



Paradigma crítico de investigación y modelación matemática: transformaciones que desafían condiciones de vulnerabilidad social

Critical Paradigm of Research and Mathematical Modelling: Transformations that Challenge Conditions of Social Vulnerability

Paradigma crítico de pesquisa e modelagem matemática: transformações que desafiam condições de vulnerabilidade social

Gabriel Mancera-Ortiz*  orcid.org/0000-0003-3556-9283

Francisco Javier Camelo-Bustos**  orcid.org/0000-0002-8627-4816

Jussara de Loiola Araújo***  orcid.org/0000-0002-9156-2417

Para citar este artículo: Mancera-Ortiz, G., Camelo-Bustos, F. J. y Araújo, J. de L. (2022). Paradigma crítico de investigación y modelación matemática: transformaciones que desafían condiciones de vulnerabilidad social. *Revista Colombiana de Educación*, (86), 383-408. <https://doi.org/10.17227/rce.num86-12393>



Recibido: 31/08/2020
Evaluado: 16/06/2021

* Doctor en Educación por la Universidade Federal de Minas Gerais, Profesor de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Bogotá – Colombia. gmancerao@udistrital.edu.co

** Doctor en Educación por la Universidade Federal de Minas Gerais, Profesor de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Bogotá – Colombia. fjcamelob@udistrital.edu.co

*** Doutorado em Educação Matemática pela Universidade Estadual Paulista (Unesp), Rio Claro – Brasil, Professora titular do Departamento de Matemática e docente do Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade Federal de Minas Gerais (ufmg). jussara@mat.ufmg.br

Resumen

En el presente artículo, de corte reflexivo, tenemos el objetivo de describir las influencias mutuas —y sus consecuencias— entre investigaciones que se apoyan en un paradigma crítico y los ambientes de modelación matemática orientados por una perspectiva sociocrítica desarrollada en un contexto de diversidad social y cultural. Para ello, reflexionamos sobre dos tesis doctorales cuyos datos se produjeron en el mismo contexto escolar —una escuela pública de la ciudad de Bogotá (Colombia)—, en dos momentos diferentes. Los participantes en la investigación son estudiantes que viven en una condición de vulnerabilidad social, entendida no solo como limitaciones económicas y estructurales, sino también como la (in)capacidad de reaccionar ante esta situación. La relación dialéctica entre las investigaciones y una serie de prácticas pedagógicas de modelación actuaron como motor de las transformaciones en las clases de matemáticas, que empezaron a considerar los contextos sociales, culturales y políticos de los estudiantes. La condición de vulnerabilidad social comenzó a tener visibilidad en las clases de matemáticas en cuanto fuente de temas para los ambientes de modelación matemática, lo que ocurrió tanto en las investigaciones realizadas como en ausencia de los investigadores. A partir de las reflexiones y los cuestionamientos que surgieron durante los ambientes de modelación, los estudiantes pudieron repensar su propia actuación en la sociedad y su condición de vulnerabilidad social, desafiándola.

Palabras clave

modelación matemática;
perspectiva sociopolítica;
investigación crítica;
vulnerabilidad social

Keywords

mathematical modelling;
socio-political perspective;
critical research; social
vulnerability

Abstract

In this reflexive paper, we aim to describe the mutual influence —and its consequences— between research based on a critical paradigm and mathematical modelling environments oriented by a socio-critical perspective, all carried out in a context of social and cultural diversity. To this end, we reflect on two doctoral theses whose data were produced in the same school context —a public school in the city of Bogotá, Colombia— at two different moments. The participants of the two investigations are students who live in a condition of social vulnerability, understood not only as economic and structural restrictions, but also from the (in)capacity to react to this condition. The dialectical relationship between the investigations and a series of pedagogical practices of modelling acted as an engine of transformations in mathematics classes, which started to consider the social, cultural and political reality of the students. The students' condition of social vulnerability began to have visibility in mathematics classes as a source of themes for mathematical modelling environments, which occurred both during the investigations carried out there and in the absence of the researchers. From reflections and questionings made during the modelling environments, students were able to rethink their own actuation in society and their condition of social vulnerability, challenging it.

Resumo

Neste artigo, —de teor reflexivo— temos o objetivo de descrever as influências mútuas —e suas consequências— entre pesquisas que se apoiam em um paradigma crítico e ambientes de modelagem matemática orientados pela perspectiva sociocrítica, realizadas em um contexto de diversidade social e cultural. Para tal, realizamos reflexões sobre duas teses de doutorado cujos dados foram produzidos em um mesmo contexto escolar —uma escola pública da cidade de Bogotá, Colômbia— em dois momentos diferentes. Os participantes da pesquisa são estudantes que vivem em uma condição de vulnerabilidade social, entendida não só como restrições econômicas e estruturais, mas também a partir da (in)capacidade de reação a essa condição. A relação dialéctica entre as pesquisas e uma série de práticas pedagógicas de modelagem atuou como motor de transformações nas aulas de matemática, que passaram a considerar a realidade social, cultural e política dos estudantes. A condição de vulnerabilidade social dos estudantes começou a ter visibilidade nas aulas de matemática como fonte de temas para os ambientes de modelagem matemática, o que ocorreu tanto durante as investigações realizadas ali quanto na ausência dos investigadores. A partir das reflexões e questionamentos realizados nos ambientes de modelagem, os estudantes puderam repensar sua própria atuação na sociedade e sua condição de vulnerabilidade social, desafiando-a.

Palavras-chave

modelagem matemática;
perspectiva sociopolítica;
pesquisa crítica;
vulnerabilidade social

Introducción

La palabra *diversidad*, tema central de este *dossier*, tiene diferentes significados, que dependen de los factores epistemológicos, ontológicos y metodológicos que asumimos cuando nos enfrentamos a abordarla en los contextos en que nos desempeñamos. Como señala el texto con el que nos hicieron la invitación para publicar, puede haber muchas comprensiones y fuentes para entender y reflexionar sobre la diversidad en educación matemática: “las diversidades sociales y culturales, la migración, el género, la raza, la distribución desigual de la riqueza y la pobreza”, entre otros. Esa gama de posibilidades nos otorga la libertad de escoger; pero, al mismo tiempo, la responsabilidad de conceptualizar aquella diversidad de la que estamos tratando.

En este artículo –de corte reflexivo, por cuanto presenta resultados de dos investigaciones finalizadas desde una perspectiva analítica e interpretativa– abordamos la diversidad presente en el Colegio Bogotá. Una escuela pública de la ciudad de Bogotá, Colombia, localizada en una región que se considera como *de frontera* en el sentido planteado por Skovsmose *et al.* (2011), por cuanto tiene una alta densidad de población y con múltiples desafíos económicos y de infraestructura. De esta manera, entendemos con Magendzo (2005) que la diversidad conlleva a cuestionar aspectos como el conformismo, las asimetrías sociales y las injusticias. Además, compartimos con este autor que la diversidad –en cuanto relación– implica aceptar la inter- y multiculturalidad como nuevo paradigma de organización social en el que se redefinen conceptos como la responsabilidad social, la ciudadanía activa, el empoderamiento, la participación ciudadana, la democracia deliberativa y, a nuestro juicio, la vulnerabilidad social.

Esto indica que hacemos referencia a la diversidad social y cultural presente en un contexto con gran desigualdad en relación con la clase hegemónica, que lleva a que la mayoría de los alumnos de esta escuela vivan en condición de vulnerabilidad social. No obstante, debemos resaltar que no utilizaremos criterios exclusivamente económicos o estructurales para definir la condición de vulnerabilidad de los estudiantes del Colegio Bogotá.

La forma en que entendemos el concepto de *vulnerabilidad social*, que a su vez nos ayudará a aclarar aquello que planteamos al hacer referencia a la *diversidad en la educación matemática*, será elaborada paulatinamente en este artículo a partir de la sección denominada “Las dos tesis”, que recibe tal denominación porque el Colegio Bogotá fue el contexto en que se realizaron las dos investigaciones de doctorado¹ que discutiremos, y que fueron

1 Las investigaciones que dieron origen a las dos tesis (Camelo, 2017; Mancera, 2020) fueron desarrolladas por los dos primeros autores de este artículo bajo la orientación de la tercera autora –Araújo– en el marco del Programa de Doctorado de la Facultad de Educación, de la Universidade Federal de Minas Gerais ubicada en Belo Horizonte (Brasil).

desarrolladas en diferentes momentos por dos investigadores vinculados a universidades. Este hecho, por sí solo, coloca en evidencia una situación crítica pues, en palabras de Fiorentini y Lorenzato (2006), “para obtener informaciones junto a esos informantes o instituciones, el investigador *invade* mundos y vidas, rastreando prácticas sociales públicas o privadas y, a veces, la intimidad conceptual y emocional de las personas” (p. 193)².

Ese tipo de discusión es importante para nosotros porque, como educadores matemáticos, nos alineamos con perspectivas sociopolíticas en ese campo. Por tanto, entendemos que las prácticas pedagógicas e investigativas en la educación matemática tienen un carácter social –pues involucran sujetos que viven y se constituyen en contextos sociales como salones de clase, escuelas, comunidades, ciudades, etc.– y un carácter político –ya que “el ejercicio del poder, tanto en ellas [en esas prácticas] como por medio de ellas, es una característica primordial” (Valero y Zevenbergen, 2004, p. 2)³–. Junto con Gutiérrez (2013), pensamos que “aquellos que han asumido el giro sociopolítico buscan no solo *comprender* mejor la educación matemática en todas sus formas sociales sino también *transformar* la educación matemática en maneras que privilegian prácticas más socialmente justas” (p. 40)⁴.

En este contexto, discutiremos y reflexionaremos sobre prácticas pedagógicas e investigativas, ambas orientadas por perspectivas sociopolíticas en educación matemática. Entendemos que los dos tipos de prácticas se construyen y se influyen mutuamente (Araújo, 2019), de forma que la realización de investigaciones permite alcanzar comprensiones más profundas a la vez que transformaciones en las prácticas pedagógicas, y viceversa (Araújo *et al.*, 2015; Araújo *et al.*, 2012). Este es el foco del presente artículo, pues nos planteamos como objetivo describir las influencias mutuas –y sus consecuencias– entre investigaciones que se apoyan en un paradigma crítico y ambientes de modelación orientados por la perspectiva sociocrítica desarrollados en el Colegio Bogotá, una escuela con estudiantes en condición de vulnerabilidad social.

-
- 2 Traducción libre del original en lengua portuguesa por parte de los autores: “para obter informações junto a esses informantes ou instituições, o pesquisador *invade* mundos e vidas, vasculhando práticas sociais públicas ou privadas e, às vezes, a intimidade conceptual e emocional das pessoas” (Fiorentini y Lorenzato, 2006, p. 193, resaltado en el original).
 - 3 Traducción libre del original en lengua inglesa por parte de los autores: “the exercise of power, both in it and through it, is one of its paramount features” (Valero y Zevenbergen, 2004, p. 2).
 - 4 Traducción libre del original en lengua inglesa por parte de los autores: “Those who have taken the sociopolitical turn seek not just to better *understand* mathematics education in all of its social forms but to *transform* mathematics education in ways that privilege more socially just practices” (Gutiérrez, 2013, p. 40, resaltado en el original).

Para dar cuenta de tal objetivo, ponemos en consideración comprensiones sobre la idea de la investigación crítica en el campo de la educación matemática (Skovsmose y Borba, 2004; Vithal, 2000) e investigación de posibilidades (Skovsmose, 2015) en ambientes de modelación matemática desde una perspectiva sociocrítica (Araújo, 2012; Barbosa, 2003; Kaiser, 2017; Kaiser y Sriraman, 2006; Silva y Kato, 2012). Nuestra discusión se da con base en el análisis de dos tesis de doctorado que crearon –en dos momentos diferentes– ambientes de modelación matemática pensados desde la perspectiva mencionada en el Colegio Bogotá para producir los datos empíricos que fueron objeto de análisis en cada una de ellas.

Adicionalmente, organizamos nuestras argumentaciones en tres niveles de profundidad. El primer nivel –que desarrollamos en la siguiente sección– es un marco teórico general compuesto por discusiones sobre la investigación crítica y la investigación de posibilidades y perspectivas teóricas que presuponen transformaciones de la realidad educacional, tanto en el campo de la educación como en el campo de la educación matemática. El segundo nivel –desarrollado en la tercera sección– está constituido por una discusión teórica que hemos construido en el grupo de investigación del cual formamos parte, que describe una dialéctica entre la práctica pedagógica e investigativa y la perspectiva sociocrítica de la modelación en la educación matemática. El tercer nivel –presentado en la sección “Las dos tesis”– es mayoritariamente empírico y describe las dos tesis de doctorado fundamentadas en la investigación crítica que desarrollaron ambientes de modelación en la perspectiva sociocrítica, además nos sirve para puntualizar aquello que denominamos condición de vulnerabilidad social de los estudiantes del Colegio Bogotá y para hacer énfasis en las transformaciones que Mancera (2020) encontró, luego de que Camelo (2017) realizara su investigación algunos años antes. Posteriormente, hacemos nuestras reflexiones que nos permiten construir conclusiones con base en el marco teórico –sección cinco– y presentamos nuestras consideraciones finales –última sección–, en las que invitamos a la continuidad en nuevas investigaciones del mecanismo dinámico y de transformaciones que colocamos en curso, siempre relacionadas dialécticamente con prácticas pedagógicas comprometidas con una educación matemática que se preocupe por la justicia social.

Marco teórico general

Hemos aceptado que la investigación crítica debe ser entendida más allá de un simple análisis de lo que ocurre en el salón de clases. Según Vithal (2000), es necesario que en una perspectiva crítica de la educación matemática se asocien preocupaciones prácticas y teóricas que consideren enfoques sociales, culturales y políticos. Por consiguiente, el interés que se resalta

al asumir una determinada postura metodológica es el de producir un diseño y un proceso de investigación que lleven la idea teórica a la práctica real, con la intención de ocasionar un cambio de la situación dominante hacia una situación que los participantes han consensuado. Así, el *statu quo* de las circunstancias que ocurren en un determinado momento en el aula debe ser transformado al analizar y reflexionar la situación actual en concordancia con las posibilidades (Skovsmose, 2015), de forma que se pueda dar cabida a opciones de cambio. Igualmente, Skovsmose y Borba (2004) consideran que al asumir la investigación crítica nos preocupamos por indagar alternativas a la *situación actual* de los contextos escolares e investigamos las alternativas en detalle, con el fin de hacer frente a lo que podría concebirse como un hecho dado.

En esta forma de ver la investigación crítica, ella misma –la investigación– no puede ser absorbida ni desarrollada en la cotidianidad del aula debido a que presta especial atención a los problemas educativos que existen en estos contextos con la intención de transformarlos; esto significa que el investigador imagina una situación que es diferente y alternativa a la situación actual. Al respecto, Skovsmose y Borba (2004, p. 211) plantean que “la afirmación ‘algo podría ser diferente’ se refiere tanto a lo que se considera como un hecho como a lo que se investiga como una posibilidad”⁵, de forma que se confronta lo que es actual con lo que podría ser –en cuanto posibilidad–.

Lo anterior nos lleva a aceptar un cambio epistemológico en la forma de pensar la investigación en el aula, pues esta tradicionalmente se ha ocupado de lo que ha ocurrido –lo que es– y no considera, por ejemplo, lo que imaginamos que podría llegar a ocurrir –lo que no es, pero podría ser–. Skovsmose y Borba (2004) llaman *situación imaginada* (si) a esta visión sobre las posibilidades de las alternativas, dado que plantear que la investigación crítica no se concentra exclusivamente en la situación actual, ni en lo que ocurre, implica aceptar que también aborda posibilidades que son imaginadas y alternativas que pueden ser realizadas (Skovsmose, 2015).

Según Skovsmose y Borba (2004), una perspectiva de investigación en la que el cambio en el aula cumple un papel esencial está constituida por tres tipos de situaciones, denominadas *actual* –SA–, *imaginada* –SI– y *dispuesta* –SD–. La SA es aquella que se presenta de manera hegemónica en las prácticas pedagógicas que desarrollamos de manera habitual. La SI representa una situación ideal, alternativa o novedosa –posibilidades– que investigadores, profesores y estudiantes que participan en una investigación determinada conciben como opciones hipotéticas de transformación de lo hegemónico.

5 Traducción libre del original en lengua inglesa por parte de los autores: “The statement ‘something could be different’ refers to both what is considered as a given and what is investigated as a possibility” (Skovsmose y Borba, 2004, p. 211).

Por último, la *sd* es una situación creada concretamente –teniendo en mente la *si*– por los investigadores, profesores, estudiantes y demás participantes de una investigación, a través de fuertes y delicadas negociaciones, reflexiones, problematizaciones y críticas que se presentan a la *sa*.

Ahora bien, de acuerdo con las ideas de Vithal (2000), tal perspectiva de investigación trae consigo un cambio de la realidad escolar, pues al partir de la necesidad de explorar una *si* que se presenta como una alternativa a lo que la comunidad –profesores, estudiantes e investigador– busca cambiar –gracias a sus exploraciones teóricas, a los recursos disponibles y a las discusiones dadas– hace que se introduzcan formas novedosas de actuación, de forma que desestabiliza el *statu quo* y se da cabida al cambio, a la vez que se instituye lo que denominamos como investigación crítica. En la sección “Las dos tesis” ilustraremos este asunto con mayor claridad, para lo que recurriremos al cuadro teórico específico que se presenta en la siguiente sección.

Marco teórico específico

En el campo de la educación matemática, y en particular en el de la modelación matemática, es posible, aunque no es una práctica común, que se lleven a cabo al mismo tiempo una investigación y una práctica pedagógica (Araújo, 2019). La relación entre práctica pedagógica e investigativa ha sido objeto de estudio en el Grupo de Estudos e Pesquisa em Educação Matemática, Modelagem e Tecnologias (GEPEMMT) (Araújo, 2019; Araújo *et al.*, 2015; Araújo *et al.*, 2012) –del cual los autores de este documento hemos formado parte–. Hemos adoptado una perspectiva sociopolítica de la educación matemática que, por una parte, ofrece posibles herramientas e interpretaciones teóricas, y por otra, permite enfatizar la conciencia del investigador sobre el proceso de investigación, de forma que hace explícitos los aspectos que se privilegian –y se silencian– en la actividad de investigación (Valero y Zevenbergen, 2004). Particularmente, en el GEPEMMT asumimos la naturaleza dialéctica de la relación práctica pedagógica/investigativa en tanto el investigador asume un doble papel como investigador y como profesor –profesor/investigador–, así como los participantes también tienen un doble papel –estudiante/participante– en dicha práctica.

En la dialéctica práctica pedagógica/investigativa, entendemos que el proceso de crítica a la *situación actual* –con el objetivo de transformarla–, al mismo tiempo que vislumbra una *situación imaginada*, está fuertemente ligado al desarrollo de una investigación. Además, cada una de las prácticas tiene sus propios procedimientos. Así, procedimientos pedagógicos son diferentes de procedimientos de investigación, pero procedimientos pedagógicos y procedimientos de investigación se influyen mutuamente.

Las prácticas investigativas que desarrollamos son orientadas por el marco teórico presentado en el apartado anterior, mientras las prácticas pedagógicas son actividades de modelación matemática pensadas con el arcabuco teórico de la perspectiva sociocrítica. Pensar en la dialéctica de estas prácticas resulta importante en el marco de la perspectiva sociopolítica de la educación matemática en la que nos inscribimos, debido a sus vínculos con la vida cotidiana de los estudiantes –lo que incluye sus experiencias–, su lugar en la sociedad –con todas sus condiciones políticas, económicas y ambientales– y sus posibles condiciones de vulnerabilidad social. Esta circunstancia permite invitar a los estudiantes, por una parte, a utilizar las matemáticas para investigar situaciones con referencia a la realidad y, por otra, a reflexionar –y cuestionar– la forma en que se utilizan las matemáticas como herramienta y lenguaje de poder (Araújo, 2007; Barbosa, 2006), tal y como se define en el marco de la perspectiva sociocrítica de la modelación matemática.

En este mismo sentido, y en relación con la educación matemática crítica, Skovsmose (1999) señala a la modelación matemática como “una manera potente por medio de la cual las matemáticas ejercen su poder formativo. En un proceso de modelación las matemáticas no solo tocan la realidad, sino que también la exprimen y la transforman” (pp. 112-113), idea usada por Skovsmose (1999) como una forma de abordar las relaciones entre conocimiento matemático y poder.

Identificar esta relación da paso a una interpretación de las *matemáticas en acción* (Skovsmose, 2005) y nos coloca ante el reto y la responsabilidad de presentar a nuestros estudiantes, a través de nuestras prácticas pedagógicas, la importancia de tomar una posición justificada en una discusión sobre asuntos tecnológicos, así como ofrecerles elementos para entender el papel de las matemáticas en la sociedad marcada por la diversidad. Lo anterior resulta de gran importancia por cuanto posibilita que los estudiantes discutan la naturaleza y el papel de los modelos matemáticos. Pensar en la perspectiva sociocrítica de la modelación matemática nos lleva a retomar la reflexión sobre la dialéctica entre profesor/investigador y estudiante/participante –que será objeto de discusión más adelante–, así como a la puntualización de aspectos sobre la práctica pedagógica, en la que la modelación matemática resultó fundamental para desencadenar transformaciones en el Colegio Bogotá –situación actual caracterizada por una condición de vulnerabilidad social– los desarrollos considerados y realizados con los estudiantes del Colegio Bogotá.

Las dos tesis

Los participantes de las dos tesis fueron estudiantes del Colegio Bogotá que se caracterizan por estar en situaciones que podríamos denominar de *vulnerabilidad social*, en el sentido planteado por de Golovanevsky

(2006) y Luna *et al.* (2013), por cuanto se encuentran subordinados a circunstancias que atentan contra i) su capacidad de subsistencia; ii) su acceso a mayores niveles de bienestar; y iii) el ejercicio de sus derechos ciudadanos.

Lo anterior nos lleva a aceptar que el punto de partida tiene que emerger del conocimiento que, como maestros e investigadores, tenemos de nuestros estudiantes y de sus contextos. Esto nos invita a preguntarnos por posibles acercamientos a las preocupaciones concretas de nuestros infantes y jóvenes, lo que conlleva una comprensión crítica de su macro- y microcontexto social, político y económico.

En consonancia, señalamos que cuando se desarrolló la parte empírica de la segunda tesis (en el año 2017) la localidad evidenciaba una densidad poblacional de 254 habitantes por hectárea (Alcaldía Mayor de Bogotá, 2017) por lo que es una de las localidades con un índice poblacional alto en Bogotá. Esta situación implica factores de riesgo que se relacionan con problemas de convivencia, dificultades en la movilidad de sus habitantes y en el transporte en general, infraestructuras inadecuadas para atender los requerimientos de la población, falta de espacio vital y el consecuente estrés de la población; de esta manera, se evidencia un carácter dinámico y multidimensional de la vulnerabilidad. Al respecto, Labrunée y Gallo (2005) señalan que una característica de la vulnerabilidad social busca establecer relaciones de causalidad múltiple, de forma que se procura identificar las condiciones que refuerzan la reproducción de los procesos de deterioro del nivel de vida de hogares e individuos.

En el caso específico de la población juvenil –e infantil–, Malvasi (2008) señala que la vulnerabilidad se asocia, entre otros aspectos, a la falta de garantía de los derechos y oportunidades en las áreas de educación, salud y protección social, al involucramiento con sustancias psicoactivas y situaciones de violencia –tanto doméstica como comunitaria–, a la indigencia y al trabajo infantil. Un ejemplo de lo anterior lo podemos observar en el preocupante crecimiento en el número de casos de delincuencia juvenil, fenómeno para el que la localidad donde está ubicado el Colegio fue una de las siete con mayor concentración de casos. A su vez, el periódico *El Espectador* (2016) indica que dentro de las conductas delictivas más frecuentemente protagonizadas por menores de edad en Bogotá están el hurto –53%–, el tráfico y porte de estupefacientes –22%–, las lesiones personales –8%– y los delitos sexuales –6%–.

Por tanto, y en relación con las complejidades que se implican en el derecho a la educación, esta circunstancia nos convocó en ambas tesis a considerar el micro- y macrocontexto de los estudiantes y no unas problemáticas homogeneizadas y estandarizadas por el patrón de poder/saber (Mancera, 2020).

Cuando en 2015, Camelo –uno de los autores de este documento– inició los primeros contactos con el profesor Juan para realizar su investigación de doctorado, se encontró en el Colegio Bogotá con un grupo de profesores que propendía por construir alternativas que integraran diversas disciplinas, con la intención de contraponerse a la organización lineal por contenidos que tradicionalmente se desarrolla en la escuela, por lo que planteaban alternativas de aprendizaje significativo (Camelo *et al.*, 2016). En cuanto a las clases de matemáticas, se introducía el uso de las nuevas tecnologías en un aula especializada, de forma que se dinamizara la clase y se otorgara al profesor un rol que no se correspondiera con el de expositor de contenidos, sino como “mediador que acompaña el proceso de cada estudiante” (Camelo *et al.*, 2016, p. 68). No obstante, no se desarrollaba un ambiente de aula que potenciara la construcción colectiva de conocimiento ni la incorporación de problemas cotidianos de los estudiantes y sus contextos, tomando distancia de posibles acercamientos a las preocupaciones concretas de los estudiantes y a comprensiones de su macro- y microcontexto. Esta, desde nuestra perspectiva, fue la situación actual 1, que resultó crítica, por cuanto la percibimos –junto con el profesor Juan y sus estudiantes– como la realidad que pretendíamos –y que era deseable– transformar. En este sentido, la situación imaginada 1, alternativa a la situación actual 1, tiene que ver con

La necesidad de plantear una propuesta, desde el aula de matemáticas, cuyo objetivo gire en torno a integrar las problemáticas cercanas a los estudiantes con el aprendizaje de conceptos matemáticos, al mismo tiempo que se reflexione sobre las implicaciones y responsabilidades sociales que surgen al comprender los soportes matemáticos de los fenómenos sociales. (Camelo *et al.*, 2016, p. 69)

Para ser coherentes con el referente teórico que nos guía –la modelación matemática según la educación matemática crítica (Araújo, 2009; Barbosa, 2003) y la perspectiva sociopolítica de la educación matemática (Valero y Zevenbergen, 2004)–, no prescribimos cómo debería darse, ni qué caminos debería tomar esta transformación. En consecuencia, buscamos inicialmente conocer la situación actual 1, presentamos las posibles referencias teóricas, vislumbramos la situación imaginada 1, negociamos con los participantes de la investigación y, junto con el profesor Juan, los estudiantes y la escuela, construimos la situación dispuesta 1, que es la práctica pedagógica que se presenta en Camelo (2017) y en la que llevó a cabo su práctica investigativa, bajo el objetivo de

reflexionar y discutir cómo la participación en un ambiente de modelación matemática creado a partir de la perspectiva sociocrítica contribuye a la constitución de la subjetividad política de un grupo de estudiantes de undécimo grado de la ciudad de Bogotá (Colombia). (p. 8)

Bajo estos presupuestos, la *situación dispuesta 1* dio su inicio al proponer a los estudiantes del grado undécimo, de manera inicial, que discutieran en pequeños grupos sobre situaciones de su contexto socialmente relevante –en el sentido planteado por Mancera *et al.* (2012)– y que seleccionaran aquellas que consideraran susceptibles de ser estudiadas de manera colectiva en la clase de matemáticas, con la intención de comprenderlas más profundamente. Dada la poca experticia que el profesor Juan manifestó sobre la gestión de ambientes de aula que introdujeran ideas sobre modelación matemática, Camelo actuó como profesor/investigador y se decidió que solo se abordarían un máximo de tres problemáticas, que fueron definidas en plenaria realizada en un segundo momento (Camelo, 2017).

Producto de esta decisión, los estudiantes/participantes se agruparon en torno a tres temáticas: mujer y sexualidad: una pregunta en las adolescentes –que incluyó aborto, enfermedades de transmisión sexual y métodos de planificación, pues la mayoría de las compañeras que se graduaron el año inmediatamente anterior se encontraban en estado de gestación–, el microtráfico y nuestra seguridad: ¿Por qué somos sus víctimas? –ya que en el barrio que colinda con la parte posterior de la institución se localizaban expendios de estupefacientes–, y la corrupción en Colombia –dado que el panorama político de la ciudad en ese momento se preocupaba por ese aspecto–. Como hecho a resaltar, sucedió que la totalidad de las estudiantes –exceptuando a una de ellas– se inscribieron en la primera situación mencionada. Una vez organizados por grupos, los estudiantes se lanzaron a buscar información para comenzar el abordaje de la situación seleccionada, por lo que exploraron en tres fuentes diferentes: internet, expertos –que incluía población y organizaciones que tuviera contacto cotidiano con la problemática– y libros impresos. Esta circunstancia posibilita entender que la vulnerabilidad social no solo centra su mirada en los aspectos negativos de la transformación del contexto, implicando –desde la mirada de autores como Labrunée y Gallo (2005) y Busso (2003)– tres aspectos centrales: i) recursos materiales (o simbólicos) que le permiten, en este caso, a los estudiantes desarrollar sus problemáticas; ii) estrategias de uso y reproducción de esos recursos, en este caso particular el uso de las fuentes usadas y iii) las oportunidades que ofrece el mercado, el Estado y la sociedad civil, toda vez que los recursos están vinculados a niveles de bienestar a los que se puede ascender en un tiempo y territorio determinados.

Con estas consideraciones, nos es posible plantear que la situación en que se desarrollaban las clases de matemáticas empezó a transformarse, pues se comenzó a recuperar la voz de los estudiantes, de forma que fueron ellos quienes decidieron, con acompañamiento del profesor, qué estudiar en la clase. Así, según lo plantean Gorgorió *et al.* (2006), lo social antecedió a lo matemático y las paredes del aula empezaron a desaparecer, en el sentido en que el *áfuera* era discutido al interior del salón con soporte en las

matemáticas. Las decisiones se tomaron de manera colectiva y la individualidad –que es característica en las clases de matemáticas tradicionales que predominan en el contexto bogotano– empezó a ser cuestionada, pues cada quién aportó desde sus comprensiones y posibilidades a la reinterpretación del contexto en que se encontraban. Incluso, pudo observarse en una fase final del ambiente de modelación matemática que se creó que un grupo de estudiantes manifestó que era necesario que los profesores escucharan los hallazgos, a fin de que la educación sexual en el Colegio Bogotá empezará a ser abordada desde grados iniciales. De este modo, la actividad desarrollada desbordó las intenciones mismas de aprendizaje centradas en los contenidos, pues no consideraban que con base en estos los estudiantes se proyectarían en un ser-con-otros.

Camelo (2017) concluye que la subjetividad política se da si se crean adecuadamente espacios en los que sea posible la aparición de lo que Alvarado *et al.* (2008) denominan *tramas*, que refieren a una recuperación de *la autonomía*, a un despliegue de capacidades *autorreflexivas* y a concertaciones en las que una *conciencia histórica* permita que los jóvenes se re-conozcan y amplíen el alcance de su *círculo ético* para dar cuenta de un *poder-entre-todos(as)* que involucre *la pluralidad*. No obstante, los resultados muestran que, aunque tales tramas emergen, ellas se diluyen debido a que en la organización escolar no se cuenta con espacios que posibiliten su despliegue por parte de los jóvenes –los estudiantes/participantes de la primera práctica pedagógica/investigativa–.

Cuando Mancera –otro de los autores de este documento– produjo la parte empírica de su investigación en el año 2017, encontró en el Colegio Bogotá una *situación actual 2* diferente de *la situación actual 1*. Ello se explica, en parte, si tenemos en cuenta que en la *situación dispuesta 1* el profesor Juan buscó, entre otros aspectos, una comprensión sobre la idea de la modelación matemática, con lo que cumplió con uno de sus propósitos personales y profesionales al involucrarse en la primera tesis: conocer y experimentar una alternativa a la enseñanza tradicional –circunstancia que siempre le ha interesado pues le ayuda a enriquecer su mirada y su quehacer docente–. Además, esta experiencia le posibilitó al profesor Juan percibir que el aprendizaje de las matemáticas puede comenzar en reflexiones de tipo social y que la discusión colectiva con sus estudiantes le permitía ganar su interés por el aprendizaje. Lo anterior, a su vez, le abrió espacios para consolidar aspectos democráticos con sus estudiantes (Camelo *et al.*, 2017).

El conocimiento y la experiencia derivados de esta primera puesta en práctica de los ambientes de modelación matemática animó al profesor Juan a llevar a cabo algunos ambientes similares con sus estudiantes de manera posterior al trabajo realizado en la primera tesis –la primera práctica pedagógica/investigativa–. Es el caso del desarrollo de una actividad transversal realizada en 2016 con el grupo de estudiantes que al año siguiente

participaría en la producción de los datos de la segunda tesis –la segunda práctica pedagógica/investigativa–, en la que se propusieron informarse sobre los pros y contras del acuerdo de paz que se estaba negociando entre el gobierno de Colombia y las Fuerzas Armadas Revolucionarias de Colombia –FARC–, a partir de prácticas con las matemáticas. Esto muestra algunas transformaciones de la realidad del Colegio Bogotá, tanto del profesor como de los estudiantes, que ni siquiera involucraban la presencia de investigadores, lo que ilustra un logro de la investigación crítica, pues incorpora a la clase de matemáticas cuestiones políticas y sociales en las cuales los estudiantes están involucrados (Skovsmose y Borba, 2004) que pretendemos desarrollar por medio de la dialéctica práctica pedagógica/investigativa (Araújo, 2019; Araújo et al., 2015; Araújo et al., 2012).

De manera igualmente comprometida con los referentes teóricos asumidos, en la segunda investigación tampoco prescribimos las transformaciones a realizar ni los caminos a tomar. Para comenzar, buscamos caracterizar la *situación actual 2*, que centraba su atención en la idea de lo que se plantea como *aula invertida*, en la que el profesor proponía actividades –algunas en las que era común una serie de ejercicios– en las que los estudiantes buscaran en casa informaciones que les permitieran comprensiones sobre dichas actividades y, por ende, sobre el conocimiento que yacía detrás de ellas. A su vez, el trabajo en el aula se concentraba en compartir informaciones y dudas para que, finalmente, el profesor Juan consolidara e institucionalizara el aprendizaje. Tal idea de aula invertida era asumida de manera individual por parte de los estudiantes.

Esta circunstancia nos llevó a pensar y repensar posibles referencias teóricas, así como negociar comprensiones sobre una *situación imaginada 2*, de forma que fuera posible –junto con el profesor, los estudiantes y la escuela– darnos a la tarea de construir lo que llamaremos la *situación dispuesta 2*. Esta segunda situación es la *práctica pedagógica* en que Mancera (2020) llevó a cabo su *práctica investigativa*, cuyo objetivo fue “caracterizar el conocer reflexivo que desarrollan estudiantes que viven en condiciones de vulnerabilidad social en ambientes de modelación matemática desde una perspectiva sociocrítica” (p. 15).

Teniendo en cuenta la *situación imaginada 2*, buscábamos materializar 1) la idea de *escenarios y ambientes educativos de aprendizaje* planteada por García et al. (2013), en la que se consideraron como dimensiones que interactúan en la forma como el aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas se posicionan en un aula, entre otras, los porvenires de los estudiantes como una realidad sociopolítica, las diversidades culturales de los estudiantes y sus identidades, la perspectiva de los profesores, las opiniones y prioridades de la enseñanza, el contenido matemático para la interacción, las herramientas y recursos de aprendizaje que los estudiantes pueden tener disponibles y la interacción entre estudiantes y

entre profesor y estudiantes; ii) el desarrollo del ambiente de modelación matemática desde la perspectiva sociocrítica, en el que se da cuenta de cinco etapas que se han recontextualizado y detallado en Salazar *et al.* (2017); y iii) la dialéctica práctica pedagógica/investigativa descrita en el apartado anterior.

Así, un propósito al planear la *situación dispuesta 2* fue desarrollar el ambiente de modelación a fin de posibilitar que los estudiantes –divididos en grupos– discutieran problemáticas sociales, culturales, ambientales, políticas, etc., que pudieran ser consideradas importantes desde su propia perspectiva –a la luz de su macro- y microcontexto–, y que a su vez identificaran cuáles consideraban relevantes para ser discutidas en clase.

De acuerdo con este propósito, así como, por ejemplo, las experiencias de la actividad enfocada en las implicaciones de votar a favor o en contra en el plebiscito sobre los acuerdos de paz en Colombia, los estudiantes/participantes –divididos en grupos– propusieron a la sobrepoblación mundial, el embarazo en adolescentes, la violencia intrafamiliar y el cambio climático como las situaciones en las que se centrarían para el desarrollo de sus ambientes de modelación. Estas temáticas resultaban importantes y relevantes en el macrocontexto y el microcontexto de los estudiantes, pues la alta temperatura experimentada en la ciudad de Bogotá, a principio de febrero de 2017 –25 °C, que lo convirtió en uno de los días con la mayor temperatura de la historia de la ciudad (Redacción Bogotá, 2017a)– contrastaba con los 2 °C registrados dos semanas atrás a las 6:00 a. m., lo que llamó la atención de dos grupos que quisieron reflexionar sobre el cambio climático y de otros dos que decidieron considerar el cuidado de nuestros recursos naturales en relación con el crecimiento de la densidad poblacional. Por otro lado, la sensibilidad particular que se generó en la sociedad bogotana por la negación de la Corte Suprema de Justicia a la solicitud de dejar libre al ciudadano confeso de feminicidio agravado, acceso carnal violento y secuestro agravado en el caso de secuestro y violación de una niña de 7 años (Redacción Judicial, 2017b) llevó a otros dos grupos a sensibilizarse sobre la violencia intrafamiliar. Finalmente, otro de los grupos se preocupó por el embarazo en adolescentes como problemática creciente a pesar de las campañas informativas al respecto.

De esta manera los grupos buscaban ir más allá de la sola identificación de circunstancias adversas, identificadas en su macro- y microcontexto. Ellos también buscaron entender dichas problemáticas –apoyados en los desarrollos alcanzados con la modelación matemática– y de esta manera reflexionar sobre caminos alternos que desde sus limitaciones y posibilidades les permitieran hacer frente a tales problemáticas. Al respecto, Labrunée y Gallo (2005), señalan que la vulnerabilidad social no se limita a identificar las condiciones externas que atentan, por ejemplo,

contra sus capacidades de subsistencia y su acceso a mayores niveles de bienestar. También tiene en cuenta la capacidad de lidiar con sus propios problemas y vencer obstáculos.

En este contexto, y como parte de sus conclusiones, Mancera (2020) percibió como características del conocer reflexivo que desarrollan estudiantes que viven en condiciones de vulnerabilidad social –por cuanto están sometidos a eventos y procesos que atentan contra su capacidad de subsistencia, su acceso a mayores niveles de bienestar y el ejercicio de sus derechos ciudadanos– cuatro rasgos distintivos: *pensando en el otro, lectura crítica y matemática, prácticas con las matemáticas y la colectividad*.

A partir de las descripciones de las investigaciones desarrolladas por Camelo (2017) y Mancera (2020), entendidas aquí como dos momentos de un proceso más amplio de transformaciones vividas en una realidad escolar cuyos estudiantes se encuentran en condiciones de vulnerabilidad social, pasamos a reflexionar sobre tal proceso con base en las referencias teóricas asumidas.

Sobre las dos tesis

Las descripciones que presentamos a continuación sobre la relación dialéctica práctica pedagógica/investigativa en las dos tesis pone de relieve aspectos particulares de cada una que se produjeron simultáneamente. Apoyados en Araújo (2019), compartimos como una característica de tal relación dialéctica el hecho de que “la práctica pedagógica y la investigativa, evolucionando dialécticamente, pueden dar nuevas percepciones de la situación actual, ofreciendo nuevas inspiraciones para la situación imaginada y, al mismo tiempo, dando lugar a nuevas cuestiones de investigación” (p. 28)⁶. En este sentido, y dados los propósitos de este documento, centramos la atención en los estudiantes o participantes de las investigaciones, lo que nos permite discutir la dialéctica estudiantes/participantes mediada por actos en los que pudiéramos evidenciar posibilidades de tomar decisiones con soporte en las matemáticas.

Podemos señalar que uno de los grupos de trabajo de la primera tesis, al reflexionar sobre la corrupción en Colombia, notó que esta puede estudiarse no solo en las actuaciones de los gobernantes, sino que también en las pequeñas y cotidianas acciones que desarrollamos los colombianos en el día a día, lo que resultó un hecho asombroso para ellos mismos, por cuanto los llevó a tomar conciencia de algunos de sus actos cotidianos. Durante los

6 Traducción libre del original en lengua inglesa por parte de los autores: “The pedagogical practice and the research, evolving dialectically, can give new insights into the current situation, offering new inspirations for the imagined situation, and, at the same time, giving rise to new research questions” (Araújo, 2019, p. 28).

días en que se produjeron los datos de la primera tesis transitaba por los medios de comunicación de Bogotá un asunto neurálgico en relación con la utilización del servicio de transporte público –TransMilenio– sin pagar el pasaje, que constituye el fenómeno conocido popularmente como *colados*. En este contexto, y gracias a la práctica pedagógica que estábamos desarrollando, los estudiantes tomaron la decisión de desplazarse al sistema de transporte y entrevistar –a manera de encuesta– a aquellas personas que ellos observaban que se estaban “colando” y a aquellas que, al notar el suceso, no asumían acciones de reproche ante tal situación. Este hecho les permitió percibir que con las matemáticas era posible entender lo que acontecía en el macrocontexto con los dirigentes colombianos y les permitió actuar frente a la necesidad de interpretar y reinterpretar su mundo. Desde nuestras comprensiones, esta situación los empodera en tanto les permite percibir que con las matemáticas escolares es posible comprender su contexto socialmente relevante.

En la segunda tesis, y en relación con las estrategias alrededor del uso del conjunto de recursos materiales o simbólicos por parte de los estudiantes, retomamos a manera de ejemplo las reflexiones de uno de los grupos que decidió enfocarse en el cambio climático, que fue privilegiado como problemática frente a otras alternativas como el embarazo en adolescentes. A juicio de los estudiantes, tal decisión radicó en que este último es un tema que constantemente es abordado en el colegio y que sienten que no se trabaja con la profundidad esperada, por lo que termina siendo objeto de juzgamiento sobre los estudiantes, como puede observarse en la siguiente intervención:

Y como siempre es a tomar ese tema... pobrecitas las muchachas que de verdad están embarazadas, como que le están replicando... ah pilas... es por esto y es por esto y son tantas [cosas]... no, no, no me gustó esa idea, no me gustó. (Mancera, 2020, p. 137)

Esta idea llama nuestra atención si tenemos en cuenta estudios como el del Plan International y Unicef (2014), en el que se señala que si bien las disposiciones normativas en países como Colombia reconocen a los adolescentes como sujetos de derechos, se identifican construcciones sobre la adolescencia que van en contraposición de tal reconocimiento –el adolescente infantilizado(a), la adolescencia como perversa e instintiva, y la adolescente mujer como víctima y, por tanto, como sujeto de intervención–. Entonces, se percibe que el embarazo adolescente no es realmente un problema que este grupo considere abordar, pues dicha circunstancia se relaciona con un tema que resulta ser constantemente naturalizado y que dista –por ejemplo– de reflexionar sobre las construcciones sociales sobre la adolescencia. Además, este acto de resistencia les permitió adentrarse en temas que para ellos sí revestían interés y que iban de la mano con

su macro y micro contexto, lo que quiere decir que la temática estudiada pasó por las intenciones y los porvenires de los estudiantes (Skovsmose *et al.*, 2011).

Con base en ello, el grupo manifestó –desde sus intenciones y porvenires– una preocupación importante por el cambio climático, que fue motivada por dos hechos que transcurrieron en el momento de la producción de los datos: i) la primera versión del día sin carro en el año 2017, que es una medida que tiene, entre otros propósitos, el de provocar reflexiones sobre la contaminación ambiental que produce la práctica del uso de vehículos particulares de manera masiva y constante; y ii) afrontar uno de los días de mayor temperatura en la ciudad de Bogotá. Al respecto, el mismo grupo halló que dentro de los gases más contaminantes para el medio ambiente están el metano y el dióxido de carbono, y que este fenómeno podía ser estudiado gracias a prácticas con las matemáticas basadas en la razón, la proporción y la proporcionalidad matemática. Sin embargo, el grupo también produjo acciones que le cuestionaron si debiéramos como sociedad continuar con la naturalización de políticas basadas en el consumo desenfrenado como principio para el desarrollo y la evolución de la sociedad, o si debiéramos girar hacia políticas que permitieran la preservación de los recursos: “la humanidad está matando el planeta por un proceso ‘la evolución’” (Mancera, 2020, p. 153).

Otro episodio para resaltar en las transformaciones en la cultura de la clase de los estudiantes tiene que ver con el empoderamiento de los jóvenes frente a situaciones relacionadas con las temáticas desarrolladas, que fue evidenciado –como lo explicaremos a continuación– en un encuentro que sucedió en el Colegio Bogotá. Este hecho fue narrado con efusividad y orgullo por el profesor Juan pues, a pesar de que el trabajo adelantado en la segunda tesis había terminado hace tiempo, sus estudiantes mostraban actitudes reflexivas soportadas en ideas trabajadas en la clase de matemáticas. Tal encuentro tenía como propósito participar de una charla organizada por la policía para prevenir y aconsejar a los estudiantes del colegio sobre el cuidado y la prevención ante los riesgos que constantemente viven los habitantes de la localidad. Bajo ese marco, los estudiantes fueron más allá de ser meros oyentes pasivos, pues con los hechos que ellos vivenciaban a diario y con los datos que ellos ya conocían sobre el maltrato intrafamiliar, los problemas ambientales y el embarazo adolescente, exigieron a las autoridades hechos concretos que estuvieran más allá de las estadísticas y consejos presentados en la charla. Esta circunstancia nos llama la atención pues, apoyados en Labrunée y Gallo (2005), señalamos que la vulnerabilidad social no se limita a identificar las condiciones externas que atentan –entre otros aspectos– contra las capacidades de subsistencia. Al respecto, según estos autores,

[...] la vulnerabilidad no es solo el producto de circunstancias externas, sino que se define también a partir de la capacidad de reacción de los actores, la cual estará en función de su dotación de activos y de las estrategias que lleven a cabo para su uso y reproducción. Por lo tanto, se hace hincapié no solo en los aspectos negativos de las transformaciones del entorno, sino también en las oportunidades que este ofrece, las cuales podrían ser aprovechadas por familias e individuos apelando a una adecuada gestión de sus recursos. (p. 136)

Entendemos que las estrategias de uso y reproducción de activos corresponden a las relacionadas con el uso del conjunto de recursos materiales o simbólicos por parte de los estudiantes para hacer frente a los cambios estructurales en un determinado contexto social. Particularmente, el conjunto de comprensiones sobre las temáticas estudiadas en el ambiente de modelación desarrollado los impulsó a asumir una actitud proactiva.

Es este punto es importante señalar que estudiar y reflexionar asuntos teóricos de la investigación crítica en el sentido expuesto por Skovsmose y Borba (2004) y por Vithal (2000) nos permitió comprensiones e interpretaciones en relación con las transformaciones que se dieron con la comunidad del Colegio Bogotá. Este hecho le permitió a Camelo (2017) partir de la descripción de la *situación actual 1* bajo la idea de que ni el profesor Juan ni sus estudiantes habían reflexionado, en su quehacer, sobre alternativas como la modelación matemática, lo que le permitió imaginar lo que no es, pero podría ser; de esta manera desarrollaron la *situación dispuesta 1*.

La anterior circunstancia resultó clave para Mancera (2020), pues la *situación actual 2* tenía elementos que podrían señalarse como comunes con la *situación dispuesta 1* ya que, por ejemplo, tanto el profesor Juan como los estudiantes tenían algún acercamiento –en la segunda tesis– con el desarrollo de ambientes de modelación matemática desde la perspectiva sociocrítica. El hecho de que las situaciones imaginadas 1 y 2 estuvieran fundamentadas en aspectos teóricos y metodológicos comunes hacía que ellas resultaran cercanas. Sin embargo, las situaciones dispuestas no fueron cercanas, ya que los participantes llegaron al ambiente que constituyó la segunda tesis con diferentes informaciones sobre la modelación, así como con contextos y experiencias distintas.

Lo anterior evidencia que las apuestas vividas tanto en Camelo (2017) como en Mancera (2020) resultan ser asimétricas. Mediante el recurso a una representación que posibilita entendimientos sobre las transformaciones encontradas (ver figura 1), partimos de las apuestas metodológicas desarrolladas en las dos tesis como camino para generar comprensiones. Para ello nos apoyamos –como lo hemos señalado a lo largo del documento– en las ideas de Skovsmose y Borba (2004) sobre la investigación crítica –representadas en el triángulo central de color negro– y las interpretaciones y herramientas prácticas usadas en Camelo (2017) –triángulo de color

azul– y en Mancera (2020) –triángulo de color verde–. Cabe señalar que las conceptualizaciones e interpretaciones prácticas de las situaciones –SA, SI y SD– no fueron asumidas con las mismas herramientas, dado que en Mancera (2020) el conocimiento por parte del profesor y los estudiantes sobre los ambientes de modelación matemática no era tan incipiente como en Camelo (2017).

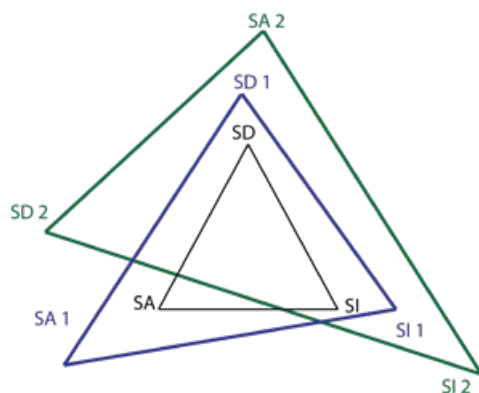


Figura 1. *Dinámica de la investigación crítica*

Fuente: elaboración propia.

Si tomamos en consideración que la preocupación metodológica es elaborar un diseño y un proceso de investigación que conecte teoría y práctica en el sentido ya señalado por Vithal (2000), nuestras prácticas y las preocupaciones teóricas parten del reconocimiento de que nuestros estudiantes conviven en contextos sociales, culturales y políticos. Así, y mediante un paralelo con el movimiento browniano, consideramos –con base en la experiencia empírica encontrada en las dos tesis– que las transformaciones dependen de movimientos que obedecen a circunstancias y encuentros –choques– sociales, culturales y políticos, por lo que resultan ser movimientos aleatorios; esta circunstancia –dinámica por demás– nos aleja de tener la capacidad de realizar una representación que simbolice tal movimiento aleatorio.

Consideraciones finales

En este artículo buscamos describir las influencias mutuas –y sus consecuencias– entre investigaciones que se apoyan en un paradigma crítico y ambientes de modelación guiados por una perspectiva sociocrítica. Las investigaciones de Camelo (2017) y Mancera (2020) se desarrollaron en la misma escuela –Colegio Bogotá–, donde se crearon prácticas pedagógicas de modelación matemática que hasta entonces no formaban parte de la

vida cotidiana de las clases de matemáticas que allí tenían lugar. Así, inspirados por las ideas de Skovsmose y Borba (2004), investigamos lo que no existía pero podría ser; es decir, indagamos una situación diferente y alternativa a las que eran comunes en la escuela. En las realidades alternativas creadas, Camelo (2017) investigó las contribuciones a la constitución de la subjetividad política, mientras que Mancera (2020) se centró en el conocimiento reflexivo generado en los estudiantes que viven en condiciones de vulnerabilidad social.

Utilizamos una serie de situaciones actuales, imaginadas y dispuestas para describir las influencias mutuas –y sus consecuencias– entre dos investigaciones que se apoyan en un paradigma crítico y ambientes de modelación orientados por la perspectiva sociocrítica desarrollados en el Colegio Bogotá. Tales situaciones son prácticas pedagógicas que actuaron como motor en las clases de matemáticas al relacionarse dialécticamente con las investigaciones. Así, y tal y como es deseable en las perspectivas críticas de la educación matemática (como afirma Vithal, 2000), las clases comenzaron a considerar la realidad social, cultural y política de los estudiantes. La condición de vulnerabilidad social de los estudiantes comenzó a tener visibilidad en las clases de matemáticas del Colegio Bogotá como fuente de temas para los ambientes de modelación matemática, lo que se dio tanto durante las investigaciones realizadas allí, como en ausencia de los investigadores.

Más que una fuente de temas para las actividades de la clase de matemáticas, la condición de vulnerabilidad social ha llegado a ser problematizada por los estudiantes con el apoyo de argumentos matemáticos, que es uno de los objetivos de la perspectiva sociocrítica de la modelación en la educación matemática (Araújo, 2012; Barbosa, 2003; Kaiser, 2017; Kaiser y Sriraman, 2006; Silva y Kato, 2012). Los estudiantes del Colegio Bogotá, que participaron en las investigaciones utilizaron las reflexiones y los cuestionamientos realizados en los ambientes de modelación para repensar y cuestionar su propia actuación y condición, ya sea en su realidad circundante o en la realidad colombiana o mundial. Por tanto, entendemos que los estudiantes comenzaron a desafiar su condición de vulnerabilidad social.

Creemos que la experiencia descrita aquí ilustra adecuadamente nuestro compromiso con la perspectiva sociopolítica de la educación matemática, ya que buscamos no solo comprender las realidades de las clases de matemáticas y de los contextos en que se encuentran los estudiantes a través de la investigación, sino, sobre todo, “transformar la educación matemática en formas que favorezcan prácticas más justas desde el punto de vista social” (Gutiérrez, 2013, p. 40)⁷.

7 Traducción libre del original en lengua inglesa por parte de los autores: “transform mathematics education in ways that privilege more socially just practices” (Gutiérrez, 2013, p. 40, resaltado en el original).

Esta es la manera en que enfrentamos los desafíos que plantea la diversidad social, cultural y política presente en la complejidad de la enseñanza de las matemáticas, tanto de nuestros países de origen –Colombia y Brasil–, sino también de muchos otros de América Latina y del mundo. También buscamos destacar la relación dialéctica entre las referencias teóricas que asumimos –paradigma de investigación crítica, perspectiva sociopolítica de la educación matemática, perspectiva sociocrítica de la modelación en la educación matemática– y las transformaciones que se han producido en la realidad –a menudo opresiva– de algunos estudiantes del Colegio Bogotá, para lo que tomamos en consideración su condición de vulnerabilidad social.

En este sentido, en sí misma, esta realidad es funcionalmente domesticadora. Libertarse de su fuerza exige, indiscutiblemente, la emersión de ella, el regreso sobre ella. Es por eso que sólo a través de la praxis auténtica que, no siendo *blablabla*, ni activismo, sino acción y reflexión, es posible hacerlo.⁸ (Freire, 2002, p. 38)

Concluimos nuestras reflexiones con esta cita del profesor Paulo Freire, con la que pretendemos indicar nuevas lecturas posibles para nuestro trabajo como profesores/investigadores comprometidos con prácticas más justas –e investigaciones más responsables– con la educación matemática. A su vez, invitamos a los lectores a dar continuidad al mecanismo dinámico y a las transformaciones que ponemos en curso a través de nuestras prácticas pedagógicas/investigativas.

Agradecimientos

Agradecemos a las profesoras Lourdes Almeida y Bárbara Palharini por las preguntas propuestas a los autores con ocasión de la presentación de una versión preliminar de este artículo durante el VII Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática –VI Sipem–, desarrollado en Foz do Iguaçu, Paraná, en noviembre de 2018. También a Bárbara Mirson, Fernando Lima, Paloma Lima, Renata Rodrigues, Thaís Pinto y Thaís Ribeiro, por la lectura y discusión de una versión previa de este documento en el marco de las actividades que desarrolla el Grupo de Estudos e Pesquisa em Educação Matemática, Modelagem e Tecnologias.

8 Traducción libre del original en lengua portuguesa por parte de los autores: “Neste sentido, em si mesma, esta realidade é funcionalmente domesticadora. Libertar-se de sua força exige, indiscutivelmente, a emersão dela, a volta sobre ela. É por isso que só através das práxis autêntica que, não sendo *blablablá*, nem ativismo, mas ação e reflexão, é possível fazê-lo” (Freire, 2002, p. 38).

Referencias

- Alcaldía Mayor de Bogotá. (2017). *Hábitat en cifras en las localidades. Localidad Rafael Uribe 2017*. Secretaría del Hábitat.
- Alvarado, S., Ospina, H., Botero, P. y Muñoz, G. (2008). Las tramas de la subjetividad política y los desafíos a la formación ciudadana en jóvenes. *Revista Argentina de Sociología*, 6(11), 19-43. http://www.scielo.org.ar/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1669-32482008000200003
- Araújo, J. (2007). Modelling and the critical use of mathematics. En P. Haines, W. Galbraith, Blum y S. Khan (eds.), *Mathematical modelling: Education, engineering and economics* (ICTMA 12) (pp. 187-194). Publishing Limited.
- Araújo, J. (2009). Uma abordagem sócio-crítica da modelagem matemática: a perspectiva da educação matemática crítica. *Alexandria: Revista de Educação em Ciência e Tecnologia*, 2(2), 55-68.
- Araújo, J. (2012). Ser crítico em projetos de modelagem em uma perspectiva crítica de educação matemática. *Boletim de Educação Matemática*, 26(43). <http://www.redalyc.org/html/2912/291226275005/>
- Araújo, J. (2019). Toward a framework for a dialectical relationship between pedagogical practice and research. En G. A. Stillman y J. P. Brown (eds.), *Lines of inquiry in mathematical modelling research in education* (pp. 21-35). Springer International Publishing. <https://doi.org/10.1007/978-3-030-14931-4>
- Araújo, J., Campos, I. y Camelo, F. (2015). Pesquisar o que poderia ser: Uma interpretação dialética para a relação entre prática pedagógica e pesquisa, segundo a educação matemática crítica. En *Vertentes da subversão na produção científica em educação matemática* (pp. 63-90). Mercado das Letras.
- Araújo, J., Campos, I. y Freitas, W. (2012). Prática pedagógica e pesquisa em modelagem na educação matemática. *Anais do V Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática* (pp. 1-20). Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática. [http://150.164.25.15/~jussara/artigos/Araujo,%20Campos%20e%20Freitas%20\(2012\).pdf](http://150.164.25.15/~jussara/artigos/Araujo,%20Campos%20e%20Freitas%20(2012).pdf)
- Barbosa, J. C. (2003). Modelagem matemática e a perspectiva sócio-crítica. *Anais do II Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática* (pp. 1-13). Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática.
- Barbosa, J. C. (2006). Mathematical modelling in classroom: A socio-critical and discursive perspective. *ZDM*, 38, 293-301.
- Busso, G. (2003). *Vulnerabilidade sociodemográfica en Nicaragua*. Serie Población y Desarrollo, 17. Cepal.

- Camelo, F. (2017). *Contribuciones de ambientes de modelación matemática a la constitución de la subjetividad política*. Universidade Federal de Minas Gerais.
- Camelo, F. J., Araújo, J. y Mancera, G. (2017). El proceso de familiarización de un profesor con la modelación matemática: el caso de Wilson. *Educere et Educare*, 12(24). <http://e-revista.unioeste.br/index.php/educereeteducare/article/view/16298>
- Camelo, F., Perilla, W. y Mancera, G. (2016). Prácticas de modelación matemática desde una perspectiva socio crítica con estudiantes de grado undécimo. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática Perspectivas Socioculturales de la Educación Matemática*, 9(2), 67-84. <https://doi.org/10.22267/relatem.1692.3>
- El Espectador. (27 de enero de 2016). Estas son las localidades más azotadas por la delincuencia juvenil en Bogotá. Redacción Bogotá. <https://www.elespectador.com/noticias/bogota/estas-son-las-localidades-mas-azotadas-por-la-delincuencia-juvenil-en-bogota/>
- El Espectador. (2017a). Con 25 °C, Bogotá vivió el día más caliente de su historia. <https://www.elespectador.com/noticias/bogota/con-25-deg-bogota-vivio-el-dia-mas-caliente-de-su-historia-articulo-678973>
- El Espectador. (2017b). Corte Suprema negó solicitud de libertad de Rafael Uribe Noguera. <https://www.elespectador.com/noticias/judicial/corte-suprema-nego-solicitud-de-libertad-de-rafael-uribe-noguera-articulo-678607>
- Fiorentini, D. y Lorenzato, S. (2006). *Investigação em educação matemática: Percursos teóricos e metodológicos*. Autores Associados Ltda.
- Freire, P. (2002). *Pedagogia do oprimido*. (34a. ed.). Edições Paz e Terra.
- García, G., Valero, P. X. y Camelo, F. J. (eds.). (2013). Escenarios y ambientes educativos de aprendizaje de las matemáticas. Constitución de subjetividades en educación matemática elemental. En G. García, P. Valero, C. Salazar, Mancera, G., Camelo, F. J. y Romero, J. H. (eds.). *Procesos de inclusión/exclusión: Subjetividades en educación matemática* (1a. ed.). Universidad Pedagógica Nacional, Aalborg University y Universidad Distrital Francisco José de Caldas.
- Golovanevsky, L. (2006). *Vulnerabilidad y transmisión intergeneracional de la pobreza. Un abordaje cuantitativo para la Argentina en el siglo XXI*. Universidad de Buenos Aires, Facultad de Ciencias Económicas. http://bibliotecadigital.econ.uba.ar/download/tesis/1501-1179_GolovanevskyL.pdf
- Gorgorió, N., Prat, M. y Santesteban, M. (2006). El aula de matemáticas multicultural: distancia cultural, normas y negociación. En J. Goñi (ed.), *Matemáticas e interculturalidad* (pp. 7-24). Graó Biblioteca de Uno.

- Gutiérrez, R. (2013). The sociopolitical turn in mathematics education. *Journal for Research in Mathematics Education*, 44(1), 37-68. <http://www.jstor.org/stable/10.5951/jresematheduc.44.1.0037>
- Kaiser, G. (2017). The teaching and learning of mathematical modeling. En J. Cai (ed.), *Compendium for research in mathematics education* (pp. 267-291). NCTM.
- Kaiser, G. y Sriraman, B. (2006). A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education. *ZDM*, 38(3), 302-310.
- Labrunée, M. y Gallo, M. (2005). Vulnerabilidad social: el camino hacia la exclusión. En M. Lanari (ed.), *Trabajo decente: diagnóstico y aportes para la medición del mercado laboral local* (pp. 133-154). Suárez. <http://nulan.mdp.edu.ar/id/eprint/716>
- Luna, C. A., Díaz, C. B., Collazos, E. H. y Escobar, G. M. (2013). *Vulnerabilidad social en contextos rural y urbano*. <http://ridum.umanizales.edu.co:8080/jspui/handle/6789/781>
- Malvasi, P. A. (2008). ONGs, vulnerabilidade juvenil e reconhecimento cultural: Eficácia simbólica e dilemas. *Interface - Comunicação, Saúde, Educação*, 12(26), 605-617. <https://doi.org/10.1590/S1414-32832008000300012>
- Magendzo, A. (2005). Alteridad y diversidad: Componentes para la educación social. *Pensamiento Educativo*, 37, 106-116.
- Mancera, G. (2020). *Conocer reflexivo en contextos de modelación matemática desde una perspectiva socio crítica*. Universidad Federal de Minas Gerais.
- Mancera, G., Camelo, F., Salazar, C. y Valero, P. (2012). Disposiciones, intenciones y acciones: una vía para negociar y construir campos semánticos para las clases de matemáticas. En *Memorias III Congreso Internacional y VIII Nacional de Investigación en Educación, Pedagogía y Formación Docente: La construcción del conocimiento educativo para un futuro humano* (pp. 704-718). Bogotá.
- Plan Internacional y Unicef (2014). *Vivencias y relatos sobre el embarazo en adolescentes Una aproximación a los factores culturales, sociales y emocionales a partir de un estudio en seis países de la región. Informe final*. <https://www.unicef.org/lac/informes/vivencias-y-relatos-sobre-el-embarazo-en-adolescentes>
- Salazar, C., Mancera G., Camelo, F. y Perilla, W. (2017). Una propuesta para el desarrollo de prácticas pedagógicas de modelación matemática en la perspectiva socio crítica. En *Memorias Encuentro Distrital de Educación Matemática EDEM 4: "Cultura, sociedad y escuela en la educación matemática del Distrito Capital"* (pp. 14-21). Universidad Distrital Francisco José de Caldas.

- Silva, C. da y Kato, L. A. (2012). Quais elementos caracterizam uma atividade de modelagem matemática na perspectiva sociocrítica? *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 26(43), 817-838. <https://doi.org/10.1590/S0103-636X2012000300004>
- Skovsmose, O. (1999). *Hacia una filosofía de la educación matemática crítica*. Una Empresa Docente.
- Skovsmose, O. (2005). *Travelling through education: Uncertainty, mathematics, responsibility*. SensePublishers. <https://doi.org/10.1163/9789087903626>
- Skovsmose, O. (2015). Pesquisando o que não é, mas poderia ser. En C. Lopes y U. D'Ambrosio, *Vertentes da subversão na produção científica em educação matemática* (pp. 63-90). Mercado das Letras.
- Skovsmose, O. y Borba, M. (2004). Research methodology and critical mathematics education issues of power in theory and methodology. En P. Valero y R. Zevenbergen (eds.), *Researching the socio-political dimensions of mathematics education* (pp. 207-226). http://link.springer.com/content/pdf/10.1007/1-4020-7914-1_17.pdf
- Skovsmose, O., Scanduzzi, P., Valero, P. y Alrø, H. (2011). Aprender matemáticas en una posición de frontera: Los porvenires y la intencionalidad de los estudiantes en una favela brasileira*/Learning mathematics in a borderline situation: The futures ahead and the intentions of students in a Brazilian favela. *Revista Educación y Pedagogía*, 23(59), 103. <http://search.proquest.com/openview/9d68b8bc59e2640abdf66566b177776d/1?pq-origsite=gscholar>
- Valero, P. y Zevenbergen, R. (2004). Introduction: Setting the Scene of this Book. En P. Valero y R. Zevenbergen (eds.), *Researching the socio-political dimensions of mathematics education* (pp. 1-4). Kluwer Academic Publishers.
- Vithal, R. (2000). Re-searching mathematics education from a critical perspective. En J. Matos y M. Santos (eds.), *Proceedings of the Second International Mathematics Education and Society Conference* (pp. 87-116). <http://eric.ed.gov/?id=ED469618>

