera crítica, adapten o diseñen sus propias tareas.

Cada capítulo cuenta con independencia temática, pero presenta una estructura similar en su diseño, que incluye elementos teóricos, metodológicos y curriculares relacionados con la modelación matemática. Además, incluyen metas de aprendizaje, habilidades y actitudes que se esperan desarrollar, lo mismo que las relaciones de la propuesta con las orientaciones curriculares expedidas por el Ministerio de Educación Nacional de Colombia MEN [10-12]. También se presenta una descripción de la situación propuesta, sugerencias metodológicas y evaluativas, posibilidades de ampliar la situación a otros contextos y de usar material complementario. Finalmente, se presentan reflexiones o ideas de cierre para mostrar posibilidades de la propuesta y la modelación en las aulas.

En el Capítulo 1, las autoras llevan a cabo una revisión de los resultados de pruebas externas en estadística y de la organización curricular de una institución educativa, a partir de la cual proponen una modificación del currículo con el desarrollo de situaciones que implican la recolección y análisis de datos. El trabajo presenta un ambiente de modelación matemática en estadística de una problemática centrada en la cantidad de zancudos con los que conviven estudiantes de grado 5, en el salón y en sus hogares. Esta situación movilizó el estudio de factores de riesgo asociados al dengue en la población estudiantil mediante modelación matemática, al tiempo que generó propuestas para contrarrestar posibles riesgos. La situación se reporta como una experiencia de aula con reflexiones y sugerencias para su implementación, y cuenta con soportes teóricos y metodológicos que sugieren contextos para la modelación matemática en clase.

En el Capítulo 2, los autores presentan la situación denominada *Una casa para las Mascotas*, en la cual brindan una serie de orientaciones y sugerencias para elaborar modelos o diseños de casas para mascotas de una institución educativa, o para los hogares de los estudiantes. La propuesta presenta un contexto amplio de recursos y posibilidades de abordar elementos matemáticos y extra matemáticos, donde resaltan cuestiones como que se pueden establecer relaciones entre disciplinas y ajustar su propuesta a diferentes contextos educativos. La noción de modelación se soporta con documentos curriculares en Colombia y aportes de algunos investigadores; además, se promueve una evaluación formativa y preguntas que posibilitan rutas diferentes para emprender una propuesta en el aula.

En el Capítulo 3, se utiliza la modelación matemática para promover un ambiente de aprendizaje centrado en el consumo de alimentos. La autora propone reconocer el contexto de la situación a través de un *picnic*,

donde las estudiantes conocen los productos que consumen sus compañeras de clase, al tiempo que presentan conceptos relacionados con los productos procesados. Propone elaborar una tabla para registrar la cantidad de azúcar añadida a cada producto. Las estudiantes contaron con el acompañamiento de un especialista en salud para responder a sus preguntas, realizar un proceso de investigación de productos del mercado y divulgar su estudio por medio de pósteres y un comercial de televisión. La autora afirma que la modelación en educación primaria permite un análisis crítico del aprendizaje y del uso de las matemáticas.

El Capítulo 4, propone una situación en la que se buscan vínculos entre las matemáticas y las experiencias culturales. La situación tiene que ver con determinar la mayor cantidad de empaques que se pueden elaborar a partir de un pliego de cartón industrial, contando con el plano del empaque. Las autoras esperan que con esta situación se generen discusiones y procesos, como aquellos que pueden ser matemáticamente correctos, pero que no aportan una solución adecuada para la situación propuesta. Además, sugieren que en el proceso se pueden evaluar los modelos que se utilizan y transferir los desarrollos de la solución a contextos similares, donde sugieren, como posibilidad de ampliación, el diseño de empaque para un disco compacto CD y el diseño de una cartuchera. Además, se presentan sugerencias para la evaluación de los aprendizajes a través de rúbricas: para ingeniería de diseño de producto y para secundaria.

En el Capítulo 5, se presenta un ambiente de modelación matemático enmarcado en una perspectiva sociocrítica. Este ambiente se construye alrededor de la consulta anticorrupción que se realizó en Colombia en 2018, y contempla cinco momentos y diferentes tareas que requieren elementos matemáticos, interpretación de resultados, análisis y cuestionamientos frente al modelo matemático que se elabora, entre otros. Las tareas que se presentan en el capítulo implican el uso de procesos y conceptos matemáticos, que no fueron previamente establecidos, sino que emergen como una posibilidad para atender la situación que se presenta a los estudiantes. La problematización de los datos, la participación y la discusión son aspectos centrales en el trabajo, porque se espera que los estudiantes expresen sus opiniones, reconozcan problemáticas sociales y generen argumentos a través de las matemáticas. En el contenido hay evidencias de la implementación, reconocimiento de posibles errores durante la misma, sugerencias evaluativas y reflexiones generales frente a la situación y el rol de las matemáticas, cuando se emplea la modelación bajo una perspectiva sociocrítica.

En el Capítulo 6, se presentan posibilidades de la modelación y la experimentación en clases de matemáticas a través del uso de tecnologías digitales. Los autores exponen referentes teóricos y curriculares provenientes de la educación matemática y de la enseñanza de las ciencias para soportar la propuesta. A partir del uso de sistemas masa-resorte en el simulador PhET, se plantean dos situaciones: una relacionada con la Ley de Hooke y otra con el Movimiento Armónico Simple MAS. A través del simulador se espera reconocer variables presentes en el fenómeno, utilizar diferentes registros de representación y de análisis de modelos. Además, se proponen tareas para que los estudiantes comuniquen, no solo sus desarrollos matemáticos y experimentales, sino también el reconocimiento de lo que aprendieron y los retos que asumieron en el proceso. Se recomienda el uso de una rúbrica para la evaluación y se plantean algunas situaciones y recursos que podrían servir como ampliación-exploración de modelos, como el estudio del péndulo simple y su relación con el MAS. Finalmente, plantean ideas alrededor del uso del simulador, el establecimiento de relaciones entre variables y el uso de diferentes sistemas de representación.

En el Capítulo 7, los autores aportan elementos a la formación de ingenieros, en especial, por promover el uso de la modelación matemática para darle sentido a las matemáticas en esta disciplina. Presentan una manera de abordar las ecuaciones diferenciales, a partir de la modelación de situaciones o fenómenos de la vida cotidiana que suelen depender del tiempo. El crecimiento poblacional, los procesos de llenado y vaciado de tanques y la verificación de leyes, son algunos de los contextos sugeridos por los autores para implementar la propuesta. Proponen el diligenciamiento de tablas para tener un registro histórico del fenómeno, utilizar elementos de la teoría de los mínimos cuadrados y el apoyo de hojas de cálculo para generar modelos y representaciones, para tener una comprensión del fenómeno y solucionar las problemáticas que involucran ecuaciones diferenciales.

En el Capítulo 8, se presentan cuestionamientos frente al valor utilitario de las matemáticas, que suele darse en los contextos educativos, y se hace un llamado a la creación de alternativas pedagógicas que permitan

la producción de sentidos y significados de las matemáticas. Entre estas opciones, el autor presenta los Proyectos Pedagógicos de Modelación, una propuesta que procura la creación de proyectos por parte de los estudiantes. Describe una experiencia desarrollada con estudiantes de una universidad brasileña, en un curso de cálculo, y cómo generaron sentidos y significados matemáticos a partir de ella. En este documento, el desarrollo de los Proyectos Pedagógicos de Modelación se presenta en diferentes momentos que permiten identificar la necesidad de asociar conocimientos de las matemáticas con otros tipos de conocimiento, para generar significados.

Los compiladores estructuraron el libro en tres secciones, de acuerdo con el nivel educativo: Educación primaria (6-11 años), educación secundaria o postsecundaria (12-18 años) y universitaria. Sin embargo, con base en la descripción presentada previamente, otras organizaciones también serían posibles. Por ejemplo, reconocer que todas las situaciones se sitúan en contextos auténticos, es decir, reflejan condiciones posibilidades o necesidades en la cotidianidad de los sujetos (capítulos 1 al 5), u ofrecen posibilidades de estudiar conceptos de otras áreas o profesiones (capítulos 6 al 8). Algunas de estas situaciones están directamente organizadas para darle sentido a temáticas particulares de la matemática o la estadística (capítulo 1 y 8), de la física (capítulo 6) o de la ingeniería (capítulo 7).

Otros están explícitamente enfocados en el desarrollo de capacidades como la indagación (capítulo 3), pensamiento crítico (capítulo 5), y diseño y argumentación (capítulo 4). Algunos capítulos permiten ver el impacto que tendrían las situaciones de modelación en la comprensión del contexto mismo (capítulos 5 y 6), en las implicaciones que tendría para los sujetos (capítulos 1 y 5), y las reflexiones sobre el cuidado propio y de los demás (capítulos 1 al 4).

Serían muchas otras las posibilidades del análisis de estas situaciones para reconocer sus contribuciones, sin embargo, a nivel general, resalto su flexibilidad, es decir, la posibilidad que ofrece a los profesores para usar, adaptar o crear nuevas situaciones para sus propias necesidades institucionales. También se resalta que los capítulos no se agotan en un conjunto de enunciados para ser transcritos a los estudiantes, sino que proporcionan orientaciones sobre los ambientes de las clases, que guardan coherencia con los propósitos de la misma. Estoy seguro de que este libro es un material importante para profesores y futuros profesores, en tanto que ofrece orientaciones y ejemplos sobre lo que es posible hacer en la clase de matemáticas. A los investigadores les ofrece oportunidades para diseñar e investigar los ambientes de sus propias investigaciones, y a los mismos autores la posibilidad de reorganizar sus producciones en tanto que, a medida que se interactúe con la comunidad, nuevas ideas, preguntas, alcances y acciones que surgen para enriquecer sus situaciones.

Invito a la comunidad en generar a revisar, debatir e implementar de manera crítica las propuestas y las experiencias plasmadas en este texto, a nutrir la discusión académica que permita avanzar en la revisión y mejoramiento continuo de estos materiales y de hacer realidad el deseo de que la modelación pueda ser integrada en la cotidianidad escolar.

## REFERENCIAS

- [1] Trelles C., Toalongo X. y Alsina Á. (2022). Una actividad de modelización matemática en primaria con datos auténticos de la Covid-19. *Enseñanza de las Ciencias. Revista de Investigación y Experiencias Didácticas* 40(2), 193-213.
- [2] Villa-Ochoa J., Sánchez-Cardona J. y Rendón-Mesa P. (2021). Formative assessment of pre-service teachers' knowledge on mathematical modeling. *Mathematics*, 9(8), 851.
- [3] Carmona-Mesa J., Cardona M. y Castrillón-Yepes A. (2020). Estudio de fenómenos físicos en la formación inicial de profesores de matemáticas. Una experiencia con enfoque STEM. *Uni-pluriversidad*, 20(1), e2020101.
- [4] Kaiser G. y Sriraman B. (2006). A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education. *ZDM - Mathematics Education*, 38(3), 302-310.
- [5] Villa-Ochoa J. y Alencar E. (2019). Un panorama de investigaciones sobre modelación matemática: Colombia y Brasil. *Revista de Educação Matemática*, 16(21), 18-37.
- [6] Villa-Ochoa J., Castrillón-Yepes A. y Sánchez-Cardona J. (2017). Tipos de tareas de modelación para la clase de matemáticas. *Espaço Plural*, 18(36), 219-251.
- [7] Guerrero-Ortiz C. y Camacho-Machín M. (2022). Characterizing tasks for teaching mathematics in dynamic geometry system and modelling environments. *Mathematics*, 10(8), 1239.

- [8] Julie C. y Mudaly V. (2007). Mathematical modelling of social issues in school mathematics in South Africa. En Blum W. et al. (eds.), *Modelling and applications in mathematics education* (pp. 503–510). Springer.
- [9] Maass K. (2010). Classification Scheme for modelling tasks. *Journal Für Mathematik-Didaktik*, 31(2), 285–311.
- [10] MEN (1998). Lineamientos curriculares para el área de matemáticas. Ministerio de Educación Nacional. Magisterio.
- [11] MEN (2006). Estándares básicos de competencias en lenguaje, matemáticas, ciencias y ciudadanas. Ministerio de Educación Nacional.
- [12] MEN (2016). Documento fundamentación teórica de los derechos básico de aprendizaje (V2) y de las mallas de aprendizaje para el área de matemáticas. Ministerio de Educación Nacional.

## Agradecimientos

La publicación de este libro contó con el apoyo del Comité para el Desarrollo de la Investigación CODI, de la Universidad de Antioquia, a través del proyecto: *La modelación matemática escolar como eje de integración interdisciplinar en un currículo basado en las áreas STEM+H: Un camino para la transformación educativa de la primaria en la ciudad de Medellín.*