

# La resolución de problemas en los currículos oficiales españoles de Educación Secundaria y Bachillerato

Problem Solving in the official Spanish secondary education and high school curriculum

ENRIQUE CASTRO MARTÍNEZ  
Universidad de Granada

## Resumen

Este capítulo recoge una visión de cómo ha sido considerada la resolución de problemas en los planes de estudios tal como fue expresado en los currículos oficiales españoles en la etapa que va desde 1950 hasta 2020. Nos detenemos en aquellos planes de estudios que prestaron más atención a algún aspecto relativo a la resolución de problemas. Partiendo del plan de 1957, en el que se incluye por primera vez la resolución de problemas como contenido, continuamos por la etapa oscura que, para la resolución de problemas, supuso la matemática moderna. Acabamos con la preponderancia que toma la resolución de problemas en el enfoque basado en competencias de los dos últimos planes de estudios.

**Palabras clave:** resolución de problemas, matemáticas, ESO, Bachillerato, currículo

## Abstract

This chapter gathers a vision of how problem solving has been considered in the study plans as they were expressed in the official Spanish curricula in the stage that goes from 1950 to 2020. We stop at those study plans that paid more attention to some aspect related to problem solving. Starting from the 1957 plan in which problem solving is included as content for the first time, we continue through the dark stage that modern mathematics meant for problem solving. We put an end to the preponderance of problem solving in the competency-based approach of the last two curricula.

**Keywords:** problem solving, mathematics, secondary education, high education, curriculum

## 1. Introducción

Los currículos oficiales y las propuestas curriculares suelen incluir recomendaciones y propuestas cuya finalidad, a veces, no es fácil de entender con claridad por los que tienen que llevarlas a cabo en el aula, es decir, principalmente por los profesores y, en ocasiones, por los autores de libros de texto. Este aspecto lo expone Claude Gaulin con mucha crudeza en lo que a la resolución de problemas concierne (Gaulin, 2001), lo que ha conllevado en muchas ocasiones la necesidad de que los profesores realicen cursillos de formación. En esta aportación pretendo mostrar cómo ha sido considerada la resolución de problemas en los currículos oficiales de España posteriores a 1950 orientados a la enseñanza de Secundaria y Bachillerato, y comentar alguno de los aspectos de esas propuestas que me han llamado la atención relativos a la resolución de problemas.

## 2. Plan de 1957: ejercicios y problemas

Pese a que la resolución de problemas es tan antigua como la propia matemática, su inclusión explícita en los currículos oficiales y propuestas curriculares de organizaciones profesionales comienza a mediados del siglo XX. En España, la propuesta curricular para Bachillerato opción de ciencias del plan de 1957, contempla en 5.º curso de Bachillerato que se trabajen los «métodos de resolución de problemas: planteo y discusión» (figura 1). En el *BOE* de fecha 02/07/1957 se aprueban los cuestionarios de Bachillerato para el plan 1957, según Decreto de 2-V-57 (OM 5-VI-57), en el que la resolución de problemas aparece como una cuestión a tratar en lo que se refiere a métodos de resolución de problemas. Los estudiantes de 5.º curso de Bachillerato tenían una edad mínima de 15 años. Era el primer curso del Bachillerato superior, en el que ya se distinguía entre Ciencias y Letras.

## OPCION DE CIENCIAS

### MATEMATICAS

(Seis unidades didácticas semanales)

Iniciación al método racional. — Axiomas.—Teoremas: hipótesis; tesis; directos; recíprocos; contrarios.—Condición necesaria y suficiente.

Métodos de resolución de problemas: planteo y discusión.

Métodos especiales de la Geometría métrica.—Lugares geométricos.

Desarrollo racional de algún capítulo de la Aritmética.

Desarrollo racional de algún capítulo de la Geometría.

Funciones exponencial y logarítmica.

ca.—Cálculo logarítmico.—Progresiones. — Interés compuesto. — Anualidades.

Cálculo elemental de vectores.—Área orientada.

Números complejos.—Operaciones: relación con vectores planos.

Funciones circulares.—Teoremas de adición de ángulos y de funciones.

Resolución de triángulos cualesquiera.

Funciones y gráficas.—Noción elemental de tangente a una curva: noción de derivada.—Interpretaciones físicas.—Representación gráfica de las proporcionalidades directa e inversa.

Trinomio de segundo grado.

Curvas de frecuencia.—Histogramas.—Promedios.—Dispersión.

Nociones de combinatoria.—Potencia del binomio.

Probabilidad y frecuencia.

Curva normal.

184

Figura 1. Cuestionario de matemáticas para quinto curso de Bachillerato. Plan 1957.

En esta época el profesor seguía con bastante asiduidad el libro de texto oficial, por lo que la interpretación de esta propuesta en el aula la realizaron los autores de los libros de texto. Dos de los matemáticos españoles más conocidos en ese momento Rey Pastor y Puig Adam publicaron textos de matemáticas de acuerdo a estos cuestionarios del plan de 1957, entre ellos un libro de texto de matemáticas para quinto curso de Bachillerato (Rey Pastor y Puig Adam, 1958). El depósito legal se realizó en 1958, es decir, fueron de los primeros en desarrollar estos cuestionarios para la práctica del aula. Rey Pastor y Puig Adam realizan una interpretación de estos cuestionarios agrupándolos por capítulos y desglosando cada capítulo en lecciones. Concretamente, el segundo capítulo lo titulan «Los problemas matemáticos». Este capítulo constaba de dos lecciones, tituladas «El método reductivo», la primera, y «Métodos especiales de Geometría» la segunda, que trata la cuestión que aparece en el documento oficial con el título de *Métodos especiales de la Geometría métrica y Lugares geométricos* (figura 1).

El capítulo sobre el método reductivo comienza con una consideración sobre los problemas matemáticos:

Los problemas matemáticos suelen consistir en hallar ciertos entes matemáticos (números en Aritmética; puntos, rectas, curvas en Geometría; funciones en Análisis matemático...) dadas condiciones suficientes para determinarlos. (p. 17)

Afirma a continuación que tal determinación suele efectuarse por un *proceso reductivo*. Rey Pastor y Puig Adam consideran un único método general para resolver los problemas matemáticos, el *método reductivo*, que aplican en aritmética, algebra y geometría. Para ellos, el proceso reductivo consiste en:

[...] en sustituir las condiciones dadas por otras más sencillas que se desprenden de ellas, y estas a su vez por otras, si es preciso... y así sucesivamente hasta llegar a condiciones tan sencillas que definan por sí solas el elemento buscado.

Hay que reconocer que en un principio la expresión *método reductivo* produce cierta desazón, y más aún cuando es difícil rastrear en la literatura el origen de la expresión *método reductivo*. El término *reductivo* está en desuso y significa «que reduce o puede reducir» (RAE), y uno de cuyos sinónimos es *reduccionista*. El método reductivo se refiere a disminuir la complejidad de la resolución de un problema dado, descomponiéndola en una concatenación de resolución de problemas más simples. Uno de los ejemplos más utilizados de este método, en aritmética, es el de resolver los problemas de regla de tres por el método de *reducción a la unidad*. Este método se proponía en textos de Aritmética como alternativa más racional y analítica a los procesos sintéticos estandarizados como el de la regla de tres. Así lo expone Ezequiel Solana en su libro de *Aritmética*:

**Reducción a la unidad.** Conviene mucho acostumbrarse a resolver por el procedimiento de reducción a la unidad, tan racional y analítico, los problemas de regla de tres. Todo se reduce a buscar el valor de una unidad de la cantidad principal, y determinar por él, multiplicando o dividiendo, el resultado que se busca. (Solana, 1925, p. 74)

El texto de matemáticas de Segura (1963) aclara algunas de las lagunas del texto de Rey Pastor y Puig Adam. Concretamente,

Segura (1963) ciñéndose al texto del título propuesto por el Ministerio, aborda qué se entiende por métodos de resolución de problemas:

No es posible indicar un procedimiento general que permita resolver todos los problemas de matemáticas; solamente se pueden dar algunas normas orientadoras que sirvan de ayuda. Estas normas se denominan *métodos de resolución*. (p. 45)

Así pues, desecha el supuesto de que hay un único método general y, además, señala que entre los más importantes se encuentran el *método sintético* y el *método reductivo*.

El método *sintético*, que consiste en efectuar determinadas operaciones con los datos del problema, aplicando reglas conocidas, útiles para el tipo de problemas de que se trate. Por ejemplo: las reglas de tres, de interés, etc.

El método *reductivo*, que consiste en pasar a otro problema cuyas soluciones traigan como consecuencia las soluciones del propuesto. Si el nuevo problema no se sabe resolver, se reducirá a otro, y así sucesivamente, hasta llegar a uno conocido. (p. 45)

Con respecto al método reductivo, Armoni *et al.* (2005) señalan que:

La reducción es un método importante para resolver problemas en matemáticas y otras disciplinas científicas. Esencialmente, resolver un problema por reducción significa transformarlo en problemas más simples (o problemas cuya solución ya se conoce) y construir o deducir la solución del problema original a partir de la solución del nuevo problema. (p. 114)

Por ejemplo, el método de Gauss para resolver ecuaciones lineales. Este es en realidad un método reductivo, en el que la matriz definida por el conjunto dado de ecuaciones lineales se transforma en una matriz triangular, para la cual la solución es relativamente simple. Sin embargo, cuando se enseña este método, generalmente no se enfatiza su naturaleza reductiva. Considere otro ejemplo, en el que se pide a un estudiante que calcule

la suma de todos los números entre 1 y 101 que no son divisibles por 3. Una solución directa a este problema es muy tediosa e implica una gran cantidad de cálculos. El problema también se puede resolver de forma reductiva: la suma requerida es la diferencia entre la suma de todos los números entre 1 y 101, y la suma de todos los números entre 3 y 99 que son divisibles por 3. Ambas sumas se pueden calcular como series aritméticas. Por tanto, el problema original se puede reducir a dos problemas separados de cálculo de una serie aritmética. Los estudiantes que no están acostumbrados al pensamiento reductivo pueden tener dificultades para llegar a esta solución, que tiene una complejidad técnica relativamente baja.

### 3. Plan de 1970: la matemática moderna

En la etapa de la matemática moderna se puso en práctica en la enseñanza el reduccionismo de la matemática a la lógica, que había sido desarrollado de forma teórica durante la segunda mitad del siglo XIX y principios del XX. La teoría de conjuntos y las estructuras algebraicas desarrolladas a partir de ella sirvieron de base a lo que se denominó *matemática moderna* y encontraron un fuerte desarrollo en la obra del grupo francés Bourbaki. A partir de 1935 este grupo se propuso fundamentar toda la matemática a partir de la teoría de conjuntos y las estructuras algebraicas. En el ámbito psicológico y educativo encontró un fuerte aliado en el psicólogo Jean Piaget. Este autor junto a un equipo de investigadores propuso que las estructuras mentales de los niños se adecuaban a la sucesiva complejidad de las estructuras algebraicas. La obra didáctica de Dienes y otros educadores de la época fomentaron su inclusión en el ámbito escolar.

La matemática moderna estaba destinada a la Universidad, pero pronto se fue adoptando en todos los niveles educativos. En España se inicia esta tendencia a finales de la década de 1960, y la primera propuesta oficial de currículo que se hace en esta línea fue la publicación de los Cuestionarios del Bachillerato elemental en 1967 realizada por el entonces ministro Manuel Lora Tamayo (MEC, 1967). Los cuestionarios para el Bachillerato superior no se llegaron a publicar por el cambio que se produjo en 1970 con la Ley General de Educación.

En este nuevo plan de estudios se incluyeron en el primer curso como los tres primeros temas: 1. Conjuntos. Inclusión. Partes de un conjunto. 2. Unión e intersección de conjuntos. 3. Correspondencias entre conjuntos. En segundo curso: 1. Conjuntos. Producto de conjuntos. 2. Correspondencias y relaciones. Relaciones de equivalencia. Y en tercer curso: 1. Revisión de las nociones de correspondencia y de relación de equivalencias. Relaciones de orden. En cuarto curso no se incluyeron ideas iniciales de teoría de conjuntos.

Con respecto a los anteriores planes, se suprimen en primer curso: los problemas de regla de tres simple por el método de reducción a la unidad; en segundo curso la regla de tres compuesta, los problemas de interés simple y descuento, repartos proporcionales, mezclas y aleaciones y, tercer curso los problemas de aplicación a la aritmética mercantil. La idea que presidió estos cambios es:

Suprimir los temas del cuestionario anterior que no son esenciales y aquellos otros que por su contenido o por el pretendido rigor con que tradicionalmente se exponían, resultaban inasequibles, como la experiencia docente de muchos años ha demostrado. (MEC, 1967, p. 13429)

La distribución de las materias en los distintos cursos de este plan de estudios se hace procurando agrupar los temas alrededor de ciertas estructuras algebraicas fundamentales, que no se citan explícitamente en ninguna parte del cuestionario, y prescindiendo de la separación entre Aritmética y Geometría, que se dieron en el plan anterior.

Los planes que surgieron a raíz de la Ley General de Educación del año 1970 cambiaron la estructura del sistema educativo, pero mantuvieron y acrecentaron lo que ya estaba gestado. Lo expresa claramente el siguiente párrafo:

Una de las funciones fundamentales de las matemáticas es la de ordenar conocimientos y crear estructuras formales que las resuman y expresen. Las estructuras formales están caracterizadas por unas leyes que permiten aplicarles, de modo preciso, unos automatismos, entre ellos el automatismo de la lógica que facilita su utilización en problemas variados. (MEC, 1970-71, p. 25)

Sobre la importancia de los problemas se insiste en este documento:

La enseñanza de la matemática en todos los niveles, y preferentemente en la EGB, debe centrarse en el proceso de matematización de problemas, creación de sistemas formales, utilización de las leyes de estos sistemas para obtener unos resultados e interpretación de los mismos. (MEC, 1970-71, p. 25)

Pero la realidad es que, en esta etapa de la matemática moderna, lo que predominaba era una matemática formal en la que la resolución de problemas queda relegada en este documento a formar parte de las sugerencias de posibles actividades de *Reconocimiento y resolución de situaciones problemáticas, concretamente: a) formular problemas tomados de la vida real, y b) identificar problemas y establecer gradualmente los pasos para su solución.* No obstante, supone un paso adelante, pues se señalan aspectos de la resolución de problemas no presentes en propuestas anteriores.

Los planes de estudio para el BUP para matemáticas (MEC, 1975) siguen rígidamente los preceptos de la matemática moderna. Englobada en el área de ciencias matemáticas y de la naturaleza, su propósito era tratar:

[...] de capacitar al alumno para comprender los fenómenos naturales, científicos y técnicos de su entorno. Se resaltarán la importancia del mecanismo lógico implícito en el razonamiento científico habituando al alumno a los métodos deductivo e inductivo y a la experimentación. (MEC, 1975, p. 8064)

Pero la realidad viene ya reflejada en la orientación para el primer curso.

Las directrices que se dan para el primer curso del BUP de matemáticas es que se parta de los conceptos de *anillo* y *cuerpo* para tratar los temas de la asignatura. Entre ellos, proporcionar a los alumnos como aplicación práctica nociones de aritmética comercial. Es decir, ni siquiera los aspectos prácticos son enfocados como resolución de problemas. No hay concesiones en estos planes para la resolución de problemas. Tanto en la EGB como en el BUP hubo un fracaso bastante generalizado en cuestiones

básicas, por lo que no es de extrañar que se popularizara el libro de Morris Kline *El fracaso de la matemática moderna* y que se pro-  
dujera el movimiento de vuelta a lo básico.

Los Programas Renovados de 1979 no aportaron gran novedad en cuanto a la resolución de problemas, pues su finalidad era la estructuración de los programas en Bloques Temáticos desglosados en Temas de Trabajo, niveles básicos de referencia para cada uno de estos temas que constituyen los objetivos mínimos que se han de alcanzar. Son un *Documento de Apoyo al Profesorado* y el nivel de profundización de cada bloque temático. El documento pretende facilitar la programación, realización y evaluación del trabajo escolar (MEC, 1981).

#### 4. Plan de 1991: enseñanzas mínimas

El Real Decreto 1007/1991 estableció las enseñanzas mínimas para la ESO. En él la resolución de problemas aparece como un objetivo a alcanzar a lo largo de toda la Educación Secundaria Obligatoria en todas las materias en las que hay que adquirir conocimiento. Propone:

Elaborar estrategias de identificación y resolución de problemas en los diversos campos del conocimiento y la experiencia, mediante procedimientos intuitivos y de razonamiento lógico, contrastándolas y reflexionando sobre el proceso seguido. (MEC, 1991, p. 152)

La propuesta por materias consta de tres grandes apartados: objetivos generales, contenidos y criterios de evaluación. En lo que se refiere al área de matemáticas varios de los objetivos generales precisan la información sobre la resolución de problemas.

2. Utilizar las formas de pensamiento lógico para formular y comprobar conjeturas realizar inferencias y deducciones, y organizar y relacionar informaciones diversas relativas a la vida cotidiana y a la resolución de problemas.
4. Elaborar estrategias personales para el análisis de situaciones concretas y la identificación y resolución de problemas, utilizando distintos recursos e instrumentos y valorando la convenien-

cia de las estrategias utilizadas en función del análisis de los resultados.

9. Actuar, en situaciones cotidianas y a resolución de problemas, de acuerdo con modos propios de la actividad matemática, tales como la exploración sistemática de alternativas, la precisión del lenguaje, la flexibilidad para modificar el punto de vista o la perseverancia en la búsqueda de soluciones.

Cada uno de los cinco bloques de contenidos de que consta la propuesta correspondiente a matemáticas está desarrollado según conceptos, procedimientos y actitudes. Las ideas relativas a la resolución de problemas no aparecen en el apartado de conceptos, pero sí aparecen en procedimientos y actitudes, pero no de forma sistemática en todos los bloques. Concretamente se nota su ausencia en el bloque 2 de medida, estimación y cálculo de magnitudes, en el bloque 4 interpretación, representación y tratamiento de la información y en el bloque 5 tratamiento del azar. El bloque 3 representación y organización del espacio, recoge como procedimientos: *a*) la identificación de problemas geométricos diferenciando en ellos los elementos conocidos de los desconocidos y los relevantes de los irrelevantes, y *b*) la reducción de problemas complejos a otros más sencillos para facilitar su comprensión y resolución. Asimismo, se recogen en este bloque 3 dos actitudes relativas a la resolución de problemas: *a*) perseverancia y flexibilidad en la búsqueda y mejora de soluciones a los problemas, *b*) interés y respeto por las estrategias y soluciones a problemas distintas de las propias. El bloque 1 números y operaciones, incluye varios apartados en procedimientos: *a*) la resolución de ecuaciones de primer grado, *b*) formulación y comprobación de conjeturas sobre situaciones y problemas, y *c*) utilización del método de análisis-síntesis para resolver problemas numéricos. También incluye dos apartados en actitudes: *a*) disposición favorable a la revisión y mejora del resultado de cualquier problema numérico, *b*) sensibilidad y gusto por la presentación ordenada y clara del proceso seguido y de los resultados obtenidos en problemas y cálculos.

Los criterios de evaluación ponen especial énfasis en aspectos de resolución de problemas. En ellos se detecta que, fundamentalmente, se deben aprender matemáticas para resolver proble-

mas y, en menor medida también el uso de estrategias en situaciones de resolución de problemas. No hemos encontrado trazas que sugieran el aprendizaje de las matemáticas a través de la resolución de problemas.

## 5. Plan de 2006: las competencias

El currículo para la ESO de 2006 (MEC, 2007a) incorpora las competencias básicas como un componente nuevo junto a otros más tradicionales como los objetivos, los contenidos y los criterios de evaluación. Referidos a estos componentes el documento prescribe enseñanzas mínimas. Siguiendo las directrices europeas establece ocho competencias básicas, una de ellas es la *competencia matemática*, a la que caracteriza de forma extensiva, citando una serie de aspectos en los que los estudiantes se deben formar, entre los que están el razonamiento matemático y la resolución de problemas «para dar una mejor respuesta a las situaciones de la vida de distinto nivel de complejidad» (p. 687). La estructura que se le da en este currículo a la distribución de las enseñanzas mínimas en casi todas las materias es similar: se distribuyen en bloques y contienen un bloque inicial de «Contenidos comunes». Hay contenidos comunes que son semejantes en los cuatro cursos y en otros se producen ligeros cambios (tabla 1). Tengo la impresión de que no resultó fácil construir la propuesta del bloque 1, dada su novedad en los curriculares oficiales.

**Tabla 1.** Contenidos comunes del bloque 1 según el curso.

Contenidos comunes	Cursos ESO
<ul style="list-style-type: none"> <li>Utilización de estrategias y técnicas simples en la resolución de problemas tales como el análisis del enunciado, el ensayo y error o la resolución de un problema más simple, y comprobación de la solución obtenida.</li> </ul>	1.º y 2.º
<ul style="list-style-type: none"> <li>Planificación y utilización de estrategias en la resolución de problemas tales como el recuento exhaustivo, la inducción o la búsqueda de problemas afines, y comprobación del ajuste de la solución a la situación planteada.</li> </ul>	3.º y 4.º

• Expresión verbal del procedimiento que se ha seguido en la resolución de problemas.	1.º
• Descripción verbal de procedimientos de resolución de problemas utilizando términos adecuados.	2.º
• Descripción verbal de relaciones cuantitativas y espaciales, y procedimientos de resolución utilizando la terminología precisa.	3.º
• Expresión verbal de argumentaciones, relaciones cuantitativas y espaciales, y procedimientos de resolución de problemas con la precisión y rigor adecuados a la situación.	4.º
• Interpretación de mensajes que contengan informaciones sobre cantidades y medidas o sobre elementos o relaciones espaciales.	1.º, 2.º, 3.º y 4.º
• Confianza en las propias capacidades para afrontar problemas, comprender las relaciones matemáticas y tomar decisiones a partir de ellas.	1.º, 2.º, 3.º y 4.º
• Perseverancia y flexibilidad en la búsqueda de soluciones a los problemas.	1.º, 2.º, 3.º, 4.º
• Utilización de herramientas tecnológicas para facilitar los cálculos de tipo numérico, algebraico o estadístico, las representaciones funcionales y la comprensión de propiedades geométricas.	1.º, 2.º, 3.º y 4.º

En el desarrollo que hace la Junta de Andalucía de este currículo (Consejería de Educación, 2007) se da autonomía de los centros docentes, tanto pedagógica como organizativa, para el desarrollo y concreción del currículo de la Educación Secundaria Obligatoria. Entre las indicaciones que resaltan en matemáticas, está el énfasis en la resolución de problemas para adquirir competencias básicas:

La resolución de problemas debe concebirse en este contexto como un aspecto fundamental para el desarrollo de las capacidades y competencias básicas en el área de matemáticas y como elemento esencial para la construcción del conocimiento matemático. Es, por ello, fundamental su incorporación sistemática y metodológica a los contenidos de dicha materia. (Consejería de Educación, 2007, p. 51)

Además, en esta Orden se subraya el aspecto transversal de la resolución de problemas que, junto con el uso sistemáticamente adecuado de los medios tecnológicos y la dimensión social y cultural de las matemáticas, deben entenderse como ejes transversales que han de estar siempre presentes en la construcción

del conocimiento matemático durante esta etapa. Hay, pues, un cambio sustancial en la orientación del uso de la resolución de problemas en la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas. De la idea tradicional de aprender matemáticas para resolver problemas se pasa a resolver problemas para aprender matemáticas. Esto supone un desafío considerable para los equipos pedagógicos de los centros, debido a la falta de tradición al respecto y el esfuerzo enorme para llevarla a cabo. En consonancia con el papel importante que se le otorga a la resolución de problemas en esta Orden se la incluye como el primer núcleo temático con un carácter transversal.

## 6. Plan de 2014: resolución eficaz de problemas complejos

El currículo de 2014 incluye la noción de competencia como una componente base del currículo para lograr una *eficaz* resolución de problemas *complejos*. Esto se puede apreciar en el Real Decreto 1105/2014, por el cual se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato. En la introducción de este decreto se da una descripción amplia de la noción de currículo que engloba a las competencias como uno de los aspectos que lo conforman:

El «currículo» estará integrado por los objetivos de cada enseñanza y etapa educativa; las competencias, o capacidades para activar y aplicar de forma integrada los contenidos propios de cada enseñanza y etapa educativa, para lograr la realización adecuada de actividades y la *resolución eficaz de problemas complejos*. (MECD, 2014, p. 169)

Así pues, la resolución de problemas es vista como una necesidad última a la que hay que atender para lo cual previamente hay que aprender o adquirir determinadas capacidades y competencias. Quizás en un intento de ser preciso en el lenguaje, los autores del documento añaden dos calificativos a la resolución de problemas que pueden poner en un aprieto a los que tienen que poner en práctica este currículo: uno de ellos es «eficaz» y el otro es «complejos».

## 6.1. Resolución eficaz de problemas

Con respecto al primero de los calificativos, cabe preguntarse: ¿qué es la *resolución eficaz de problemas*? Esta expresión puede ser interpretada de múltiples maneras. Puede ser interpretada como resolverlos en un tiempo récord, o que se utilice la estrategia más elaborada, o, por el contrario, la respuesta más sencilla, o que se dé una respuesta adecuada, razonable, coherente o aceptable al problema, o quizás que se resuelva de acuerdo al contenido matemático que se está estudiando en ese momento, o que se resuelvan con conceptos matemáticos lo más avanzados posibles. Estas son algunas de las posibles respuestas a la pregunta y que dejan con la duda de lo que se quiere transmitir en el documento sobre resolución eficaz, sobre todo cuando a los problemas se le añade que deben ser complejos. Tratando de entender el significado desde un punto de vista lingüístico, puede ser entendida en un uso habitual del lenguaje, por lo cual su significado en el diccionario de la lengua el término *eficaz* significa «que tiene eficacia» y, a su vez, *eficacia* significa «capacidad de lograr el efecto que se desea o se espera». Según esto, la resolución eficaz de problemas será la capacidad de resolver problemas. Con lo cual lo de eficaz sobraría o es reiterativo, pues previamente ya se había dicho que el currículo integra las competencias o capacidades para activar y aplicar de forma integrada los contenidos propios de cada enseñanza y etapa educativa a la resolución de problemas.

Tras la reflexión anterior, cabe la duda de si la expresión *solución eficaz de problemas* tiene un trasfondo más científico, es decir, si proviene del campo de investigación sobre resolución de problemas. Dado que la mayor parte de la literatura especializada sobre resolución de problemas está en inglés, he realizado una revisión de lo que se entiende por *resolución eficaz de problemas*, cuya traducción es *effective problem solving*. El trabajo más sugerente que aparece en la literatura es el clásico artículo de Larkin de 1979 titulado *Processing Information for Effective Problem Solving*. En este artículo, Larkin analiza formas con las que ayudar a los estudiantes a resolver problemas de física de manera eficaz. Sobre la base de sus observaciones de resolutores de problemas novatos y expertos, la autora sugiere enseñar los procesos utilizados por los expertos directamente a los estudiantes. Se

plantea la pregunta: «¿Cómo se puede ayudar a los estudiantes a resolver problemas de física de manera más eficaz?» Para contestarla, hace lo siguiente: a) observa en detalle los procesos utilizados por «expertos», personas que son buenas para resolver problemas de física; b) extrae y resume las características esenciales de estos; c) enseña directa y explícitamente estos procesos a los estudiantes. Está claro que la autora entiende por solución eficaz la de un resolutor experto (en la investigación de Larkin se trata de profesores universitarios de Física). Hay que subrayar que la investigación de Larkin se realiza bajo la teoría del procesamiento de la información cuyo fin último es buscar la estrategia óptima en el espacio del problema, con el objeto de implementarla en programas de ordenador bajo la «filosofía» de la Inteligencia Artificial, incipiente en esa época.

Una interpretación alternativa a lo que es la resolución eficaz de problemas, la plantea Bardach (2012) en su guía práctica de ocho pasos para una resolución eficaz de problemas: definición del problema, obtención de información, construcción de alternativas, selección de criterios, proyección de los resultados, confrontación de costos y beneficios, decida y cuente su historia.

## 6.2. Problemas complejos

Incluso para investigadores expertos, la expresión *problema complejo* es difícil de definir y a los no expertos sumergirlos en un mar de dudas. Frensch y Funke (1995), como editores, pidieron a los autores de los capítulos del libro que dieran una definición corta de problema complejo. Las respuestas están recogidas en la tabla 2.

**Tabla 2.** Definiciones concisas de problemas complejos en Frensch y Funke (1995).

Autores	Resolución de problemas complejos- <i>Complex problem solving</i> (CPS)
Beckmann y Guthke	CPS representa una clase de tarea que exige el dominio cognitivo que requiere el reconocimiento de relaciones causales entre las variables de un sistema.

Autores	Resolución de problemas complejos- <i>Complex problem solving</i> (CPS)
Berry	Decidir si una tarea debe considerarse compleja o no, parece ser una cuestión relativa más que absoluta. Algunas tareas parecen ser complejas en comparación con muchas tareas experimentales tradicionales de resolución de problemas. En estos casos, la gran cantidad de variables y su interconectividad, la intransparencia, los rezagos temporales y la gran cantidad de metas a cumplir contribuyen a la complejidad de la tarea.
Brehmer	Me preocupa la capacidad de las personas para manejar tareas que son complejas, dinámicas (en el sentido de que su estado cambia tanto de manera autónoma como una consecuencia de las acciones de los tomadores de decisiones) y opacas (en el sentido de que el tomador de decisiones puede no ser capaz ver los estados de la tarea o la estructura de la tarea).
Buchner	CPS es la interacción exitosa con entornos de tareas que son dinámicos (es decir, cambian en función de las intervenciones del usuario y / o en función del tiempo) y en los que algunas, si no todas, las regularidades del entorno solo pueden revelarse mediante una exploración exitosa y una e integración de la información obtenida en ese proceso.
Dörner	El CPS se refiere al comportamiento de personas o grupos de personas en situaciones complejas, dinámicas e invisibles donde la estructura exacta y las propiedades de las situaciones son relativamente desconocidas. El solucionador de problemas complejos elabora permanentemente sus objetivos y construye hipótesis sobre la estructura (desconocida) del dominio. Él o ella toman decisiones y necesitan controlar los resultados.
Funke	El objetivo principal de aplicar paradigmas de investigación de CPS para la selección de personal es utilizar tareas más complejas, significativas, integradoras y realistas que requieren procesos y habilidades de pensamiento de orden superior. Las aplicaciones de selección y formación de personal adoptan paradigmas de investigación como tecnología y carecen de una definición común de CPS.
Huber	CPS es la tarea de optimizar una o más variables objetivo de un sistema mediante una serie de decisiones. El sistema consta de varias variables, existen varias acciones alternativas. La información sobre el sistema o los estados del sistema está incompleta (por ejemplo, no está disponible o es probabilística) o está retrasada. Puede estar involucrado un componente de tiempo.

Autores	Resolución de problemas complejos- <i>Complex problem solving (CPS)</i>
Kluwe	<p>1. En relación con el entorno de la tarea, los problemas complejos pueden caracterizarse por un gran número de componentes (o variables) interrelacionados.</p> <p>2. Con referencia al espacio del problema, los problemas complejos pueden caracterizarse por un gran número de operaciones cognitivas diferentes que son necesarias para buscar en el espacio del problema (por ejemplo, el número de pasos de un programa que simula la búsqueda de una solución). 3. Los problemas complejos, finalmente, pueden descomponerse en subproblemas más pequeños.</p>
Krems	<p>Un problema se denomina «complejo» cuando el estado final y el estado inicial se describen claramente, y cuando (a) no hay una definición precisa del espacio del problema (no está completa) y / o (b) no hay una definición precisa de los operadores disponibles (lo que puede hacerse). Tanto (a) como (b) dependen de las características específicas del dominio (por ejemplo, el contexto, el número y la conectividad de las variables relevantes) y del nivel de experiencia (cantidad de conocimiento sobre las características específicas del dominio). En general, uso el término CPS como más o menos equivalente a la resolución de problemas en dominios semánticamente ricos o en tareas ricas en conocimiento.</p>

Como señalan Frensch y Funke (1995), si bien todas las definiciones recogidas en la figura 1 difieren en algún aspecto, todas ellas comparten características importantes. Por ejemplo, todas ellas describen la resolución de problemas como una actividad cognitiva y, además, en todas ellas, aunque sea implícitamente, se comparte el marco de la teoría del procesamiento de la información. Lo que puede parecer sorprendente, sin embargo, es la constante falta de énfasis en la interacción entre el problema y el resolutor. Es decir, la mayoría de las definiciones definen un problema en términos de las especificaciones de la tarea y prescinden en ellas del resolutor que la enfrenta.

### 6.3. La resolución de problemas en matemáticas

En este plan de estudios para la ESO y Bachillerato de 2014, todas las asignaturas de matemáticas contemplan la resolución de problemas, se convierte en objetivo principal. Se afirma que el

proceso de enseñanza debe cultivar la habilidad para entender diferentes planteamientos e implementar planes prácticos, revisar los procedimientos de búsqueda de soluciones y plantear aplicaciones del conocimiento y las habilidades matemáticas a diversas situaciones de la vida real; sobre todo, se debe fomentar la autonomía para diseñar diferentes estrategias de resolución o extrapolar los resultados obtenidos a situaciones análogas. La resolución de problemas complejos ha de ir acompañada del empleo de herramientas tecnológicas.

La materia correspondiente a las distintas asignaturas de matemáticas incluidas en este currículo de la ESO y Bachillerato se distribuye en bloques. En todas ellas se incluye un bloque inicial, el «Bloque 1. Procesos, métodos y actitudes en matemáticas», que recoge fundamentalmente nociones relativas a la resolución de problemas. Los otros bloques se refieren a contenidos tradicionales del currículo de matemáticas. En cierta manera este bloque 1 recoge las ideas plasmadas en el «Bloque 1. Contenidos comunes» del currículo de la ESO del plan de 2006 (recordemos que en el Bachillerato no aparecía este bloque). Posiblemente dada la dificultad que tuvo el profesorado para interpretar o cómo abordar la resolución de problemas en un currículo basado en adquisición de competencias, en el Real Decreto de 2014, la resolución de problemas se incluye, junto a otras temáticas, en un primer bloque titulado «Procesos, métodos y actitudes en Matemáticas» y se dan orientaciones más precisas de su función en el ámbito educativo. A este respecto dice el legislador:

El bloque de «Procesos, métodos y actitudes en Matemáticas» es común a todos los cursos y debe desarrollarse de modo transversal y simultáneamente al resto de bloques, constituyendo el hilo conductor de la asignatura; se articula sobre procesos básicos e imprescindibles en el quehacer matemático: la resolución de problemas, proyectos de investigación matemática, la matematización y modelización, las actitudes adecuadas para desarrollar el trabajo científico y la utilización de medios tecnológicos. (p. 399)

Este bloque se desmenuza y detalla en una propuesta conjunta constituida por tres apartados: *a*) contenidos, *b*) criterios de evaluación y *c*) estándares de aprendizaje evaluables. Los conte-

nidos que aparecen sobre la resolución de problemas son muy escasos y generales, concretamente se refieren a la planificación del proceso de resolución de problemas, estrategias y procedimientos puestos en práctica y reflexión sobre los resultados. En cuanto a los criterios de evaluación subrayan la comunicación verbal del proceso seguido en la resolución de un problema, la utilización de estrategias de resolución de problemas, la realizando los cálculos necesarios y comprobando las soluciones obtenidas y en la reformulación del problema tratando de profundizar en problemas resueltos planteando pequeñas variaciones en los datos, otras preguntas, otros contextos, etc. Es decir, se olvidan de la fase de comprensión del problema y se centran en las fases de ejecución y reformulación de nuevos problemas. El apartado de «estándares evaluables» es más descriptivo y extenso que los otros dos anteriores. Se le da preponderancia a un amplio espectro de ideas relativas a la resolución de problemas, aunque de forma algo desordenada y entremezclada. De los 29 enunciados que contiene 19 hacen alusión explícitamente a la resolución de problemas. Se incluyen aspectos relativos al *problem-posing* (variar un problema dado o identificar situaciones problemáticas de la realidad, susceptibles de contener problemas de interés), evaluar la solución obtenida.

## 7. Referencias

- Armoni, M., Gal-Ezer, J. y Tirosh, D. (2005). Teaching reductive thinking. *Mathematics Computer Education*, 39, 2, 131-142.
- Bardach, E. (2012). *A Practical Guide for Policy Analysis – The Eightfold Path to More Effective Problem Solving* [4.ª]. Sage.
- MEC (1981). Programas renovados en EGB: Área de Matemáticas. *Vida Escolar*, 210, 1-80.
- Consejería de Educación (2007). Orden de 10 de agosto de 2007, por la que se desarrolla el currículo correspondiente a la Educación Secundaria Obligatoria en Andalucía. *BOJA*, 171, 23-65.
- Larkin, J. H. (1979). Processing Information for Effective Problem Solving. *Engineering Education*, 70(3), 285-288.
- MEC (1967). Orden de 4 de septiembre de 1967 por la que se aprueban los Cuestionarios del Bachillerato Elemental. *BOE*, 234, 13421-13447.

- MEC. Comisión Ministerial de planes, programas de estudio y evaluación (1970-71). Educación General Básica: nueva orientación. *Vida Escolar*, 124-126, 5-155.
- MEC (1975). Orden de 22 de marzo de 1975 por la que se desarrolla el Decreto 160/1975, de 23 de enero, que aprueba el Plan de Estudios del Bachillerato, y se regula el Curso de Orientación Universitaria. *BOE*, 93, 8049-8068.
- MEC (1991). Real Decreto 1007/1991, de 14 de junio, por el que se establecen las enseñanzas mínimas correspondientes a la Educación Secundaria Obligatoria. *BOE*, 152, 21193-21195.
- MEC (2007a). Real Decreto 1631/2006, de 29 de diciembre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas correspondientes a la Educación Secundaria Obligatoria. *BOE*, 5, 677-773.
- MEC (2007b). Real Decreto 1467/2007, de 2 de noviembre, por el que se establece la estructura del Bachillerato y se fijan sus enseñanzas mínimas. *BOE*, 266, 45381-45477.
- MECD (2014). Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato. *BOE*, 3, 169-546.
- Rey Pastor, J. y Puig Adam, P. (1958). *Matemáticas. Quinto curso*. Nuevas Gráficas.
- Segura, S. (1963). *Matemáticas. Quinto curso*. E. López Mezquida.
- Solana, E. (1925). *Aritmética*. Magisterio Español.