Matemáticas, Ciencia, Sociedad. Una experiencia de innovación curricular en matemáticas

Pedro Gómez • "una empresa docente", Universidad de los Andes, Bogotá, Colombia

Resumen

Matemáticas, Ciencia, Sociedad es el resultado de una innovación curricular desarrollada en la Universidad de los Andes en Bogotá, Colombia durante los últimos ocho años. Está basada en una visión de las matemáticas como construcción social sujeta al cambio y con un valor práctico y cultural. Tiene como objetivo la formulación de situaciones didácticas, basadas en algunos aspectos de las matemáticas, a través de las cuales el estudiante encuentre un espacio dentro del cual pueda desarrollar la capacidad de modelaje y de resolución de los problemas complejos de las ciencias sociales. Partiendo de una utilización de los sistemas formales como herramienta para el modelaje de situaciones reales, el curso integra aspectos del método científico, de la historia de las matemáticas y de las heurísticas de resolución de problemas en la búsqueda de su objetivo. Su metodología se basa en la construcción social del conocimiento a través de la discusión en clase. Esta experiencia ha mostrado que la consolidación de innovaciones curriculares es un proceso difícil como consecuencia del conflicto que ellas generan con las visiones tradicionales que el profesor, el estudiante y la institución tienen acerca de las matemáticas, de su enseñanza y de su aprendizaje.

Introducción

La innovación curricular es un factor central en el proceso de cambio que se debe buscar en educación matemática con el propósito de mejorar la calidad de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas (Ernest, 1994). Pero éste no es un proceso automático, ni evidente; se encuentra lleno de obstáculos que dificultan el logro de estos propósitos. En este artículo se describe una experiencia de innovación curricular en un curso de matemáticas en la Universidad de los Andes en Bogotá, Colombia y se hacen algunas reflexiones con respecto a este proceso de cambio.

Se trata del curso *Matemáticas, Ciencia, Sociedad*, conocido en la Universidad de los Andes como MatebásicaMática y que, en lo que sigue se identificará como *Matebásica*. Durante los últimos ocho años un grupo de investigadores de "una empresa docente" y de profesores del Departamento de Matemáticas de la Universidad han venido trabajando de manera continua en el diseño de un nuevo currículo que, partiendo de visiones específicas de las matemáticas, de su enseñanza y de su aprendizaje y de las metas de la educación matemática, ha producido, llevado a la práctica y evaluado parcialmente un diseño curricular que, en muchos aspectos, es diferente de los diseños de los cursos de matemáticas que se dictan en la Universidad. Este es un diseño que busca utilizar algunos aspectos de las matemáticas para crear situaciones didácticas en las que los estudiantes desarrollen capacidades y destrezas que sean importantes desde el punto de vista de su cultura y de su utilidad práctica tanto en su actividad académica, como profesional.

UNIVERSIDAD DE LOS ANDES
APARTADO AÉREO 4976
BOGOTÁ - COLOMBIA
TELÉFONOS: 2 84 99 11 - 2 82 40 66 EXT. 2717
FAX: 284-1890

Este artículo presenta la historia de la problemática que dio lugar a la innovación curricular, los principios sobre los que se basó el nuevo diseño, una breve descripción del diseño, la forma como este diseño ha evolucionado en el tiempo, los principales resultados que se han obtenido y algunas reflexiones en torno a la innovación curricular.

Esta es evidentemente una *reconstrucción racional* de los hechos (Lakatos, 1978) particularmente porque nuestra relación con la educación matemática ha evolucionado durante los ocho años en los que se ha desarrollado la innovación. Durante la primera parte del proceso nosotros no sabíamos de la existencia de la educación matemática como disciplina preocupada de los problemas de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. Ha sido durante la segunda mitad del proceso que hemos reconocido que algunas de nuestras ideas e intuiciones iniciales se ubicaban dentro de algunas de las categorías, conceptos y metodologías propuestos por la disciplina. Es en este sentido que haremos un recuento de la historia que no puede ignorar estas categorías, aún si, en su momento, nosotros no las conocíamos.

Problema

La Universidad de las Andes es una universidad privada en Bogotá, Colombia. Desde su fundación, la Universidad ha considerado que las matemáticas son un factor destacado en la búsqueda de su ideal de ofrecer una *formación integral* al estudiante. Es así como todos los estudiantes de la Universidad (con la excepción de los estudiantes de filosofía) deben tomar al menos un curso de matemáticas en su carrera. *Matebásica* es el primero del ciclo de cursos de matemáticas que deben tomar los estudiantes de carreras llamadas de Ciencias Sociales (antropología, ciencia política, psicología, derecho, lenguas, artes y textiles).

Este ciclo de cursos matemáticas para ciencias sociales ha buscado desde su creación que los estudiantes tengan una cierta *capacidad estadística*. Con esos propósitos, el curso *01103*, predecesor de *Matebásica*, era principalmente un repaso del álgebra escolar, centrado en el manejo simbólico de un conjunto de reglas y procedimientos. Durante mucho tiempo existió un alto grado de insatisfacción por parte de los diversos actores involucrados en el curso. Los estudiantes no veían una relación entre el curso y las necesidades de su carrera, no comprendían la función, ni los propósitos del curso y tenían grandes dificultades para tener éxito en él. La Universidad, las facultades y los departamentos involucrados manifestaban preocupación por un alto nivel de mortalidad y deserción. Para el Departamento de Matemáticas el curso era, al menos parcialmente, un "problema" que se solucionaba de manera simplista seleccionando un texto estándar de repaso del álgebra escolar y asignando profesores que no estaban necesariamente motivados, ni preparados para enfrentar una situación motivacional y didáctica compleja. El resultado era entonces una alta mortalidad y deserción, una insatisfacción general y un aprendizaje esencialmente algorítmico de carácter simbólico que se olvidaba rápidamente y que aportaba poco a la formación matemática e integral del estudiante.

Para aproximarnos al problema nos propusimos ver el curso como un *producto* que debería satisfacer las necesidades de unos *clientes*. Los clientes eran los departamentos y las facultades cuyos estudiantes tomaban el curso. Se realizó entonces una serie de entrevistas con los directores (jefes y decanos) de estos departamentos y facultades. Estas entrevistas buscaban elucidar las razones por las cuales los estudiantes debían tomar estos cursos y las ideas que estas personas tenían acerca de lo que el curso debía ofrecer a los estudiantes. Para nuestra sorpresa, estas personas aceptaban pasivamente la existencia de un curso que había hecho parte del currículo desde hacía mucho tiempo, expresaban poco interés y manifestaban poco conocimiento sobre el papel que el curso debería jugar en la formación de los estudiantes. Solamente un elemento era claro: el estudio de las matemáticas debería aportar para que el estudiante "fuese más lógico".

¿Qué se quiere decir con que el estudiante "fuese más lógico"? Quienes hacían esta frase encontraban grandes dificultades para explicarla. No obstante, nosotros tomamos esta idea como punto de partida para nuestro trabajo e iniciamos un proceso de innovación curricular centrado en una visión de las matemáticas, de su enseñanza y aprendizaje como medios para el desarrollo de las capacidades del estudiante para resolver los problemas complejos de las ciencias sociales.

En ese momento, nosotros éramos un pequeño grupo de matemáticos preocupados por la fobia de algunos estudiantes hacia las matemáticas y por la formación integral de este estudiante y el papel que el aprendizaje de las matemáticas podía jugar en ella. No teníamos conocimiento de la existencia de la educación matemática como disciplina y basábamos nuestro trabajo en nuestra experiencia y en nuestro conocimiento intuitivo del problema.

Diseño de una solución

Matebásica no es un curso de matemáticas en el sentido de que no se pretende que el estudiante "sepa" más matemáticas una vez ha finalizado el curso. Las matemáticas son un medio para aportar a la búsqueda de objetivos relacionados tanto con la capacidad del estudiante para resolver problemas complejos, como son los problemas de las ciencias sociales, como con su visión acerca de la naturaleza y utilidad de las matemáticas y de su proceso de enseñanza y aprendizaje. Desde un comienzo, el curso partió de una visión de las matemáticas como disciplina con un valor práctico y cultural, que podía servir de base para la construcción de la capacidad de modelaje del estudiante. Las matemáticas son, en muchas ocasiones, más que un tema de estudio, un tema de investigación, reflexión y discusión.

El diseño inicial de la solución partió también de una visión del aprendizaje en el que se enfatizaba tanto el trabajo individual del estudiante por fuera del salón de clase, como el valor de la discusión en el salón de clase. Con este esquema, basado en la discusión, se buscaba que fuesen los mismos estudiantes quienes, al formular conjeturas, asumir posiciones y debatir alrededor de ellas, vivieran una experiencia que aportase a la construcción de un conocimiento, de unas capacidades y destrezas y de unas creencias y actitudes que estuviesen más acordes con sus necesidades académicas, profesionales y formativas.

Desde el punto de vista de la enseñanza, se otorgó gran libertad al profesor. Se esperaba que él construyera su propia aproximación a la búsqueda de los objetivos y que esta aproximación estuviese basada en sus conocimientos, sus propias visiones y su compromiso con los estudiantes y con el proyecto mismo.

El diseño curricular que existe en la actualidad es el producto de una serie de iteraciones semestrales de un proceso en el que nuevas ideas se llevaban a la práctica, se observaba su funcionamiento dentro del salón de clase, se reflexionaba y discutía sobre estos resultados y esa reflexión daba lugar a nuevas ideas que serían implantadas el siguiente semestre. A lo largo del proceso descubrimos que este esquema de trabajo compartía varias de las características de la investigación - acción en educación (Kemmis & McTaggart, 1988; Mcniff, 1992; Mason, 1994). En este esquema, que continua siendo utilizado en la actualidad, participan tanto estudiantes (quienes hacen críticas y proponen ideas) como la mayoría de los profesores quienes, en muchos casos, desarrollan pequeños proyectos que dan lugar a nuevas propuestas para el curso (Gómez, C., 1994a; Castro, 1994). Es así como, en algunas ocasiones (particularmente durante los primeros años del proyecto), el libro de texto, como expresión de estas actividades, cambió sustancialmente de un semestre a otro. Este proceso iterativo de planificación, acción, observación, reflexión y nueva planificación ha estado apoyado por la capacidad editorial de "una empresa docente" que ha permitido, con gran rapidez y eficiencia, producir nuevos materiales a medida que las ideas y las propuestas se diseñan y se llevan a la práctica (Gómez P., 1994).

Diseño curricular

A continuación se hace una descripción del estado actual del diseño curricular del curso. En primer lugar, se describen las etapas del proceso en cuanto a la relación que el grupo de trabajo ha tenido con la educación matemática. En seguida, se presentan los principios sobre los que se ha basado el diseño. Finalmente, se presenta un bosquejo de los objetivos, el contenido, la metodología y la evaluación del curso.

Diseño curricular y educación matemática

El diseño curricular ha pasado por tres etapas claramente diferenciadas en cuanto al papel que la educación matemática ha jugado en ellas. Hay una etapa inicial, de aproximadamente tres años, en la que quienes nos encontrábamos involucrados éramos ignorantes de la existencia de la educación matemática como disciplina y trabajábamos basados en nuestro entusiasmo y nuestras intuiciones. Una segunda etapa en la que iniciamos un contacto con la educación matemática y trabajamos basados en la experiencia que ya habíamos adquirido durante los años anteriores. Finalmente, una tercera etapa, en la que nos encontramos actualmente, que ha dado lugar a una mayor consolidación y conceptualización con base en nuestros conocimientos de algunas de las teorías y metodologías de la educación matemática.

Visiones

Se ha tenido una posición hacia las matemáticas como una construcción social abierta a la experimentación, a la formulación y contrastación de conjeturas y a la búsqueda de un consenso basado en la discusión. Veíamos que el aporte de la interacción entre el profesor y el estudiante alrededor del conocimiento matemático giraba alrededor de la *capacidad de modelaje*. Vemos el modelaje como punto de partida de la capacidad del estudiante para identificar, definir, analizar, simplificar y resolver problemas complejos. En este sentido, buscábamos crear espacios dentro de los cuales los estudiantes pudiesen desarrollar algunas de las capacidades que nosotros habíamos logrado en nuestra actividad académica como estudiantes de matemáticas. Veíamos las matemáticas como una herramienta para comprender el entorno y como un elemento importante de la cultura del individuo. No veíamos las matemáticas exclusivamente como un cuerpo de conceptos estructurados en el que es posible justificar plenamente las afirmaciones que se hacen, ni como un conjunto de reglas y procedimientos con los que se pueden resolver ejercicios matemáticos específicamente diseñados para esas reglas y procedimientos.

Desde hace algo más de tres años hemos reconocido que, desde un comienzo, asumimos una posición constructivista con respecto al aprendizaje de las matemáticas (Kilpatrick, 1987; Ernest, 1992). Esta posición se expresó en la importancia que le dimos a la discusión en el salón de clase y al papel que se asignó a la argumentación y a la búsqueda del consenso dentro de esta discusión. Buscábamos que el estudiante viviera una experiencia gracias a la cual pudiese desarrollar las destrezas y habilidades que hacían parte de los objetivos del curso. Por otra parte, hemos trabajado basados en una visión intuitiva de los procesos de comprensión que se encuentran involucrados en la construcción de este tipo de conocimiento matemático (Klaoudatos, 1994). Nos hemos preocupado poco (aún en la actualidad) por indagar juiciosamente acerca de los obstáculos y dificultades cognitivos que pueden estar involucrados en este tipo particular de aproximación a la enseñanza y al aprendizaje de las matemáticas. Finalmente, veíamos al estudiante como alguien que odiaba las matemáticas, que tenía una formación matemática deficiente y que estaba muy poco interesado por el tema. Esta visión ha evolucionado con el tiempo y la motivación del estudiante ha dejado de basarse en esquemas lúdicos para concentrarse tanto en la relación que el curso puede tener con las necesidades académicas y profesionales del estudiante, como en la participación del estudiante en los diversos aspectos curriculares del mismo (Valero, 1995).

Estas posiciones con respecto al estudiante y a su proceso de aprendizaje de las matemáticas se han expresado también en una posición con respecto al papel del profesor dentro del proceso de enseñanza. Dado que se busca que el estudiante viva una experiencia al relacionarse con el conocimiento matemático, el profesor ha jugado, en general, un papel de creador de situaciones dentro del salón de clase que den lugar a esta vivencia. De esta forma, el profesor, teniendo una gran libertad para diseñar estos espacios de acuerdo a sus visiones y capacidades, ha sido un guía, un facilitador y un moderador de una discusión en la que se valora la formulación de conjeturas, la diversidad de posiciones y las capacidades de comunicación dentro de un proceso de argumentación en la búsqueda de un consenso.

Objetivos

Los problemas de las ciencias sociales son problemas complejos. La solución de estos problemas requiere la construcción de modelos que permitan simplificar esa complejidad con el propósito de analizarla y evaluar alternativas de solución. La capacidad para caracterizar estos sistemas complejos, a través de sus principales elementos y relaciones en un modelo, es una capacidad que debe ser desarrollada por el individuo. *Matebásica* tiene como objetivo principal la formulación de situaciones didácticas, basadas en algunos aspectos de las matemáticas, a través de las cuales el estudiante encuentre un espacio dentro del cual pueda desarrollar estas capacidad de modelaje y resolución de problemas complejos.

Matebásica tiene otros objetivos complementarios. Se considera importante que estos estudiantes de ciencias sociales reconozcan y entren en contacto con algunos aspectos de la cultura científica y matemática. Es así como se busca que el estudiante se aproxime al método científico (de las ciencias naturales) y reflexione acerca de su papel en la resolución de problemas. También se pretende que el estudiante entre en contacto con algunos temas de la historia y la filosofía de las matemáticas como medio para reflexionar y discutir acerca de ellas. Finalmente, se hace énfasis en la estética como uno de los criterios de selección entre alternativas de solución a un problema.

Contenido

La estructura básica del contenido de *Matebásica* se ha mantenido a lo largo de la evolución del diseño curricular. Esta estructura está compuesta por cuatro dimensiones que hemos llamado sistemas formales, ciencia, números y acertijos.

Sistemas formales

El tema *sistemas formales* se encuentra en el centro de la estrategia para crear espacios dentro de los cuales el estudiante pueda desarrollar su capacidad de modelaje. Con este tema se busca que el estudiante trabaje con diversas “realidades” (sistemas de números, fractales, lenguaje, por ejemplo) que puedan ser modeladas parcialmente por sistemas formales sencillos, dentro de un proceso bi-direccional (del sistema formal a la realidad y viceversa) en el que se hace explícita la necesidad de identificar tanto el lenguaje formal, los axiomas y las “reglas de deducción” (o reglas de producción de teoremas) del sistema formal, como el esquema de interpretación y la manera como se puede definir una relación entre teoremas del sistema formal y elementos de la realidad.

Para iniciar este proceso, utilizamos una versión simplificada del *Acertijo de MU* (Hofstadter, 1979) dentro de un esquema lúdico que le permite al estudiante tener una comprensión inicial intuitiva de conceptos como axioma, regla de deducción, teorema y demostración, entre otros. Partiendo de este conocimiento inicial, trabajamos cada tema buscando que el estudiante perciba como, gracias a la definición de un lenguaje, de unos axiomas, de unas reglas de deducción y de un esquema de interpretación, es posible modelar partes de una "realidad". Es así como, por ejemplo, partiendo de ideas básicas de la gramática generativa (Chomsky, 1962) inducimos al estudiante a modelar parte del lenguaje natural (primero los sintagmas nominales, después los adjetivos y los artículos, para llegar a los sintagmas verbales).

Sistemas formales se basa en un supuesto de transferencia (Singley & Anderson, 1989): que el trabajo en diversos sistemas formales y su correspondiente modelización puede permitir al estudiante la identificación de aquello que es común a esos sistemas formales y sus correspondientes realidades. Esto es, que el estudiante puede percibir que en todos los casos él está modelando la realidad gracias a una herramienta que permite identificar los principales elementos y las principales relaciones entre ellos que caracterizan la "esencia" de la realidad en cuestión. Y es con base en la reflexión acerca de las características comunes de las experiencias que él ha vivido en estos temas, que introducimos una nueva herramienta para el modelaje de realidades y problemas mucho más complejos: las realidades y los problemas sociales. Esta aproximación se fundamenta en ideas básicas del *análisis sistémico* (Parsons, 1981). Con ella se busca que, dada una realidad social, un problema asociado a ella (por ejemplo, el narcotráfico en Colombia) y una serie de restricciones provenientes de esa realidad, el estudiante identifique un conjunto de alternativas posibles de solución y, gracias a la construcción de un modelo de la realidad, pueda evaluar la "bondad" de cada una de estas alternativas con respecto a los criterios de selección. Este esquema permite, entre otras cosas, que temas que en general inducen a discusiones bizantinas, puedan ser analizados de manera racional dentro de un espacio en el que las posiciones ideológicas de los participantes se hacen explícitas (Gómez P., 1991a, b; Gómez C. & Gómez P., 1992).

Finalmente, *sistemas formales* también nos permite crear un espacio dentro del cual el estudiante reformula su visión personal acerca de las matemáticas. Al inventar nuevos sistemas formales, demostrar teoremas dentro de ellos y buscar interpretar estos teoremas con el propósito de modelar una realidad, el estudiante no solamente vive explícitamente el aspecto formal de la actividad del matemático puro, sino que también experimenta aspectos de la actividad del matemático aplicado y del científico que utiliza las matemáticas.

Ciencia

Utilizamos la reflexión y la discusión acerca del método científico de las ciencias naturales con el propósito de apoyar el desarrollo de la capacidad del estudiante para resolver problemas. Con el tema *ciencia* no se busca que el estudiante tenga una mayor cantidad o profundidad de conocimientos científicos. Se pretende, más bien, diseñar situaciones en las que se reflexione acerca de la forma como la humanidad ha construido su comprensión acerca de su entorno y de ella misma, dentro de un proceso racional y metódico. Cada uno de los temas (la historia de la astronomía, de la física mecánica y relativista, de la bioquímica, por ejemplo) se mira como un *problema* al que la comunidad científica le ha dado solución y se busca reflexionar acerca del procedimiento utilizado (el método científico) y de los obstáculos y dificultades que la humanidad ha tenido para llegar a las teorías actuales. Trabajamos el tema *Ciencia* con base principalmente en lecturas de *Cosmos* (Sagan,) y el *Ascenso del Hombre* ().

Números

"Es posible argüir que [...] la principal razón para la existencia de los matemáticos es para que resuelvan problemas y que ésto, por consiguiente, es en lo que realmente consisten las matemáticas: problemas y soluciones" (Halmos, P., 1980, p. 519, citado en

Schoenfeld, A., 1992). El tema de números mira las matemáticas como un conjunto de problemas y soluciones y busca inducir a los estudiantes a la reflexión acerca de ellas a través de la lectura, la investigación y la discusión sobre algunos temas particulares relacionados con la historia de los sistemas de números. Partiendo de la historia de los números naturales, se llega a la reflexión acerca del concepto de infinito. Se busca que, de la misma forma que se insinuó para el tema *Ciencia*, con este tema los estudiantes puedan reflexionar y discutir acerca de la forma como los matemáticos (junto con los filósofos y los artistas, entre otros) se han aproximado a diversos problemas y han propuesto soluciones para ellos.

Acertijos

En este último tema se presentan problemas de diversos tipos (aritméticos, algebraicos, estadísticos, lógicos, verbales) para los que el estudiante no conoce un método estándar de solución. Se introduce entonces, de manera explícita, la reflexión acerca de la resolución de problemas y de las heurísticas, utilizando, ideas de Polya (1945) y Schoenfeld (92), entre otros.

Interacción de las dimensiones

Al comienzo del diseño, los temas se trataban de manera independiente en el curso. Sin embargo, a medida que la resolución de problemas, por un lado, y la preocupación por los aspectos culturales, por el otro, fueron consolidándose en el diseño, fue posible percibir e introducir explícitamente gran cantidad de conexiones entre estas cuatro dimensiones. Es así como, a partir de un momento dado, estas cuatro dimensiones se tratan simultáneamente a lo largo del semestre. Temas, por ejemplo, como el infinito, se convirtieron en temas transversales que pueden ser vistos y discutidos desde perspectivas diferentes pertenecientes a cada una de las dimensiones. Por otra parte, el trabajo continuo de profesores e investigadores ha dado lugar a que se disponga de más material del que se requiere para un semestre junto con un banco de problemas informático. De esta forma, cada semestre es posible, con base en los mismos objetivos, diseñar diferentes secuencias de contenido.

Metodología

Nuestras visiones acerca de las matemáticas y del aprendizaje, nos indujeron a una visión de la enseñanza que implicaba esquemas particulares del manejo de clase. Estos esquemas se diferenciaban, en la mayoría de los casos, de los esquemas tradicionales que se utilizan dentro de nuestra universidad. Hemos considerado la *discusión en el salón de clase* como el elemento central de la interacción entre los estudiantes y el profesor alrededor del conocimiento matemático. Hemos buscado que este esquema de discusión se base en la búsqueda de un consenso en el grupo. Este consenso se debe construir a partir de la formulación de posiciones y conjeturas diversas. Estas posiciones personales deben ser sustentadas racionalmente con base en la experimentación, la argumentación y la contrastación de las conjeturas.

Para que sea posible generar estos espacios de discusión, se espera que el estudiante haga un trabajo previo a la hora de clase que lo introduzca en el tema que será objeto de discusión y lo induzca a asumir una posición con respecto a éste. Para estos efectos, el estudiante conoce de antemano el trabajo que debe hacer en su casa. Este trabajo puede ser tanto de carácter individual y privado, como de colaboración con algunos compañeros.

El profesor juega obviamente un papel significativo en la creación y manejo de estos espacios de discusión. El debe asumir un papel de guía, moderador, incitador y facilitador de la discusión y debe hacer esfuerzos para evitar asumir el papel tradicional de transmisor de información. El debe buscar que la discusión se construya sobre una base racional en la que las posiciones que se propongan puedan ser contrastadas con base en argumentos suficientemente sólidos.

Es evidente que no es posible desarrollar todas las horas de clase alrededor de una discusión. Es así como también hay exposiciones del profesor, exposiciones de los estudiantes, trabajo individual y en grupos y momentos de *institucionalización* (Perrin-Glorian, 1994), entre otros.

Se ha desarrollado un conjunto de programas de computador que apoyan algunos de los aspectos relacionados con la dimensión *sistemas formales*. Estos programas, los *Didactigramas matemáticos* (Gómez P. & Gómez C., 1990; Gómez, P., 1993) le permiten al estudiante trabajar en el medio informático algunos de estos temas, dentro de un espacio en el que, además de aprovechar las potencialidades del computador para simplificar algunas de las actividades mecánicas que se encuentran involucradas, se delimita la problemática particular y se utilizan múltiples sistemas de representación de una manera dinámica difícil de lograr con el lápiz y el papel.

Evaluación

La evaluación juega en la actualidad un papel central en el diseño curricular. Sin embargo, al comienzo del proceso no éramos conscientes de la importancia de este elemento dentro del funcionamiento del sistema curricular (Rico, 1990). Partimos, en todo caso, de unos principios básicos relacionados con la evaluación. Los esquemas de evaluación y valoración sirven para generar el sustrato de las discusiones (inducen al estudiante a hacer un trabajo que da lugar a las discusiones en el salón de clase). El estudiante se valora por su trabajo y compromiso, más que por unas calificaciones en unas pruebas específicas, de tal forma que, con el complemento de una nota apreciativa, se tiene en cuenta la heterogeneidad de los estudiantes. La evaluación no se utiliza exclusivamente para clasificar a los estudiantes con propósitos de promoción. Ella es más un medio de comunicación a través del cual los estudiantes le informan al profesor acerca de sus dificultades e intereses y el profesor informa a los estudiantes acerca de lo que él considera importante. En este sentido, la evaluación (tanto formal –pruebas escritas que pueden ser valoradas–, como informal –en la interacción en salón de clase–) aporta a la construcción del *contrato didáctico* (Brousseau, 1986).

Se utilizan diversos esquemas formales de trabajo. Las *tareas* juegan un papel central en la preparación que el estudiante hace de los temas que serán discutidos posteriormente en el salón de clase. Los estudiantes adoptan diversas posturas con respecto a las tareas. Por un lado, rechazan la obligación de hacer un trabajo diario y, por el otro, reconocen la importancia y la utilidad de hacerlo. Algunos profesores han introducido un esquema de tareas semanales más complejas. Los *quices* son pequeñas pruebas escritas (veinte minutos) que se realizan semanalmente. Los quices permiten que se dé una comunicación directa entre el profesor y los estudiantes. Los *trabajos de investigación* son un esquema que ha aportado al curso. Cada estudiante pertenece a un grupo que debe realizar una investigación sobre un tema particular. El grupo debe presentar un reporte escrito y hacer una presentación oral. Ellos tienen además la responsabilidad de diseñar y manejar toda la interacción durante la hora de clase. Este trabajo de investigación se realiza con la colaboración del profesor quien se reune varias veces con el grupo durante el período de preparación del trabajo. Los estudiantes hacen investigación y viven, al menos parcialmente, una experiencia de resolución de problemas de este tipo. Se realizan también pequeños trabajos en grupo (talleres) durante la hora de clase, tres o cuatro exámenes parciales durante el semestre y un examen final. Tanto los parciales, como el final tienen una característica común: son un conjunto de problemas para los cuales los estudiantes no conocen una estrategia de solución, que requieren tomar decisiones y que no tienen una única solución, ni una única forma de resolverlos.

Proceso, dificultades y deficiencias

El diseño curricular que se acaba de describir es el producto del trabajo de una gran cantidad de personas en el que, como ya se mencionó, se ha utilizado una versión intuitiva de los esquemas de la investigación - acción dentro del marco de un paradigma crítico de la investigación en educación (Kilpatrick, 1995). Sin embargo, la metodología de trabajo ha adolecido de dos grandes deficiencias con respecto a lo que debiera ser una indagación metódica dentro de un proceso de innovación curricular: la evaluación y la difusión.

Evaluación

El diseño ha sido evaluado de manera continua durante los ocho años de trabajo. Se han utilizado múltiples esquemas para realizar esta evaluación. Por una parte, y como elemento de la metodología de investigación - acción, la puesta en práctica de las diversas ideas y propuestas que han ido construyendo el diseño han sido evaluadas y discutidas por los profesores y los investigadores a medida que ellas se han realizado. No obstante, en este momento es evidente que éstas han sido evaluaciones intuitivas que no han partido de marcos conceptuales sólidos y que no han utilizado esquemas suficientemente apropiados de recolección y análisis de la información. La complejidad de las situaciones a evaluar, el deficiente conocimiento de las teorías y las metodologías de la investigación en educación matemática y la limitación de recursos (financieros y de tiempo) han sido algunas de las causas de esta deficiencia.

Los estudiantes han participado activamente en la evaluación del diseño y el desarrollo curricular del curso. Desde un comienzo se instituyó la realización de dos contactos directos por semestre del coordinador con los estudiantes de cada una de las secciones del curso. En estos contactos se han utilizado encuestas, ensayos abiertos y discusiones personales. Por otra parte, el coordinador realiza visitas periódicas a los profesores dentro de su clase y, en algunas ocasiones, se hacen grabaciones de video que son discutidas posteriormente con el profesor.

Se han hecho también evaluaciones más formales. El Departamento de Matemáticas realiza una encuesta adicional que "califica" el curso de acuerdo a una serie de aspectos curriculares. Por nuestra parte, nosotros hemos realizado algunos proyectos de evaluación (Mesa, 1993; Cardona, 1992). No obstante, tenemos la sensación de que no sabemos con suficiente objetividad la medida en la que el trabajo que se realiza con los estudiantes logra los objetivos que se ha impuesto. Esto puede ser debido, adicionalmente a las razones ya expuestas, a la formulación de unos objetivos demasiado generales y abstractos que no dan lugar a una evaluación objetiva y sistemática.

Difusión

Además de la publicación del libro de texto (Gómez P., 1993), de la guía del profesor (Gómez P., 1990b), de un documento descriptivo del proyecto ("una empresa docente", 1993), de los *Didactigramas matemáticos* (Gómez P., 1993) y de dos libros adicionales producto de la experiencia (Gómez P., 1991b; Gómez P. & Gómez C., 1992) el proyecto ha sido presentado, de manera parcial, en diversos foros nacionales e internacionales (Gómez P., 1990a, 1991a; Gómez C. & Gómez P., 1992; Gómez C., 1994a, 1994b). Y aunque, en este sentido, el proyecto ha estado abierto a la crítica, tenemos la sensación de que, por razón de nuestra ignorancia de la existencia de la comunidad de educación matemática y de nuestras propias restricciones –investigativas y de recursos–, el proyecto no ha sido objeto de tanta crítica como habría sido deseable.

Resultados

Ya hemos mencionado la dificultad que hemos tenido para diseñar y realizar evaluaciones objetivas y sistemáticas del diseño curricular. Por esta razón, presentamos a continuación algunas de las sensaciones que el grupo de investigación ha percibido, a lo largo de la duración del proyecto, con respecto a sus principales efectos tanto al interior del curso como por fuera de él.

El curso ha tenido consecuencias evidentes en la visión que, tanto estudiantes, como profesores y directivos de la Universidad tienen acerca de la naturaleza de las matemáticas, de su enseñanza y de su aprendizaje. Ya no es posible afirmar que hay una única manera de ver y enseñar las matemáticas en la Universidad de los Andes. Los estudiantes hacen patente esta percepción cuando comparan este curso con aquellos que cursaron en la escuela secundaria. Los profesores corroboran nuestras intuiciones al expresar sus dificultades para adaptarse a otro tipo de conocimiento matemático y a formas diferentes de ver el problema de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. Este cambio es también patente en los directivos de la Universidad, tanto cuando valoran el trabajo hecho, como cuando expresan sus críticas.

El curso se ha tenido convertido en un espacio de formación de profesores de matemáticas en el que se ha logrado que profesores experimentados y jóvenes se cuestionen acerca de sus creencias y actitudes y reflexionen acerca de su propia práctica (Gómez C., 1994a; Castro, 1994). Hemos recibido múltiples propuestas para la utilización del diseño curricular en otras instituciones educativas. Hemos sido muy cautelosos en nuestra reacción a esta demanda. La experiencia que hemos tenido dentro de la Universidad de los Andes ha validado una serie de conjeturas que resultan evidentes una vez se hacen explícitas. El diseño curricular por sí solo no puede ser la solución a los problemas de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. Las personas y las instituciones son reacias al cambio, particularmente cuando este cambio afecta sus creencias y su práctica. Es así como hemos identificado una serie de obstáculos y dificultades en la realización del proyecto.

Obstáculos y dificultades

La innovación genera obstáculos. El curso difiere sustancialmente de los otros cursos de matemáticas dentro de la Universidad. Las matemáticas se miran desde otra perspectiva que implica maneras diferentes de aproximarse al aprendizaje y a la enseñanza. Pero tanto estudiantes, como profesores y directivos están acostumbrados, conocen, saben manejar y esperan un curso basado en esquemas tradicionales.

Consideramos que el profesor es el eje central de esta problemática. El curso impone unas exigencias sobre el nuevo profesor que se encuentran muy alejadas de su conocimiento matemático y didáctico, de sus creencias acerca de las matemáticas, del aprendizaje y de la enseñanza, de su propia experiencia docente y de su disponibilidad de tiempo (Artigue, en prensa). Por esta razón, dedicamos gran parte de nuestro esfuerzo a la capacitación de profesores, actividad en la que tenemos relativo éxito.

El éxito lo logramos en algunos profesores jóvenes que están dispuestos a tomar el curso como un reto, a invertir gran cantidad de tiempo y a cuestionarse y reflexionar acerca de sus visiones y de su práctica. Este esfuerzo lo hacemos utilizando múltiples estrategias que se basan todas ellas en la propia experiencia que el profesor vive al dictar el curso. Fomentamos la discusión y la reflexión sobre estas experiencias en los espacios de coordinación. Inducimos a los profesores a desarrollar pequeños proyectos de innovación curricular para el curso y los apoyamos en sus deseos de profundizar en su conocimiento de la educación matemática. Buscamos, ante todo, que el profesor se sienta partícipe del proyecto global y que perciba que hace parte de un grupo de profesionales que continua trabajando en la búsqueda de unos objetivos específicos. Pero, como ya se mencionó, esto no se logra en todos los casos. Muchos profesores no tienen el tiempo necesario (mucho mayor que el requerido por un curso tradicional). Por otra parte, una vez que han vivido la experiencia, algunos de ellos prefieren apoyarse en ella para dictar otros cursos o trabajar en otras instituciones.

La actitud del estudiante es otro de los puntos que han dificultado el proceso. El estudiante espera un curso de matemáticas similar a los que ya conoce y para los que ha desarrollado estrategias que le permiten tener relativo éxito. Se genera entonces un conflicto en el que el estudiante considera que el curso no tienen la suficiente profundidad puesto que no se acomoda a sus propias creencias acerca de la naturaleza, la utilidad, el aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas. Por otra parte, hemos tenido dificultades en lograr que el estudiante perciba la relación de este curso con su carrera académica y profesional. Esta es una situación natural dado que éste es un curso de primer semestre y, por lo tanto, el estudiante no conoce todavía las exigencias de su carrera.

Nuestra relación con el Departamento de Matemáticas también ha sido difícil. Aunque, en un comienzo, se nos permitió experimentar con plena libertad (producto tal vez de la poca importancia que se le daba al curso), en la actualidad, cuando hemos pretendido adaptar algunas de las experiencias a otros cursos de mayor importancia para el Departamento, la reacción no ha sido la misma. Y, aunque el mismo Departamento ha adoptado algunos de nuestros esquemas y propuestas en otros cursos, es evidente que existe, de nuevo, un conflicto de creencias y actitudes acerca de qué son las matemáticas, cómo se aprenden y cómo se deben o se pueden enseñar. Consideramos que esta es una actitud más o menos natural consecuencia de un cierto desprecio, por parte del matemático puro, hacia la educación matemática como disciplina.

Por otra parte, el entorno (colegios y otras universidades) ha reaccionado positivamente a esta propuesta. El libro de texto, los programas de computador y la guía del profesor se utilizan de diversas formas en muchas instituciones educativas. En la mayoría de los casos estos materiales complementan los diseños curriculares ya establecidos. Nosotros hemos sido reacios a que se utilice la totalidad del diseño curricular como parte de los programas de estas instituciones.

Beneficios

El proyecto ha generado múltiples beneficios para “una empresa docente”. Este centro de investigación en educación matemática se creó con base en este proyecto. Fue gracias a él que tuvimos la oportunidad construir un espacio de trabajo en el que ha sido posible proponer, experimentar y evaluar nuestras ideas acerca de la enseñanza de las matemáticas y, de esta forma, desarrollar una intuición inicial acerca de la problemática de la educación matemática. Con base en esta experiencia, hemos desarrollado, de manera natural, el interés por conocer y utilizar algunas de las teorías y metodologías de esta disciplina. Tuvimos suerte puesto que la Universidad y el Departamento de Matemáticas no impidieron la realización de estos experimentos aún si ellos entraban en conflicto con las visiones más tradicionales de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas.

Conclusiones

Innovación curricular

Matebásica nos ha dejado una serie de enseñanzas relacionadas con el proceso de innovación curricular en matemáticas. Para que una innovación curricular (que vaya más allá de la realización de pequeños cambios en un currículo establecido) pueda surgir y consolidarse es necesario que ella haga parte de un proceso de cambio de carácter general. Pero tanto las personas, como las instituciones son reacias al cambio. Y, aunque las críticas y las discusiones que se dan a este respecto pueden estar centradas en cuestiones aparentemente menores, la realidad es que el conflicto se da a un nivel más profundo: el de las creencias. Innovaciones curriculares como *Matebásica* se basan en visiones poco tradicionales de la naturaleza de las matemáticas, de su enseñanza, de su aprendizaje y de las metas de la educación matemática. Estas visiones son diferentes precisamente en el sentido de que entran en conflicto con las visiones de la mayoría de los actores involucrados. Este conflicto gira alrededor de cinco ejes: el grupo innovador, los profesores, los estudiantes, la institución y el entorno.

En muchos casos es posible que el grupo innovador no sea consciente de que su trabajo está sustentado por nuevas visiones. Esto implica, como fue nuestro caso durante un buen tiempo, que el grupo no comprenda (y, por consiguiente, no sepa cómo manejar) las dificultades y los obstáculos que encuentra en el proceso de cambio que quiere establecer. Una vez que el grupo innovador identifica que buena parte del conflicto proviene de una diferencia en las visiones, le es posible comprender las dificultades, aunque no necesariamente resolverlas.

Al ser el responsable del desarrollo de la innovación curricular dentro del salón de clase, el profesor es una pieza central de la problemática de la innovación curricular. El profesor podrá manejar con éxito su interacción con el estudiante alrededor del conocimiento matemático solamente cuando las decisiones que él toma en el salón de clase sean producto de visiones personales coherentes con las visiones que dieron lugar a la innovación. Pero el cambio de visiones es un proceso muy lento y, en muchas ocasiones, doloroso del que, en el mediano plazo, sólo se puede esperar la generación de un estado de cuestionamiento por parte del profesor (Thompson, 1992).

La reacción del estudiante al nuevo diseño curricular resulta particularmente difícil de manejar especialmente si este problema debe ser manejado por un profesor que también se encuentra en conflicto con este diseño y con las visiones que lo sustentan. El estudiante tiene muchos años de experiencia con un cierto tipo de matemáticas y con una cierta forma de aprenderlas y esta experiencia ha generado en él un sistema particular de creencias (Schoenfeld, 1992). El contacto con otras formas de hacer las cosas genera una situación de incertidumbre en el estudiante y, en muchas ocasiones, una actitud negativa hacia el curso. El éxito en el manejo de esta situación depende de manera muy directa del profesor y de la forma como él aporta a la construcción de un contrato didáctico apropiado.

La interacción con los matemáticos puros pertenecientes a la institución es de otro tipo. Ellos perciben claramente que el diseño y el desarrollo curricular de la innovación es diferente de lo que ellos hacen en sus clases. Con base en su experiencia docente y en su conocimiento de las matemáticas, algunos de ellos pueden construir argumentos críticos a la innovación que tienden a resaltar aspectos superficiales de la misma. El conflicto, y la consecuente discusión que se establece, resulta particularmente difícil de manejar dado que su posición ideológica (visiones) se encuentra fuertemente establecida y que, aún sin conocer las teorías y las metodologías de la educación matemática, algunos de ellos consideran que tienen plena autoridad en el tema.

El entorno, en nuestro caso, las directivas de la Universidad, tiende a tener una variedad de reacciones. Por una parte, aprecian los esfuerzos que se hacen para atacar los problemas de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. Por otra parte, se sorprenden cuando perciben que los resultados no son tan inmediatos ni tan positivos como ellos esperaban. Las instituciones educativas que se interesan en el diseño curricular esperan encontrar una solución inmediata a sus propios problemas y se sorprenden cuando se les sugiere que el proceso de cambio debe tener lugar al interior mismo de la institución y que la innovación curricular debe ser principalmente un medio para generar un cuestionamiento de las creencias y de la práctica de los actores involucrados en el problema.

Educación matemática e innovación

El grupo de trabajo ha vivido una evolución en su relación con la educación matemática a lo largo del desarrollo del proyecto. Su ignorancia inicial de la educación matemática como disciplina le permitió expresar libremente sus ideas y crear un espacio amplio de experimentación y discusión. Esto habría sido difícilmente posible si, en ese momento, hubiésemos partido de una estructura conceptual pre - establecida de la problemática que queríamos atacar. Por otra parte, el paulatino contacto que el grupo ha tenido durante los últimos años con la educación le ha permitido organizar y dar coherencia al producto de esas ideas iniciales. Además, el grupo ha podido utilizar su conocimiento de la educación matemática como medio para comprender y sistematizar su propio trabajo, y para identificar y abordar las dificultades y obstáculos que se presentan en el camino.

Referencias bibliográficas

Artigue, M.; et al. (Eds.) (1994). *Vingt ans de didactique des mathématiques en France*. Paris: La Pensée Sauvage.

Artigue, M. (En prensa). El lugar de la didáctica en la formación de profesores. En Artigue, M.; Douady, R.; Moreno, L.; Gómez, P. (Ed.) *Ingeniería didáctica en matemáticas*. Bogotá: "una empresa docente".

Bronowski *El ascenso del hombre*. ***

Brousseau, G. (1986). Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques*. 7(2) pp. 33-115.

Cardona, D. (1992). *Sistemas formales. Evaluación*. “una empresa docente”: documento de trabajo.

Castro, M. (1994). La coordinación: un esquema de formación de profesores. “una empresa docente”: documento de trabajo.

Chomsky, N. (1962). Explanatory models in linguistics. En Nagel, E.; Suppes, P. & Tarski, A. E. (Eds.) *Logic, methodology and philosophy of science*. Stanford: Stanford University.

Ernest, P. (1992). The nature of Mathematics: Towards a social constructivist account. *Science & Education*. 1 pp. 89-100.

Ernest, P. (1994). A perspective on research in mathematics education. En ICMI (Ed.) *What is research in mathematics education and what are its results?*. Washington: ICMI.

Gómez, C. & Gómez, P. (1992). Modelling a real situation. *ICME 7*.

Gómez, C. (1994 a). Experiencia en formación de profesores. *II Congreso Iberoamericano de Educación Matemática*. Blumenau.

Gómez, C. (1994 b). Un curso de matemáticas para ciencias sociales. *II Congreso Iberoamericano de Educación Matemática*. Blumenau.

Gómez, P. (1990 a). Formal Systems Informally. Solving Problems through the Construction of Models. *Pacific University Consortium Conference.*Vancouver.

Gómez, P. (1990 b). *MatebásicaMática. Guía del profesor.* Bogotá: una empresa docente.

Gómez, P. (1990 c). *MatebásicaMática.* Bogotá: una empresa docente.

Gómez, P. (1990 d). Didactigramas matemáticos. *Informática Educativa.* 3 (2) pp. 153-162

Gómez, P. (1991 a). Sistemas formales, informalmente. Las matemáticas como herramienta para la resolución de problemas. En UNESCO (Ed.) *Memorias del primer congreso iberoamericano de educación matemática.* París: UNESCO.

Gómez, P. (1991 b). *Profesor: no entiendo.* Bogotá: un empresa docente.

Gómez, P. & Gómez, C. (1992). *Sistemas formales, informalmente. ¿Por qué intentaron formalizar a la matemática, si era tan buena muchacha?* Bogotá: una empresa docente.

Gómez, P. (1993). Didactigramas matemáticos. En Apple Computer (Ed.) *Acceso 2.0.* Cupertino: Apple Computer.

Gómez, P. (1994). "una empresa docente". Una empresa de educación matemática en Colombia. *Memorias del II Congreso Iberoamericano de Educación Matemática.* pp. 202-203

Halmos, P. (1980). The Heart of Mathematics. *American Mathematical Monthly.* 87 pp. 519-524

Hofstadter, D. R. (1979). *Gödel, Escher, Bach: An eternal golden braid.* Londres: Penguin.

Kemmis, S. & McTaggart, R. (1988). *Cómo planificar la investigación - acción*. Barcelona: Laertes.

Kilpatrick, J. (1987). What constructivism might be in mathematcis education. En Bergeron, J. C.; Herscovics, N. & Kieran, C. (Eds.) *Proceedings of the 11th International Conference for the Psychology of Mathematics Education*. Montréal: Université de Montreal.

Kilpatrick, J. (1995). Investigación en educación matemática: su historia y algunos temas de actualidad. En Kilpatrick, J.; Rico, L. & Gómez, P. (Eds.) *Educación Matemática.* Bogotá: una empresa docente.

Klaoudatos, N. (1994). Modelling-orientated teaching (a theoretical development for teaching mathematics through the modelling process). *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology.* 25(1) pp. 69-80

Lakatos, I. (1978). *Mathematics, science and epistemology.* Cambridge: Cambridge University.

Mason, J. (1994). Researching from the inside in mathematics education. En ICMI (Ed.) *What is research in mathematics education and what are its results?.* University of Maryland: ICMI.

Mcniff, J. (1992). *Action research. Principles and practice*. London: Routledge.

Mesa, V. M. (1993). *Evaluación del ciclo de ciencias sociales*. "una empresa docente": documento de trabajo.

Parsons, T. (1981). Social systems. En Grusky, O. & Miller, G. (Eds.) *The sociology of organization*. Londres: The Free Press.

Perrin-Glorian, M.-J. (1994). Théorie des situations didactiques: naissance, développement, perspectives. En Artigue, et. al. (Eds.) *Vingt ans de didactique des mathématiques en France*. Paris: La Pensée Sauvage.

Polya, G. (1945). *How to solve it*. London: Open University.

Rico, L. (1992). Evaluación en el sistema educativo español: el caso de las matemáticas. *Suma*. 10 pp. 15-24

Sagan, C. *Cosmos*. ***

Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to Think Mathematically: Problem Solving, Metacognition, and Sense Making in Mathematics. En Grouws, D. A. (Ed.) *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*. New York: Macmillan.

Singley, M. K. & Anderson, J. R. (1989). *The transfer of cognitive skill*. London: Harvard University.

Thompson, A. G. (1992). Teacher's Beliefs and Conceptions: A Synthesis of the Research. En Grouws, D. A. (Ed.) *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*. New York: Macmillan.

"una empresa docente" (1993). *Matemáticas y sociedad*. una empresa docente: documento de trabajo.