SOCIEDAD CHILENA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA
REVISTA CHILENA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA
ISSN 2452-5448

https://doi.org/10.46219/rechiem.v14i1.108

SOBRE LA NUEVA REFORMA DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA: INVITACIÓN A UN DEBATE, 2

ON THE NEW REFORM OF MATHEMATICS EDUCATION: INVITATION TO DEBATE, 2

Arturo Mena Lorca
arturo.mena@pucv.cl
Pontificia Universidad Católica de Valparaíso, Valparaíso, Chile

RESUMEN

La reforma de las matemáticas escolares que comenzó hacia 1960, sorprendió a Chile sin la preparación que se requería. Posteriormente, se avanzó, sin embargo, en los diversos ámbitos, y, ya desde fines del siglo pasado, se comenzó una nueva revisión, tanto de la institucionalidad como del currículo. Los comienzos de la pandemia encontraron a Chile con una serie de medidas de envergadura ya en fase de implementación, y con un currículo completamente revisado durante la última década. Se pudo haber pensado que correspondía ahora recomenzar el ciclo y, pacientemente, evaluar y enmendar lo que correspondiera, pero hay una circunstancia más apremiante: una nueva reforma educacional, diferente, amplia, profunda e inexorable, ya está llegando. En esta parte del escrito examinamos más de cerca la reforma de los años 60 y sus consecuencias inmediatas, procuramos sacar algunas lecciones, examinamos de manera crítica algunos criterios que se ponen en juego y una notoria falta de sintonía entre algunos actores, y, además, tratamos de situar ese análisis vis a vis con la responsabilidad que nos cabe como personas concernidas con la educación de la matemática.

PALABRAS CLAVE:
Reforma de la matemática escolar, Pedagogía, Didáctica-de-la-matemática.

ABSTRACT

The reform of school mathematics that began around 1960 found our country without the required preparation. However, progress was made in various areas, and, since the end of the last century, a new review began, both of the institutional framework and the curriculum. The beginning of the pandemic found Chile with a series of major measures already in the implementation phase, and with a curriculum completely revised during the last decade. It could have been thought that it was now time to restart the cycle, and patiently evaluate and amend what was appropriate, but there is a more pressing circumstance: a new educational reform, different, broad, deep and inexorable, is already coming. In this, the second part of our essay, we take a closer look at the reform of the 1960s and its immediate consequences, we try to draw some lessons, and we critically examine some criteria that are at stake and the notorious lack of harmony between some actors, and we try to situate that analysis vis a vis the responsibility that falls to us as people concerned with the education of mathematics.

KEYWORDS:
Reform of school mathematics, Pedagogy, Didactics-of-mathematics.

Recibido: 28 de febrero de 2022 , Aceptado: 16 de marzo de 2022

1. Introducción

En la primera parte de este escrito (Mena Lorca, 2022) hemos sugerido que se necesita un debate de diversos actores para enfrentar la fuerte presión que algunos acaecimientos ejercen sobre el currículo de matemática, y lo seguirán haciendo cada vez con más fuerza. Hemos señalado, además, que tal debate enfrenta desde ya cierta falta de convergencia entre los encargados de la formación inicial de profesores, los cuales tienden más bien a apartarse unos de otros, según su especialidad. Añadimos que esta divergencia tiene raíces en la epistemología de los campos de estudio correspondientes.

Como sea, la falta de convergencia está, según los estudios citados, entre las causas de que, pese a la inversión que el país realiza, los aprendizajes de los estudiantes no son suficientes. Esto significa, de acuerdo con las fuentes ya citadas que, a estos últimos, entonces, no se les está proveyendo de la educación en matemáticas a la cual tienen derecho.

Ahora bien, aquella matemática a la que se tiene derecho conocer, tanto para convertirse en un individuo y ciudadano integral (que conoce la cultura y que puede participar, de manera propositiva, en la marcha de la nación) como para favorecer el capacitarse y así disponer de los medios económicos para llevar adelante un proyecto individual y familiar, varía en el tiempo. De hecho, hemos reseñado cómo evolucionó ese derecho en Chile, desde fines del siglo XIX y hasta mediados del XX, y, además, revisado cómo se abrieron paso ideas unificadoras de la matemática al interior de la disciplina.

A continuación, examinaremos más de cerca cómo es que aquellas ideas llegaron al currículo escolar en el mundo, y presentaremos trazas de cuál fue el resultado en nuestro país. Procuraremos extraer algunas lecciones de lo ocurrido, y comentaremos sobre algunos nudos de la cuestión. En la tercera parte, reuniremos estos elementos en una perspectiva comprensiva y de cara a una variación mayor, y profunda, de ese derecho a educarse en matemáticas.

2. La primera reforma

Nos referimos aquí a un proceso de reforma de la enseñanza de la Matemática que tuvo lugar hace poco más de medio siglo, en varias partes del mundo, y que se dio en llamar "la revolución de las matemáticas escolares", o, más simplemente, "las matemáticas modernas" (Fehr et al., 1971). Nos acercaremos a ella desde sus razones disciplinarias, y veremos algunas trazas[1] de su implementación en Chile, de manera de sugerir algunos aspectos que nos ayudarían a apercibirnos para lo que viene, usando, tal vez, razonamiento abductivo (Peirce, 1998).

Que esa reforma haya sido o no exitosa depende un tanto de la perspectiva que se tome: cambió la manera de concebir la enseñanza de la matemática en gran parte del mundo, pero, en general, no produjo los aprendizajes esperados, y, en ese importante sentido, se puede decir que fue un fracaso a escala internacional. La escasa conexión de la preparación de los profesores para las nuevas perspectivas, así como cierta falta de criterio experimental de parte de los proponentes de la reforma, fueron algunas de las causas de ese fracaso. Nuestro país no fue una excepción, y un examen compendioso muestra con claridad que no estábamos preparados para la nueva mirada que la reforma suponía. Sin embargo, la dirección que promovió la reforma era, como veremos, necesaria.

3. Reforma de la matemática escolar en el s. XX

3.1 Estancamiento del currículo

No obstante, la obra unificadora y modernizadora que reseñamos en la primera parte de este ensayo, la matemática escolar, desde primaria hasta pregrado universitario, había permanecido indiferente a ella. En el International Congress of Mathematicians (ICM) de 1958, en Edimburgo, se reportó su falta de sensibilidad al avance de la matemática en el mundo, no en el sentido de la investigación de frontera –obviamente, ello habría sido inconveniente, además de imposible–, sino en lo referente a las ideas que permitían una visión homogénea o unificada.

Tal percepción se unió a otras, y terminó provocando una reacción en gran parte del globo. Se organizaron reuniones acerca de la manera de enseñar matemática en todos los continentes. Hubo congresos *ad hoc*, por ejemplo: en 1960, de la Organización de Cooperación Económica Europea de entonces; en 1961, de la Organización de los Estados Americanos (OEA); en 1962, de la Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura (UNESCO); en 1966, de los países nórdicos, de los países árabes, de Japón, de Australia. Se concluyó la obsolescencia

[1] No conocemos estudios explícitos con datos sobre la implementación en el sentido que necesitamos aquí. Hemos recurrido a la observación de campo y a testimonios presenciales.

de los programas de matemáticas en los países de reconocidas tradiciones (Fehr et al., 1971).

3.2 Las ideas centrales

Avanzada la década, se propusieron modificaciones bastante radicales en el currículo escolar; se comenzó a hablar de reforma de la enseñanza y, aun, de "revolución en las matemáticas escolares" (Fehr et al., 1971). Se pretendía organizar de mejor manera el currículo, e introducir las ideas unificadoras de la matemática que podían ser utilizadas en la enseñanza escolar. Ello comportó: eliminación o drástica disminución de contenidos (geometría euclidiana, partes del álgebra tradicional); incorporación de conjuntos, relaciones, funciones, sistemas numéricos; se consideró incluir probabilidades y estadística. Tales modificaciones cambiaron en forma definitiva la forma de enseñar la matemática en el mundo, pero debemos recordar que su implementación inmediata no fue, en absoluto, exitosa.

Un subproducto de la reforma fue que la enseñanza parecía sugerir que los estudiantes hablaran acerca de los problemas que se planteaban, pero no supieran resolverlos; en todo caso, ello sucedió (Kline, 1973).

3.3 Apreciación

Ante este estado de cosas, alrededor del mundo hubo diversas reacciones, algunas de las cuales son de más largo aliento, otras más bien circunstanciales y *ad hoc*. Señalamos algunas a continuación.

Ya en la II Conferencia Interamericana de Educación Matemática (CIAEM), dependiente de la International Commission on Mathematical Instruction (ICMI), que tuvo lugar en Lima, en 1966 (CIAEM-IACME, 2022), se presentaron informes por países acerca de la reforma decidida. Hubo coincidencia en que la opinión pública no la estimó necesaria, y que, incluso, hizo resistencia a ella; en que los profesores no estaban preparados para implementarla; en que no había textos escolares apropiados disponibles.

Una consideración que debemos agregar, en retrospectiva, es la ausencia de suficiente criterio experimental para implementar aquella reforma.

3.3.1 Heterogeneidad entre matemáticos

Como cabría esperar, algunos matemáticos se pronunciaron sobre lo que estaba ocurriendo. Como es también natural, las opiniones no fueron uniformes, según indicamos a continuación.

3.3.2 "Mucha" matemática

Un ejemplo interesante de lo que podríamos llamar "exceso de entusiasmo" es el del importante y prolífico topólogo Peter Hilton, una autoridad en Matemáticas: experto en topología algebraica, homotopía, álgebra homológica, álgebra categórica; trabajó con Alan Turing en decodificación de mensajes en la Segunda Guerra Mundial. En 1971, en un trabajo que presentó en una conferencia sobre enseñanza secundaria, Hilton asume como algo natural que el currículo contenga alguna teoría de grupos, y que se enseñen los conceptos habituales de un curso de topología, y de categoría y de funtor, amén de una serie de materias para llegar a contrastar la clasificación topológica con la clasificación homotópica. Añade: "El teorema de aproximación simplicial mide entonces la 'fidelidad' de este funtor y es la clave para establecer la relación entre las teorías combinatoria y topológica" (1971, p. 44)[2].

Adicionalmente, Jean Dieudonné, prominente matemático, miembro de Bourbaki, uno de los propulsores de la drástica disminución de la geometría euclidiana en los colegios, se pronunció acerca de lo mal que se estaba dando el nuevo escenario en el prólogo a un libro suyo de álgebra lineal y geometría (1964):

> Espero que se me creerá si agrego que no tengo ningún interés personal en estas cuestiones de la enseñanza secundaria... He querido simplemente dejar como registro para el historiador futuro un ejemplo de lo que se podría hacer en la materia si se tratara de actuar (al respecto) de una manera racional. (xi)[3].

Los ejemplos anteriores son señales interesantes, que no debemos pasar por alto, tanto por su evidente y aun explícita carencia de criterio experimental, como por argumentaciones de ese tenor que suelen ocurrir aún. Seguramente una muestra, como otras,

[2] "The simplicial approximation theorem then measures the 'faithfulness' of this functor and is the key to establishing the relation between the combinatorial and topological theories".

[3] "J'espère qu'on me croira si j'ajoute, que je n'ai aucun intérêt personnel dans ces questions d'Enseignement secondaire... J'ai simplement voulu verser au dossier de l'historien futur un exemple de ce que l'on pourrait faire en la matière si l'on cherchait á agir de façon rationnelle".

que nos insta a considerar la necesidad de diálogos multidisciplinarios para decidir los currículos.

3.3.3 Matemática elemental

Por su parte, Hyman Bass, conocido por sus aportes sustantivos a la geometría algebraica, la función zeta de Riemann y otros temas, presidente de ICMI de 1999 a 2006, quien ha investigado también en educación matemática escolar, en una conferencia pública en Chile en 2012, expresó, en sintonía –nos parece– con lo expresado por Felix Klein en 1904 (Klein, 2006), que aspirar a que los profesores de Matemáticas sepan mucha matemática no solo es innecesario, sino que puede ser inconveniente (Cf. Ball et al., 2009).

Afortunadamente hoy, en nuestro país, cualquiera persona interesada en nuestro tema conoce a matemáticos que han, también, estudiado la cuestión, y hecho propuestas basadas en evidencias.

3.4 La Reforma en Chile

Respecto de la implementación de la reforma en Chile, es necesario consignar dos componentes bien distintas, que señalamos en lo que sigue.

3.4.1 El CPEIP

El Ministro Juan Gómez Millas fundó el Centro de Perfeccionamiento, Experimentación e Investigaciones Pedagógicas (CPEIP) en 1967 (Leyton, 2017); quería que fuera un centro de excelencia. Se invitó a profesores franceses que trabajaban en algunos IREM (Institut de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques), y a otros especialistas, tales como Zoltan Dienes. La OEA financió talleres para docentes los años 1972 y 1973; entre quienes presentaron la Reforma en esos talleres estuvieron Jaime Michelow, Alicia Cofré, Hernán Cortés P., y el coordinador Fidel Oteíza. Se diseñaron y desarrollaron situaciones didácticas; se trabajó en modelización, descubrimiento guiado, validación experimental. La llegada del gobierno militar cercenó esos esfuerzos, y el currículo caminó en otra dirección. Los trabajos realizados se perdieron y no parece posible recuperarlos[4].

3.4.2 El currículo escolar

La subsecuente falta de claridad se mantuvo por años. Una muestra lateral de lo ocurrido es que el libro de Aurelio Baldor (1997) siguió usándose para la enseñanza del álgebra sin ninguna adición ni enmienda[5].

Andando el tiempo, en Chile, la idea de función, central en la reforma, fue, por un lapso, prohibida en el currículo escolar. Esto, que ciertamente mueve a asombro, es también interesante, siquiera como muestra de un fenómeno que reaparece un tanto inopinadamente en la discusión de nuestro tema: el de "botar al bebé con el agua sucia de la bañera", como se suele decir. Ciertamente, el exceso de diagramas de Leibniz-Venn-Euler y de dibujos sagitales no fácilmente traducibles al caso continuo, no debería haber amagado la importancia de una noción tan primordial. Por lo demás, la ausencia de las necesarias condiciones de dominio de las funciones involucradas en una multiplicidad de fórmulas de uso común derivó en la costumbre, presente aún hoy en día, de hacer álgebra elemental sólo con herramientas y notaciones elaboradas hasta el siglo XVII (ver, por ejemplo, Cajori, 1928-1929, p. 308), pero sin la claridad conceptual que provee de manera explícita un lenguaje más contemporáneo.

3.4.3 Enseñanza inicial universitaria

Tampoco pudo llamarse directamente exitosa la transición de las "nuevas" ideas a las universidades chilenas, algunas de las cuales continuaron largamente con programas que podían ser capítulos de Hall y Knight. Otras recibieron una influencia norteamericana, que se difundió mediante textos en español y bilingües que en algún momento llevaron el apelativo de *matemática moderna*, no siempre claros en su conceptuación ni en su dirección (Cf. Godement, 1963, *e. g.*).

En apretado muestrario, algunos cambios fueron: eliminación de gran parte del álgebra tradicional; virtual desaparición de la geometría euclidiana del espacio; drástica disminución de la trigonometría y la geometría analítica; aparición de los sistemas numéricos. Ocasionalmente, en cursos de ingeniería,

[4] En 1981, Fidel Oteíza invitó a una reunión a decanos de facultades de Matemática, de Ciencias y de Educación, y otros interesados, se presentaron unas 70 personas; la invitación pedía a los asistentes que trajeran una página policopiada con trabajos de enseñanza de la matemática que hubieran hecho o estuvieran realizando. La SOCHIEM nacería en septiembre de 1982.

[5] De funciones tiene en total una media docena de páginas. (Menos del 1% de sus ejercicios se refiere a ellas; no tienen incidencia alguna en ecuaciones de segundo grado, logaritmos ni exponenciales. La definición que incluye es multivaluada, y no le sirve para corregir su argumentación de que, por ejemplo, $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$)

pareció a veces natural estudiar grupos finitos, o geometrías de unos pocos puntos, para mostrar qué es el método axiomático.

Un caso particularmente interesante fue el del cálculo infinitesimal. Tradicionalmente, esa materia se enseñaba usando el texto de Granville y Smith, de 1904. Aparecieron otros, nuevos, más centrados en los fundamentos (*e. g*., los bien conocidos de Apostol, 1967; Dieudonné, 1968; Kitchen, 1968). Seguidamente vinieron una serie de textos provenientes de los Estados Unidos, cada vez más voluminosos[6]. Las cinco páginas sobre límites de Granville y Smith se convirtieron en 50 en Swokowski (1989) y, en Leithold (1992), en 80 páginas de profusa utilización de argumentos "épsilon-delta". Es interesante considerar esta dinámica vis a vis, con el que un curso semestral de elementos de cálculo diferencial solía terminar con el dibujo, entretenido y laborioso, de curvas de funciones algebraicas y trascendentes (amén de algunas aplicaciones concretas), es decir, aquello que hoy día un teléfono móvil puede graficar en un instante.

Nos parece interesante sacar a colación una anécdota, ocurrida en una universidad en aquella época: el representante de una escuela que recibía servicios de matemática de otra expresó "Queremos que nuestros alumnos sepan que para tal tipo de problema se necesita integrar, y para tal otro derivar, sin saber derivar ni integrar". Podemos imaginar que la reacción de los matemáticos presentes en esa ocasión fue considerablemente menos empática que lo que tal frase podría tal vez provocar en especialistas hoy en día.

3.5 Lecciones de la historia

Podemos reunir ahora algunas reflexiones que parecen inevitables. Hay muchas otras, pero señalamos, a continuación, solo las que parecen más relevantes y/o menos controvertibles, y que listamos sin pretensión de ordenarlas en cuanto a su relevancia.

3.5.1 En resguardo de la matemática

La matemática no necesita de nuestra defensa. Sin embargo, es muy alarmante –y motiva a cavilaciones variadas– que, cuando se decide sobre temas que afectan a la enseñanza de la matemática en el país, no siempre se convoque a matemáticos.

Una manera de verificar esa necesidad es examinar textos de estudio, materia que ha sido de larga preocupación, y sobre la cual se ha avanzado en los últimos años, con el involucramiento de matemáticos y especialistas en didáctica de la matemática. Al respecto, no nos referimos a que los matemáticos tengan allí un rol de vigilantes que impiden incorrecciones formales y conceptuales, sino a lo que el siguiente ejemplo muestra de manera gráfica.

Hubo un texto, de esos que se reparten al sistema escolar[7], en que se incluía la escalofriante afirmación "Los números reales son los racionales y otros que se construyen con dos cortaduras o una sucesión". Es ese un aserto que despierta asombro y sume en profundas reflexiones acerca de la especie humana, sus virtudes y sus posibilidades de extinción; sin embargo, una vez ya recuperados el habla, las capacidades motoras y otras cualidades habituales, queda la pregunta derivada: ¿Cuál pudo haber sido el propósito de enseñar esas materias en la escuela? Sorprendentemente, el caso no alcanzó a los titulares de los tabloides; solo encontramos, más adelante, un comentario sobrio y educado, de matemáticos chilenos bien conocidos, que participaron en la elaboración de un análisis de los textos escolares del país (Eyzaguirre y Fontaine, 1997).

De todas maneras, el objeto de estudio de un matemático no es la enseñanza de la disciplina, y hay que recordar tanto que algunos especialistas pueden ser muy entusiastas, como que el usuario común de la matemática no tiene el deber del especialista de dar cuenta de todos los soportes de sus afirmaciones.

3.5.2 El criterio experimental

La reforma de los años 60 no exhibió criterio experimental suficiente. En primer lugar, para saber si los profesores, a lo largo de la extensa región del globo en la cual ella se llevó a cabo, estaban preparados para las nuevas perspectivas matemáticas que se pusieron en juego. Por otra parte, tampoco se tenía una idea adecuadamente clara de cuál sería la demanda cognitiva que la reforma supondría para los estudiantes. Una causa de esto pudo ser la insuficiencia

[6] Respondiendo en privado a una pregunta explícita (no hay tiempo para leer tal cantidad de material en un semestre), uno de los autores aquí mencionados confesó que ello se debía a exigencias de las editoriales: si una añadía, por ejemplo, un capítulo sobre una materia extra, las otras también lo hacían, en defensa de su participación en el mercado.
[7] No incluiremos aquí la referencia directa. De hecho, una vez registrada a fuego, por sí sola, la expresión, decidimos no asentar autores ni editorial.

que presentaba la metodología de la investigación de entonces, cosa que fue explícitamente criticada por la escuela francesa de la didáctica de la matemática (Chevallard, 1982).

Una conclusión relevante al respecto, es que, en estas materias, "pensarlo bien" no basta, y que se debe tener criterio experimental. Es esta una lección monumental de la reforma de los años 60, y consterna que se la olvide con tanta frecuencia. Frente a un tema de tal importancia para el país y para sus gentes, que se siga pensando como antes de Francis Bacon en el siglo XVII y, aún, de Roger Bacon en el siglo XIII, es deplorable. Por lo demás, como criterio general, artesanos, agricultores, cocineros, etc., han hecho uso del criterio experimental por milenios.

No creemos que este énfasis en el aspecto experimental comporte ignorar el profundo tema filosófico subyacente, ni el epistemológico respecto de qué es, a fin de cuentas, una evidencia. Nos motiva a ese énfasis el tener que comprobar, como muchos otros, cuántas veces alguna idea que se supone luminosa termina traduciéndose en pérdida de oportunidades para el sistema y para los usuarios. Además, creemos un deber oponernos a quienquiera que haga una crítica metodológica a políticas o iniciativas que estén llevando a cabo y simultáneamente ofrezca alternativas para las cuales no presente otro tipo de soporte que su propia opinión –*de gustibus non disputandum*[8]–.

Afortunadamente, en la actualidad, la investigación en enseñanza de la matemática se inclina mayoritariamente por mostrar evidencia experimental de sus asertos. Se puede distinguir lo que, con cierto atrevimiento, podemos llamar la corriente anglosajona, inclinada a la medición "directa", y la de origen europeo-continental, cuyos supuestos epistemológicos (como en la escuela francesa de la didáctica de la matemática, o la Socioepistemología, de origen mexicano y desarrollada en América Latina) son explícitos. Un ejemplo chileno interesante, al respecto, es el Proyecto Enlaces, que mostró de manera explícita sus resultados y se preocupó, también en forma expresa, del tema de la conectividad digital de los establecimientos ya en 2004 (Oteiza, 2004).

No obstante lo anterior, no parece posible afirmar que la falta de criterio experimental haya dejado de ser objeto de preocupación hoy en día.

3.5.3 Una reforma local somera

Una conclusión adicional es que, puesta en la perspectiva de los propósitos por ella enunciados, la reforma en los años 60 fue, en Chile, de cara a las ideas unificadoras en la matemática que estaban a disposición, bastante superficial. Si bien se anexaron contenidos tales como conjuntos, no se los usó para aquello que venían al caso en la propuesta original matemática. La idea de función, una igualmente primordial, quedó como una materia tal vez interesante, bien poblada de diagramas sagitales, pero sin conexión efectiva con el álgebra. En general, no se supo usar la conceptuación ni el lenguaje, y, de hecho, hasta hoy se enseña a menudo álgebra como se venía haciendo antes de los 60, con desconexión entre una materia y otra (salvo la ocurrencia habitual de que los problemas, por ejemplo, geométricos, se conviertan en ejercicios de álgebra –esa materia poderosa y bienvenida– olvidándose del contenido del problema). La mayoría de los textos sigue usando fórmulas sin relacionarlas con funciones, por tanto, no considerando sus dominios y, entonces, cometiendo error tras error en los cálculos.

Más notable es la confusión, en los textos, entre elementos y clases de equivalencia, que lleva, por ejemplo, para el caso del cuerpo de fracciones de los enteros, a la "noción" de "fracciones equivalentes". Por una parte, es extremadamente dudoso que a un niño chileno le haya servido de algo la "construcción" de los racionales a partir de los enteros, o los dibujos que la suelen acompañar. Más perturbador aún es que los niños se dan cuenta de que fracciones tales como 2/3 y 4/6 son iguales (es la misma), pero entienden que deben corregirse, al tenor de "son iguales. Pero ¿cómo se llama esa palabra? ¿Hay una palabra para decir iguales, verdad?" (Núñez, 2021, p. 78).

Por cierto, los ejemplos que hemos mostrado aquí se refieren solamente al aprendizaje de la matemática *per se*, sin referencia a la presencia de la disciplina en otras áreas y en la vida. En esto último la situación era aún más deficitaria. Según aludimos, Kline (1973) se quejaba de que los estudiantes, en lugar de abordar problemas de planteo, hablaban de ellos en un lenguaje novedoso y no bien comprendido. El físico Richard Feynman (1965), por su parte, ilustra ese exceso de lenguaje imaginando a un empleado del zoológico que indica a un subordinado: "Saca de la jaula el conjunto de animales que es la intersección del conjunto de los lagartos con el conjunto de los animales enfermos" (p. 15). Parecía difícil sostener que la "nueva matemática" fuera útil al ciudadano común.

[8] En nuestra lectura: si el solo fundamento de algo es que a alguien le guste, no se lo puede considerar parte de un debate serio.

3.5.4 Un problema estructural

Parece necesario agregar que, si bien nuestra responsabilidad en el asunto comporta naturalmente el considerar estrategias exitosas que ofrece la literatura internacional, es nuestra obligación evitar el copiar sin más lo que se decide en otras regiones, como si nuestra estructura como país fuera aún la de una colonia de otra nación. Si, recalcitrantemente, se lo va a hacer de todas maneras, se debería, al menos, elegir coordenadas que muestren resultados interesantes, esperanzadores, y adecuados a nuestras necesidades y propósitos.

3.5.5 Ideas de la reforma en Chile

Las ideas matemáticas centrales de la reforma no eran una gran cantidad; primordialmente, (lógica y) conjuntos, sistemas numéricos (estructuras, sobre todo algebraicas), funciones. Ciertamente, con ellas se podía presentar una organización homogénea del currículo escolar de Matemática, manifiesta en un lenguaje articulado y clarificador.

Un examen que se puede hacer aún hoy en día, a través de los textos escolares, muestra, sin embargo, que el despliegue de materias que siguió no tuvo la dirección que se pretendía. Ello se aprecia, en particular en las nociones centrales de conjunto y de función, que surgen del proceso de unificación de la matemática que reseñamos en (Mena Lorca, 2022). Por supuesto, hay más situaciones de similar interés.

3.5.5.1 Los conjuntos

La noción de conjunto es muy general[9].
Aparte de la claridad que ofrece para análisis de diverso tipo, en variadas disciplinas y en la vida diaria, es, obviamente, de suma utilidad para el currículo. Supuesto que se hace la distinción, natural, entre objetos (tales como números, conjuntos, etc.) y afirmaciones "abiertas" sobre ellos (*funciones proposicionales*, aun cuando podemos dispensar el término), el axioma (o, mejor, esquema axiomático) de separación que incluyó Zermelo (1908) permite encontrar la solución de aquella afirmación abierta. A partir de lo anterior, unas cuantas reglas operatorias de carácter algebraico, desarrolladas por Boole y otros pioneros[10] en el s. XIX, orientan la resolución de, por ejemplo, ecuaciones e inecuaciones[11].

No decimos aquí que lo anterior sea sencillo para un niño de una determinada edad, ni pretendemos sugerir que, como se suele decir, "se ponga la carreta por delante de los bueyes". Más bien, reparamos en que un principio tan claro como el anterior no tuvo oportunidad real de probarse, pues el estudio curricular se dedicó largamente al cálculo de esa álgebra booleana, y, por otra, a una serie de diagramas de Leibniz-Euler-Venn, sin conexión alguna con la resolución de problemas habituales.

3.5.5.2 Las funciones

El caso de las funciones es igualmente preocupante.
Se sabe bien que el concepto de función es de difícil comprensión para los estudiantes. Por ejemplo, Michèle Artigue, en un estudio sobre el aprendizaje de ecuaciones diferenciales de alumnos universitarios franceses (Artigue, 1989), encontró que una dificultad de importancia era una noción de función no suficientemente clara.

Además, sabemos que el concepto de función demoró en expresarse con entera claridad.
Dado lo anterior, es lamentable que la noción de función que se usa en textos escolares de distintos niveles sea tan a menudo poco clara, e, incluso, incongruente. A nuestro entender, parte de la dificultad proviene del hecho de que se enseñe a pensar las funciones como conjuntos de pares ordenados. A nosotros nos parece difícil pensar que un matemático que trabaja en modelización, o en geometría algebraica, o en álgebra homológica, análisis funcional[12] (u otras muchas áreas de la matemática), piense las funciones como conjuntos de parejas (por ejemplo, para representaciones de diverso tipo, isomorfismos, complejos de cadena, acciones de grupo, atlas, transformaciones lineales, isometrías (…).

Que sepamos la cuestión proviene de una suerte de crisis que hubo en la matemática a partir de la paradoja de Russell, hace ya unos 120 años, que llevó a los matemáticos a trabajar con cierta desconfianza con las funciones proposicionales y se decidió entonces que las relaciones binarias fueran, por un decreto de identificación de fácil asimilación por ellos, una colección de pares ordenados, y, por tanto, las funciones también lo sean. Dado que es evidente que los niños y jóvenes, en general, no sabrían qué

9 Al respecto, una visión basada en la cognición corporeizada puede verse en Lakoff y Núñez (2000).
10 Nos referimos aquí, principalmente, a De Morgan et al. (Bocheński, 1961).
11 Por esa vía, es inmediata la explicación de una tabla de resolución de inecuaciones algebraicas y otras (aunque ahora hay medios gráficos más accesibles para mejor inteligencia de la situación por parte del alumno).
12 De hecho, lo hemos preguntado, pero no disponemos de un análisis de datos suficiente.

hacer ante los problemas profundos de la matemática como disciplina, es difícil entender por qué deben ellos cargar con el asunto, que los aparta de la noción más inmediata y accesible de relación –y de otras–.

Por otra parte, muchos textos definen las funciones como "leyes" o "reglas", y, a la vez, como colecciones de parejas, vulnerando así la separación natural entre objetos y afirmaciones[13].

3.5.5.3 Comentario

Uno puede imaginar que, si se toma, digamos, una ecuación $f(x) = g(x)$ en el sistema de los números reales, calcular la intersección de los dominios de f y de g, aprovechar las propiedades del sistema y, confiando en Zermelo, encontrar la solución, teniendo claridad en la noción de igualdad de conjuntos[14], suponga una demanda cognitiva inapropiada o indeseable. Sin embargo, en lo que se refiere a la resolución de ecuaciones, ello parece tener más sentido apuntar que aprender álgebra de Boole, hacer diagramas sagitales y realizar las construcciones de los diferentes sistemas numéricos (sobre todo, si no se distingue claramente elementos de clases de equivalencia).

En todo caso, no se puede decir que la noción de función, que pudo usarse para estudiar con seriedad los dominios de validez de muchas fórmulas algebraicas –y evitar así una cantidad importante de errores de cómputo debidos a ingenuidad–, haya sido bien aprovechada.

4. Chile entrando al siglo XXI

4.1 Disposiciones de interés

Desde ligeramente antes de comienzos del milenio[15] , el país tomó una serie de medidas decididas y relevantes para responder a la situación que se le planteaba entonces, de las cuales interesa aquí señalar algunas. En primer lugar, aumentó seriamente la inversión en educación. Por otra parte, inició y completó un amplio programa de Fortalecimiento de la Formación Inicial de Profesores (FFID).

Además, decidió ingresar a la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos (OECD). Esto último comportó, en particular: solicitar a la organización un estudio sobre su sistema educacional, el cual le fue entregado en 2004 (OECD, 2004), someterse a la prueba PISA desde 2003, y ser el anfitrión del primer *Global Forum on Education*, de la OECD, realizado en Santiago en 2005.

También en 2005, se nombró una Comisión sobre Formación Inicial Docente, que entregó un Informe a fines de ese año, en una reunión en la cual representantes de 46 instituciones formadoras de profesores firmaron, en presencia del ministro de Educación de entonces, el "Compromiso por la calidad de la Formación Inicial Docente en Chile".

En 2006 se nombró un Consejo Asesor Presidencial en Materia de Educación, que entregó un informe a fines de ese año.

Más adelante, se elaboró un ambicioso proyecto de apoyo a la formación inicial de profesores, que se llamó Programa INICIA (CPEIP, 2017). En su dimensión curricular, este programa se tradujo posteriormente, de acuerdo con una nueva Ley General de Educación (Ministerio de Educación [MINEDUC], 2009), en una revisión programada, entre 2009 y 2019, de todo el espectro de asignaturas, en todos los niveles escolares, y que fomenta el desarrollo de habilidades del siglo XXI (MINEDUC, 2019).

4.2 Los convidados de piedra

4.2.1 Error de sintonía

Las medidas señaladas, interesantes como son, muestran, además, la escasa o ninguna presencia de la ciencia y, en particular, de la matemática, en los debates chilenos correspondientes. Especialistas en matemáticas y en su enseñanza estarían fuera de lugar en las reuniones *ad hoc*, y, al parecer, no siempre se piensa que deban tener voz en el asunto.

Por de pronto, el Informe de la OECD (2004) es bastante explícito respecto de la necesidad de esa presencia. Manifiesta que el currículo de formación inicial docente es insuficiente en materias específicas; que –como decíamos– no articula suficientemente los elementos pedagógicos generales y los de enseñanza de las disciplinas. Alienta a "reformar las facultades de educación" (p. 293), para lo cual estima conveniente "estimular explícitamente la interacción y colaboración con otras facultades de las universidades, y de

[13] No pretendemos que el tema no sea delicado (basta ver, por ejemplo, la manera en que lo trata Bourbaki en su volumen de teoría de conjuntos).
[14] Porque, por ejemplo, el que un mismo procedimiento de resolución para las ecuaciones $1+\sqrt{x}=2$ y $1-\sqrt{x}=2$, dé la solución en el primero y en el otro parezca no darla, no es una cuestión de dominios.
[15] Somos, también, devotos del sistema decimal.

naciones más industrializadas" (p. 293). Recomienda alejar la formación continuada "de las formas generales de perfeccionamiento… hacia formas de apoyo más específicas y más estructuradas para desarrollar pedagogías de materias específicas…" (p. 160). Añade que casi la mitad de los profesores de Matemáticas en ejercicio tiene poca confianza en sus competencias, que solo un cuarto cree que domina las materias y que, en efecto, a los profesores les falta aprendizaje específico de matemáticas. (En un informe posterior, de 2017, la OECD reitera esas preocupaciones).

Aunque parezca increíble, al año siguiente, en el Informe de la Comisión por la Formación Inicial Docente en Chile (2005), extenso documento que acompañó al compromiso sobre la formación inicial ya mencionado, el vocablo "matemáticas" aparece dos veces: una para mencionar que han aumentado las matrículas de pedagogía en la disciplina, la otra para señalar que hay debilidades en las habilidades entre los profesores encargados de su enseñanza. No se encontrará en él reacción, ni menos acogida, a la recomendación de preocuparse de la enseñanza de disciplinas específicas.

A continuación, el Informe Final del Consejo Asesor Presidencial en Materia de Educación, de 2006, ignorando abiertamente el diagnóstico (no solo el de la OECD en 2004[16]) de revisar seriamente el accionar de las facultades de educación, incluye esta estupefaciente sugerencia:

> Atendiendo a la importancia de contar con una efectiva coordinación institucional de las carreras de formación docente en las instituciones universitarias que las imparten, establecer en las instituciones de formación docente entidades coordinadoras únicas (Facultades o Escuelas de Educación) para las carreras de Pedagogía. (p. 180)[17]

(Tradicionalmente, en Chile, las carreras de pedagogía en Matemáticas pertenecen ya sea a una facultad de Educación, o a una de Ciencias o de Matemáticas, o bien están adscritas a una vicerrectoría académica).

4.2.2 Un horizonte cercano

En marzo de 2020, tres lustros después del Informe de la OECD, con la pandemia en ciernes, y en la misma sala del antiguo edificio del Congreso Nacional, hoy muy visible, en que se entregó oficialmente aquel informe al país, se presentó un libro de más de 400 páginas destinado a horizontes y propuestas para transformar el sistema educacional chileno (Corvera y Donoso-Torres, 2020). Distinguidos educadores fueron convocados para escribirlo, pero no se invitó a ningún científico. La matemática no es un tema del libro: el vocablo aparece 12 veces en total (ocho en enumeraciones de asignaturas, dos en referencia a evaluaciones, una para referirse a los resultados de una escuela rural). Tampoco lo es la computación (la cuerda "comput" aparece una vez; "informát" tres veces, dos de ellas a propósito de cambios sociales). "Empleo" aparece tres veces (una en relación con los funcionarios de una escuela, otra referida a la enseñanza técnico-profesional, la tercera a un dato del SENCE). Aun admitiendo la tosquedad de nuestra relación, esta traza manifiesta, entre otras cosas, inconsciencia del cambio en la manera de concebir los aprendizajes que la irrupción de los computadores, la sociedad del conocimiento, etc., conllevan. Un horizonte un tanto limitado, nos parece, pues ignora, *de facto*, un grave problema social que está ocurriendo (Asia-Pacific Economic Cooperation, APEC, 2020) –y sobre el cual, y otros aspectos, seguramente un científico invitado habría levantado la voz–[18].

4.2.3 Un ejemplo amenazante

Si fuera posible, legítimo, o, al menos, no pernicioso ni medroso, buscar algún tipo de consuelo ante el manifiesto desinterés de organismos importantes del Estado por disciplinas y hechos tan relevantes para el futuro de la educación matemática y lo que ello conlleva, podríamos tal vez refugiarnos en la ingenua noción de que, al menos, los programas de estudio de matemáticas no se ven amenazados, y que serán principalmente decididos por personas que se ocupan del tema. Ciertamente, la Unidad de Curriculum y Evaluación del MINEDUC, UCE, por ejemplo, ha tomado siempre ese resguardo. Sin embargo, hay razón para preocuparse al respecto.

Tomemos, como muestra, algunas ideas del último libro de un educador de renombre (Perkins, 2017), que promovió en una reciente visita a nuestro país como consultor, y en el cual se pregunta qué deben aprender los estudiantes para el futuro, y que se ocupa explícitamente de "Renovar las disciplinas" (p. 166), y

[16] En ese tiempo, un número importante de universidades del país intervino sus facultades de educación.
[17] Por si quedara alguna duda: este párrafo no pretende, ni podría pretender, menoscabar el trabajo de las facultades de educación. Por otra parte, el tema al que aludimos es serio y, más allá de que no se vea bien en negro sobre blanco, debe remediarse.
[18] Por obvio, es ocioso decir que no pretendemos tener competencias para juzgar del contenido de los artículos que componen el libro; pero aprovechamos de manifestar nuestra admiración por un buen número de las personas que los escribieron.

de "Reformular las disciplinas" (p. 171) en el currículo. Nos había llamado la atención una frase: "He venido a alabar las disciplinas, no a enterrarlas para siempre" (p. 122)[19].

A pesar de su declaración de amor por la matemática, no las comprende suficientemente bien (esto es, para la tarea que se propone), y está notoriamente atrasado respecto de su enseñanza. Su desaliñado manejo de fórmulas comete errores análogos al de pensar que el crecimiento es proporcional cuando el aumento de una variable comporta el de la otra, y se aventura en la manera ya largamente desacreditada en que las utilizó David Hartley en 1749 en sus estudios "cuantitativos" sobre ética (Hartley, 1834[20]). Podemos convenir en que es disculpable que la matemática no sea el lado fuerte de aquel autor. Sin embargo, que pretenda incidir, aconsejar sobre el asunto, y que suponga que el área necesite de sus hallazgos sobre la materia, es ya (como se usaba decir cuando el pan no se compraba en las tiendas) "harina de otro costal". Por ejemplo, nos ofrece una "sorpresa para ti lector" (p. 26) que descubrió, nos aclara más adelante, en un viaje a Tasmania, donde alguien propuso estudiar la ecuación (sic) cuadrática como "una manera de configurar el crecimiento"; le pareció "un pensamiento fantástico"; incluso, le dio un nombre: "el gran ahorro" (p. 68).

Que alguien se equivoque en matemáticas no es inusual –si bien no siempre ocurre tan ostensiblemente, y nunca es un adorno–. Lo preocupante es que crea que puede ofrecer lineamientos para el currículo de matemáticas alguien que, por ejemplo, alegremente subscribe a otro autor (Postman, 1995) que expresa que "Objetivos pregonados de manera habitual como la preparación para el mundo laboral o la familiaridad con las tecnologías son 'falsos dioses' que juegan con el tema educativo de manera trivial", y que considera que los métodos educativos son "un mero 'problema de ingeniería'" (p. 163). Su propia manera (la de Perkins) de considerar el currículo en general se le "antoja algo como un manantial de agua limpia comparado con el lodazal (sic) de la educación envuelta únicamente en logros académicos, información y conocimientos técnicos" (p. 212). Podemos convenir, al menos, en que esa su expresión es un tanto fuerte. Tal vez sea más preocupante que esa visión parcial, según declara, provendría de un camino hacia la sabiduría ya emprendido –difícil, por tanto, de controvertir, pero que, en todo caso, no aprecia la profundidad de los acontecimientos que afectan a la educación en su conjunto–.

Por de pronto, y como modo de alertarnos, puede venir al caso citar, un tanto sorpresivamente, la definición que Lee Shulman cuenta haber recibido de enfermeras a quienes preguntó cuál era su rol profesional: somos, le dijeron la última línea de defensa del paciente frente al médico (Shulman et al., 2009). Lejana, sugestiva, seguramente injusta, pero, a la vez, oportunamente inspiradora, metáfora.

Antes de salir de este páramo y aun cuando no es, realmente, necesario, reiteramos que aquí mostramos la existencia de un caso, que se opone a otros, más cercanos y bastante más virtuosos[21].

4.2.4 Sobre el cuantificador universal

Para todos nosotros, siempre es un agrado hablar de matemáticas, aunque sea elemental. Esta, tal vez única vez, se hará con alguna reticencia.

Cuando hablamos de un debate de todas las personas concernidas, queremos decir eso, *todas*. La aclaración debe hacerse, porque es un hecho demostrable que no siempre (o tal vez, a menudo), no se entiende así. En lo que sigue hay un par de ejemplos, como muestra. Advierto al lector, como se suele hacer según la etiqueta contemporánea, que las imágenes que siguen son un tanto fuertes.

El ya citado Informe de la Comisión por la Formación Inicial Docente en Chile, de 2005, que usa la expresión "todos los actores" (p. 66, *e. g*.), señala, con cierta satisfacción, que "al Encuentro asistieron 210 participantes... El 38% de los asistentes procedían (sic) de regiones" (p. 15). No menciona, sin embargo, que, en su elaboración, participó solo 6% (sic) de personas que no eran de la capital del país (un cuarto del número de representantes de la universidad santiaguina anfitriona), la mitad del cual no lo hizo por su condición de regional, sino como presidente de los decanos de educación del CRUCH.

Por su parte, el también mencionado Informe del Consejo Asesor Presidencial para la Calidad de la Educación (2006), lista, a menos que nuestro

[19] En este caso, la abducción produce reacciones similares a las de otras abducciones, frecuentes en la literatura de ficción.
[20] "...the fear of God will still be the middle proportional between the love of the world and the love of God" (p. 526); "...since then W:F::F:L, $W=F^2/L$" (p. 527). Luego, hay que calcular los límites al infinito.
[21] Por ejemplo: en una reunión de los académicos involucrados en formación inicial de facultades de ciencias de tres universidades chilenas, un invitado externo presentó temas relevantes en la enseñanza de las ciencias. Los asistentes se preguntaron qué especialidad científica experimental tenía ese doctor en educación, entonces decano de educación de otra universidad.

cálculo sea excesivamente entusiasta, un 16% de personeros de regiones (igual que para una de las universidades santiaguinas convocadas), algunos de ellos representantes de asociaciones. Por lo demás, había tres alcaldes, todos de comunas de Santiago, y un presidente de una asociación de padres y apoderados… de la Región Metropolitana[22].

5. Nuestra tarea en la actualidad

5.1 Rol de la matemática

Recordemos que la educación debe preocuparse de formar aprendices autosuficientes y para toda la vida[23]. Asimismo, usar computadores en el aula parece ahora más claro que hace un par de años. La necesidad del trabajo colaborativo es otra demanda social del siglo. Se debe, además, defender y atender a la identidad cultural del país, y también a las de grupos específicos.

Ahora bien, pensar que lo anterior sea independiente de lo que sucede en el aula de matemáticas procede, seguramente, de no haber tenido tiempo de ver con claridad los propósitos del aprendizaje de la disciplina. Estos son sugeridos en parte por las cuatro habilidades cuyo desarrollo expresamente le encarga el currículo; adicionalmente, la conjetura, la experimentación, el descubrimiento, el razonamiento matemático, todo apunta al desarrollo del pensamiento independiente, al desarrollo y ejercicio de la libertad.

5.2 El profesor, nuevamente

Imaginemos un profesor que enseña matemáticas en la actual pandemia. En términos generales, y dependiendo del nivel educativo en el que se desempeñe, antes del COVID-19, laboraba ya entre 1,5 y 1,8 veces la media de horas de los países de la OECD, y sabemos que las exigencias sobre él son múltiples, provienen de demasiadas direcciones, suelen ser contradictorias entre sí… y han aumentado y se han diversificado.

Con entera seguridad, ese profesor es consciente de que sus estudiantes, según los niveles, esperan mucho de él, tanto en su cercanía pedagógica como en su enseñanza de matemáticas. Inevitablemente, se inclinará hacia uno u otro polo de su hacer, y parece posible que deba preguntarse al respecto, si bien no es seguro que la formación recibida le permita integrarlos armónicamente (OECD, 2004).

Probablemente un tema que también le preocupa es el de la evaluación de los aprendizajes, y, al respecto, es verosímil que considere que educar en matemática consiste en enseñar procedimientos de cómputo (Ávalos, 2014). Por otra parte, y de acuerdo con estudios recientes, su conocimiento de temas específicos de la disciplina se sitúa bajo el 40% (CPEIP, 2017).

Por otra parte, es muy posible que esté pensando en cómo sacar mayor provecho de la tecnología, cómo ello modifica todo lo anterior, y cómo orientar el ambiente de su aula hacia el trabajo colaborativo de los estudiantes.

Su tarea pedagógica (separada aquí con propósitos de análisis) le hace mayores demandas, y, como decíamos, atender a ella y a la vez a la especificidad de la matemática, cosa que considera, naturalmente, su deber, le plantea una ecuación de resolución aparentemente imposible. Además, se preguntará, tal vez a menudo, cómo se motiva el aprendizaje de temas específicos de la disciplina.

En otras palabras, en términos generales, está, como cualquier persona que se ocupa del tema, procurando sintonizar con la dirección de los acontecimientos. No parece obvio, sin embargo, que su formación inicial, o la cultura de la institución en que se desempeña, ni las diversas instancias de desarrollo profesional que añade a su agenda ya muy apretada, le provean de los elementos que necesita para ir elaborando su propia síntesis, a la vez que enfrentando los desafíos que tiene ante sí.

Podemos apostar a que la falta de aquellos elementos es más gravosa mientras más acendrada sea su vocación de profesor[24].

5.3 Trabajo colaborativo

El trabajo colaborativo es hoy, como todos sabemos, una necesidad en empresas, en la academia y en otras asociaciones. En particular, en educación, ayuda a desarrollar virtudes cívicas significativas, como, por

[22] Hay, también en esto, honrosas excepciones, debidas a quienes ponen un especial cuidado en que sus equipos no manifiesten esa descarada vocación metropolitana que venimos señalando.

[23] Ello tiene, además, la virtud de mostrarnos que las aulas no deben solamente procurar preparar para un futuro incierto, sino además tener su propio presente, aunque solo sea para no escamotear parte de la vida de los estudiantes.

[24] No tenemos datos estadísticos sobre este tema, salvo los de la literatura que se menciona. En todo caso, el cuadro que reseñamos ha sido corroborado por un centenar de profesores provenientes de gran parte del país.

ejemplo, procurar convencer en lugar de imponer (MINEDUC, 2019).

Ahora bien, es una hipótesis razonable que parte de la resistencia que presentan instituciones escolares y personas concernidas ante las nuevas demandas en la educación matemática (Centro de Investigación Avanzada en Educación y Centro de Modelamiento Matemático de la Universidad de Chile, CIAE-CMM, 2016; OECD, 2017, *e. g.*) esté relacionada con no aceptar que la forma de trabajar haya cambiado. Uno podría conjeturar que un ingeniero de hace un par de siglos a cargo del diseño y ejecución de unas obras en una región muy remota podría encontrar problemas no previstos en la literatura que manejaba ni en su experiencia personal, y debía ser capaz de resolverlos por su cuenta. Tal hipótesis es ahora difícil de concebir. Sin embargo, es interesante notar que, contrariamente a lo que sucede en las ciencias experimentales, en que los cultores acostumbran a aceptar resultados obtenidos por otros, en matemáticas se supone que el especialista puede dar cuenta de todo su razonamiento, *ab initio*.

Naturalmente, la necesidad de trabajo colaborativo no es en absoluto una práctica social novedosa. Lo que podría serlo es que algunas concepciones relacionadas con ello –y que podrían fundamentarlo– han variado; por ejemplo, modelos actuales han cambiado el foco desde la competición a la colaboración como motor de la evolución de las especies (Cazzolla, 2016; y, en particular, para el caso humano y desde su propia perspectiva, Maturana, 2003).

5.4 Nuestro cometido

Estamos, pues, todos enfrentados a un problema mayúsculo, difícil, que no podemos resolver sino en forma comunitaria, pues no conocemos todas sus aristas, pero sobre el cual no tenemos derecho a improvisar.
Es necesario tener presente que toda respuesta que se dé a la problemática que venimos describiendo es, inevitablemente, transitoria, y ella y cada una de sus partes deberán evolucionar, justificarse... y, eventualmente, ser reemplazada por otra mejor.

Por sobre otras consideraciones, parece apropiado insistir en que el asunto es urgente, y que hay personas que sufren y pierden oportunidades por los yerros, indecisiones, improvisaciones, faltas de claridad, actitudes puramente ideológicas[25], etc.

Más aún, debemos reiterar que no avanzar en esto, o hacerlo en forma muy lenta, significa, de hecho, retroceder comparativamente.

6. La nueva reforma

Mientras, en Chile, los principales actores concernidos con la educación matemática no terminan de ponerse de acuerdo, en otros países ya se han concordado políticas generales de desarrollo que los llevan en una dirección mejor definida. Sin embargo, pensar que nuestra estrategia debería consistir en seguir tratando de “apurar el tranco” para intentar (sin demasiada esperanza) alcanzarlos, sería un gran error. Ello no solo porque, de hecho, no hay visos de que ello haya, alguna vez, resultado, ni únicamente porque aquella estrategia no podría impedir que nuestro sistema educacional siguiere aumentando la desigualdad; ni siquiera porque la nueva reforma es más amplia y profunda que la anterior, sino más bien porque ella tiene un carácter diferente de la que hemos descrito. Por lo demás, ella podría también dar mejores oportunidades a los más desposeídos, que suelen quedar a la vera de estos caminos.

Al respecto, llevar a cabo el debate que proponemos es, manifiestamente, una empresa difícil. Más que de modificaciones al currículo, el tema es la dirección que este debería tomar, de acuerdo con el escenario actual y el de un futuro más bien inmediato. Las personas concernidas son muchas, y sus perspectivas e intereses, variados. Con seguridad, habría intervenciones de carácter filosófico o ideológico, y la discusión podría tender a prolongarse hasta que se solucione un buen número de otros problemas del país. Sin embargo, en algún momento, ese debate debería tomar un carácter más específico, sustentarse en información, estudios y evidencias, y establecer un sustrato mínimo de conocimiento a partir del cual construir. Como sea, no podremos verdaderamente avanzar, si no terminamos de aprender las lecciones de la historia que hemos venido describiendo.

La nueva reforma es natural, inevitable, necesaria, demandante. No se refiere solo al currículo de matemáticas. Explica y jerarquiza las habilidades del currículo. Modifica un tanto lo que habitualmente entendemos por cognición. Puede dar mejores oportunidades a los más necesitados. Requiere, sin embargo, de una perspectiva adecuada. Procuraremos explicitarla en la tercera parte de este ensayo.

[25] Como la de traer muchos profesores del extranjero, para aumentar la competencia.

Referencias

APEC. (2020). COVID-19 Hastens Automation, Singapore: APEC Policy Support Unit. https://www.apec.org/Press/News-Releases/2020/0626_Future

Apostol, T. M. (1967). *Calculus – One-variable Calculus, with an introduction to Linear Algebra*. Blaisdell.

Artigue, M. (1989). Une recherche d'ingénierie didactique sur l'enseignement des équations différentielles en premier cycle universitaire. *Cahiers du Séminaire de Didactique des mathématiques et de l'informatique.* IMAG-LSD.

Ávalos, B. (2014). La formación inicial docente en Chile: Tensiones entre políticas de apoyo y control. *Estudios Pedagógicos (Valdivia), 4*(Especial), 11-28. https://doi.org/10.4067/S0718-07052014000200002

Baldor, A. (1997). *Álgebra.* Publicaciones Cultural.

Ball, D. L., Thames, M. H., Bass, H., Sleep, L., Lewis, J., y Phelp, G. (2009). A practice-based theory of mathematical knowledge for teaching. En M. Tzekaki, M. Kaldrimidou, y C. Sakonidis, (Eds.), *Proceedings of the 33rd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Vol. 1* (pp. 95-98). Psychology of Mathematics Education.

Bocheński, I. M. (1961). *A History of Formal Logic.* University of Notre Dame Press.

Bourbaki, N. (1939-2016). *Éléments de Mathématique.* (11 Vol.). Hermann.

Cajori, F. (1928-1929). *A History of Mathematical Notations.* Open Court.

Cazzolla, R. (2016). A conceptual model of new hypothesis on the evolution of biodiversity. *Biologia, 71*(3), 343-351. https://doi.org/10.1515/biolog-2016-0032

Centro de Perfeccionamiento, Experimentación e Investigaciones Pedagógicas. (2017). *Resultados nacionales: Evaluación Nacional diagnóstica de la Formación inicial docente 2017.* https://www.cpeip.cl/wp-content/uploads/2018/07/Informe-Nacional-END-2017.pdf

Chevallard, Y. (1982). *Sur l'ingénierie didactique.* Texte préparé pour la deuxième Ecole d'Eté de Didactique des Mathématiques. http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/article.php3?id_article=195

CIAE-CMM (2016). *Identificación de elementos críticos para fortalecer la formación de profesores en el área de matemática de Pedagogía en Educación Básica en Chile.* https://www.google.com/search?q=CIAE-CMM+2016&oq=CIAE-CMM+2016&aqs=chrome..69i57.7500j0j7&sourceid=chrome&ie=UTF-8

CIAEM-IACME. (2022). *Conferencias CIAEM 1961-2003.* https://ciaem-iacme.org/ciaem-1961-2003/

Comisión sobre Formación Inicial Docente. (2005). *Informe Comisión sobre Formación Inicial Docente.* https://www.academia.edu/36119920/INFORME_COMISI%C3%93N_SOBRE_FORMACI%C3%93N_INICIAL_DOCENTE_2005_Serie_Bicentenario

Consejo Asesor Presidencial para la Calidad de la Educación. (2006). *Informe del Consejo Asesor Presidencial para la Calidad de la Educación.* http://www.opech.cl/bibliografico/doc_movest/informe_final_consejo_asesor2.pdf

Corvera, M. T., y Donoso-Torres, O. (Eds.). (2020). *Horizontes y propuestas para transformar el sistema educacional chileno.* Ediciones Biblioteca del Congreso. https://www.bcn.cl/publicaciones/obtienearchivo?id=documentos/10221.1/78612/3/LIBRO_HORIZONTES_FINAL_5_MARZO.pdf

Dieudonné, J. (1964). *Algèbre linéaire et géométrie élémentaire.* Hermann.

Dieudonné, J. (1968). *Éléments d'analyse: Fondements de l'analyse moderne.* Gauthier Villars.

Eyzaguirre, B., y Fontaine, L. (1997). *El futuro en riesgo: Nuestros textos escolares.* Centro de Estudios Públicos.

Fehr, H. F., Camp, J., y Kellogg, H. (1971). *La revolución en las matemáticas escolares (segunda fase).* Organización de Estados Americanos.

Feynman, R. (1965). New textbooks for the "New" Maths. *Engineering and Science, 28*(6), 9-31.

Godement, R. (1963). *Cours d'Algèbre.* Hermann.

Granville, W. A., y Smith, P. F. (1904). *Elements of the Differential and Integral Calculus.* The Ateneum Press.

Hartley, D. (1834). *Observations on Man, his frame, his duty, and his expectations.* Thomas Tegg and Son.

Hilton, P. (1971). Topology in the High School. *Educational Studies in Mathematics, 3*(3/4), 36-53. https://doi.org/10.1007/978-94-017-5896-3_11

Kitchen, J. W. (1968). *Calculus of One Variable.* Addison-Wesley.

Klein, F. (2006). *Matemática elemental desde un punto de vista superior. Aritmética. Álgebra. Análisis.* Nivola.

Kline, M. (1973). *El fracaso de la matemática moderna. ¿Por qué Juanito no sabe sumar?* Siglo XXI.

Lakoff, G., y Núñez, R. L. (2000). *Where Mathematics* *comes from: How the embodied mind brings mathematics into being.* Basic Books.

Leithold, L. (1992). *El Cálculo con Geometría Analítica.* Harla.

Leyton, M. (2017). *Creación y primeros años del CPEIP.* https://www.cpeip.cl/mario-leyton-aniversario/

Maturana, H. (2003). *Amor y juego. Fundamentos olvidados de lo humano. Desde el patriarcado a la democracia.* JC Sáez Editor.

Mena Lorca, A. (2022). Sobre la nueva reforma de la educación matemática: invitación a un debate, 1. *Revista Chilena de Educación Matemática, 14*(1), 4-16. https://doi.org/10.46219/rechiem.v14i1.107

Ministerio de Educación. (2009). *Ley 20370. Establece la Ley General de Educación.* Autor. https://www.bcn.cl/leychile/navegar?idNorma=1006043

Ministerio de Educación. (2019). *Fundamentos Bases Curriculares 3° & 4° Medio.* Unidad de Curriculum y Evaluación. https://www.curriculumnacional.cl/portal/Documentos-Curriculares/Basescurriculares/91414:Bases-Curriculares-3-&-4-Medio

Núñez, A. (2021). *Una secuencia didáctica para el estudio de las fracciones iguales desde la perspectiva del Estudio de Clases y el Espacio de Trabajo Matemático.* [Tesis de Maestría no publicada. Pontificia Universidad Católica de Valparaíso].

Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos. (2004). *Revisión de Políticas Nacionales de Educación. Chile.* PISA, OECD Publishing.

Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos. (2017). *Education in Chile, Review of national policies for education.* PISA, OECD Publishing.

Oteiza, F. (2004). *Aprender matemática creando soluciones: desarrollo de un modelo interactivo para el aprendizaje matemático, de bajo costo y alto impacto para profesores y estudiantes de séptimo básico y segundo medio.* http://repositorio.conicyt.cl/handle/10533/112917#

Peirce, C. S. (1998). *The Essential Peirce. Volume 2. Selected Philosophical Writings (1893-1913).* Indiana University Press.

Perkins, D. (2017). *Educar para un mundo cambiante. ¿Qué necesitan aprender realmente los alumnos para el futuro?* Ediciones SM.

Postman, N. (1995). *The end of education: Redefining the value of school.* Alfred A. Knof.

Shulman, L., Benner, P., Sutphen, M., Leonard, V., y Day, L. (2009). *Educating Nurses: A Call for Radical Transformation.* Jossey-Bass. https://doi.org/10.3102/0013189X015002004

Swokowski, E. (1989). *Cálculo con Geometría Analítica.* Grupo Editorial Iberoamericano.

Zermelo, E. (1908). Untersuchungen über die Grundlagen der Mengenlehre I. *Mathematische Annalen, 65*(2), 261-281. https://doi.org/10.1007/BF01449999