A CLASSIFICAÇÃO MATEMÁTICA DE D´ALEMBERT

Kleyton Vinicyus Godoy

Douglas Gonçalves Leite

A CLASSIFICAÇÃO MATEMÁTICA DE D´ALEMBERT

The mathematical classification of D´Alembert

Kleyton Vinicyus Godoy
Unesp - Rio Claro
klegodoy@gmail.com

Douglas Gonçalves Leite
Unesp - Rio Claro
douglas_rcunesp@hotmail.com

RESUMO

O objetivo deste artigo é realizar uma breve abordagem histórica de como Jean le Ronde D´Alembert classificou a matemática em seu *Discours Préliminaire*, publicado em Junho de 1751, e por consequência, a classificação do conhecimento matemático publicado na *Encyclopédie,* em conjunto com Diderot. A matemática foi dividida em "Matemática Pura", "Matemática Mista" e as denominadas ciências "Físico-matemáticas". A Aritmética e a Geometria ficaram na divisão da "Matemática Pura", os tópicos relacionados a Mecânica, Óptica, Acústica, Astronomia Geométrica, Pneumática e a Arte de Conjecturar, foram agrupados na ramificação da "Matemática Mista" e o termo "Físico-matemática" foi usado para designar campos quase idênticos a "matemática mista", com a imagem das ciências matemáticas em um nível epistologicamente igual à física tradicional.

Palavras-chave: D´Alembert, Encyclopédie, Discours Préliminaire, História da Matemática.

ABSTRACT

The aim of this article is to give a brief historical overview of how Jean le Ronde D'Alembert classified mathematics in his Discours Préliminaire, published in June 1751, and consequently, the classification of mathematical knowledge published in the Encyclopedie, together with Diderot. The mathematics was divided into "Pure Mathematics", "Mixed Mathematics" and the so-called "Physico-mathematics" sciences. Arithmetic and Geometry were in the division of "Pure Mathematics", the topics related to Mechanics, Optics, Acoustics, Geometric Astronomy, Pneumatics and the Art of Conjecture were grouped in the "Mixed Mathematics" branch and the term "Physico-mathematics" was used to designate fields almost identical to "mixed mathematics", with the image of mathematical sciences at an epistemological level equal to traditional physics.

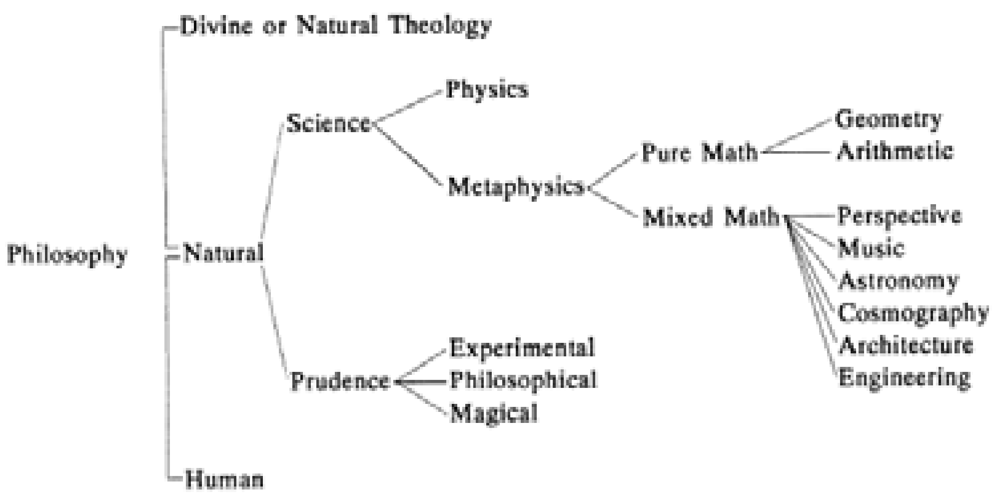
Keywords: D´Alembert, Encyclopédie, Discours Préliminaire History of Mathematics.

1. INTRODUÇÃO

A classificação do conhecimento humano, conforme Kawajiri (1979), foi uma tarefa importante para os europeus desde o século XII, quando os conhecimentos da Arábia começaram a fluir para a Europa. Naquela época o foco dos conhecimentos na Europa se baseava nas chamadas artes liberais que tinham sido estabelecidas como o quadro fundamental para o sistema de conhecimentos europeus, mais especificamente, esses conhecimentos consistiam no quadrivium - aritmética, geometria, música e astronomia - e o trivium - retórica, gramática e lógica.

Francis Bacon (1561-1626) é considerado um dos primeiros filósofos a ter se dedicado à classificar e reexaminar o conhecimento humano por meio das publicações "*Proficience and Advancement of Learnings*" no ano de 1605 e posteriormente, lançou uma versão "atualizada" de sua publicação anterior, "*De Dignite et Augmentis Scientiarum*" em 1623. Nesses trabalhos, Bacon classificou as mais diversas áreas do conhecimento, inclusive a matemática (figura 1):

Figura 1: Parte da Árvore do Conhecimento proposta por Francis Bacon



Fonte: Brown (1991, p.3)

Podemos ver que ele divide a ciência Matemática em duas subdivisões:

"Matemática Pura" e "Matemática Mista", ambas como uma das ramificações da Metafísica. É possível observarmos ainda que a "Matemática Pura" está dividida em Aritmética e Geometria, enquanto que a "Matemática Mista" considerada por Bacon compreende os seguintes tópicos: Perspectiva, Música, Astronomia, Cosmografia, Arquitetura e Engenharia.

Francis Bacon define a "matemática pura" e a "matemática mista" da seguinte forma:

> As Matemáticas são Puras ou Mistas. As Matemáticas Puras são aquelas ciências que diz respeito a manipulação de Quantidade Determinada, meramente separadas de quaisquer axiomas da filosofia natural, e estas são duas, Geometria e Aritmética; •••• Mista tem por assunto alguns axiomas ou partes da filosofia natural, e considera a quantidade determinada, como auxiliar e incidente para eles. Muitas partes da natureza não pode ser inventada com suficiente sutilidade nem demonstrada com suficiente perspicácia nem acomodada para ser utilizada com destreza suficiente, sem a ajuda e intervenção da Matemática: que são Perspectiva, Música, Astronomia, Cosmografia, Arquitetura, Engenharia e outros diversos (BACON apud KAWAJIRI, 1979, p.5-6, tradução nossa).

Depois de Francis Bacon, Brown (1991) comenta que o primeiro intelectual significativo que realizou uma nova classificação da matemática foi o geômetra e filósofo Jean D'Alembert (1717-1783). Essa nova classificação matemática foi apresentada em seu *Discours Préliminaire* em 1751 sendo o texto de abertura da *Encyclopédie* - cujo principal objetivo foi realizar uma nova classificação do conhecimento humano.

De acordo com Diderot e D´Alembert (2015a), a *Encyclopédie* foi publicada originalmente entre os anos de 1751 e 1765, divididas em 17 volumes. Jean le Ronde D´Alembert (1717-1783) e Denis Diderot (1713-1784) foram os editores da publicação até meados de 1759, sendo que a partir desse ano, Diderot passou a ser auxiliado na edição por Louis de Jacourt (1704-1779) e Paul-Henry Thiry, o Barão D'Holbach (1723-1789). Essa publicação contou com a participação de grandes filósofos da época para realizar a classificação do conhecimento, totalizando aproximadamente 140 colaboradores, e, podemos destacar, além dos já citados, os seguintes nomes: François-Marie Arouet, conhecido pelo pseudônimo Voltaire (1694-

1778), Jean-Jacques Rousseau (1712-1778), Anne Robert Jacques Turgot (1727-1781), Louis Daubenton (1716-1800), Cesar Chesneau Dumarsais (1676-1756), Jean-François Marmontel (1723-1799), Charles-Louis de Secondat, mais conhecido como Montesquieu (1689-1755) e outros filósofos da época. Dessa forma, os editores da *Encyclopédie,* Diderot e D´Alembert, advertem aos leitores que os verbetes[1] enciclopédicos foram organizados por diversos autores:

> Enciclopédia que ora apresentamos ao público é obra de uma sociedade de letrados (...) Se não estivéssemos entre eles, poderíamos afirmar com segurança que têm todos boa reputação ou são dignos de tê-la. Mas, sem querer antecipar um julgamento que somente aos sábios cabe proferir, é pelo menos nosso dever afastar, antes de tudo, a objeção que tende a ser mais prejudicial para o êxito de um empreendimento de envergadura como este. Declaramos que de modo algum cometeríamos a temeridade de nos encarregar sozinhos de um peso muito superior às nossas forças, e que nossa função de editores consiste principalmente em organizar materiais cuja parte mais considerável recebemos de outros (DIDEROT; D´ALEMBERT, 2015a, p.43).

O ato de Diderot organizar os textos recebidos desse grande número de autores que escreveram para a *Encyclopédie* e a iniciativa de realizar uma nova classificação do conhecimento foi enaltecido por D´Alembert (2015a):

> É ele o autor, nesta *Enciclopédia*, da parte mais extensa, mais importante, mais ansiada pelo público, e, se ouso dizer, mais difícil de ser realizada: a descrição das artes. O Sr. Diderot realizou-a a partir das memórias que lhe foram fornecidas por operários ou amadores, cujos nomes ler-se-ão em breve, ou a partir de conhecimentos que obteve ele mesmo dos operários, ou ainda, por fim, a partir dos ofícios que se deu ao trabalho de testemunhar e dos quais chegou mesmo a encomendar modelos, para estudá-los mais à vontade. A essa tarefa, que é imensa, e que ele realizou com muito cuidado, acrescente-se outra, não menos enorme, e que consiste em suprir, nas diferentes partes da *Enciclopédia*, um número prodigioso de verbetes que faltavam (D´ALEMBERT, 2015a, p. 257).

2. D'ALEMBERT E A ENCYCLOPÉDIE

1 D´Alembert alerta que escreveu e/ou revisou todos os verbetes relacionados a Matemática e Física publicados na *Encyclopédie.*

REVISTA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA EM FOCO

Para D'Alembert[2] (2015a), o filósofo era um homem literário que exercia a responsabilidade pública e cuja função era criticar, analisar e redefinir normas intelectuais e práticas institucionais. Para atingir esses objetivos, o filósofo procura "verdades científicas" e busca a cadeia adequada de raciocínios dedutivos que acostumam os homens, pouco a pouco, a se fundamentarem. Em relação aos conhecimentos humanos, os filósofos operaram e especularam sobre esses conhecimentos, tendo em vista pontos que os separem ou os unam, e até mesmo procurar os caminhos mais obscuros e secretos para encontrar possíveis interconexões entre os conhecimentos humanos. Sendo assim, ele faz uma analogia da classificação do conhecimento com o mapa-múndi:

> É uma espécie de mapa-múndi, que deve mostrar os principais países, sua posição e sua dependência mútua, o caminho em linha reta entre um e outro, frequentemente entrecortado por mil obstáculos que, em cada país, só podem ser conhecidos pelos habitantes ou pelos viajantes, e que só os mapas mais detalhados poderiam indicar. Tais mapas particulares são os diferentes verbetes de nossa *Enciclopédia*; a árvore, ou seu sistema figurado, é o seu mapa-múndi (D´ALEMBERT, 2015a, p.115).

D'Alembert (2015a) estava convencido de que o homem conhecia apenas alguns conjuntos de links que se juntaram a essa gigantesca cadeia de conhecimentos. De acordo com D'Alembert, havia quatro grandes seções na história do pensamento: conhecimento, opiniões, disputas e erros. A história das disputas envolveu abusos de palavras e o uso de noções vagas. De acordo com o filósofo-matemático, o avanço das ciências foi retardado por essas questões de nome e o uso de termos vagos, portanto, fez questão de deixar claro que as divisões seguiram o mais próximo possível de uma ordem genealógica e enciclopédica dos conhecimentos:

> O Universo é um vasto oceano, em cuja superfície percebemos algumas ilhas, maiores ou menores, cuja ligação com o continente é indiscernível para nós. Poder-se-ia formar a árvore de nossos conhecimentos dividindo-os em naturais ou revelados, em úteis ou agradáveis, em especulativos ou práticos, em evidentes, certos, prováveis ou sensíveis,

2 Quando nos referimos somentea D'Alembert (2015a), trata-se da referência bibliográfica *Discours Préliminaire* publicada em 1751 que foi traduzida e inserida na publicação Diderot e D´Alembert (2015a).

REVISTA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA EM FOCO

> em conhecimentos das coisas e conhecimentos dos signos, e assim por diante, ao infinito. Escolhemos uma divisão que nos pareceu satisfazer, ao mesmo tempo e o mais possível, à ordem enciclopédica de nossos conhecimentos e à sua ordem genealógica (D´ALEMBERT, 2015a, p.119).

Dessa forma, D´Alembert (2015a) conclui que a história dos erros, por outro lado, ensinou aos homens de letras a desconfiar de si mesmo e de outros. O filósofo deve usar uma dosagem saudável de "dúvida metódica" na análise de reivindicações de outros.

De acordo com D´Alembert (2015a) a memória, a razão propriamente dita e a imaginação são as três diferentes maneiras pelas quais nossa alma opera sobre os objetos de seus pensamentos. Ele considera que essas três faculdades formam "três objetos gerais dos conhecimentos humanos: a História, que se refere à memória; a Filosofia, que é o fruto da razão; e as belas-artes, que a imaginação dá à luz" (D´ALEMBERT, 2015a, p.122). Entretanto, ele pondera que não considera a imaginação como a capacidade que os seres humanos possuem de representar objetos, pois, ele considera essa aptidão como parte da própria memória dos objetos sensíveis, portanto, a imaginação é tomada num sentido de "criação" e "imitação". Portanto, para D´Alembert (2015a), a imaginação é uma faculdade humana com capacidade de criar, e o espírito, antes de pensar em criar, inicia um processo de raciocínio em relação ao que se vê e o que é conhecido, ou seja, "o espírito só cria e imagina objetos enquanto forem semelhantes aos que ele conheceu através das ideias diretas e das sensações; mais ele se afasta desses objetos, mais os seres que forma são bizarros e pouco agradáveis" (D´ALEMBERT, 2015a, p.122-123).

D´Alembert (2015a) considera que a faculdade da razão em suas operações sucessivas, deve preceder a imaginação na ordem de nossas faculdades, visto que a razão, através das últimas operações é a competência que realiza ação nos objetos, e que de alguma maneira, conduz à imaginação, na medida em que tais operações consistem apenas em criar e que além disso, a própria invenção está sujeita a regras, e são essas regras que formam a parte filosófica. Para exemplificar essa questão, ele cita que a Geometria e a Metafísica "são, de todas as ciências que pertencem à razão, aquelas em que a imaginação tem a maior parte" (D´ALEMBERT, 2015a, p.123). D´Alembert ainda para exemplificar que a razão precede a imaginação, faz uma crítica aos que endeusam a Geometria e menospreza outras atividades, para ele, todas têm sua importância, atuam sob as mesmas faculdades do conhecimento humano, tendo como diferença apenas o modo de operar seus objetos:

> A imaginação, num geômetra que cria, não é menos atuante que num poeta que inventa. É verdade que operam diferentemente sobre seu objeto: o primeiro despoja-o e o analisa, o segundo o compõe e o embeleza. É verdade também que essas maneiras diferentes de operar só existem em diferentes tipos de espíritos, e é por isso que os talentos do grande geômetra e do grande poeta talvez nunca se encontrem juntos. Mas, excluam-se ou não reciprocamente, não têm o direito de se desprezar um ao outro. De todos os grandes homens da Antiguidade, Arquimedes é talvez o que mais mereça ser posto ao lado de Homero. Espero que se perdoe essa digressão a um geômetra que ama sua arte, mas que de forma alguma poderá ser acusado de admirá-la extravagantemente (D´ALEMBERT, 2015a, p.123).

Posteriormente a essa crítica, D´Alembert (2015a) define os principais objetos da memória são refletir e raciocinar. E ainda classifica que:

> Tanto os seres espirituais quanto os materiais, sobre os quais ela se exerce, têm algumas propriedades gerais, como a existência, a possibilidade, a duração, e o exame dessas propriedades forma, em primeiro lugar, o ramo da Filosofia, do qual todos os outros extraem em parte seus princípios; chama-se Ontologia ou Ciência do Ser ou Metafísica Geral (D´ALEMBERT, 2015a, p.125).

A *Encyclopédie* tem como principal objetivo fazer a classificação dos conhecimentos humanos, e como vimos, os editores da obra, a princípio Diderot e D´Alembert, classificaram esses conhecimentos de acordo com três faculdades dos seres humanos: a memória, a razão e a imaginação. D´Alembert (2015a) comenta que o propósito dessa publicação é fornecer ao leitor uma explicação das coisas que compõem esses conhecimentos por meio dos verbetes que irão compor o corpo da

Encyclopédie:

> neste *Dicionário*, têm a particularidade de servir sobretudo para indicar a ligação das matérias, enquanto nas outras obras do gênero elas são apenas destinadas a explicar um verbete por um outro. Frequentemente, até omitimos a remissão, pois os termos de arte ou de ciência sobre os quais ela poderia recair encontram--se explicados em seu verbete, que o leitor irá procurar por si mesmo. Foi sobretudo nos verbetes gerais das ciências que se procurou explicar o auxílio mútuo que se prestam. Assim, três coisas formam a ordem enciclopédica: o nome da ciência à qual pertence o verbete; a posição dessa ciência na árvore; a ligação do verbete com outros na mesma ciência ou numa ciência diferente, ligação indicada pelas remissões ou fácil de notar, tendo em vista os termos técnicos explicados segundo sua ordem alfabética. Não se trata aqui das razões que nos levaram a privilegiar nesta obra a ordem alfabética em detrimento de qualquer outra; serão expostas posteriormente, quando considerarmos esta coleção como Dicionário das ciências e das artes (D´ALEMBERT, 2015a, p.133).

3. D'ALEMBERT E O DISCOURS PRÉLIMINAIRE

Em junho de 1751, D´Alembert publica seu *Discours Préliminaire*, ou Discurso Preliminar, em português, como um dos textos iniciais da *Encyclopédie* editada por Diderot e pelo próprio D´Alembert. Em seu parágrafo de abertura, D´Alembert deixa bem claro o propósito desse discurso:

> Esta abertura é, portanto, destinada exclusivamente aos nossos leitores que não julgarem conveniente ir mais longe. Aos demais, devemos uma explicação muito mais extensa sobre a execução da Enciclopédia. Eles a encontrarão na continuação deste discurso, com os nomes de cada um de nossos colegas. Mas essa explicação, tão importante por sua natureza e por sua matéria, deve ser precedida de algumas reflexões filosóficas. A obra cujo primeiro volume publicamos hoje tem dois objetivos. Como Enciclopédia, deve expor, tanto quanto possível, a ordem e o encadeamento dos conhecimentos humanos; como Dicionário razoado das ciências, das artes e dos ofícios, deve conter, sobre cada ciência e cada arte, seja liberal, seja mecânica, os princípios gerais em que se baseia e os detalhes mais essenciais que formam o seu corpo e substância. Esses dois pontos de vista, de Enciclopédia e de Dicionário razoado, formarão, portanto, o plano e a divisão de nosso Discurso preliminar. Iremos considerá-los, acompanhá-los em sua sucessão, e relatar os meios pelos quais procuramos satisfazer esse duplo objetivo (D´ALEMBERT, 2015a, p.44).

O filósofo-matemático afirma que todos os nossos conhecimentos podem ser divididos em diretos e refletidos. Conhecimentos diretos são "os que recebemos imediatamente, sem nenhuma operação de nossa vontade, e que, encontrando abertas, se pudermos falar assim, todas as portas de nossa alma, nela entram sem resistência e sem esforço (D´ALEMBERT, 2015a, p.47)" e os conhecimentos refletidos "são os que o espírito adquire operando os conhecimentos diretos, unindo-os e combinando-os (D´ALEMBERT, 2015a, p.49)".

D´Alembert (2015a) conclui que é por meio das sensações humanas que devemos todas as nossas ideias, pois, de acordo com sua definição dos conhecimentos diretos, esses conhecimentos reduzem-se aos que recebemos pelos sentidos, portanto, a primeira coisa que aprendemos com nossas sensações, é algo inseparável delas, a nossa existência. Dessa forma, é possível ultimar que nossas primeiras ideias refletidas devem recair sobre nós mesmos. O segundo conhecimento que aprendemos devido às nossas sensações é a existência dos objetos externos, dentre os quais nosso próprio corpo deve estar incluído.

Considerando todos os objetos que nos afetam por meio de sua presença, D´Alembert (2015a) acredita que devido nosso próprio corpo nos pertencer mais intimamente, é aquele cuja existência mais nos impressiona. Entretanto, nós seres humanos mal sentimos a existência de nosso corpo, mas ao mesmo tempo, percebemos a atenção que ele exige de nós, para afastar os perigos que o rodeiam à ação dos corpos exteriores. Sem tomar os cuidados necessários com nosso corpo, ele seria logo destruído se não nos preocupássemos com a sua conservação. É importante deixar claro que D´Alembert não considera que todos os corpos exteriores façam o ser humano experimentar sensações desagradáveis, "alguns parecem compensar-nos pelo prazer que sua ação nos causa (D´ALEMBERT, 2015a, p.53).

A necessidade de proteger o nosso corpo da dor e da destruição nos obriga a examinar dentre os objetos exteriores, os quais podem ser úteis para nós ou os quais são prejudiciais ao nosso corpo, dessa forma, procuramos entrar em contato com alguns objetos que nos trazem sensações boas e evitar os objetos externos que nos façam algum mal. Assim sendo, D´Alembert considera que essa nossa preocupação com o corpo pode ter sido a principal resposta para o nascimento de ciências ligadas a Agricultura e a Medicina:

> Sua conservação deve ter por objeto prevenir os males que o ameaçam ou remediar os que o atingem. Isso nós procuramos fazer de duas maneiras, quais sejam, através de nossas descobertas particulares, e das pesquisas dos outros homens, que nosso intercâmbio com eles nos permite aproveitar. Devem ter nascido daí, em primeiro lugar, a Agricultura a Medicina e, por fim, todas as artes absolutamente necessárias (D´ALEMBERT, 2015a, p.59).

D´Alembert (2015a) pondera que apesar de muitos estudos relacionados ao nosso corpo bem como a própria conservação do mesmo, "encontraram, pela experiência e pela observação deste vasto Universo, certos obstáculos que seus maiores esforços não puderam vencer (D´ALEMBERT, 2015a, p. 61)". Portanto, na busca por tentar acalmar essas inquietações, ele considera que "a curiosidade é uma necessidade para quem sabe pensar, sobretudo quando esse desejo inquieto é animado por uma espécie de despeito por não poder se satisfazer completamente (D´ALEMBERT, 2015a, p. 63)". Sendo assim, ele afirma que devemos agradecer a sensação de impotência perante a necessidade de respostas, pois, é por meio da tentativa de satisfazer nossa saciedade pela curiosidade que ao decorrer do tempo diversos números de conhecimentos foram surgindo ao longo da história. Essa sensação para saciar a curiosidade é o que ele considera "a origem e a causa dos progressos dessa vasta ciência chamada em geral Física ou Estudo da Natureza, que compreende tantas partes diferentes (D´ALEMBERT, 2015a, p. 63)".

Duas propriedades estão sempre ligadas aos corpos - a cor e a figura. Conforme D´Alembert (2015a), essas propriedades podem ser variáveis, mas são responsáveis, de alguma maneira, por destacar o corpo no espaço. Para realizar esse destaque, basta apenas uma propriedade, e para isso, o filósofo-matemático considera a figura e não a cor, justificando que a figura é algo mais familiar e ao mesmo tempo pode

REVISTA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA EM FOCO

ser reconhecida pela vista e pelo tato, além do fato de é mais simples considerar num corpo a figura sem cor do que a cor sem figura, sem contar que a figura pode ser fixada de modo muito menos vaga às partes do espaço, portanto, o homem deve ser levado a determinar as propriedades da extensão dessas figuras, e para realizar esse propósito, D´Alembert considera que:

> É o objetivo da Geometria, e esta, para atingi-lo mais facilmente, considera primeiro a extensão limitada por uma única dimensão, em seguida por duas e, por fim, pelas três dimensões que constituem a essência do corpo inteligível, isto é, de uma porção de espaço demarcada em todos os sentidos por limites intelectuais. Assim, através de operações e abstrações sucessivas de nosso espírito, despojamos a matéria de quase todas as suas propriedades sensíveis, para considerar, de certa maneira, apenas seu fantasma. Percebe-se assim, em primeiro lugar, que as descobertas às quais essa pesquisa nos conduz não podem senão ser muito úteis, todas as vezes que não seja absolutamente necessário levar em consideração a impenetrabilidade dos corpos, como quando, por exemplo, se trata do estudo de seu movimento, considerando-os como partes do espaço, figuradas, móveis e afastadas umas das outras (D´ALEMBERT, 2015a, p. 65).

Um grande número de combinações podem ser feitas para examinar uma determinada extensão figurada, portanto, foi necessário criar um método que facilite determinar essas combinações. Dessa necessidade, de acordo com D´Alembert (2015a), houve o surgimento da Aritmética ou Ciência dos Números, que ele definiu como "a arte de encontrar, de forma abreviada, a expressão de uma relação única que resulte da comparação de várias outras (D´ALEMBERT, 2015a, p. 67)". Essas comparações consistem no cálculo e na relação das diferentes partes formadas pelos corpos geométricos, e os diferentes modos de comparar essas relações são o que o formam a base das inúmeras regras aritméticas.

Quando se faz uma reflexão dessas regras, D´Alembert (2015a) considera que certos princípios ou propriedades gerais dessas relações podem ser observadas de modo que é presumível exprimirmos relações de uma maneira universal, e por meio disso, descobrir as diferentes combinações possíveis. Os resultados dessas combinações, são cálculos aritméticos que estão representados pela expressão mais simples, de modo a admitir um estado de generalização. Sendo assim definido "a ciência ou arte de assim designar as relações é o que se chama Álgebra (D´ALEMBERT, 2015a, p. 67)".

D´Alembert (2015a) faz uma observação se referindo que há dois limites em que se encontram, por assim dizer, confinados quase todos os conhecimentos certos concedidos às nossas luzes naturais. Sendo que um desses limites, é "o de que partimos, é a ideia de nós mesmos, que conduz à do Ser todo-poderoso e às de nossos principais deveres (D´ALEMBERT, 2015a, p. 77)" e o outro limite "é essa parte da Matemática que tem por objeto as propriedades gerais dos corpos, da extensão e da grandeza (D´ALEMBERT, 2015a, p. 77)". Ele pondera que esses dois apontamentos há um abismo em que a "Inteligência suprema" parece caçoar da curiosidade humana, em virtude das inúmeras obscuridades que foram espalhadas quanto por alguns pontos de claridade que brilham uma vez ou outra para atrair a busca pela ansiedade de respostas.

Essas Ciências Matemáticas, que compõem o segundo dos limites, é principalmente à brandura de seu objeto que elas devem a sua certeza. D´Alembert (2015a) considera que todas as partes da Matemática não têm um objeto igualmente simples, ou seja, não possuem a veracidade propriamente dita baseada em princípios necessariamente verdadeiros e evidentes por si próprios, dado que várias delas são apoiadas em princípios físicos. Ele ainda é mais específico e afirma que somente a Álgebra, a Geometria e a Mecânica possuem um cunho de evidências porque tratam do cálculo das grandezas e das propriedades gerais da extensão.

Em relação a Geometria, embora afirme que a Geometria tem evidências de observarmos as suas verdades, o filósofo-matemático faz algumas críticas quanto as certezas ou verdades que são encontradas:

> Falo dessas verdades consideradas em si mesmas. Que são a maioria desses axiomas de que a Geometria tanto se orgulha, senão a expressão de uma mesma ideia simples por dois signos ou palavras diferentes? Quem disser que dois e dois são quatro terá um conhecimento maior do que outro que se contenta em dizer que dois e dois são dois?

REVISTA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA EM FOCO

> As ideias de todo, de parte, de maior e de menor não são, falando com propriedade, a mesma ideia simples e individual, já que não se poderia ter uma sem que as outras se apresentassem todas ao mesmo tempo? Muitos de nossos erros, observaram alguns filósofos, são devidos ao abuso das palavras; é talvez a esse mesmo abuso que devamos os axiomas (...) Se examinarmos uma série de proposições de Geometria deduzidas umas das outras, de maneira que duas proposições vizinhas se toquem imediatamente e sem nenhum intervalo, perceberemos que todas elas são apenas a primeira proposição, por assim dizer desfigurada sucessivamente e pouco a pouco, na passagem de uma consequência para a seguinte, mas que não foi de fato multiplicada por esse encadeamento, apenas recebeu formas diferentes (D´ALEMBERT, 2015a, p. 81).

Em sua crítica em relação as verdades físicas, por meio de um exemplo, D´Alembert comunga da mesma ideia de suas críticas em relação a Geometria afirmando que essas propriedades unidas nos oferecem um conhecimento simples e único:

> Os corpos elétricos em que foram descobertas tantas propriedades singulares, que no entanto não parecem depender uma da outra, são talvez, em certo sentido, os menos conhecidos precisamente porque parecem ser os mais bem conhecidos. A virtude, que eles adquirem quando friccionados, de atrair pequenos corpúsculos e a de produzir nos animais uma comoção violenta são para nós duas coisas diferentes; mas seriam uma mesma, se pudéssemos remontar à causa primeira. O Universo, para quem pudesse abarcá-lo de um único ponto de vista, não seria, se fosse permitido dizê-lo, senão um fato único e uma grande verdade (D´ALEMBERT, 2015a, p. 85).

Para abordar as Ciências da Natureza, D´Alembert (2015a) a dividirá em Matemática e Física, e explica que essa divisão se dá mediante a um processo de reflexão e de sua inclinação de generalização. Dessa forma ele relembra que podemos sentir o conhecimento da natureza de algumas maneiras:

> Alcançamos através dos sentidos o conhecimento dos indivíduos reais: *Sol*, *Lua*, *Sírio* etc., astros; *ar*, *fogo*, *terra*, *água* etc., elementos; *chuva*, *neve*, *granizo*, *trovões* etc., meteoros; e assim para o resto da História Natural. Ao mesmo tempo, tomamos conhecimento dos abstratos: *cor*, *som*, *sabor*, *odor*, *densidade*, *rarefação*, *calor*, *frio*, *moleza*, *dureza*, *fluidez*, *solidez*, *rigidez*, *elasticidade*, *peso*, *leveza* etc.; *figura*, *distância*, *movimento*, *repouso*, *duração*, *extensão*, *quantidade*, *impenetrabilidade* (D´ALEMBERT, 2015a, p. 275).

Por meio dessa reflexão, D´Alembert (2015a) considera que essas sensações abstratas convêm a todos os indivíduos corpóreos, como extensão, movimento, impenetrabilidade etc., e dessa forma esses objetos serão tomados como parte da Metafísica dos Corpos ou Física Geral, sendo que as propriedades que podem ser observadas particularmente em cada corpo ou indivíduo, se dão por algumas variedades que os distinguem, tais como a elasticidade, a dureza, a fluidez, etc., tomando essas características do objeto como parte da Física particular. Além disso, outra propriedade que deve ser levada em conta quando se trata dos corpos, é que eles possuem uma quantidade ou grandeza, dessa forma, esse objeto será ramo da Matemática.

A quantidade ou grandeza pode ser definida de acordo com D´Alembert (2015a) como aquilo que pode ser aumentado ou diminuído, além disso, a quantidade, pode ser considerada sozinha ou independente dos indivíduos reais e abstratos dos quais temos conhecimento, bem como os seus efeitos podem ser investigados a partir de causas reais ou supostas, sendo esses efeitos o motivo de se dividir a matemática em “matemática pura”, “matemática mista” e “físico-matemática”.

Nessa extensa publicação introdutória de D´Alembert ele define o contexto geral da *Encyclopédie,* fala da importância da realização da classificação dos conhecimentos humanos, bem como da classificação dos verbetes nas mais diversas áreas do conhecimento, além de dar uma noção geral ao leitor as interpretações filosóficas relacionadas ao corpo humano, bem como as relações do corpo humano com os objetos externos. Dessa forma, após dar todo o panorama das publicações a seguir, ele conclui seu Discurso Preliminar da seguinte maneira:

> É o que tínhamos a dizer sobre esta imensa coleção. Ela se apresenta com tudo o que tenha interesse a seu respeito: a impaciência que se mostrou por vê-la publicada; os obstáculos que atrasaram sua publicação; as circunstâncias que nos forçaram a encarregar-nos dela; o zelo com que nos entregamos a este trabalho, como se o tivéssemos escolhido; os elogios que os bons cidadãos fizeram ao empreendimento; os numerosos auxílios, e de todos os tipos, que recebemos; a proteção do governo; os inimigos, tanto fracos quanto poderosos, que procuraram, ainda que em vão, sufocar a obra antes que ela nascesse; enfim, dos autores, sem cabala e sem intrigas, que não esperam outra recompensa para

seus cuidados e esforços a não ser a satisfação de serem beneméritos de sua pátria. Não compararemos este *Dicionário* com outros. Reconhecemos de bom grado que todos nos foram úteis, e nosso trabalho não consiste em desabonar o de ninguém. Ao público leitor cabe julgar-nos; pareceu-nos necessário distingui-lo daquele que só fala, mas não lê (D´ALEMBERT, 2015a, p. 365).

4. D'ALEMBERT E SUA CLASSIFICAÇÃO MATEMÁTICA

D 'Alembert apresentou - influenciado pelo proposto anteriormente por Francis Bacon (1561-1626) nas publicações "*Proficience and Advancement of Learnings*" em 1605 e "*De Dignite et Augmentis Scientiarum*" em 1623 - uma classificação de matemática dentro de sua árvore de conhecimento em *Discours Préliminaire* para a *Encyclopédie* de Diderot. Entretanto, dentro da classificação de "matemática", muito havia mudado desde o tempo de Bacon. Os novos temas de cálculo e probabilidade surgiram na segunda metade do século XVII, e houve muitos novos desenvolvimentos em mecânica, óptica e astronomia.

O conceito de "quantidade" formulado por Bacon diferiu de D'Alembert, na medida em que aplicava a quantidade determinada por causas constantes, enquanto que a "quantidade" de D´Alembert poderia ser aplicável a objetos que eram independentes de coisas reais ou que poderiam ser aplicáveis a objetos envolvendo coisas físicas. A primeira definição de "quantidade" refere-se a coisas abstratas que podem ocorrer em geometria ou álgebra, e a última em objetos físicos que podem ocorrer em assuntos como mecânica, astronomia ou óptica (BROWN, 1991).

Mais tarde, no artigo da *Encyclopédie*, o termo "grandeza" proposto por D'Alembert, distinguiu a quantidade "concreta" da quantidade "abstrata", sendo a primeira no que se referia à extensão e ao tempo, e era contínua, e quanto a segunda, se referia a números inteiros e era discreta. A geometria e a mecânica poderiam ser facilmente associadas ao "concreto" ou à quantidade física, enquanto a álgebra e a aritmética foram associadas à quantidade de "abstrata" (BROWN, 1991).

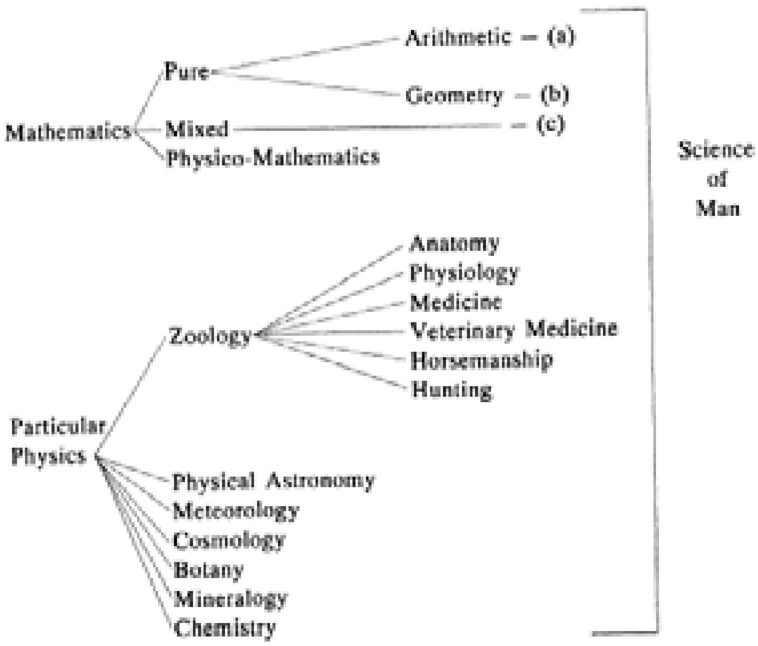
REVISTA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA EM FOCO

Dessa forma, tendo uma noção do que seja quantidade e grandeza para D´Alembert, vejamos então como ele classificou a Matemática em seu verbete na *Encyclopédie:*

> *Matemática*, ciência que tem por objeto as propriedades da grandeza enquanto calculáveis ou mensuráveis. *Matemáticas*, no plural, é hoje em dia o termo mais utilizado do que Matemática no singular. Quase não se diz mais Matemática, prefere-se Matemáticas. A opinião mais comum deriva a palavra matemática de uma palavra grega que significa ciência, pois, com efeito, pode-se considerar as Matemáticas como a ciência por excelência, pois contêm os únicos conhecimentos certos concedidos às nossas luzes naturais; dizemos às nossas luzes naturais, para que não se incluam aqui as verdades da fé e os dogmas teológicos. Outros atribuem à palavra matemática uma origem diferente, sobre a qual não insistiremos, e que pode ser encontrada em Montucla, *Histoire des Mathématiques*. No fundo, pouco importa qual origem se dê a essa palavra, desde que se tenha uma ideia justa do que são as Matemáticas (DIDEROT; D´ALEMBERT, 2015c, p. 114).

Portanto, na sua classificação de Matemática, que pode ser observada na figura 2, igualmente ao proposto por Bacon, a matemática continuou ligada com as questões metafísicas.

Figura 2: Parte da Árvore do Conhecimento proposta por D´Alembert



Fonte: Brown (1991, p.10)

REVISTA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA EM FOCO

D'Alembert na sua proposta de árvore do conhecimento dividiu a matemática em três categorias, "Matemática pura", "Matemática Mista" e "Físico-Matemáticas", sendo que a Aritmética e Geometria fazem parte da ramificação da Matemática Pura.

Na "matemática pura", D´Alembert (2015a) considera a quantidade abstrata como seu objeto, e essa quantidade pode ser numerável ou extensa. Em relação a quantidade abstrata numerável ela se tornou objeto da aritmética, enquanto a quantidade extensa é objeto da Geometria.

Na "matemática mista", a quantidade é considerada de acordo com as suas divisões ou subdivisões, por exemplo, na Mecânica, o objeto da quantidade nos corpos é a grandeza enquanto eles estão em movimento ou tendendo para o movimento. Para D'Alembert, a mecânica era "a ciência dos efeitos, e não a ciência das causas", isto é, os efeitos observados. O objetivo de D'Alembert em mecânica era construir uma cadeia derivada das "ideias simples" do espaço e do tempo. Para D'Alembert (2015a), a mecânica racional era matemática, ou como ele classificou em sua árvore do conhecimento, "matemática mista". A mecânica era uma extensão da geometria e do cálculo, a ciência ideal do movimento. Todas as ideias se originaram na experiência e nossas impressões sensoriais mais básicas de extensão geométrica e sucessão temporal proporcionaram os materiais primitivos com os quais a mecânica racional começou:

> D 'Alembert distinguiu a física ("física particular") da mecânica. O último foi associado a geometria e demonstrações rigorosas; O primeiro envolvia assuntos que eram altamente especulativos e experimentais, especulativos porque muitos dos links que formaram suas cadeias de conhecimento eram desconhecidos. Onde esses links foram descobertos, ele estava convencido de que esses assuntos estariam intimamente relacionados com suas leis de movimento. "Observamos que o movimento é o tema da mecânica", escreveu D'Alembert, "e que a mecânica é a base de todos os filósofos naturais e, é chamada de mecânica por essa razão ... Na verdade, todos os fenômenos da natureza, todas as mudanças que ocorrem em um sistema de corpos, devem ser atribuídas ao movimento e determinadas pelas suas leis" (ENCYCLOPÉDIE XXII apud BROWN, 1991, p.20, tradução nossa).

REVISTA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA EM FOCO

O filósofo, de acordo com D'Alembert, teve que ter cuidado para não fazer conjecturas impróprias na área da "física particular". De fato, D'Alembert sugeriu em seu *Elémens de Philosophie* que gostaria de que fosse escrita uma obra se referindo ao que ele chamou de "Anti-Física". Ele deu seis ou sete exemplos de "Anti-Física", um dos quais afirmou: "o barômetro aumenta com a chuva. Claramente, o ar está mais carregado de vapor e, de acordo com o peso, o barômetro aumenta (D´ALEMBERT apud BROWN, 1991, p. 20, tradução nossa)". Dessa forma, no intuito de chamar atenção para o tema, Brown (1991) comenta que D'Alembert deu então um aviso severo para todos os físicos:

> "que os exemplos [de D'Alembert] me parecem adequados para convencer verdadeiramente os físicos filosóficos, como eles deveriam estar de guarda, e se eu puder adicionar a ele, modesto, mesmo em relação a fenômenos que eles acreditam ter sido claramente explicados. Mesmo nos casos em que eles acreditam que eles alcançaram a demonstração, eles podem estar avançando absurdos sem ser conscientes disso. É muito pior quando essas explicações perigosas não se limitam a especulações simples, onde podem ter como em medicina efeitos mais desastrosos, se infelizmente nos enganamos (D´ALEMBERT apud BROWN, 1991, p.21, tradução nossa).

Em relação a *Física particular*, D´Alembert (2015a) comenta que ela seguirá a mesma divisão da História Natural, ou seja:

> Da História, apreendida através dos sentidos, dos *astros*, de *seus movimentos*, *aparências sensíveis* etc., a reflexão passa à pesquisa de sua origem, das causas de seus fenômenos etc., e produz a ciência chamada *Astronomia Física*, à qual deve-se referir a *ciência de suas influências*, que chamamos *Astrologia*; de onde a *Astrologia Física* e a quimera da *Astrologia Judiciária* (D´ALEMBERT, 2015a, p.276).

A *Meteorologia* será produzida por meio da História, "apreendida pelos sentidos, dos *ventos*, das *chuvas*, *granizos*, *trovões* etc., a reflexão passa à pesquisa de suas origens, causas, efeitos etc (D´ALEMBERT, 2015a, p.277). A História, "apreendida pelos sentidos, do *mar*, da *terra*, dos *rios*, dos *afluentes*, das *montanhas*, *dos fluxos* e *refluxos* etc., a reflexão passa à pesquisa de suas causas, origens etc. (D´ALEMBERT, 2015a, p.277)" origina a *Cosmologia* ou *ciência do Universo*, que se divide em *Uranologia* ou *ciência do céu* e *Aerologia* ou *ciência do ar*, em *Geologia* ou *ciência dos continentes* e em *Hidrologia* ou *ciência das águas*. Finalizando os tópicos abordados pelas ciências da natureza, a Mineralogia e a Botânica elas se produzem por meio dos sentidos:

> Da História das *minas*, apreendida pelos sentidos, a reflexão passa à pesquisa de sua formação, trabalho etc. e origina a ciência chamada *Mineralogia*. Da História das *plantas*, apreendida pelos sentidos, a reflexão passa à pesquisa de sua economia, propagação, cultura, vegetação etc. e engendra a *Botânica*, da qual a *Agricultura* e a *Jardinagem* são dois ramos (D´ALEMBERT, 2015a, p.277).

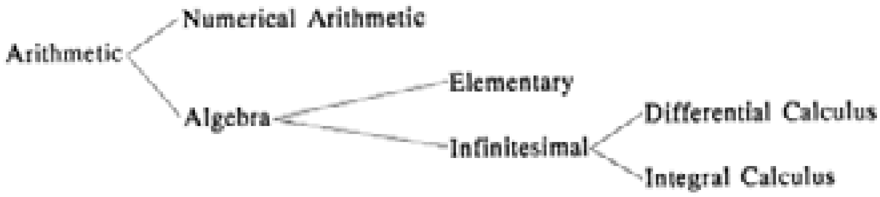
A "Física Particular" não foi classificada no grupo das "matemáticas mistas", tendo uma ramificação própria para si, essa diferença entre a as ciências "físico-matemáticas" e "física particular" não foi uma classificação exclusiva de D´Alembert.

4.1. ARITMÉTICA

A figura 3 mostra que a "aritmética" foi dividida em duas categorias, aritmética numérica e álgebra, e álgebra em duas subdivisões, "elementar" e "infinitesimal", sendo esta última, o meio pelo qual se poderia operar o Cálculo Diferencial e Integral. Dessa forma, os elementos do cálculo, incluindo a noção de infinitesimais, podemos ver que podem ser encontrados sob a divisão de álgebra dentro da categoria de matemática pura:

> A Aritmética foi dividida em Aritmética numérica ou por algarismos, e em *Álgebra* ou Aritmética universal por Letras, que é o cálculo das grandezas em geral, cujas operações são operações aritméticas, indicadas de forma abreviada. Pois para falar com exatidão, só há cálculo de números. A *Álgebra* é *elementar* ou *infinitesimal*, segundo a natureza das quantidades a que é aplicada. A *infinitesimal* é *diferencial* ou *integral*: *diferencial* quando se trata de descer da expressão de uma quantidade finita, ou considerada tal, à expressão de seu aumento ou de sua diminuição instantânea; *integral*, quando se trata de remontar dessa expressão à própria quantidade finita (D´ALEMBERT, 2015a, p.275-276).

Figura 3: Divisão da Aritmética na Árvore do Conhecimento proposta por D´Alembert



Fonte: Brown (1991, p.10)

O verbete em que é definido o que é Algebra na *Encyclopédie* ficou a cargo de D´Alembert e dessa forma, ele deliberou a Álgebra da seguinte maneira:

> *Álgebra* é o método de realização do cálculo de toda sorte de quantidades em geral, representadas por signos de abrangência universal. Para tanto, foram adotadas como signos as letras do alfabeto, por serem mais fáceis e mais cômodas de utilizar do que qualquer outra espécie de signos. (...) A Álgebra é, propriamente dizendo, o método de calcular quantidades indeterminadas, uma espécie de Aritmética por meio da qual calculam-se quantidades desconhecidas como se fossem conhecidas. Nos cálculos algébricos, considera-se como dada a grandeza procurada, o número, a linha ou qualquer outra quantidade, e, por meio de uma ou mais quantidades dadas, caminha-se de consequência em consequência até que a quantidade suposta no início como desconhecida, ou alguma de suas potências, torne-se igual a uma quantidade conhecida, dando a conhecer assim a quantidade em questão. Podem-se distinguir duas espécies de Álgebra, a Numeral e a Literal. A Álgebra Numeral ou Vulgar é a dos antigos algebristas, utilizada unicamente na resolução de problemas numéricos. A quantidade procurada era representada por uma letra ou caractere, as quantidades dadas eram expressadas por números. A Álgebra Literal ou Especiosa, ou Nova Álgebra, é aquela em que as quantidades dadas ou conhecidas, bem como as desconhecidas, são expressadas ou representadas em geral por letras do alfabeto (DIDEROT; D´ALEMBERT, 2015c, p. 23-24).

Nesse mesmo verbete em que D´Alembert (2015c) define Álgebra, ele comenta que alguns autores costumam postular que a Álgebra pode ser definida como arte de resolver os problemas matemáticos, mas que pensar dessa forma é um equívoco, pois essa ideia é antes uma arte aritmética do que da Álgebra. Entretanto, ele propõe que a Álgebra pode ser dividida em duas partes: 1º) O método de calcular as grandezas representando-as com letras do alfabeto e 2º) A maneira de servir-se desse cálculo para a solução de problemas.

Para D´Alembert (2015c) a Álgebra tem a capacidade de aliviar a memória e a imaginação, pois ela é capaz de reduzir os esforços para reter as diferentes coisas necessárias no processo de busca pela descoberta da verdade sobre a qual trabalha, e devido a essa habilidade, alguns autores também consideram a Álgebra como a ciência denominada Geometria Metafísica, em que as letras do alfabeto que são utilizadas, podem significar linhas ou números, ou seja, podem abordar problemas geométricos ou aritméticos. Ao fazer a junção desses problemas, elas representam os produtos, os planos, os sólidos e as potências mais elevadas dependendo do número de letras. Para ficar mais claro, vejamos um exemplo que ele propõe para exemplificar essa definição:

> Por exemplo, em Geometria, duas letras, como *ab*, representam um retângulo cujos lados são expressados um pela letra *a*, o outro pela letra *b*, de sorte que, multiplicadas uma pela outra, produzem o plano *ab*. A mesma letra, repetida duas vezes, como *aa*, significa um quadrado. Três letras, *abc*, representam um sólido ou um paralelepípedo retângulo, cujas dimensões são expressas por três letras, *abc*, o comprimento por *a*, a largura por *b*, a profundidade ou espessura por *c*, de tal sorte que, multiplicadas umas pelas outras, produzem o sólido *abc*. Como nos quadrados, cubos, potências quádruplas etc., a multiplicação das dimensões ou graus é expressa pela multiplicação das letras, e o número de letras pode crescer a ponto de se tornar bastante incômodo, os matemáticos se contentam em escrever a raiz uma única vez e assinalar à direita o expoente da potência, vale dizer, o número de letras de que é composta a potência ou o grau que se trata de exprimir, como a^2, a^3, a^4, a^5. Esta última expressão, a^5, quer dizer o mesmo que *elevado à quinta potência*, e assim para as outras (DIDEROT; D´ALEMBERT, 2015c, p. 25).

D´Alembert (2015c) escreve que o mais usual e conveniente é aplicar a Álgebra à Geometria ao invés da Geometria na Álgebra, entretanto, essa aplicação pode ocorrer em alguns casos. Dado que as linhas geométricas podem ser representadas por letras, então é possível representar por linhas as grandezas numéricas expressas pelas letras, resultando numa maior facilidade para demonstrar ou resolver determinados problemas. Ele exemplifica:

> Suponha-se que eu queira obter o quadrado de *a + b*; posso, pelo cálculo algébrico, demonstrar que esse quadrado contém o quadrado de *a*, mais o de *b*, mais duas vezes o produto de *a* por *b*. Mas posso também demonstrar essa proposição servindo-me da

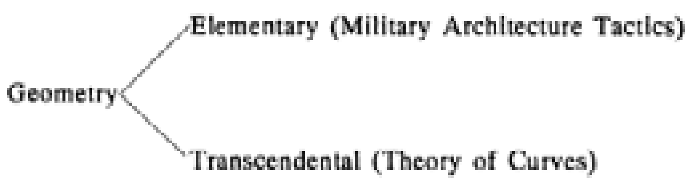
> Geometria. Para tanto, tenho apenas que traçar um quadrado, cuja base e altura dividirei em duas partes, uma eu chamarei de *a*, a outra de *b*; a seguir, a partir dos pontos de divisão, traçarei linhas paralelas aos lados do quadrado, dividirei esse quadrado em quatro superfícies, e verei, com um golpe de vista, que uma é o quadrado de *a*, a outra o quadrado de *b*, e que as outras duas serão, cada uma delas, um retângulo formado por *a* e *b*; do que se segue que o quadrado do binômio *a + b* contém o quadrado de cada uma das duas partes, mais duas vezes o produto da primeira pela segunda. Esse exemplo muito simples, que se encontra ao alcance de todos, mostra bem como a Geometria aplica-se à Álgebra, vale dizer, como a Geometria pode servir para demonstrar teoremas de Álgebra (DIDEROT; D´ALEMBERT, 2015c, p. 31).

4.2. GEOMETRIA

Em relação a Geometria, de acordo com D'Alembert "a *Geometria* tem por objeto primeiro as propriedades do círculo e da linha reta, ou então abarca, em suas especulações, todo tipo de curvas, o que a divide em *elementar* e em t*ranscendente"* (D´ALEMBERT, 2015a, p.276).

.

Figura 4: Divisão da Geometria na Árvore do Conhecimento proposta por D´Alembert



Fonte: Brown (1991, p.10)

Dessa forma, temos geometria dividida em régua e compasso, a geometria euclidiana e a geometria analítica à maneira de Descartes, conforme apresentado na figura 4. Podemos observar ainda que as Teorias das Fortificações ("táticas de arquitetura militar") foi colocada na divisão da geometria e dentro da categoria da matemática pura. Em seu verbete na *Encyclopédie,* D´Alembert (2015c) define a Geometria da seguinte forma:

> A *Geometria* é a ciência das propriedades da extensão, considerada simplesmente como extensa e figurada. A palavra é formada por duas palavras gregas, γῆ, ou γαῖα, terra,

REVISTA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA EM FOCO

> e μέτρον, medida. Essa etimologia parece nos indicar o que propiciou o nascimento da Geometria. Imperfeita e obscura em sua origem, como todas as ciências, começou por uma espécie de tatear, com mensurações e operações grosseiras, e elevou-se aos poucos ao grau de exatidão e sublimidade em que a encontramos (DIDEROT; D´ALEMBERT, 2015c, p. 89).

Ainda em seu verbete da Geometria, D´Alembert (2015c) traça uma breve história da Geometria começando desde o Antigo Egito, lugar esse, que ele considera o berço do conhecimento humano e que dentre todos os países que conhecemos, o Egito parece ser o local em que as ciências foram cultivadas primeiro lá. Dessa forma, ele comenta que segundo Heródoto (acreditam que viveu no período de 485-420 a.C.) e Estrabão (acreditam que viveu no período de 64 a.C. - 21 d.C.), os egípcios na tentativa de reconhecer os limites de suas terras por conta das confusões provocadas pelas cheias do rio Nilo, inventaram a arte de mensurar e dividir a terra com o propósito de distinguí-las considerando o seu contorno e a superfície delimitada, sendo assim, esse fato considerado a primeira aurora da Geometria, em que o homem não demorou muito para realizar nesses terrenos operações de mensuração, extensão, bem como de superfície, integral ou parcialmente.

Do Egito, D´Alembert (2015c) nos "transporta" para a Grécia abordando que essa passagem da Geometria do Egito para a Grécia se deu, supostamente, graças a Tales de Mileto (acreditam que viveu no período de 624-546 a.C.), em que ele acrescentou o que aprendera e enriqueceu a Geometria com numerosas proposições, passando a "tarefa" posteriormente para Pitágoras. Depois de Pitágoras, D´Alembert comenta que os filósofos e suas escolas continuaram a cultivar o ensino e o estudo da Geometria:

> Plutarco nos ensina que Anaxágoras se ocupou do problema da quadratura do círculo na prisão em que se encontrava, e teria redigido uma obra sobre o assunto. Anaxágoras havia sido acusado de impiedade por ter dito que os astros eram feitos de matéria, e teria sido condenado à morte, não fosse Péricles lhe salvar a vida. Vê-se por esse exemplo que não é de hoje que os filósofos são perseguidos por ter razão. Os sacerdotes gregos eram tão hábeis quanto certos teólogos modernos, quando se tratava de erigir em artigo de religião

REVISTA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA EM FOCO

> o que não o era. Platão, que dedicou a Anaxágoras grandes elogios por sua habilidade em Geometria, os teria merecido ele mesmo. Sabe-se que encontrou uma solução bastante simples para o problema da duplicação do círculo. Sabe-se ainda que esse grande filósofo chamava Deus de *eterno geômetra* (ideia verdadeiramente justa e digna do Ser Supremo) e considerava a Geometria tão necessária ao estudo da Filosofia que fez gravar no pórtico de sua escola estas palavras memoráveis: *quem ignora a Geometria não será admitido*. Entre Anaxágoras e Platão encontra-se Hipócrates de Quio, que deve ser mencionado por sua famosa quadratura da lúnula. O falecido Cramer, professor de Filosofia em Genebra, nos oferece nas *Mémoires de l'Académie de Prusse pour l'année 1748* uma dissertação muito boa sobre esse geômetra, em que se pode ler que Hipócrates, numa viagem a Atenas, teve a oportunidade de ouvir os filósofos e tomou tanto gosto pela Geometria que logo realizou progressos admiráveis. Esse estudo desenvolveu seus talentos; para todo o resto, ele tinha o espírito lento e obtuso. O mesmo se diz de Clavius, bom geômetra do século XVI (DIDEROT; D´ALEMBERT, 2015c, p. 90-91).

D´Alembert (2015c) comenta que Euclides de Alexandria reuniu o que seus predecessores haviam encontrado a respeito dos elementos da Geometria. Dessa forma, Euclides compôs a obra *Os Elementos*, nessa obra ele considera somente as propriedades da linha reta e do círculo, e as das superfícies e dos sólidos retilíneos ou circulares. D´Alembert acrescenta que não é que na época de Euclides não se conhecesse outra curva além do círculo, os geômetras já haviam percebido que, ao seccionar-se um cone de modos variados, é possível se formar diferentes curvas dos círculos, chamadas secções cônicas. Falando em geômetras, D´Alembert dá uma definição para essa expressão, de modo que ao afirmar que alguém é geômetra não se refere somente que essa pessoa é boa somente em geometria, mas também é um sinônimo para dizer que é um bom matemático:

> Geômetra é, propriamente dizendo, uma pessoa versada em Geometria; mas esse nome se aplica em geral a todo matemático. Pois, como a Geometria é uma parte essencial das Matemáticas que tem sobre quase todas as outras partes uma influência incontornável, dificilmente é possível ser versado com profundidade em qualquer parte das Matemáticas sem sê-lo, ao mesmo tempo, em Geometria. Assim, quando se diz que Newton foi um grande geômetra, quer-se dizer com isso que ele foi um grande matemático. Um geômetra que não queira se restringir a compreender o que já foi encontrado por outros deve ser dotado de muitas qualidades bastante raras: justeza de espírito, para apreender os raciocínios e desfazer os paralogismos; concepção desenvolta, para compreender com prontidão; capacidade extensa, para abarcar de uma só vez as diferentes partes de uma demonstração complicada; memória, para reter as proposições principais, as suas

REVISTA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA EM FOCO

> demonstrações ou ao menos o seu espírito, e, em caso de necessidade, lembrar-se delas e utilizá-las (DIDEROT; D´ALEMBERT, 2015b, p. 295).

Voltando a falar das curvas, de acordo com D´Alembert (2015c), essas diferentes propriedades de curvas descobertas por um número sucessivo de matemáticos foram reunidas em oito livros e publicados por Apolônio de Berga (que viveu cerca de 250 a.C.), sendo ele o autor dos nomes dados às três secções cônicas, *parábola*, *elipse* e *hipérbole*, cujas razões são explicadas nos artigos respectivos. Nessa mesma época de Apolônio, D´Alembert (2015c) cita que Arquimedes deixou de legado obras que abordaram a esfera e o cilindro, as conoides e as esferoides, a quadratura do círculo, além de um tratado sobre a espiral. Devem-se ainda a Arquimedes outros escritos não menos admiráveis, mas relacionados mais à Mecânica do que à Geometria, tais como *De aequiponderantibus*, *De insidentibus húmido,* entre outros.

D´Alembert relata que após a destruição do Império Romano pelos bárbaros, o Ocidente passou por um período de ignorância profunda, não se encontravam mais entre os latinos, nem entre os gregos, homens versados em Geometria. O que havia eram apenas alguns homens denominados como "doutos", segundo D´Alembert (2015c), por serem menos ignorantes do que os demais, que mesmo que estivessem cientes das descobertas de seus antecessores, nada fizeram para acrescentá-las. Entretanto, no oriente, os árabes, entre os séculos IX e XIV, tiveram um considerável número de astrônomos, geômetras, químicos, geógrafos, etc, que se dedicaram em estudar e avançar essas ciências. Mas, em relação a Geometria, ao contrário da Álgebra, poucas chegaram até o Ocidente, e muitas permaneceram em manuscrito. No período do renascimento das letras, D´Alembert (2015c) comenta que os homens praticamente se limitaram a traduzir e comentar obras dos geômetras antigos, tendo um avanço considerável na Geometria somente após Descartes (1596-1650).

Em 1637, Descartes publicou sua *Geometria*, começando pela solução de um problema empregando a aplicação da Álgebra à Geometria, dessa forma, dando um grande passo na Geometria depois de Arquimedes, entretanto, D´Alembert (2015c) afirma que não se deve a Descartes somente a aplicação da Álgebra à Geometria, mas também os primeiros ensaios de aplicação da Geometria à Física, tais ensaios, que se veem principalmente em sua *Dióptrica*, e em passagens de seus *Meteoros*, levaram alguns a afirmar que toda a sua física não passava de uma geometria. Entretanto, a física de Descartes era feita mais de hipóteses do que de cálculos, e estas foram posteriormente desmentidas pela análise.

Assim, D´Alembert, considera que "a Geometria, que tanto deve a Descartes, foi o que houve de mais nocivo à sua física (2015c, p.95)". Além do êxito na aplicação da Geometria à ciência da natureza, para D´Alembert (2015c), Descartes deve receber o mérito de ter sido o primeiro a pensar na existência de leis do movimento, mesmo que tenha se enganado a respeito delas. Foi a partir dessas hipóteses, que Descartes abriu caminho para que outros matemáticos também realizassem avanços em outras áreas, e serviu como pontapé inicial, mesmo que de modo vacilante, com o auxílio da Análise, a Geometria do infinito realizou inúmeros progressos, até culminar no Cálculo Diferencial e Integral e consequentemente na Geometria Diferencial:

> O momento dessa venturosa descoberta, no entanto, estava próximo. Fermat foi o primeiro a conceber o método das tangentes pelas diferenciais; Barrow o aperfeiçoou, imaginando um pequeno triângulo diferencial e servindo-se do cálculo analítico para descobrir as relações entre os pequenos lados desse triângulo e, por esse meio, a subtangente das curvas. Ao mesmo tempo, viu-se que os planos ou sólidos infinitamente pequenos, cujas superfícies ou sólidos podem ser supostos como formados, crescem ou decrescem em cada superfície ou sólido segundo leis diferentes, e, assim, a pesquisa da mensuração dessas superfícies ou sólidos se reduziria a conhecer a soma de uma série ou sequência infinita de quantidades crescentes ou decrescentes. Daí a pesquisa da soma das sequências, chamada *Aritmética dos Infinitos*: somam-se muitas e aplicam-se às figuras geométricas os resultados obtidos. Wallis, Mercator, Brouncker, Jacques Grégori, Huyghens e outros destacaram-se no gênero. Fizeram mais, reduziram certos espaços e arcos de curvas a séries convergentes, quer dizer, cujos termos diminuem progressivamente, e encontraram assim o meio para obter o valor desses espaços e desses arcos, se não exatamente, ao menos por aproximação (DIDEROT; D´ALEMBERT, 2015c, p. 96).

Finalmente D´Alembert (2015c) chega até Newton e considera que as contribuições de Newton à Geometria pura não foram menores que os seus antecessores. Na obra intitulada *Quadratura curvarum*, ele ensina a maneira de obter a quadratura das curvas pelo Cálculo Integral e de reduzir a quadratura das curvas, quando isso é possível, à de outras curvas mais simples, principalmente do círculo e da hipérbole. Em outra obra, chamada *Enumeratio linearum tertii ordinis*, Newton aplicou o cálculo a curvas cuja equação é de terceiro grau, e dividiu essas curvas em gêneros e espécies, e enumerou-as. Entretanto, para D´Alembert (2015c) nada se comparou ao que ele considera a obra imortal de Newton, *Philosophiae naturalis principia mathematica*, principalmente pela extensa aplicação da Geometria à Física, que representou uma revolução na Física e fez dessa ciência uma nova ciência fundamentada na observação, na experimentação e no cálculo.

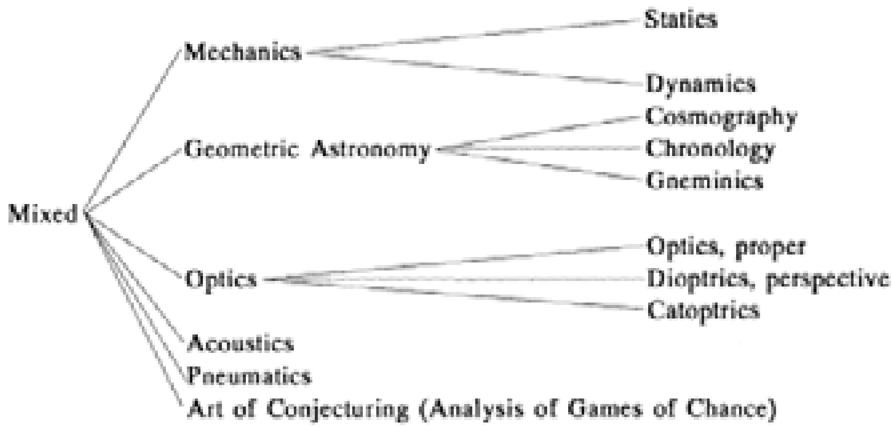
D´Alembert (2015c) encerra seu histórico da Geometria fazendo uma análise de que a maioria das contribuições nesse campo foram dadas por geômetras de origem alemã ou inglesa, entretanto, ele enfatiza a importância dos franceses no processo do avanço dessa ciência da seguinte forma:

> Porém, antes de terminarmos esta história, não podemos deixar de mencionar, para honra de nossa nação, que se a nova Geometria é de autoria principalmente dos ingleses e dos alemães, é aos franceses que se devem as duas grandes ideias que levaram a ela. A Descartes se deve a aplicação da Álgebra à Geometria, sobre a qual se funda o Cálculo Diferencial; e a Fermat, a primeira aplicação do cálculo às quantidades diferenciais, para obter as tangentes, que é o método de generalização da nova Geometria. Se acrescentarmos a isso o que os franceses atualmente contribuem para a Geometria, há que se convir que essa ciência não deve menos à nossa nação do que às outras (DIDEROT; D´ALEMBERT, 2015c, p. 98).

4.3. MATEMÁTICA MISTA

Por meio da figura 5, poderemos observar que a teoria das probabilidades ("arte de conjecturar") foi colocada na categoria de "matemática mista" juntamente com os tópicos de Mecânica, Astronomia, Óptica, Acústica e Pneumática.

Figura 5: Divisão da Matemática Mista na Árvore do Conhecimento proposta por D´Alembert



Fonte: Brown (1991, p.10)

No seu Discurso Preliminar, D´Alembert dá uma definição da divisão e o que é estudado nos conhecimentos humanos que foram elencados em "matemática mista". Ele cita primeiramente a Mecânica e seus dois ramos, a *Estática* e a *Dinâmica* e as define do seguinte modo:

> A *Estática* tem por objeto a *quantidade* considerada nos corpos em equilíbrio e tendendo apenas ao movimento. A *Dinâmica* tem por objeto a *quantidade* considerada nos corpos atualmente em movimento. A *Estática* e a *Dinâmica* têm cada uma duas partes. A *Estática* divide-se em *Estática propriamente dita*, que tem por objeto a *quantidade* considerada nos corpos sólidos em equilíbrio e apenas tendendo ao movimento, e *Hidrostática*, que tem por objeto a *quantidade* considerada nos corpos fluidos em equilíbrio e apenas tendendo ao movimento. A *Dinâmica* divide-se em *Dinâmica propriamente dita*, que tem por objeto a *quantidade* considerada nos corpos sólidos atualmente em movimento, e em *Hidrodinâmica*, que tem por objeto a *quantidade* considerada nos corpos fluidos atualmente em movimento. Mas, se considerarmos a *quantidade* nas *águas* atualmente movidas, a *Hidrodinâmica* toma então o nome de *Hidráulica*. Poder-se-ia referir a *navegação* à Hidrodinâmica, e a *balística*, ou o jato das bombas, à Mecânica (D´ALEMBERT, 2015a, p.276).

A Astronomia Geométrica é outro ramo da "matemática mista" em que a quantidade considerada nos movimentos dos corpos celestes dá origem a *Astronomia* geométrica, e, por conseguinte: a "*Cosmografia* ou *descrição do Universo*, que se divide em *Uranografia* ou *descrição do céu*, em *Hidrografia* ou *descrição das águas*, e em *Geografia*, de onde, ainda, a *Cronologia* e a *Gnomônica* ou *arte de construir quadrantes* (D´ALEMBERT, 2015a, p.276)".

As demais ramificações da "matemática mista", Óptica, Acústica, Pneumática e a novidade, a arte de conjecturar, também foram definidas por D´Alembert da seguinte forma:

> A *quantidade* considerada na luz dá a *Ótica*; considerada no movimento da luz, os diferentes ramos da *Ótica*. Luz movida em linha reta, *Ótica propriamente dita*; luz refletida num único e mesmo meio, *Catóptrica*; luz partida passando de um meio a outro, *Dióptrica*. É à *Ótica* que se deve referir a *perspectiva*. A *quantidade* considerada no som, em sua intensidade, movimento, graus, reflexões, velocidade etc. dá a *Acústica*. A *quantidade* considerada no ar, seu peso, movimento, condensação, rarefação etc., dá a *Pneumática*. A *quantidade* considerada na possibilidade dos acontecimentos dá a *arte de conjeturar*, de onde nasce a *análise dos jogos de azar*. Sendo o objeto das ciências matemáticas puramente intelectual, não devemos nos espantar com a exatidão de suas divisões (D´ALEMBERT, 2015a, p.276-277).

No verbete da *Encyclopédie, a Mecânica* é definida novamente por D´Alembert como a "parte das Matemáticas mistas que considera o movimento e as forças motrizes, sua natureza, leis, e efeitos em máquinas. Essa palavra vem do grego μηχαν□ (DIDEROT; D´ALEMBERT, 2015c, p. 119). Como pudemos ver na divisão da Mecânica na árvore do conhecimento, ela foi dividida em Estática e Dinâmica.

Para D´Alembert (2015c) a Estática é a parte da mecânica em que o movimento dos corpos depende da inércia. Nesse mesmo verbete ele pondera que alguns autores definem a estática como oposição à parte que considera as forças moventes e sua aplicação, definida como Mecânica por esses mesmos autores, entretanto, o correto é denominar a estática como a parte da Mecânica que considera as forças e os corpos em estado de equilíbrio, e denominar como Mecânica a parte que considera as forças e os corpos em movimento.

Quando aborda a aplicação geométrica na Mecânica, D´Alembert (2015c) recorre as contribuições de Newton, que consistia em distinguir duas espécies de

Mecânica, uma prática e a outra especulativa ou racional. De acordo com D´Alembert, o intuito de Newton ao fazer essa distinção era distinguir a Mecânica da Geometria, de modo que a parte exata fizesse parte da Geometria, enquanto as questões menos exatas fossem remetidas à Mecânica. Dessa forma, as descrições de linhas e as figuras da Geometria pertencem à Mecânica, sendo que a Geometria tem como objeto verdadeiro somente demonstrar as propriedades da Mecânica, então D´Alembert acrescenta que o fato da Geometria se fundir nas práticas mecânicas é:

> A Geometria funda-se em práticas mecânicas, e outra coisa não é do que essa Mecânica universal que explica e demonstra a arte de medir com exatidão. Mas, como a maioria das artes manuais têm como objeto o movimento dos corpos, aplicou-se o nome de Geometria à parte cujo objeto é a extensão, reservando-se o nome de Mecânica àquela que considera o movimento. Tomada neste último sentido, a Mecânica racional é a ciência dos movimentos que resultam de toda força necessária para produzir qualquer movimento que seja (DIDEROT; D´ALEMBERT, 2015c, p. 120).

Voltando a seu verbete da Mecânica, D´Alembert ainda cita que Newton acrescenta que os antigos somente consideravam as forças que tinham relação com as artes manuais, tais como a alavanca, a polia, etc., e a inércia era considerada apenas como uma força aplicada a um peso a ser deslocado pela utilização de uma máquina, sendo Newton o primeiro a abordar na Mecânica, questões como leis da inércia, do movimento, forças centrais e centrífugas, a resistência dos fluídos e outros tópicos em sua obra denominada *Princípios matemáticos da Filosofia Natural,* tendo seu primeiro volume publicado em 1687 e o os dois volumes finais em 1713 e 1726.

Em relação a Aplicação da Mecânica à Geometria, em seu verbete na *Encyclopédie,* D´Alembert denota que essa aplicação "consiste principalmente no eventual uso do centro de gravidade das figuras para determinar os sólidos formados por elas (DIDEROT; D´ALEMBERT, 2015c, p. 33) e afirma que assim como a Mecânica se beneficia da Geometria, a Geometria também se beneficia da Mecânica para abreviar a solução de determinados problemas, como por exemplo:

REVISTA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA EM FOCO

> O Sr. Bernouilli mostrou que a curva formada por uma corda fixada sobre um plano vertical em suas duas extremidades é a que forma a maior superfície curva ao girar em torno de seu próprio eixo, pois é aquela cujo centro gravitacional é mais alto. Ver nas *Mémoirs de l'Académie des Sciences de 1714* a contribuição do Sr. Varignon, intitulada *Réflexions sur l'usage que la Méchanique peut avoir en Géometrie* (DIDEROT; D´ALEMBERT, 2015c, p. 121).

Em relação ao cálculo de probabilidades, segundo D'Alembert apud Brown (1991, p.15), "a arte de conjecturar" muitas vezes envolveu lacunas tão numerosas no processo de modo que qualquer filósofo prudente sempre deve ter em mente suas limitações.

O verbete da Probabilidade na *Encyclopédie* não foi escrito por D´Alembert, mas provavelmente deve ter passado por sua revisão, conforme ele indicou no início de seu Discurso Preliminar. O autor desse verbete foi Charles-Benjamin de Lubières (1714-1790) que definiu a probabilidade como:

> Considerada em si mesma, toda proposição é verdadeira ou falsa. Mas, relativamente a nós, pode ser certa ou incerta. Percebemos bem ou mal as relações existentes entre duas ideias, ou uma conveniência entre elas, fundada sobre certas condições que as ligam, e que, quando conhecidas integralmente, dão-nos a certeza de uma verdade ou proposição. Se, porém, só conhecemos uma parte das relações, não temos mais do que uma simples *probabilidade*, e esta é tão mais verossímil quanto maior a nossa garantia a respeito de um maior número de condições. Formam-se assim os graus de probabilidade, cuja justa estima e exata medida perfazem o sumo da sagacidade e da prudência (DIDEROT; D´ALEMBERT, 2015c, p. 126).

O Cálculo foi colocado dentro do domínio da álgebra que fazia parte da «matemática pura». Entretanto, Brown (1991) questiona o porquê de D'Alembert ter realizado essa classificação particular e sugere que a resposta dessas decisões pode ser usada para aprimorar nossa compreensão do termo "matemática mista".

Ao abordar a primeira classificação, Brown (1991) cita que D'Alembert foi um grande defensor[3] para que o conceito de limite fosse bem definido e, portanto, não

3 Os livros de Henk Bos, "Differentials, Higher-order Differentials and the Derivative in the Leibnizian Calculus," Archives of History of Exact Sciences, 24 (1974-75), 1-90; e Carl Boyer, The History of the Calcu/us and its Conceptual Deve/opment (New York, 1959); Charles Henry Edwards, The Historica/ Development of the Calculus (New York, 1979) são sugeridos

gostou de usar diferenciais, que pareciam ser apenas quantidades independentes de toda percepção sensorial, cuja manipulação não era mais do que uma aritmética de ordem elevada.

Apesar de D'Alembert não gostar de usar diferenciais, não havia como negar sua utilidade e seu emprego por muitos geômetras continentais. A maioria desses resultados em "matemática mista" parecia ser verificável através da experiência e, além disso, os diferenciais estavam entre aquelas ideias simples a partir das quais o geômetra poderia construir todo o cálculo diferencial e integral. O geômetra certamente não queria descartar todos os frutos do novo cálculo porque algumas questões fundamentais não tinham sido resolvidas (BROWN, 1991).

A questão permaneceu onde colocar o Cálculo dentro da árvore do conhecimento. O diferencial dificilmente poderia ser considerado um objeto físico sensível, antes era uma quantidade abstrata "independente da mente". Se D'Alembert tivesse conseguido encontrar uma definição popular de velocidade como um certo limite, talvez sua classificação de cálculo pudesse estar dentro da "matemática mista", mas, a noção de movimento para D'Alembert envolveu corpo, extensão e tempo. A mecânica de D'Alembert limitou suas razões para querer definir a velocidade como um certo limite, e então ele colocou o cálculo dentro da categoria de álgebra (BROWN, 1991).

4.4. FÍSICO-MATEMÁTICAS

De acordo com Oki (2013), o termo "físico-matemática" também foi usado principalmente por matemáticos como Isaac Beeckman (1588-1637), Marin Mersenne (1588-1648), John Wilkins e Isaac Barrow (1630-1677) para designar campos quase idênticos a "matemática mista", com a imagem das ciências matemáticas em um nível epistologicamente igual à física tradicional.

Para obter os mais diversos e profundos conhecimentos a respeito das propriedades dos corpos, D´Alembert (2015a) considera que é necessário mergulhar

por Brown (1991) para uma discussão do ponto de vista de D´Alembert em relação a sua concepção do conceito de limite.

por completo no "mundo corporal" e para esse fim, o uso da Geometria e da Mecânica se torna indispensável, sendo mais ou menos dessa maneira, que nasceram todas as ciências chamadas Físico-Matemáticas. Ele ainda faz um destaque para algumas dessas ciências colocando-as num determinado grau de prioridades:

> Podemos colocar em primeiro lugar a Astronomia, cujo estudo é, após o de nós mesmos, o mais digno de nosso esforço, pelo espetáculo magnífico que nos apresenta. Unindo a observação ao cálculo e iluminando-os um pelo outro, essa ciência determina, com uma exatidão digna de admiração, as distâncias e os movimentos mais complicados dos corpos celestes e assinala até as próprias forças pelas quais esses movimentos são produzidos ou alterados. Por isso, podemos vê-la, com toda a razão, como a mais sublime e mais segura aplicação conjunta da Geometria e da Mecânica, e aos seus progressos, como o mais incontestável documento do sucesso a que o espírito humano pode se elevar por seus esforços (D´ALEMBERT, 2015a, p. 71).

Além das Ciências Físico-Matemáticas, é considerado a existência de uma vasta parte da Física chamada de Física Geral e Experimental. A principal diferença entre essas físicas se dá pelo fato de que as ciências físico-matemáticas:

> não ser propriamente uma coletânea ponderada de experiências e de observações, enquanto estas, pela aplicação dos cálculos matemáticos à experiência, deduzem algumas vezes de uma mesma e única observação um grande número de consequências que, por sua certeza, estão estreitamente ligadas às verdades geométricas (D´ALEMBERT, 2015a, p. 75).

Na seção sobre "Física Geral e Experimental", D'Alembert explicou o processo de investigação como sendo uma coleção de tantos fatos quanto possível, de modo que sejam arranjados na ordem mais natural e, finalmente, sua relação com um certo número de fatos principais dos quais os outros são apenas as consequências. Este plano diferiu das ciências física-matemáticas, na medida em que:

> A física em particular é propriamente apenas uma coleção sistemática de experimentos e observações. Por outro lado, as ciências física-matemáticas, aplicando cálculos matemáticos para experimentar, às vezes deduzem de uma única observação, um grande número de inferências que permanecem próximas das verdades geométricas em virtude de sua certeza (D´ALEMBERT apud BROWN, 1991, p.12, tradução nossa).

Ele critica que essa prática deseja reduzir ao cálculo a arte de curar, sendo o corpo humano, tratado por médicos algebristas, como se fosse a "máquina mais simples ou mais fácil de decompor (D´ALEMBERT, 2015a, p. 75)". Entretanto, ele deixa claro que é apenas contra o abuso praticado por alguns geômetras no excesso do uso de cálculos matemáticos para abordar temas físicos por conta de permitir uma flexibilização de hipóteses dadas como verdadeiras pelos meios mais cômodos possíveis, tendo seus resultados frequentemente muito afastados do que realmente existe na natureza.

> Assim, uma única experiência sobre a reflexão da luz dá toda a Catóptrica ou ciência das propriedades dos espelhos; outra, sobre a refração da luz, produz a explicação matemática do arco-íris, a teoria das cores e toda a Dióptrica ou ciência dos vidros côncavos e convexos; de uma única observação sobre a pressão dos fluidos extraem-se todas as leis do equilíbrio e do movimento desses corpos; por fim, uma experiência única sobre a aceleração dos corpos que caem leva a descobrir as leis de sua queda sobre planos inclinados, bem como a do movimento dos pêndulos. Mas é preciso confessar que os geômetras às vezes abusam dessa aplicação da Álgebra à Física (D´ALEMBERT, 2015a, p. 75).

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Por meio de um estudo direcionado às classificações matemáticas existentes na *Encyclopédie* (Diderot e D`Alembert) e *Discours Préliminaire* (D´Alembert), apresentamos as definições existentes nas ramificações da matemática que foram sistematizada pelos filósofos. Dessa forma, pudemos observar que eles dividiram as Matemáticas em três classes.

A primeira classe foi definida como "Matemática Pura", responsável por considerar as propriedades da grandeza de modo abstrato, dessa forma, a grandeza pode ser calculável ou mensurável. No primeiro caso, caso essa grandeza seja calculável são representadas por números e integram a Aritmética, enquanto que no segundo caso, essa grandeza ser mensurável, ela é representada pela sua extensão e integra o ramo da Geometria.

A segunda classe é chamada de "Matemáticas Mistas", que têm por objeto as propriedades da grandeza concreta, enquanto mensuráveis ou calculáveis. Quando denominamos que a grandeza é concreta, ela pode ser encontrada em certos corpos ou em objetos particulares, dessa forma, integram o ramo das "matemáticas mistas" a Mecânica, a Óptica, a Astronomia, a Geografia, a Cronologia, a Arquitetura Militar, a Hidrostática, a Hidráulica, a Hidrografia, a Navegação etc.

A terceira classe foi denominada físico-matemáticas, que consiste na ampla aplicação de cálculos matemáticos em experimentos físicos, de modo que a partir de poucas observações, é possível realizar um grande número de inferências.

6. AGRADECIMENTOS

Este trabalho foi financiado por fundos nacionais através do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico – CNPq – por meio de uma bolsa de doutorado atribuída ao primeiro autor.

7. REFERÊNCIAS

BROWN, Gary. The Evolution of the Term "Mixed Mathematics". *Journal of the History of Ideas* 52: 81-102, 1991.

DIDEROT, Denis; D´ALEMBERT, Jean le Ronde. *Enciclopédia, ou Dicionário razoado das ciências, das artes e dos ofícios*. Volume 1: Discurso preliminar e outros textos / Denis Diderot, Jean le Ronde D´Alembert; organização e tradução Pedro Paulo Pimenta, Maria das Graças de Souza – 1 ed – São Paulo, SP: Editora Unesp, 2015a.

DIDEROT, Denis; D´ALEMBERT, Jean le Ronde. *Enciclopédia, ou Dicionário razoado das ciências, das artes e dos ofícios*. Volume 2: O sistema dos conhecimentos / Denis Diderot, Jean le Ronde D´Alembert; organização e tradução Pedro Paulo Pimenta, Maria das Graças de Souza – 1 ed – São Paulo, SP: Editora Unesp, 2015b.

DIDEROT, Denis; D´ALEMBERT, Jean le Ronde. *Enciclopédia, ou Dicionário razoado das ciências, das artes e dos ofícios*. Volume 3: Ciências da Natureza / Denis Diderot, Jean le Ronde D´Alembert; organização e tradução Pedro Paulo Pimenta, Maria das Graças de Souza – 1 ed – São Paulo, SP: Editora Unesp, 2015c.

KAWAJIRI, Nobuo. Francis Bacon´s View of Mathematics – Bacon concept of Mixed Mathematics. *Proceedings of the Faculty of Science*, Tokai University, Vol. XV, 1979.

OKI, Sayaka. The establishment of 'Mixed Mathematics' and Its decline 1600 – 1800. *Historia Scientiarum*, vol. 23, p. 82-91, 2013.