

# Estrategias de estimación en futuros maestros

## Pre-Service teachers' Estimation Strategies

JOSÉ L. LUPIÁÑEZ,<sup>1</sup> JUAN F. RUIZ-HIDALGO<sup>1</sup> JOHAN ESPINOZA<sup>2</sup> Y LUIS RICO<sup>1</sup>  
<sup>1</sup>Universidad de Granada, <sup>2</sup>Universidad Nacional de Costa Rica

### Resumen

En este trabajo se analizan, primeramente, algunas consideraciones relevantes que surgen a partir de la definición de *estimación* y se describen tres destrezas básicas y dos tipos de estrategias de estimación. Luego se presenta un estudio que contrasta los procedimientos seguidos por un grupo de futuros maestros al resolver tareas de estimación de medidas, con las estrategias que indican explícitamente y su relación con los procedimientos ejecutados. Los resultados informan que, para las magnitudes fundamentales, los estudiantes estiman usando estrategias de conocimiento de referentes o de interiorización de unidades básicas, acompañadas siempre de estrategias de comparación, mientras que para la magnitud de área recurren a la magnitud auxiliar longitud y a referentes de longitud y a técnicas indirectas. Por último, se concluye que existen escasa relación entre las estrategias que explican y las que expresan.

**Palabras clave:** estimación de medidas, estrategias, maestros en formación, tareas

### Abstract

In this work, firstly, some relevant considerations that arise from the definition of estimation are analyzed and describe three basic skills and two types of estimation strategies. Then, a study is presented that contrasts the procedures followed by a group of future teachers when solving measurement estimation tasks, with the strategies that they explicitly indicate and their relationship with the procedures performed. The results report that for the fundamental magnitudes, the students estimate using strategies of knowledge of referents or of internalization of basic units, always accompanied by comparison strate-

gies, while for the magnitude of area they resort to the auxiliary magnitude length and referents of length and indirect techniques. Finally, we conclude that there is little relationship between the strategies they explain and those they express.

**Keywords:** measurement estimation, strategies, teachers in training, tasks

## 1. Introducción

La mayor parte de las personas realizamos estimaciones sobre medidas varias veces al día, casi sin ser conscientes de ello. El tiempo que nos va a tomar ir al trabajo, la cantidad que necesitamos de un determinado producto o el precio final que va a tener un producto que disfruta de un descuento son solo algunas situaciones cotidianas en las que realizar buenas estimaciones resulta muy práctico en el mundo en el que vivimos. Esa capacidad de estimar es objeto de enseñanza en la matemática escolar, y el profesor Isidoro Segovia ha realizado notables contribuciones en este campo de la investigación en Didáctica de la Matemática. Los sujetos con los que hemos trabajado son futuros maestros que han tenido como formador a Pablo Flores, todo un ejemplo de rigor, seriedad y calidad en su trabajo. Con mucho afecto y no menos modestia, le dedicamos este capítulo a estos dos valiosos compañeros y amigos.

La estimación en matemáticas se puede definir como:

[...] el juicio de valor del resultado de una operación numérica o de la medida de una cantidad, en función de circunstancias individuales del que lo emite. (Segovia *et al.*, 1989, p. 18)

De esta definición se desprenden varias consideraciones relevantes. Por una parte, se trata de que una persona proponga el resultado de una operación aritmética o la cantidad de una determinada magnitud que presenta un objeto. Surgen, así, dos actividades de estimación básicas, computacional y de medidas, que hoy en día en la literatura de investigación se amplían a cuatro. Además de las anteriores, se habla de *estimación de cantidad* (numerosidad) y *estimación de la recta numérica* (Sunde *et al.*, 2021). Esta última se aplica, fundamentalmente, cuando un su-

jeto ubica determinados números en la recta numérica. En este trabajo nos centramos en la estimación en medida y, como señalan estos mismos autores, la estimación de medida es probablemente la más extendida en otras disciplinas, como ciencias, ingeniería y tecnología.

La segunda consideración relevante de la definición anterior es que se trata de un juicio de valor y que, por tanto, en el caso de la estimación en medida no se contempla el uso de herramientas específicas de medición. Así, en la mayor parte de las ocasiones esta particularidad se hace efectiva, porque este tipo de estimación se realiza en:

[...] situaciones cotidianas en las que el cálculo o la medición precisos se definen contextualmente como imposibles o innecesarios. (Forrester y Pike, 1998, p. 334)

En esta línea, Segovia *et al.* (1998) presentan tres tipos de medidas en las que se da esa circunstancia: estimar valores que no se pueden conocer *a priori*, como indicadores socioeconómicos, valores que suelen variar con frecuencia, como la temperatura, o medidas que tienen determinadas limitaciones, como imperfecciones que imposibilitan una medida precisa.

Finalmente, la definición inicial subraya el hecho de que ese juicio de valor se emite bajo el condicionamiento de circunstancias individuales. Como señala Sowder (1992), el individuo debe invocar varias formas de referentes mentales para proporcionar una medida de la magnitud en cuestión. Segovia *et al.* (1998) sostienen que «las intuiciones y experiencias propias del sujeto que hace la estimación tienen una importancia destacada» (p. 18). Como veremos más adelante, las estrategias de estimación de medidas consideran de manera expresa esos referentes, intuiciones y experiencias.

Segovia y sus colaboradores también destacan que la estimación de medidas es educable, en el sentido de que, con una planificación docente cuidada, se puede lograr que los estudiantes desarrollen sus habilidades de estimación. De hecho, la estimación tiene presencia constante en el currículo de matemáticas de numerosos países, entre ellos España, en donde se incluye en uno de los objetivos de la Educación Primaria:

Desarrollar las competencias matemáticas básicas e iniciarse en la resolución de problemas que requieran la realización de operaciones elementales de cálculo, conocimientos geométricos y estimaciones, así como ser capaces de aplicarlos a las situaciones de su vida cotidiana. (Ministerio de Educación, Cultura y Deporte, 2014, p. 7)

Este vínculo de la estimación de medidas con la resolución de problemas se ha refrendado en algunos estudios en los que, por ejemplo, se ha constatado que el desarrollo de habilidades de estimación tiene una implicación positiva en el rendimiento matemático escolar (Kramer *et al.*, 2018). Para Sunde *et al.* (2021), el papel de la estimación en el aprendizaje escolar de las matemáticas se justifica desde dos puntos de vista. El primero, desde una mirada psicológica, se refiere al papel de la estimación en el aprendizaje de varios temas matemáticos, junto con su potencial para identificar problemas de desarrollo cognitivo. El segundo, más pragmático, se refiere a la importancia que tiene la estimación en diferentes contextos del mundo real.

La investigación también ha indagado el logro de las habilidades de estimación de escolares. Así, Desli y Giakoumi (2017) señalan que los estudiantes de Primaria no son especialmente competentes estimando longitudes de objetos, aunque suelen ser más precisos si emplean unidades convencionales. Joram *et al.* (2005) afirman que la razón por la que los escolares no desarrollan por completo esas habilidades de estimación es que no se trabajan de manera adecuada en el aula, y eso se atribuye, por lo general, a la falta de confianza de los propios maestros.

En este trabajo presentamos un estudio realizado con futuros maestros en el que deben resolver una serie de tareas de estimación de medidas y detallar las estrategias que aplican para obtener sus resultados.

## 2. Estrategias de estimación de medidas

Joram *et al.* (2005) sostienen que el desarrollo de estrategias específicas de estimación de medidas es clave para promover un desempeño consistente de los sujetos en este tipo de tareas. Segovia *et al.* (1998) proponen una serie de estrategias que deben

ser objeto de trabajo en el aula, y que tienen una componente subjetiva relevante, ya que:

[...] conllevan la elección de un término de comparación o unidad de referencia y el establecimiento de una relación sensata entre la cantidad a estimar y la unidad. (p. 153)

Estas estrategias se dividen en unas destrezas básicas (*interiorización, establecer referentes y técnicas indirectas*) y dos tipos de estrategias de estimación propiamente dichas: *comparación* y *descomposición/recomposición*. Las definimos a continuación.

## 2.1. Interiorización

Esta destreza se centra en la interiorización de las unidades de medida de magnitudes básicas. Si consideramos, por ejemplo, la longitud, se trataría de tener una referencia perceptiva de lo que es un centímetro, un decímetro, un metro, etc. Pero también es igualmente útil conocer objetos o partes del cuerpo cuyas longitudes sean las de esas unidades. Como Segovia *et al.* (1989) señalan:

Diremos que una unidad de longitud está interiorizada cuando un niño es capaz de reconocerla, construirla o señalar dimensiones y distancias cuya longitud sea aproximadamente la de cada una de estas unidades. (p. 153)

## 2.2. Establecer referentes

El establecimiento de referentes consiste en conocer algunas medidas próximas a la actividad del individuo, tanto del propio cuerpo como de objetos cercanos a su actividad cotidiana. Establecer una asociación entre las dimensiones de determinados objetos con unidades de medida de algunas magnitudes facilita la estimación. Para promover esta destreza en los escolares, es necesario brindarles un abanico amplio de referentes para diferentes magnitudes.

### 2.3. Técnicas indirectas

También es útil para estimar medidas el conocimiento de fórmulas y relaciones fundamentales. Estableciendo algunas longitudes con otras estrategias de estimación, después se pueden aplicar fórmulas de perímetros, áreas o volúmenes, o se pueden relacionar datos mediante el teorema de Thales, el de Pitágoras, o la desigualdad triangular, entre otros resultados. En esta destreza también cobra protagonismo el cálculo mental para llevar a cabo muchos de esos cálculos y relaciones.

### 2.4. Comparación

La comparación resulta fundamental en la estimación de medidas. Está basada en el uso de unidades estándar o de referencias propias un determinado sujeto (Segovia *et al.*, 1989, p. 162). Esa comparación puede ser de tres tipos, según se concrete la relación entre la unidad de referencia y la cantidad que hay que estimar: cantidad a estimar igual que la unidad (aproximadamente), cantidad como múltiplo de la unidad o cantidad como divisor de la unidad. En el primer caso, se realizan ajustes tras la estimación al alza o a la baja, mientras que en las otras dos situaciones o bien la comparación permite estimar que la unidad cabe varias veces dentro de la cantidad, o bien cuántas partes de la unidad ocupa la cantidad.

### 2.5. Descomposición y recomposición

Esta estrategia cobra relevancia cuando es necesario estimar una cantidad que se puede dividir en varias partes o elementos. En ocasiones estas particiones son claramente visibles, como en un edificio, y otras porque alguna parte del objeto está oculta, pero se conoce una relación con lo visible (como un iceberg). Primero es necesario hacer esa descomposición mentalmente, después se establecen comparaciones para las cantidades específicas y luego se hace una valoración final de las cantidades.

### 3. Metodología

Abordamos un trabajo de enfoque cualitativo, con un alcance de naturaleza exploratoria y descriptiva (Cohen *et al.*, 2011), ya que propone un acercamiento inicial al desempeño y al alineamiento entre las habilidades de estimación conocidas por los futuros docentes, con las habilidades puestas en juego ante una situación práctica. Además, no se pretende establecer inferencias, sino simplemente describir lo observado.

#### 3.1. Los sujetos y la formación recibida

Los sujetos observados en el trabajo son estudiantes de primer curso del grado en Educación Primaria, de la Universidad de Granada durante el curso 2018-2019. La muestra se ha elegido por disponibilidad y con la condición de que los estudiantes fuesen presenciales.

Como características habituales de estos estudiantes, no hay muchos repetidores, por lo que se trata de estudiantes que se acaban de incorporar a la Universidad. En general, estos estudiantes están motivados, si bien en la mayoría de los casos su conocimiento de las matemáticas es deficiente; incluso, en algunos casos, la consideración hacia la materia es de haber sufrido rechazo hacia la misma, que se manifiesta en la baja autoconfianza y la alta ansiedad que les provocan las matemáticas (Sánchez-Mendías *et al.*, 2020).

La formación académica que poseen los estudiantes es la de una persona que acaba de acceder al grado que ha cursado los estudios de Enseñanza Secundaria y ha superado las pruebas de acceso a la universidad.

La formación matemática recibida durante el primer curso se desarrolla en la materia Bases Matemáticas para la Educación Primaria, con 9 créditos ECTS asignados, de carácter obligatorio y que se imparte en el primer semestre del título. En ella, los estudiantes se enfrentan a los contenidos de las matemáticas de la Educación Primaria desde una perspectiva de la profundización y ampliación de los significados de dichos contenidos. Más específicamente, esta materia se centra en el estudio, análisis y reflexión de los conceptos y procedimientos matemáticos de los bloques de matemáticas de Educación Primaria, de sus formas

de representación y modelización (incluyendo materiales y recursos), de su fenomenología y de algunos aspectos históricos de los mismos, pero siempre desde la perspectiva del conocimiento y las competencias que debe desarrollar un profesor para el ejercicio de su labor docente.

El modelo de formación que reciben refleja un enfoque funcional de las matemáticas escolares, que considera que los conceptos y los procedimientos tienen un para qué cercano y se pueden usar para algo tangible, como se postula en el actual currículo, en el que el conocimiento matemático ha de plantear y responder a cuestiones reales, y resolver problemas en diferentes contextos, es decir, desarrollar competencias que permitan dotar de sentido a los contenidos matemáticos (Rico y Díez, 2011).

En líneas generales, la materia se desarrolla en dos partes diferenciadas: las sesiones de gran grupo (dos semanales de 1,5 horas); y las sesiones de pequeños grupos o seminarios prácticos (de una hora semanal). Los contenidos teóricos y prácticos se describen en la tabla 1.

**Tabla 1.** Contenidos teóricos y prácticos de Bases Matemáticas para la Educación Primaria.

Contenido teórico	Contenido práctico
El número natural. Sistemas de numeración	Aritmética
Aritmética	
Números racionales	
Figuras geométricas	Geometría
Transformaciones geométricas planas. Orientación espacial	
Magnitudes y su medida	Magnitudes y medida
Introducción a la estadística y a la probabilidad	Estadística y probabilidad

Este trabajo se centra en el tema dedicado a las magnitudes y su medida, en el que el contenido detallado es:

- Teórico: magnitudes y su medida. Idea de *magnitud*. Cantidad. Tipos de magnitudes. Las magnitudes longitud, superficie, volumen, amplitud, capacidad, tiempo y dinero. Medida



directa de magnitudes; sistemas de unidades de medida; evolución histórica Medida indirecta de magnitudes: proporcionalidad aritmética y geométrica. Estimación y aproximación en la medida.

- Práctico: magnitudes y medida. Medidas directas e indirectas; instrumentos de medida; sistema métrico decimal.

### 3.2. Fuentes de información

Recogemos la información de las producciones de los grupos de estudiantes al realizar la práctica relativa a magnitudes y su medida. A los estudiantes se les facilita una descripción detallada de las capacidades y destrezas básicas de las que conviene disponer para realizar estimaciones razonables en medida, que hemos detallado al inicio, y se les pide que realicen estimaciones de diversas cantidades de magnitud, además de pedir que indiquen qué destrezas emplean cuando las abordan. Así, por ejemplo, algunas de las cantidades de magnitud que se les pide estimar son la masa de una lenteja o el grosor de un folio de papel.

Durante la sesión trabajan en pequeños grupos y, con ayuda del docente, completan la práctica. Posteriormente, ya de manera grupal, pero sin supervisión del docente, deben elaborar un informe o un trabajo similar que entregan pasados unos días.

Así, la fuente de información que utilizamos en este estudio es el trabajo grupal entregado por los estudiantes correspondiente a la práctica de Magnitudes y su medida como respuesta a la pregunta que aparece en la figura 1.

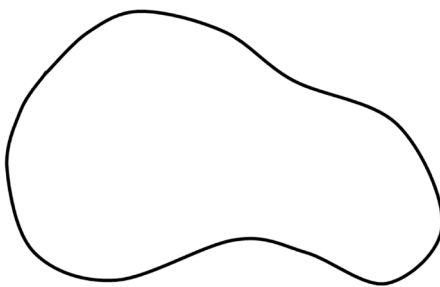
Analizamos en este trabajo las producciones de 16 grupos de la misma clase, que asistían a tres seminarios. Codificamos como G11 a G15 a los grupos que asistían al primer seminario, G21 a G26 a los que asistían a los del segundo y G31 a G35 a los del tercero. No existen diferencias entre los estudiantes que pertenecen a cada seminario.

### 3.3. Análisis de las respuestas

Analizamos de manera cualitativa, para cada uno de los procedimientos de estimación proporcionados por los grupos tanto las estrategias de estimación que expresan en sus explicaciones

como la relación existente entre sus explicaciones y las estrategias de estimación que mencionan explícitamente.

*Describe los procedimientos de medida y de estimación más adecuados en cada caso, seleccionados entre los que han empleado los miembros del equipo para obtener las medidas de los objetos realizadas en la fase de trabajo individual: área de la figura inferior, capacidad de la papelera, volumen del aula, peso de una silla, peso de una canica y grosor de un folio.*



**Figura 1.** Pregunta planteada en el cuadernillo de trabajo grupal.

## 4. Resultados

Como resultados comunes para todas las preguntas, destacamos que ninguna de las respuestas proporciona la estimación de la cantidad de magnitud, sino que son de carácter descriptivo y están redactadas verbalmente. En ellas, los grupos describen esquemáticamente el proceso seguido y, en pocos casos, indican las estrategias de estimación que han usado.

Atendiendo a los procedimientos descritos, las respuestas se pueden agrupar según las estrategias de estimación usadas, aunque estas no estén mencionadas explícitamente. Organizamos las aportaciones de los grupos, para cada pregunta, atendiendo a las estrategias de estimación. Para ello, debido a la poca precisión de las respuestas, para cada pregunta describimos: 1) los procedimientos seguidos por los grupos, y 2) las estrategias que indican explícitamente y su relación con los procedimientos ejecutados.

#### 4.1. Estimación del grosor de un folio: procedimiento seguido

En esta tarea se solicita que se estime el grosor de un folio A4 de papel. La magnitud involucrada, la longitud, es fundamental, por lo que no se espera que los estudiantes utilicen magnitudes auxiliares ni técnicas indirectas como cálculos.

El conjunto más numeroso de respuestas está formado por aquellos grupos (8 de 16) que utilizan la interiorización de unidades básicas, generalmente 1 mm, aunque uno de los grupos indica que es 1 cm y otro de los grupos no expresa la unidad. Todos los grupos, salvo uno, complementan la interiorización con la técnica de comparación. Es el grupo G25 el que, en lugar de hacer una comparación de su referente (1 mm) con el grosor del folio, hace un proceso de composición de cantidades de magnitud al apilar folios hasta que consideran que han llegado a 1 mm. Esto les exige en una última fase dividir 1 mm entre la cantidad de folios apilados.

Un segundo conjunto de respuestas incluye a los grupos (3 de 16) que utilizan el conocimiento de referentes. Para dos de estos grupos, el referente es el grosor de una pila de folios (una libreta o un paquete de folios), pero sorprende el grupo que indica que su referente es el grosor de un pañuelo de papel.

En el tercer conjunto (2 grupos de 16) no estiman, sino que miden. Realizan medidas directas de paquetes de folios y los dividen entre el número de folios que contiene el paquete.

Por último, dos de las respuestas no contienen información de la que se pueda extraer información, bien porque está en blanco, bien porque lo haría al azar.

Respuesta de G24:

A pesar de ya saber el grosor de un folio si hubiéramos tenido que hacerlo con estimación seguramente hubiera sido con ojo y algo de azar.

#### 4.2. Identificación de estrategias de estimación al estimar el grosor de un folio

En general, la precisión en la identificación de la estrategia realizada es baja. Solo 5 de los 16 grupos son capaces de expresar

adecuadamente la estrategia usada (ya sea interiorización de unidades básicas de medida o conocimiento de referentes). El resto de los grupos:

- Confunden las estrategias, especialmente el conocimiento de referentes se usa cuando se debería identificar interiorización de unidades básicas. Por ejemplo, G25 dicen:

Para estimar el grosor del folio utilizamos la referencia del grosor que tienen las hojas de una libreta y comparándolas intuimos el grosor.

Así, mencionan la referencia del paquete de folios, cuando lo que realmente están usando es la interiorización de 1 mm.

- Usan el término *estimar* o *aproximar* como comodín para expresar comparaciones o cualquier otra estrategia. Por ejemplo, G24 señalan que:

Como recordamos más o menos cómo es un milímetro gracias a haber utilizado tantas veces la regla, decidimos estimar en torno a esa medida.

- No indican estrategia, aunque *de facto* sí que hayan usado alguna en la estimación. Por ejemplo, G22 dice:

Miramos el folio a la altura de los ojos.

### 4.3. Estimación de la masa de una silla: procedimiento seguido

En esta tarea se solicita que se estime la masa (aunque en el enunciado se utiliza peso/masa) de una silla de las que hay en las aulas. La magnitud involucrada, la masa, es fundamental, por lo que no se espera que los estudiantes utilicen magnitudes auxiliares ni técnicas indirectas como cálculos. De hecho, todas las respuestas, salvo una, mencionan objetos de referencia que comparan con la masa de la silla.

Entre los referentes encontramos diversos objetos cotidianos, como «el peso de un bebé» (G11), «nuestro perro» (G31) o simplemente «algo de la vida cotidiana» (G25).

La respuesta que no usa referentes es la que corresponde al grupo G12:

Para obtener mediante estimación el peso de la silla, un compañero la elevó a pulso y estimo cuánto podía pesar aproximadamente.

Aunque no lo indican, la estrategia es la de interiorización de medidas, ya que el estudiante que levanta la silla debe haber interiorizado la masa 1 kg.

#### 4.4. Identificación de estrategias de estimación al estimar la masa de una silla

A pesar de la uniformidad de los procedimientos seguidos, la referencia explícita a las estrategias es variada. La comparación es la más repetida (9 de 16 grupos), si bien la realidad es que casi todos (15 de 16) la han llevado a la práctica en su procedimiento. Ocurre lo mismo con el conocimiento de referentes, que solo lo expresan tres de los grupos, a pesar de que quince de ellos lo han usado.

La interiorización de las unidades básicas de medida, en este caso el kg, es mencionada por dos grupos, pero no por el que realmente la pone en práctica.

Finalmente, llama la atención la mención de G26 a las medidas indirectas:

Estrategia de comparación. Comparo y estimo el peso de la silla con, por ejemplo, una garrafa de agua de 5 litros que aproximadamente pesa 5 kilos. (Medida indirecta).

En ningún caso se aprecia el uso de técnicas indirectas y no parece necesario en este caso.

Como en el caso del grosor de un folio, los estudiantes confunden las estrategias, usan los términos *estimar* o *aproximar* como comodines para expresar comparaciones o cualquier otra estrategia, o simplemente no indican estrategia.

#### 4.5. Estimación de la capacidad de la papelería: procedimiento seguido

Como magnitud fundamental, la estimación de una cantidad de capacidad no debería requerir ayuda de otras magnitudes, pero en el caso de la capacidad su relación con el volumen puede provocar que los estudiantes se ayuden de esta última para realizar la estimación.

Atendiendo a las estrategias seguidas, las respuestas son de dos tipos. En el primero, en el que hay 13 de 16 grupos, recurren al conocimiento de referentes (junto con estrategias de comparación). Casi todos los referentes son recipientes rígidos de agua de diferentes tamaños: botellas de agua de 5l, garrafas de 8l, botellas de 2l... Pero dos grupos también usan un referente no rígido, la bolsa de basura que, como sabemos, se organiza comercialmente atendiendo a su capacidad. Por ejemplo:

La papelería llevaba una bolsa de basura grande de 40 litros. Nos dimos cuenta de que le sobraba bolsa, de modo que partiendo de que su volumen debía ser inferior a 40 litros, realizamos la estimación. (G24)

En el segundo tipo de respuestas, formado por tres grupos, utilizan la interiorización de unidades básicas de medida. Por un lado, uno de los grupos usa el referente 1 l, y la estimación la realiza por comparación:

Para estimar la capacidad de la papelería, utilizamos la estrategia de interiorización, para este caso: 1.º cómo conocemos el volumen que ocupa un litro de agua; 2.º estimamos cuántos litros puede ocupar gracias a la interiorización de lo que ocupa 1 litro de agua.

Por otro lado, los otros dos grupos recurren al volumen (y a la longitud) para realizar la estimación. Para estos, el referente es el cm y, además de la comparación de longitudes, están obligados a utilizar las técnicas indirectas para realizar la estimación:

Para saber el volumen de una papelería, pensamos que su forma se asemejaba a la de un cilindro, por lo que a través del dominio de la fórmula lo calculamos. Para saber el radio, no nos fuimos a ninguna

de las bases, ya que eran distintas entre sí, por lo que decidimos estimarla en la mitad de la papelera y a partir de nuestra medida que tenemos interiorizada de 5 cm calculamos nuestra estimación. (G15)

#### 4.6. Identificación de estrategias de estimación al estimar la capacidad de una papelera

La mención específica a las estrategias es variada: cuatro grupos mencionan el uso de referentes, dos la interiorización, tres la comparación y uno el dominio de técnicas indirectas. Se aprecia claramente que hay poca precisión en la identificación de la estrategia. Es más, esta poca precisión se muestra en el uso expresiones como «a ojo» (G12, G23 y G25) o «nos imaginamos» (D32).

#### 4.7. Estimación de la superficie de la figura. Procedimiento seguido

Dado su carácter de magnitud derivada, para la estimación de la cantidad de magnitud superficie dada por la figura, esperamos que los procedimientos requieran de uso de la magnitud auxiliar longitud y del dominio de técnicas indirectas. Los resultados muestran que, efectivamente, hay un conjunto de producciones de los grupos (6 de 16) que requieren la magnitud longitud como auxiliar acompañada del dominio de técnicas indirectas. En estos procedimientos usan referentes (p. ej.: los dedos o el ancho de una uña) para medir de manera directa las longitudes ancho y alto de un rectángulo que circunde a la figura. Posteriormente, con ayuda de la fórmula del área del rectángulo, calculan una estimación.

Otro conjunto más numeroso de producciones (7 de 16) hace uso de referentes para una estimación por comparación directa, sin necesidad de recurrir a medidas auxiliares. Estos referentes de cantidad de superficie son la superficie de la huella del pulgar, o media huella del dedo índice, la superficie de la palma de la mano, y también otros objetos como una goma de borrar o un teléfono móvil. Uno de los grupos (D33) usa el rectángulo del borde de la imagen de la figura como referencia para realizar la comparación. Otros dos grupos utilizan material manipulativo como una cuadrícula en papel transparente o 1 cm<sup>2</sup> de papel recortado con el que realizan una medida directa de la forma. Des-

pués usan estrategias de composición y descomposición para estimar aquellas partes que no se ajustan a los cuadrados predeterminados (figura 2). Un último grupo usa como estrategia la interiorización de  $1 \text{ cm}^2$ .

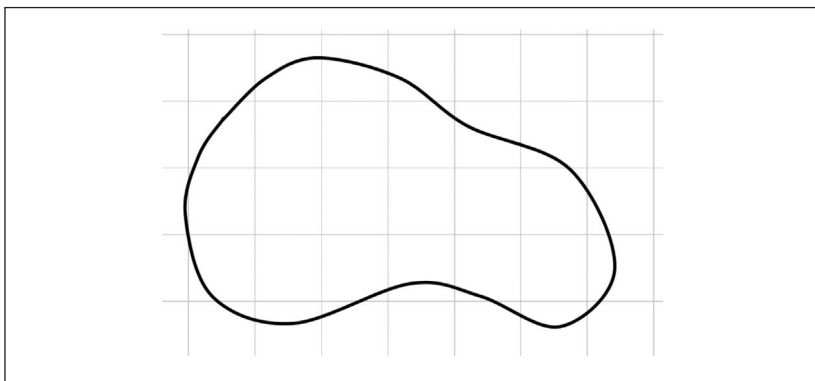


Figura 2. Cálculo de la superficie de la figura usando cuadrícula transparente.

#### 4.8. Identificación de estrategias de estimación al estimar la de la superficie de la figura

En cuanto a las estrategias que describen explícitamente, abundan las descripciones sin ninguna estrategia (8 de 16 grupos). El resto de los grupos tampoco se caracterizan por dicha descripción, expresando solo una estrategia cada uno de ellos. Entre las que mencionan, tres grupos hablan del conocimiento de referentes, dos de estrategias de comparación, uno de interiorización de unidades y otro de composición y descomposición.

De todos, solo cuatro grupos identifican adecuadamente la estrategia que han usado en su procedimiento. Por ejemplo, el grupo D14 confunde la interiorización de las unidades de medida con el conocimiento de referentes y, aunque describen el proceso de uso de técnicas indirectas, no lo indican explícitamente:

Para saber la superficie de la figura por estimación, hemos utilizado nuestra uña, que suponemos que es  $1 \text{ cm}$  (estrategia de interiorización). Después hemos ido poniendo la uña varias veces hasta completar la superficie de la figura A; de tal manera que hemos contado cuantas veces la hemos puesto. Una vez que sabemos cuántas uñas caben en la superficie, multiplicamos el resultado por lo que supo-



níamos que medía nuestra uña, es decir, por 1. De esta manera obtenemos nuestra estimación.

## 5. Conclusiones

### 5.1. Descripción del procedimiento de estimación

Las estrategias descritas por los estudiantes se ajustan a lo solicitado y son interpretables en términos de las estrategias de estimación. Como es de esperar, para las magnitudes fundamentales, los estudiantes estiman usando estrategias de conocimiento de referentes (especialmente para la masa y la capacidad) o de interiorización de unidades básicas (principalmente en la longitud), siempre acompañadas de estrategias de comparación. En pocas ocasiones recurren a otras estrategias para estas magnitudes fundamentales.

Cuando se trata de la magnitud área, al ser una magnitud derivada, encontramos más variedad de estrategias: algunos grupos (37,5%) recurren a la magnitud auxiliar longitud y a referentes de longitud y a técnicas indirectas, aunque otros recurren a referentes de área o, incluso, a la interiorización de unidades de área.

Con respecto a los referentes que se usan, para la longitud utilizan referentes relacionados con el objeto a estimar (paquetes de folios) y para la capacidad referentes relacionados con objetos de uso cotidiano (recipientes para agua). Para la masa, la riqueza de referentes es mayor, ya que los estudiantes usan desde bebés hasta pesas de gimnasio, pasando por comidas (sandías o azúcar). Los referentes más llamativos son los de área, entre los que encontramos huellas, manos o teléfonos móviles.

Las unidades que mencionan como interiorizadas son usuales para la longitud (1 cm, 1 mm) y la capacidad (1 l). Para la masa solo un grupo parece que usa unidad de masa, pero no indica cuál es. En el caso del área, sorprende ver cómo los estudiantes mencionan el  $\text{cm}^2$  como unidad interiorizada, aunque no es lo común.

### 5.2. Identificación de estrategias

Cuando tratan de utilizar el vocabulario específico que se les ha proporcionado, manifiestan poca precisión y se observan mu-

chas expresiones del tipo «a ojo», «mirando»..., sobre todo en magnitudes diferentes a la longitud.

En general, existen pocas coincidencias entre las estrategias que explican y las que expresan. No parece que la magnitud que se esté estimando esté relacionada con la precisión en la identificación de las estrategias, puesto que en ninguna de las preguntas hay más de 5 grupos que relacionen correctamente el proceso y la estrategia.

Aparecen también confusiones manifiestas con las técnicas indirectas como. Por ejemplo, G34, cuando explican cómo han estimado la masa de la canica, dicen:

Es una medida directa, ya que utilizamos las mismas magnitudes tanto para realizar el procedimiento para llegar al resultado, como para el resultado.

Este estudio exploratorio confirma que la resolución satisfactoria de tareas de estimación de medidas es compleja, y que es necesario promover el aprendizaje y el dominio de las destrezas y estrategias presentadas. Esto confirma estudios internacionales sobre estimación, y pone una llamada de atención en la formación inicial de maestros.

## 6. Agradecimientos

Este trabajo se ha realizado en el seno del proyecto PROFESTEM (Competencia Profesional del Profesor en Formación Inicial y Educación STEM, PGC2018-095765-B-I00) y el proyecto PROESTEM (Proyectos de Educación STEAM y Aprendizaje Escolar, PID2021-128261NB-I00), ambos financiados por el Programa Estatal de Generación de Conocimiento y Fortalecimiento Científico y Tecnológico del Sistema I+D+i, del Ministerio de Ciencia, Innovación y Universidades de España.

## 7. Referencias

Cohen, L., Manion, L. y Morrison, K. (2011). *Research methods in education* [7.<sup>a</sup> ed]. Routledge.

- Desli, D. y Giakoumi, M. (2017). Children's length estimation performance and strategies in standard and non-standard units of measurement. *International Journal for Research in Mathematics Education*, 7(3), 61-84. DOI: 10.1080/00313831.2021.1897881
- Forrester, M. A. y Pike, C. D. (1998). Learning to Estimate in the Mathematics Classroom: a Conversation-Analytic Approach. *Journal for Research in Mathematics Education*, 29(3), 334-356. DOI: 10.2307/749793
- Joram, E., Gabriele, A. J., Bertheau, M., Gelman, R. y Subrahmanyam, K. (2005). Children's use of the reference point strategy for measurement estimation. *Journal for Research in Mathematics Education*, 36(1), 4-23. DOI: 10.2307/30034918
- Kramer, P., Bressan, P. y Grassi, M. (2018). The SNARC effect is associated with worse mathematical intelligence and poorer time estimation. *Royal Society Open Science*, 5(8), 172362. DOI: 10.1098/rsos.172362
- Ministerio de Educación, Ciencia y Deporte (2014). Real Decreto 126/2014, de 28 de febrero, por el que se currículum básico de la Educación Primaria. *BOE*, 52, 1-58.
- Rico, L. y Díez, A. (2011). Las matemáticas y el maestro de primaria. En: Segovia, I. y Rico, L. (eds.). *Matemáticas para maestros de Educación Primaria* (pp. 23-45). Pirámide.
- Sánchez-Mendías, J., Segovia, I. y Miñán, A. (2020). Ansiedad y autoconfianza hacia las matemáticas de los futuros maestros de Educación Primaria. *Electronic Journal of Research in Educational Psychology*, 18(51), 127-152. DOI: 10.25115/ejrep.v18i51.2981
- Segovia, I., Castro, E., Castro, E. y Rico, L. (1989). *Estimación en cálculo y medida*. Síntesis.
- Sowder, J. (1992). Estimation and number sense. En: Grouws, D. (ed.). *Handbook of research on mathematics teaching and learning: A project of the national council of teachers of mathematics* (pp. 371-389). NCTM.
- Sunde, P. B., Petersson, J. Nosrati, M., Rosenqvist, E. y Andrews, P. (2021). Estimation in the Mathematics Curricula of Denmark, Norway and Sweden: Inadequate Conceptualisations of an Essential Competence, *Scandinavian Journal of Educational Research*. DOI: 10.1080/00313831.2021.1897881