AS PROPRIEDADES DE SIMETRIA APLICADAS NA CONSTRUÇÃO DE MOSAICOS

Mariana Capelin Fabricio

Paulo Cesar Oliveira

SUBMETIDO: 10 DE NOVEMBRO DE 2019

ACEITO: 08 DE DEZEMBRO DE 2019

REVISTA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA EM FOCO

AS PROPRIEDADES DE SIMETRIA APLICADAS NA CONSTRUÇÃO DE MOSAICOS

THE REGULAR POLYGONS CONFIGURATION AND THE ISOMETRY FOR BUILDING MOSAIC

Mariana Capelin Fabricio
Bolsista PROFMAT/CAPES
mariana.capelin@gmail.com
Paulo Cesar Oliveira
Universidade Federal de São Carlos
paulooliveira@ufscar.br

RESUMO
Neste artigo apresentamos um relato de pesquisa envolvendo o ensino-aprendizagem de transformações geométricas no plano utilizando a construção de mosaicos a partir de polígonos regulares. O objetivo dessa investigação foi analisar a mobilização e coordenação de diferentes registros de representação semiótica, produzidos por alunos do 6º ano do Ensino Fundamental, envolvidos em atividades matemáticas que demandaram a aplicação das isometrias no plano: reflexão, rotação e translação. Para atender os propósitos dessa pesquisa, cuja natureza foi qualitativa, trabalhamos com a análise dos registros escritos produzidos pelos alunos. Como resultado de pesquisa, destacamos que foi possível avançarmos o estudo das propriedades de simetria, além da reflexão. Proporcionarmos aos alunos o desenvolvimento da criatividade na conexão entre as isometrias de reflexão, translação e rotação e a construção dos mosaicos com polígonos regulares.

Palavras-chave: ensino fundamental; mosaicos; polígonos regulares; transformações geométricas; isometria.

ABSTRACT

In this article we present a research report involving the teaching-learning of geometric transformations in the plane using the construction of mosaics from regular polygons. The aim of this research was to analyze the mobilization and coordination of different semiotic representation records, produced by students of the 6th year of elementary school, involved in mathematical activities that required the application of isometrics in the plane: reflection, rotation and translation. To fulfill the purposes of this research, whose nature was qualitative, we work with the analysis of the written records produced by the students. As a result of research, we emphasize that it was possible to advance the study of symmetry properties, in addition to reflection. To provide students with the development of creativity in the connection between isometrics of reflection, translation and rotation and the construction of mosaics with regular polygons.

Keywords: elementary school; mosaics; regular polygon; geometric transformations; isometrics.

1.INTRODUÇÃO

O relato de pesquisa que propomos partilhar com o leitor é fruto da dissertação de Mestrado Profissional da primeira autora, a qual teve como objetivo propiciar aos seus trinta e um alunos de um sexto ano de Ensino Fundamental de uma unidade escolar da rede pública do município de Sorocaba, um processo de ensino-aprendizagem pautado na construção de mosaicos com polígonos regulares justapostos de acordo com as propriedades de simetria nas diferentes transformações no plano (reflexão, rotação e translação).

O conjunto de tarefas disponibilizadas pela professora-pesquisadora aos sujeitos da pesquisa foi planejado segundo o referencial teórico-metodológico dos registros de representação semiótica de Raymond Duval, de modo a responder a seguinte questão de investigação: *quais as contribuições das nossas tarefas para o ensino-aprendizagem de transformações no plano a partir do* 6º ano do Ensino Fundamental? A busca por respostas, sob uma perspectiva qualitativa de investigação, deu-se pela interpretação da produção escrita de 31 alunos de uma turma de 6º ano que, na maioria das atividades, trabalharam em duplas.

A motivação pelo desenvolvimento desse trabalho deve-se ao fato de que o estudo das propriedades de simetria no Currículo do Estado de São Paulo (SÃO PAULO, 2012) assim como no material didático de apoio para este documento curricular, o denominado Caderno do Professor, não prevê conteúdos e habilidades que propiciem o estabelecimento de conexões com outros conteúdos como, por exemplo, a congruência de figuras planas, divergindo do que foi prescrito nos Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN (BRASIL, 1998). No entanto, como o aluno no decorrer do 6º ano estuda conceitos relacionados com polígonos, esta bagagem de conhecimento prévio consideramos ser suficiente para estabelecer conexões com as transformações no plano, indo além da habilidade proposta para o 3º bimestre do 6º ano do Ensino Fundamental: “compreender a ideia de simetria, sabendo reconhece-la em construções geométricas e artísticas, bem como utiliza-la em construções geométricas elementares” (SÃO PAULO, 2012. p.58)

A continuidade da escrita do texto está estruturada na apresentação do que é prescrito para o estudo da simetria nos documentos curriculares oficiais. Na sequência apresentamos o referencial teórico-metodológico dos registros de representação semiótica utilizado na elaboração e validação do nosso produto educacional, pautado em tarefas conduzidas para alunos do 6º ano do Ensino Fundamental de uma unidade escolar pública.

2.UM OLHAR ENVOLVENDO O CONCEITO DE TRANSFORMAÇÕES NO PLANO

Quando pensamos na expressão 'transformações geométricas', usualmente, podemos associar a palavra transformação ao significado de mudança. Logo, ao falar em "transformação geométrica", estamos falando em mudanças em figuras geométricas (NASSER; SOUZA; PEREIRA, 2004, p.2).

No contexto da educação básica a transformação geométrica pode deslocar um objeto de uma posição inicial a uma posição final sem alterar sua forma ou tamanho, o que designamos de isometria.

As isometrias, conforme Rezende e Queiroz (2000, p.214), "são transformações no plano que preservam distâncias, isto é, se é uma isometria, para qualquer par de pontos A e B de vale a relação ou, simplesmente, ".

Como isometrias, destacamos a reflexão, translação e rotação. A reflexão em relação a uma reta r (eixo de simetria) do plano caracteriza-se por obter uma nova figura isométrica à figura original, devido ao fato de manter invariantes os comprimentos e a forma da figura. Porém, ao designarmos na figura original um determinado sentido ele aparece invertido na figura final, ou seja, a reflexão altera a orientação dos pontos do plano. No caso de um objeto tridimensional, o elemento de simetria é um plano de reflexão.

Em termos de definição, dada uma reta r, uma figura é obtida de outra por uma reflexão de eixo r se cada ponto da figura original está na mesma perpendicular a r que o ponto P correspondente da figura refletida. Os pontos A e P, por exemplo, distam igualmente de r, e situam-se em semi-planos distintos em relação a r. (NASSER; SOUSA; PEREIRA, 2004)

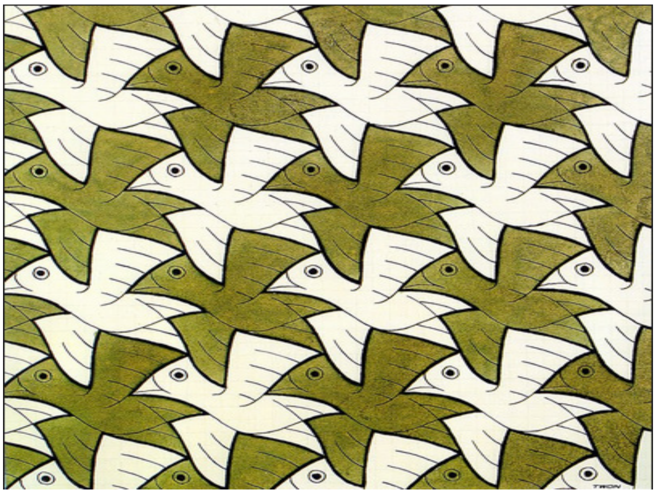
A simetria de rotação ocorre quando fazemos uma correspondência entre um ponto

A com um ponto A' mantendo as distâncias ao ponto O (no qual chamamos de centro de rotação). Esta correspondência é realizada em uma determinada quantidade de graus, e o giro pode ser em sentido horário ou anti-horário.

A noção de translação está diretamente relacionada com o conceito de vetor, que significa transportar. A translação de uma figura é o deslocamento de todos os seus pontos por segmentos paralelos, que tenham mesma distância e direção.

No que diz respeito à Geometria das Transformações, Maurits Cornelis Escher (1898-1972), foi um artista alemão que se utilizou muito as simetrias de reflexão, ,rotação e translação em suas obras. Um excelente material brasileiro produzido sobre este artista é o Mundo Mágico de Escher. A seguir reproduzimos uma imagem de um dos seus inúmeros trabalhos:

Figura 01 - Obra de Escher



Fonte: http://mandrake.mat.ufrgs.br/~mat01074/20072/grupos/mari_paula/simetria/isomerias1.htm

Nessa ilustração podemos observar a simetria por translação no momento em que as asas e bicos dos pássaros se encaixam perfeitamente na pavimentação do plano; o que traz uma beleza matemática para a obra. Fizemos menção aos trabalhos de Escher, dada à potencialidade educativa implícita em seus quadros que propicia ao professor material farto para abordar e explorar conteúdos geométricos, como as propriedades de simetria.

REVISTA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA EM FOCO

3.O CONCEITO DE TRANSFORMAÇÃO NO PLANO NOS DOCUMENTOS CURRICULARES

Aprender e ensinar Matemática no Ensino Fundamental II na perspectiva dos Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN (BRASIL, 1998) pressupõe a análise da tríade aluno-professor-saber. O professor deve desempenhar o papel de mediador entre o conhecimento matemático e o aluno, levando em conta, que tornar o saber matemático acumulado em um saber escolar exige um tratamento deste conhecimento de modo a transformá-lo em informação (BRASIL, 1998).

No bloco temático Espaço e Forma, destacamos para o 6º e 7º ano

> a importância das transformações geométricas (isometrias, homotetias), de modo que permita o desenvolvimento de habilidades de percepção espacial e como recurso para induzir de forma experimental a descoberta, por exemplo, das condições para que duas figuras sejam congruentes ou semelhantes. (BRASIL, 1998, p.51)

Em termos de conceitos e procedimentos as orientações deste documento curricular (BRASIL, 1998) contemplaram a classificação de figuras bidimensionais e tridimensionais segundo diversos critérios, entre eles, pela determinação dos eixos de simetria de um polígono. No caso dos objetos tridimensionais devemos utilizar planos de simetria. Ainda em relação às propriedades de simetria vale destacar as isometrias de reflexão, translação e rotação, além da identificação de medidas que permanecem invariantes nessas transformações (medidas dos lados, ângulos e comprimentos).

Para o oitavo e nono ano do Ensino Fundamental não observamos uma amplitude no estudo de simetria, conforme fragmento a seguir:

> Construindo figuras a partir de reflexão por translação, por rotação, de uma figura, os alunos vão percebendo que as medidas dos lados e dos ângulos, da figura dada e da figura transformada são as mesmas. As atividades de transformação são fundamentais para que o aluno desenvolva habilidades de percepção espacial e podem favorecer a construção da noção de congruência de figuras planas (isometrias). (BRASIL, 1998, p.86)

Na seção orientações didáticas para o terceiro e quarto ciclos do Ensino Fundamental, destacamos que “o estudo das transformações isométricas (transformações do plano euclidiano que conservam comprimentos, ângulos e ordem de pontos alinhados) é um excelente ponto de partida para a construção das noções de congruência” (BRASIL, 1998, p.124). Além disso, recomenda-se que o conceito seja também observado em situações cotidianas, enfatizando que em inúmeros casos temos aproximações de planos simétricos e nas respectivas representações planas tais planos reduzem a eixos de simetria.

Neste documento curricular a orientação didática para as propriedades de simetria é que as mesmas sejam exploradas em outros conceitos, estabelecendo conexões com o estudo de polígonos, semelhança e congruência de figuras.

Estas prescrições educacionais são restritas quando remetemos ao Currículo do Estado de São Paulo (SÃO PAULO, 2012) e ao Caderno do Professor, material de apoio à consolidação desse documento curricular oficial.

A partir da edição de 2014, a rede pública do estado de São Paulo por meio de sua Secretaria da Educação, começou a disponibilizar aos docentes responsáveis por turmas em cada uma das séries/anos finais do Ensino Fundamental dois volumes do Caderno do Professor, organizados em semestres. Esse material didático, em cada um dos seus volumes, contempla oito Situações de Aprendizagem. Elas contem introdução, o conteúdo que será abordado, as competências e habilidades desenvolvidas e sugestões de estratégias para se aplicar em sala de aula. Além disso, há a apresentação de sugestões de tarefas, pesquisa, leituras, exercícios de fixação e analises de resultados para serem trabalhados com os estudantes.

Os estudantes por sua vez também recebem o correspondente material do professor, o denominado Caderno do Aluno, o qual contém as atividades e conteúdos para serem abordados no decorrer do ano letivo.

No texto do Currículo do Estado de São Paulo – CESP (SÃO PAULO, 2012) há apenas uma menção sobre simetria associado à representação no plano cartesiano.

AS PRIMEIRAS IDEIAS ASSOCIADAS AO PLANO CARTESIANO PODEM – E DEVEM

– estar presentes já no Ensino Fundamental, na 5ª serie/6º ano ou na 6ª serie/7º ano,

REVISTA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA EM FOCO

ainda que por meio da localização de pontos em mapas, ou pelo estudo de simetrias, ampliações e reduções de figuras no plano coordenado (...).

No entanto, ao consultarmos o quadro de conteúdos e habilidades de Matemática dispostos por bimestre, para o Ensino Fundamental II e Médio, como anexo do CESP, notamos que o estudo do plano cartesiano diverge do conteúdo da citação do parágrafo anterior. A abordagem de plano cartesiano está prevista para o 3º bimestre da 7ª série/8º ano, estabelecendo conexões com o estudo de sistemas de equações do 1º grau. Em termos de habilidade é desejável do aluno "Compreender e usar o plano cartesiano para a representação de pares ordenados, bem como para a representação das soluções de um sistema de equações lineares" (SÃO PAULO, 2012, p.62).

As outras menções sobre o estudo das propriedades de simetria são apresentadas no quadro a seguir relacionando o momento escolar, conteúdos e habilidades em questão:

Quadro 01 – A abordagem para simetria

Série/ano	Conteúdo	Habilidade
3º bimestre do 5ª série/6º ano/	Formas geométricas planas e espaciais	Compreender a ideia de simetria, sabendo reconhece-la em construções geométricas e artísticas, bem como utiliza-la em construções geométricas elementares.
2º bimestre da 6ª série/7º ano	Geometria: ângulos, polígonos, circunferência, simetrias, construções geométricas e poliedros	Compreender e identificar simetria axial e de rotação nas figuras geométricas e nos objetos do dia a dia

Fonte: adaptado do Currículo do Estado de São Paulo (SÃO PAULO, 2012)

No conteúdo disposto nesse quadro notamos outra divergência: a habilidade requerida em construções geométricas só tem seu estudo previsto para o 2º bimestre da 6ª série/7º ano.

Em sala de aula utilizamos o segundo volume do Caderno do Professor para o 6º ano, o qual contém orientações e tarefas para a abordagem do estudo de transformações no plano, porém, divergente da habilidade prevista sobre a ideia de simetria (quadro 01). No referido material, bem como no Caderno do Aluno, há tarefas envolvendo a identificação de eixos de simetria, bem como investigações de simetria axial de figuras geométricas. Destacamos a seguinte tarefa como exemplo: "Verifique se as letras maiúsculas e de forma

REVISTA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA EM FOCO

do seu nome podem ser escritas por reflexão com o auxílio de um espelho, ou seja, informe qual (is) tem eixo de simetria" (SÃO PAULO, 2014-2017, 6º ano, v.2, p.25).

Neste volume as Situações de Aprendizagem, por um lado, envolveram propostas de tarefas com espelhos para a investigação de simetria de reflexão, como meio facilitador da compreensão de suas propriedades e representações. Por outro lado, houve propostas de tarefas utilizando materiais manipulativos, como o caso que descrevemos a seguir:

Quadro 02 – Material manipulativo

Tipo	Caracterização	Finalidade
Mosaico	Construção de mosaicos a partir de uma 'peça básica' (modelo) com critérios pré-definidos pelo professor: simetria de giro de um quarto de volta dado na 'peça básica', por exemplo.	Valor estético e artístico nas atividades de construção, bem como o desenvolvimento de habilidades de identificação e criação de padrões e regularidades.

Fonte: arquivo do pesquisador

Em relação à 'peça básica' que citamos no quadro há muitos desdobramentos que podem ser conduzidos em termos de construção de mosaicos. Um deles é a fusão de imagens em um mesmo desenho; técnica muito utilizada por Maurits Cornelis Escher em seus trabalhos "com elementos que se opõem ou complementam (dia e noite, pássaros e peixes, escuro e claro, felicidade e tristeza, etc)" (SÃO PAULO, 2014-2017, 6º ano, v.2, p.51).

Em nossa pesquisa abordamos as tarefas que citamos com os alunos, de modo a servir como conhecimento prévio para os alunos desenvolverem suas atividades conforme proposta do produto educacional (seção 6); elaborado com base no referencial teórico-metodológico exposto na seção a seguir.

4.A TEORIA DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA

A semiótica é "a ciência que tem por objeto de investigação todas as linguagens possíveis, ou seja, que tem por objetivo o exame dos modos de constituição de todo e qualquer fenômeno como fenômeno de produção de significado e sentido" (SANTAELLA, 2002, p.13). No caso da matemática, a comunicação extrapola o uso da língua materna, principalmente via registros escritos, pois nos comunicamos também por meio de gráficos,

REVISTA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA EM FOCO

tabelas, simbologias algébricas, figuras geométricas, entre outras formas, as quais são representações semióticas que exibem sistemas semióticos diferentes.

De acordo com Duval (2012b), para que um sistema semiótico possa ser um registro de representação, deve permitir três atividades cognitivas fundamentais ligadas a semiose (apreensão ou a produção de uma representação semiótica). A primeira delas é a formação de uma representação identificável como uma representação de um registro dado, como é o caso do desenho de uma figura geométrica. A segunda é o tratamento de uma representação, o qual é uma transformação interna desta representação no mesmo registro onde ela foi formada. A reconfiguração que consiste no fracionamento de uma figura inicial é um tipo de tratamento envolvendo uma das numerosas operações que gera o registro das figuras. Finalmente, a conversão é uma transformação externa ao registro da representação a converter. Duval (2012b, p. 273) exemplifica a ilustração como uma "conversão de uma representação linguística em uma representação figural".

Raymond Duval (2009) afirma que não é possível estudar os fenômenos relativos ao conhecimento sem se recorrer à noção de representação. A natureza dessa representação é semiótica e, de um modo geral, precisamos considerar a tríade: signo que é relacionado a um objeto concreto, para a especificidade matemática, o símbolo (signo) representa o objeto abstrato por meio da ação do sujeito do conhecimento (significante ou conceito).

A palavra 'abstrato' diz respeito ao fato de que o objeto matemático não é perceptível, mas seu acesso se dá por meio de representações semióticas. Com efeito, outro argumento se constrói, desta vez em relação ao binômio objeto-representação: "não se pode ter compreensão em matemática, se nós não distinguimos um objeto de sua representação" (Duval, 2009, p14). Há uma ênfase para a necessidade de não confundir os objetos matemáticos com suas representações, pois diversas representações podem estar associadas ao mesmo objeto matemático.

Se considerarmos a simetria como uma propriedade que está presente em diversas representações de objetos matemáticos, podemos representar, por exemplo, no plano cartesiano o simétrico de um ponto em relação ao eixo y. Este registro de representação

REVISTA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA EM FOCO

não tem o mesmo conteúdo que o registro semiótico via par ordenado, ou seja, (a, b) (a, -b).

A teoria dos registros de representação desenvolvida por Raymond Duval estabelece que, para um indivíduo desenvolver o funcionamento do seu pensamento na aquisição de um conhecimento matemático é necessário tanto diferenciar uma noção científica dos registros semióticos que a representam, quanto conhecer a funcionalidade desses registros. Neste contexto, ocorre no funcionamento cognitivo do pensamento humano, aquisições funcionais relativas tanto aos sistemas orgânicos, disponíveis desde o nascimento, como a audição, a visão, o tato e a memória; quanto aos sistemas semióticos, usados para se comunicar e também para organizar e tratar as informações.

Com isso, numa atividade de aquisição de conhecimento matemático, tem que ser levados em conta dois componentes: os seus próprios conteúdos, nos quais existem métodos e processos para descobrir e estabelecer resultados e, o cognitivo, que segundo Duval (2009), a identificação de uma noção matemática com seus registros de representação semióticos pode constituir-se num dos problemas centrais da aprendizagem dessa noção.

Um registro de representação semiótico de um objeto matemático pode ser um símbolo, uma figura ou a língua natural. Cada tipo de registro apresenta um conteúdo diferente estabelecido pelo sistema no qual ele foi produzido.

A apreensão das características diferentes só terá sucesso quando o indivíduo que aprende for capaz de efetuar transformações nos registros, seja na forma de tratamento (operações internas a um mesmo registro, como por exemplo, “completar uma figura segundo critérios de conexidade e de simetria” (DUVAL, 2003, p.16)) e/ou na coordenação de registros que garantam a atividade de conversão (passagem de um registro a outro, com mudança na forma pela qual determinado registro é representado).

Desse modo, quando o aluno é capaz de coordenar espontaneamente os vários registros de representação de um mesmo objeto, significa que ocorreu de fato uma aprendizagem de determinado conceito, no caso, a simetria.

A seguir dedicamos a descrever conceitos que se referem às apreensões figurais,

REVISTA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA EM FOCO

com o objetivo de subsidiar a análise da produção de informação desta pesquisa.

5.OS REGISTROS DE REPREENTAÇÃO SEMIÓTICA NA GEOMETRIA

As tarefas escolares em geometria apresentam grande originalidade em relação aos outros ramos da matemática por dois motivos: por um lado, os problemas de geometria exigem uma forma de expressão intermediária entre a língua natural e a linguagem matemática; devido a forma de raciocínio ligada à uma axiomática que se desenvolve pelo registro da língua natural. “Por outro lado, a heurística de problemas de geometria refere-se a um registro de representações espaciais que originam formas de interpretações autônomas”: apreensões perceptiva, operatória, discursiva e sequencial das figuras. (DUVAL, 2012a, p.119)

A resolução de tarefas em geometria, segundo Duval (2012a) depende da conscientização da oposição entre as formas de apreensão perceptiva, operatória e discursiva das figuras. Seja qual for a figura desenhada no contexto de uma atividade matemática, ela é objeto de duas atitudes geralmente contrárias: a apreensão perceptiva que é o reconhecimento visual imediato da forma e outra controlada, que torna possível a aprendizagem; a apreensão (interpretação) discursiva dos elementos figurais.

Uma figura segundo Duval (2011, p.91) “é identificada pelas propriedades que não vemos porque nenhum desenho as mostra em sua generalidade. Essas propriedades só podem ser aprendidas por conceitos, isto é, os termos definidos nos enunciados”. O desenho (expressão gráfica), por sua vez, é uma “configuração particular que se mostra no papel, no quadro negro ou no papel do computador”.

Os elementos figurais podem ser representações visuais tridimensionais (cubo, pirâmide, esfera, entre outros), bidimensionais (polígonos, círculos, entre outros), unidimensionais (retas, curvas, entre outras) ou adimensionais (pontos notáveis como vértice, intersecção ou extremidade). A interpretação discursiva destes elementos figurais deve ser feitas através ou em função das propriedades, ou das condições formuladas como hipóteses, tomando por base o conteúdo do enunciado. No entanto, Duval (2012a, p.123)

REVISTA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA EM FOCO

adverte uma atitude comum dos alunos diante de uma tarefa geométrica: "eles leem o enunciado, constroem a figura e, em seguida, concentram-se na figura sem retornar ao enunciado".

Esta advertência reforça o fato de que uma transformação de registro, em geometria, não envolve apenas a mudança de registro. É necessário que os tratamentos figurais e discursivos se efetuem simultaneamente e de maneira interativa, ou seja, deve haver uma coordenação entre as transformações de representações semióticas envolvendo os tratamentos realizados na língua natural e na figura.

Segundo Duval (2012a, p.123) a apreensão operatória depende das modificações que uma figura pode sofrer:

a) Mereológica: envolve a operação de reconfiguração que consiste no fracionamento de uma figura inicial que são subfiguras da figura dada;

b) Ótica: envolve a transformação de uma figura em outra considerada imagem;

c) Posicional: trata-se do deslocamento ou rotação em relação a um referencial.

No caso da apreensão mereológica, podemos citar a reconfiguração como procedimento para o cálculo das áreas de figuras planas; no caso ótico temos a homotetia como exemplo e, na apreensão posicional podemos enquadrar as transformações no plano.

A apreensão sequencial é explicitamente solicitada em atividades de construção ou em atividades de descrição, tendo por objetivo a reprodução de uma dada figura.

Em síntese, Duval (2014, p.37) afirma que o acesso aos objetos matemáticos, inclusive geométricos, "não é jamais empírico, é semiótico, o que não quer dizer teórico. Isto significa que a atividade matemática exige a utilização de *muitos sistemas de representação semióticos* e, também, a língua natural, mesmo que não sirva para calcular" (itálico do autor).

No caso da geometria estabelece-se que toda atividade geométrica requer um diálogo contínuo entre visualização (registro figural) e o discurso (registro na língua natural, dado o contexto da geometria euclidiana plana). Em termos de registro na língua natural, Duval (2012a, 2012b) interessa-nos o desenvolvimento do conceito de transformação no plano e as propriedades simétricas utilizadas nas figuras desenhadas.

6.O PERCURSO METODOLÓGICO DA PESQUISA

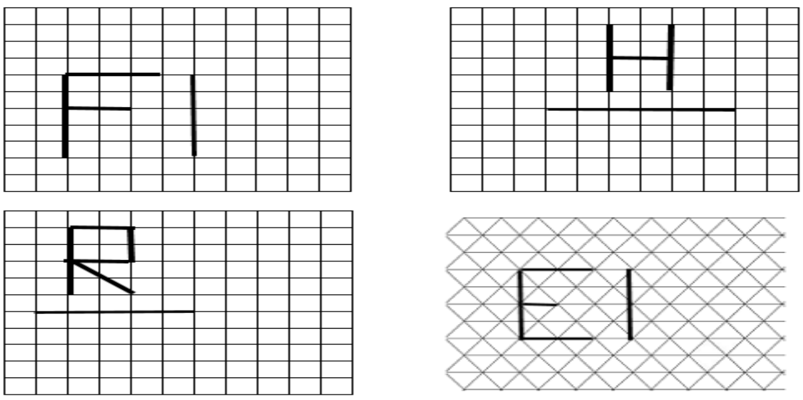
A metodologia da pesquisa foi qualitativa por envolver estudo de campo, especificamente, uma pesquisa de intervenção (NACARATO et al, 2005). A coleta de dados envolveu a produção de informações via registros escritos das atividades de 31 alunos do 6º ano do Ensino Fundamental. Tratou-se de uma pesquisa de intervenção, devido à presença da professora-pesquisadora na analise da aprendizagem dos seus alunos envolvidos com atividades matemáticas de transformações no plano.

Destacamos que na análise de dados organizamos as atividades produzidas pelos alunos, de acordo com as duplas formadas no decorrer do trabalho de campo. Preservamos a identidade dos alunos e nomeamos as duplas de D1 a D15, além do aluno D16 que optou em resolver as tarefas individualmente.

A primeira tarefa teve como objetivo verificar se os alunos compreenderam as propriedades de simetria e suas habilidades em representa-las na malha quadrangular e triangular, conforme enunciado na ‘figura 1’:

Figura 01 – Isometria por reflexão

1. Desenhe a imagem de cada figura abaixo, pela reflexão do eixo r indicado.



Descreva o processo de realização da tarefa e as características observadas.
Fonte: arquivo da pesquisadora

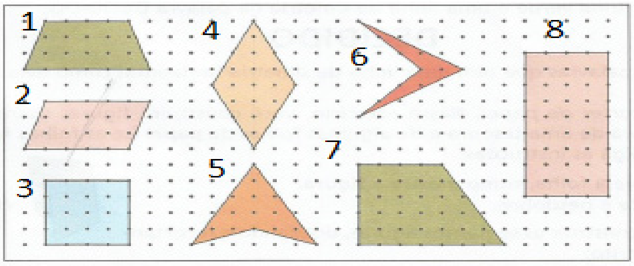
A segunda tarefa teve como objetivo identificar e traçar os eixos de simetria nos

REVISTA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA EM FOCO

quadriláteros com o possível auxílio de suas caracterizações, conforme enunciado na 'figura 2':

Figura 02 – Eixos de simetria

2. Observe os quadriláteros e responda as duas questões propostas:



a) Complete a tabela levando em conta os oito polígonos dados:

Aqueles que não têm nenhuma linha de simetria	
Aqueles que têm exatamente uma linha de simetria	
Aqueles que têm exatamente duas linhas de simetria	
Aqueles que têm exatamente três linhas de simetria	
Aqueles que têm exatamente quatro linhas de simetria	
Aqueles que têm mais de quatro linhas de simetria	

b) Observando o número de linhas de simetria e o tipo de quadrilátero, o que você pode escrever a respeito dessa relação?

c) Olhe para os quadriláteros que têm duas linhas de simetria. O que você pode dizer a respeito desses dois tipos de quadriláteros com duas linhas de simetria?

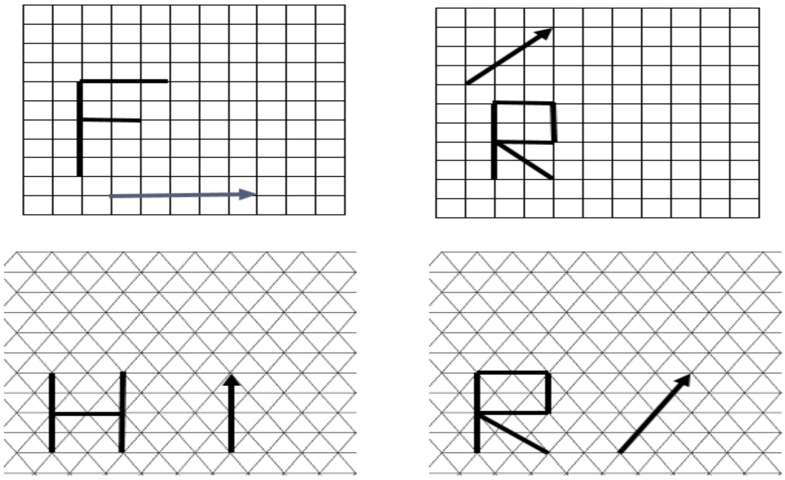
Fonte: arquivo da pesquisadora

Na terceira tarefa estamos interessados em analisar as habilidades dos alunos com a noção de vetor, conforme enunciado que segue:

REVISTA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA EM FOCO

Figura 03 – Isometria por translação

3. Desenhe as imagens das figuras pela translação de direção, sentido e amplitude indicados pela seta.

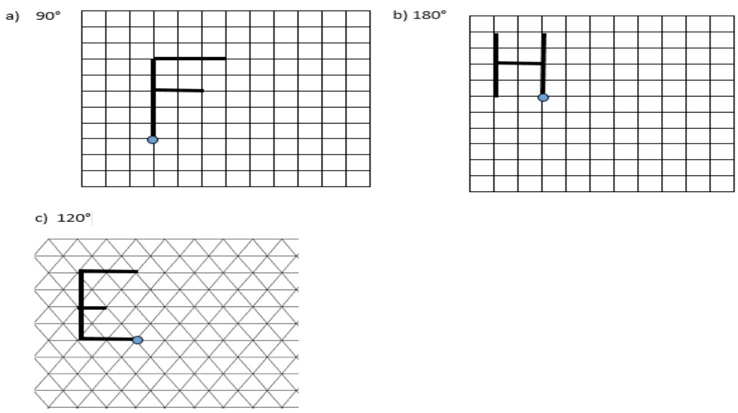


Fonte: arquivo da pesquisadora

Na tarefa 4 solicitamos o desenho da imagem simétrica tomando por base o centro de rotação e o giro em graus.

Figura 04 – Isometria por rotação

4. Desenhe as imagens das figuras pela rotação no sentido horário, de acordo com o ângulo indicado em cada uma delas:

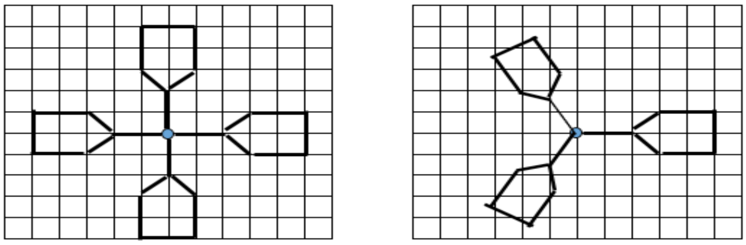


Fonte: arquivo da pesquisadora

A 'tarefa 5' também envolve a isometria por rotação, porém, a partir da informação da imagem rotacionada, solicita-se do aluno o ângulo de rotação.

Figura 05 – Isometria por rotação

5. Vamos observar as pás de um ventilador de teto. Se o ventilador possui 4 pás, qual é o ângulo de rotação que uma pá descreve até ocupar o lugar que a pá seguinte ocupava? Esse ângulo de rotação é o mesmo no caso do ventilador de 3 pás?



Fonte: arquivo da pesquisadora

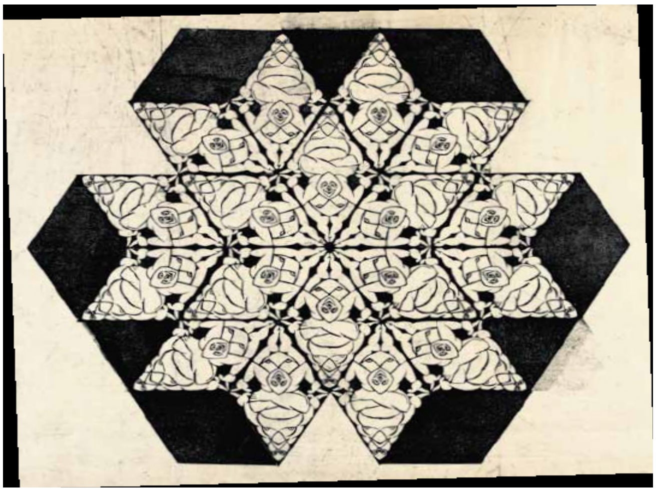
Dadas as tarefas sobre o tratamento das isometrias no plano, na sequência, abordamos a construção de mosaicos.

Para a realização das próximas tarefas, a professora-pesquisadora fez dois tipos de intervenção pedagógica. A primeira envolveu a confecção de diversas ‘peças-básicas’ em papel cartolina junto aos seus alunos, no modelo de polígonos regulares (triângulos equiláteros, quadrados, pentágonos e hexágonos), a partir de construções geométricas utilizando régua, compasso e/ou transferidor.

A segunda intervenção ocorreu na forma de aula expositiva envolvendo uma apresentação sobre mosaicos para seus alunos, a partir da exposição e caracterização de gravuras referentes às obras de Maurits Cornelis Escher. O material utilizado pela professora-pesquisadora foi o livro “O mundo mágico de Escher” (TJABBES, 2014) que contém a imagem a seguir:

REVISTA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA EM FOCO

Figura 06 - Ladrilhamento com figuras humanas



Fonte: Tjabbes (SÃO PAULO, 2014, p.92)

A ‘tarefa 6’ teve por objetivo que o aluno pudesse analisar e sistematizar a condição de existência de um mosaico, a partir da manipulação dos polígonos regulares confeccionados pelos próprios alunos sujeitos:

Quadro 03 – Condição de existência de mosaico

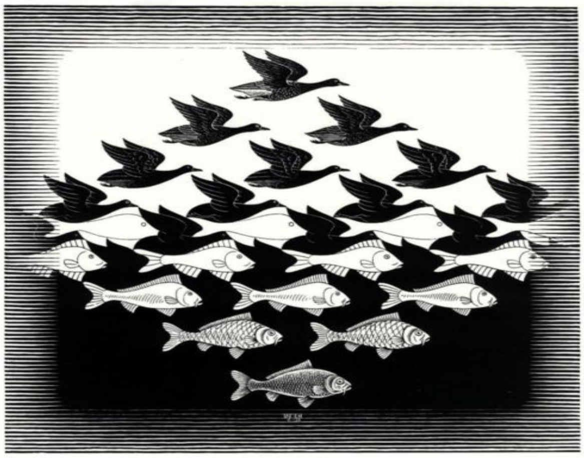
a. Dado os polígonos, com quais combinações podemos construir um mosaico sem que as figuras se sobreponham ou formem espaços vazios b. A partir da primeira tarefa, você conseguiria criar uma regra geral para saber quando é possível formar um mosaico? Se sim, qual seria?

Fonte: arquivo da pesquisadora

Após a resolução e discussão da ‘tarefa 6’, a professora-pesquisadora resgatou com seus alunos em sala de aula o processo de construção de mosaicos a partir ‘peça básica’ (modelo), técnica comum nas obras de Maurits Cornelis Escher abordada no vídeo “Escher: Sky and Water 1” (www.youtube.com/watch?v=ERAIqVfKF5o), cujo conteúdo diz respeito a imagem a seguir:

REVISTA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA EM FOCO

Figura 07 – Céu e Água

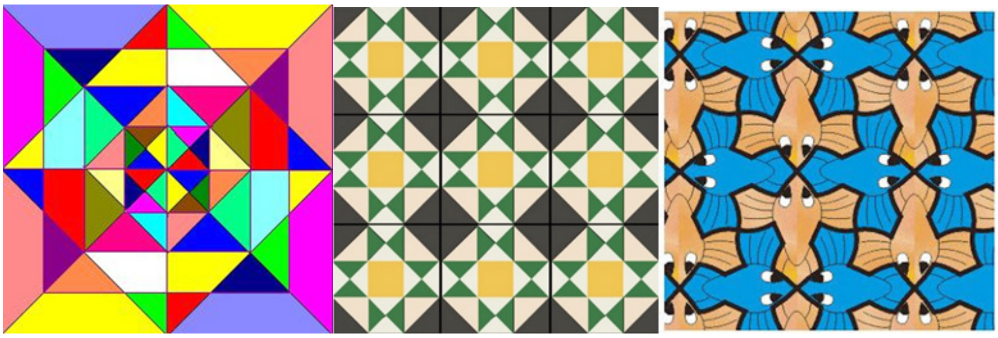


Fonte: Tjabbes (SÃO PAULO, 2014, p.102)

O conteúdo da 'tarefa 7' envolveu a apresentação de três mosaicos, cada um elaborado a partir de uma peça-básica, cujo enunciado é:

Figura 08 – Identificação das isometrias

Identifique a(s) simetria(s) existente em cada mosaico



Fonte: arquivo da pesquisadora

A nossa sequência didática encerrou com a tarefa realizada individualmente, pois a mesma mesclou criatividade com os conteúdos abordados ao longo de algumas aulas de matemática:

Quadro 04 – Produção do mosaico

Construa um mosaico utilizando polígonos regulares e, pelo menos, uma isometria no plano

Fonte: arquivo da pesquisadora

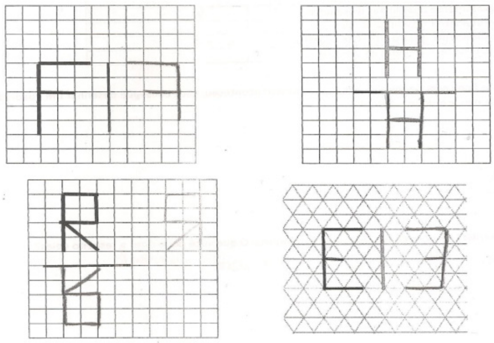
REVISTA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA EM FOCO

Na sequência apresentamos a análise dos registros escritos dos alunos nas atividades do produto educacional proposto e uma descrição do desempenho dos estudantes. Por questão de extensão do texto, disponibilizamos apenas um mosaico para que o leitor possa apreciar possíveis conexões com os assuntos abordados nas transformações do plano.

7. ANÁLISE DA PRODUÇÃO ESCRITA DOS ALUNOS

Na primeira tarefa a qual envolveu o desenho de cada imagem, pela reflexão na reta r, os alunos não apresentaram dificuldades quanto ao tratamento do registro semiótico figural. Vinte e sete alunos completaram corretamente a primeira parte da tarefa desenhando a nova letra isométrica à original, mantendo invariante a forma e os comprimentos de cada parte que compôs a figura. Apenas duas duplas não tiveram êxito na apreensão operatória aplicada no deslocamento de todas as letras, uma delas a dupla D8, conforme conteúdo a seguir:

Figura 09 – Propriedade de simetria de reflexão aplicada às letras



Fonte: arquivo da pesquisadora

No conteúdo da 'figura 09' a dupla não manteve a invariância de um segmento de reta que compôs a letra F obtida na reflexão. Em relação às letras H e R, o erro na invariância ocorreu pela ausência da mesma distância das letras em relação ao eixo de simetria.

No que diz respeito à segunda parte da 'tarefa 1' que solicitava descrever o processo de realização da tarefa e as características observadas, em termos de semiótica, proporcionamos ao aluno a conversão do registro figural (desenho da nova letra por reflexão) para o registro da língua natural (exposição do raciocínio na atividade realizada). Na leitura dos registros escritos dos alunos a professora-pesquisadora de, um modo geral,

REVISTA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA EM FOCO

concluiu que a maioria deles associou a representação da nova letra isométrica à original considerando o eixo de simetria como um espelho, explicando que a imagem estava sendo refletida por meio da reta r.

Os registros das duplas D1, D3 e D6 são representativos desta linha de raciocínio. A dupla D1 escreveu: *basta imaginar um espelho, porque são figuras refletidas.* A dupla D3 empregou o recurso de dobrar a folha a partir do eixo de simetria para observar que o resultado (nova letra) seria a reflexão da letra original, .

Já a dupla D6 utilizou o celular com a finalidade de conseguir a reflexão por espelhamento, conforme relato deles: *refletiu para conseguirmos desenhar o desenho refletido.*

Os relatos escritos das duplas D1, D3 e D6 têm em comum, duas atitudes geralmente contrárias (apreensão perceptiva e discursiva) que se complementam na heurística da resolução da tarefa. De acordo com Duval (2012a), a apreensão perceptiva que nestes casos foi o reconhecimento visual imediato da letra refletida, obtida com a manipulação de um objeto (ação de dobrar a folha ou o uso do celular) ou com o auxílio da representação mental (*basta imaginar um espelho*). A outra apreensão que é controlada, no caso a discursiva, torna possível a aprendizagem pela interpretação discursiva dos elementos figurais. Os elementos figurais nessa tarefa dizem respeito aos invariantes de comprimentos e forma da figura. Porém, ao designarmos na figura original um determinado sentido ele aparece invertido na figura final.

Na segunda tarefa apresentamos a ‘tabela 1’ que contém o número de linhas de simetria em cada um dos quadriláteros e o desempenho dos 31 alunos para a primeira parte da tarefa.

Tabela 01 – Desempenho no ‘item a’ na segunda tarefa.

Quadrilátero	Linhas de simetria	Certo	Errado
1 - trapézio isósceles	1	20	11
2 – paralelogramo	0	17	14
3 – quadrado	4	23	8
4 – losango	2	19	12
5 - não-convexo	1	31	0

6 - não-convexo	1	31	0
7 - trapézio retângulo	0	31	0
8 – retângulo	2	16	15

Fonte: arquivo da pesquisadora

O número de acertos superou o número de erros em todos os quadriláteros, porém, os menores desempenhos ocorreram com a quantidade de linhas de simetria no paralelogramo e no retângulo. Uma parte significativa dos erros foi devido a inclusão das diagonais do quadrilátero como linha de simetria que em casos como o quadrado, as diagonais e o eixo de simetria desempenham o mesmo papel que é a formação de dois semi-planos congruentes.

No momento da correção com os alunos a professora-pesquisadora questionou o porquê de considerar a diagonal como linha de simetria e basicamente a justificativa foi *que a diagonal forma dois semi-planos parecidos*. Em termos semióticos a atividade dos alunos envolveu a apreensão operatória mereológica que consiste no fracionamento de uma figura inicial (quadrilátero) em dois semi-planos congruentes que, pelo vocabulário dos alunos, utilizaram o termo *parecidos.* Essa forma de fracionamento como consequência da isometria por reflexão em torno do eixo não é equivalente para todo polígono, se pensarmos na diagonal ao invés do eixo de simetria.

Este fato foi explorado pela professora-pesquisadora na correção coletiva do ‘item a’ da segunda tarefa. A autora recorreu ao procedimento criado pela dupla D3 na primeira tarefa (dobrar a folha de papel a partir do eixo de simetria para observar a propriedade de simetria por reflexão) e solicitou que os alunos aplicassem este procedimento com as diagonais de vários polígonos. Esta ação manipulativa permitiu aos alunos a apreensão perceptiva que envolve o reconhecimento visual que, por exemplo, no ‘quadrilátero 1’ (trapézio isósceles), as duas diagonais não desempenham o mesmo papel que a linha de simetria, ou seja, não geram dois semi-planos congruentes (apreensão operatória mereológica).

Este procedimento manipulativo atrelado ao registro escrito das observações dos alunos mostra-nos que de acordo com Duval (2011), a resolução de tarefas em geometria depende da conscientização da oposição entre as formas de apreensão perceptiva (identificação das diagonais e eixo de simetria dos quadriláteros), operatória (fracionamento do polígono em dois semi-planos congruentes) e discursiva (propriedade da simetria por reflexão) das figuras.

No ‘item b’ (Olhe para os quadriláteros que têm quatro linhas de simetria. O que você pode dizer a respeito deles?) apenas a dupla D2 escreveu que o polígono quadrado possuía lados e ângulos com mesmas medidas, porém não associaram que tais características permite definir o polígono como regular. Seis alunos apenas mencionaram que os ângulos são congruentes e os demais alunos escreveram que tratava-se de um polígono convexo ou um polígono com quatros lados. Porém, tais características são insuficientes para identifica-lo dentre os oito polígonos dispostos na segunda tarefa.

No momento da correção, a professora-pesquisadora indagou qual era o polígono com quatros eixos de simetria. Os alunos identificaram o quadrado, pois conheciam este quadrilátero. Foram instigados a expor as diferenças do quadrado em relação aos demais quadriláteros contidos na referida tarefa.

Duval (2012a) salienta que a interpretação discursiva dos elementos figurais, no caso, os diversos quadriláteros, deve ser feita através ou em função das suas propriedades. Os alunos tiveram dificuldades em caracterizar o quadrado, bem como os demais quadriláteros e comparar suas diferenças, pois estavam tomando por base o número de eixos de simetria existentes.

Nesse momento foi importante a intervenção da professora-pesquisadora alertando que quando determinamos os eixos de simetria por reflexão, estamos obtendo semi-planos congruentes. Com base nisso, os alunos recorreram à apreensão perceptiva de cada quadrilátero, ou seja, o reconhecimento visual imediato (figura 02) de cada forma com foco no tamanho dos lados e medidas dos ângulos. Essa ação permitiu a conversão do registro figural para aquele de língua natural, cujo conteúdo foi a exposição da caracterização de cada polígono, inclusive, os regulares, convexos e não-convexos.

Após essa intervenção, a professora-pesquisadora convidou os alunos a reverem o conteúdo da resposta para o 'item c' (olhe para os quadriláteros que têm duas linhas de simetria. O que você pode dizer a respeito desses dois tipos de quadriláteros com duas linhas de simetria?), antes de fazer a correção coletivamente.

Os alunos perceberam a necessidade da revisão do registro escrito para o 'item c', pois estavam lidando com dois quadriláteros (losango e retângulo) que possuem as seguintes características comuns: dois eixos de simetria e lados paralelos entre si. Tais características para alguns alunos eram suficientes para não explorar as diferenças entre tais polígonos.

De acordo com Duval (2014) toda atividade geométrica requer um diálogo contínuo entre visualização (registro figural) e o discurso (registro na língua natural) que nesse caso está envolvendo a caracterização dos polígonos. Este diálogo contínuo se constrói nos dois sentidos, do desenho para o registro escrito e vice-versa.

As intervenções motivadas pela professora-pesquisadora solicitando aos alunos uma auto-avaliação do que estão desenvolvendo em termos de atividade geométrica cumpre o pressuposto básico de Duval (2003) ao defender que a aprendizagem inicia-se quando o aluno é capaz de mobilizar e coordenar simultaneamente dois registros de representação semióticos distintos.

Na terceira e quarta tarefa cujo enunciado envolveu as transformações no plano por translação e rotação, respectivamente, algumas dificuldades foram comuns o que demandou intervenções da professora-pesquisadora no ato da correção coletiva de cada uma delas:

o menor desempenho dos alunos ocorreu no desenho da letra isométrica à original na malha triangular;

a maior dificuldade foi o registro escrito das propriedades da isometria.

Em relação à terceira tarefa (Desenhe as imagens das figuras pela translação de direção, sentido e amplitude indicados pela seta), no tratamento do desenho das letras isométricas à original, apenas as duplas D7 e D13 tiveram dificuldades na realização da tarefa pelos erros nas características de direção e sentido das letras transladadas.

Quanto ao registro escrito das características relacionadas à translação, todos os

REVISTA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA EM FOCO

alunos descreveram *que contaram os quadrados e triângulos nas malhas, na direção que a seta indicava.* Apenas dez alunos complementaram em seus registros escritos as características de sentido e manutenção no formato das letras transladadas.

Na ‘tarefa 4’ (Desenhe as imagens das figuras pela rotação no sentido horário, de acordo com o ângulo indicado) o seu conteúdo envolveu a apreensão operatória posicional a partir de um centro de rotação. De acordo com o centro de rotação, o ângulo para a realização do giro e o tipo de malha (quadriculada ou triangular), houve uma variabilidade no desempenho dos alunos.

No ‘item a’ todos os alunos conseguiram realizar a atividade sem erro. No ‘item b’, a maioria dos estudantes fez de forma correta a rotação da figura, mas oito alunos apesar de ter utilizado corretamente o ângulo de rotação (180^0), a letra H isométrica à original foi feita usando a propriedade de reflexão, o que alterou o centro de rotação.

Em relação às duplas que tiveram êxito no ‘item b’ destacamos a atividade matemática da dupla D16 por ter utilizado uma borracha escolar como material de apoio para consolidar o tratamento do registro figural. Para esses dois alunos a borracha fez o papel da letra H, simularam o movimento de rotação sob o ângulo de 180^0 e posicionaram o material na posição da letra H isométrica à original. Feito o procedimento, desenharam no lugar da borracha a referida letra, finalizando o tratamento do registro figural. Outros alunos também utilizaram este recurso para obter êxito na atividade.

No ‘item c’, vinte alunos desenharam corretamente a letra E isométrica à original. Nove alunos mediram corretamente o ângulo de rotação, porém, quatro deles trocaram o centro de rotação. Um aluno se confundiu na hora de desenhar na malha triangular, e apenas uma dupla não conseguiu identificar o ângulo.

A ‘tarefa 5’ também envolveu a isometria por rotação, porém exigiu dos alunos, de imediato, a apreensão perceptiva no reconhecimento da mudança da pá pela rotação de uma posição. Com o auxílio e manuseio do transferidor, houve a possibilidade de calcular de rotação de uma pá para outra em cada um dos ventiladores.

Não houve erros por parte dos alunos e no momento da correção coletiva, surgiu a seguinte proposição: *quanto menor o número de pás maior o ângulo de rotação*.

Encerramos a apresentação da análise dos registros escritos dos alunos em tarefas envolvendo as transformações no plano. Na sequência temos três tarefas elaboradas com o propósito de estabelecer conexões entre conteúdos, de modo que o aluno seja capaz de enunciar a condição de existência do mosaico (tarefa 6), assim como associar polígonos regulares, transformações no plano e criatividade na produção do seu próprio mosaico (tarefa 8).

A manipulação de diversos polígonos regulares construídos pelos alunos teve o propósito inicial de analisar com quais combinações podemos construir um mosaico sem que as figuras se sobreponham ou formem espaços vazios?

Os alunos realizaram esta tarefa sem grande dificuldade, descobrindo que o triangulo equilátero, o quadrado e o hexágono se encaixavam perfeitamente enquanto o pentágono não. Porém, poucos alunos ousaram misturar os diversos tipos de polígonos regulares, mais precisamente, três duplas. Duas delas não conseguiram justapor os polígonos escolhidos, enquanto a dupla D2 juntou dois triângulos equiláteros com dois hexágonos, cumprindo o objetivo da tarefa.

A segunda parte da tarefa de cunho teórico, diz respeito à condição de existência do mosaico. Apenas três duplas conseguiram perceber que dado um vértice, os polígonos justapostos devem formar 360º em torno do referencial adotado.

A professora-pesquisadora instigou a atividade lúdica de ir justapondo polígonos como forma de discussão coletiva para que todos os alunos pudessem ver quais combinações propiciavam ou não a formação necessária para a construção de mosaicos. A dificuldade maior dos alunos foi na manipulação dos pentágonos, porém, com a ajuda da autora puderem verificar que a justaposição de três pentágonos a soma dos ângulos em torno de um vértice comum era inferior a 360º e com quatro pentágonos, a referida soma era superior a 360º.

No caso da geometria, Duval (2014) estabelece do ponto de vista da semiótica que toda atividade geométrica requer um diálogo contínuo entre visualização (registro figural) e o discurso (registro na língua natural), no entanto, salientamos a importância do uso do material manipulável considerado um material didático quando o objetivo principal no seu uso é promover a aprendizagem. Em diversos momentos de nossa sequência didática como no caso do desenvolvimento da sexta tarefa, o uso do material manipulativo como meio de representar figuras geométricas propiciou o registro figural desta ação conversão e coordenação com o registro da língua natural, suscitou a aprendizagem requerida.

Planejamos a sétima tarefa apresentando três mosaicos para que os alunos com ou sem o auxílio da identificação dos eixos de simetria pudessem identificar uma ou mais transformações no plano. Para o aluno ter êxito era necessário obter em cada mosaico a interpretação da peça-básica responsável por cada construção e, por meio da apreensão operatória posicional determinar as referidas transformações.

A seguir apresentamos o desempenho dos alunos na referida tarefa, levando em conta a ausência de três alunos:

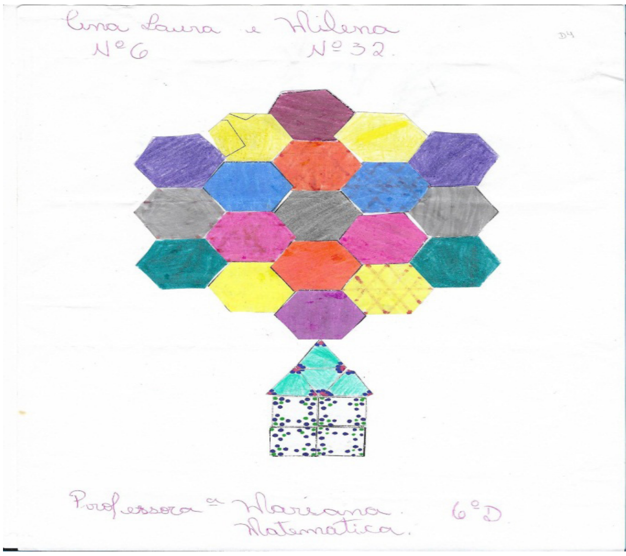
Tabela 02 – Desempenho na sétima tarefa.

Mosaico	Isometria	Desempenho
1º	Rotação (180º)	Todos identificaram corretamente
2º	Reflexão, translação e rotação (90º)	14 alunos identificaram uma isometria, 12 identificaram duas isometrias e 2 alunos identificaram três isometrias.
3º	Reflexão, translação e rotação (180º)	16 alunos identificaram uma isometria, 4 identificaram duas isometrias e 8 alunos identificaram três isometrias
	Total	**26**

Fonte: arquivo da pesquisadora

Na oitava e última tarefa contamos com a produção dos mosaicos individualmente, cuja construção levou em conta polígonos regulares, transformação no plano e a criatividade. Por questão da extensão do texto, apresentamos um mosaico inspirado no filme Up-Altas Aventuras cuja exibição nos cinemas brasileiros ocorreu em 2010.

Figura 10 – Mosaico formado por hexágonos, triângulos e quadrados



Fonte: arquivo da professora

A escolha deste mosaico se deu pela sensibilidade de crianças na faixa etária de 11 anos que tiveram a percepção de associar o que foi trabalhado em aula com uma atração cinematográfica, um exemplo genuíno entre geometria e arte.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Em relação às contribuições das nossas tarefas para o ensino de transformações no plano buscamos ampliar a habilidade de compreender a ideia de simetria proposta para o 3º bimestre do 6º ano, no Currículo do Estado de São Paulo (SÃO PAULO, 2012). Para isto, recorremos após Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998) para compor para o planejamento e abordagem das tarefas apresentadas em sala de aula e suas implicações.

Em termos de transformações no plano abordamos a reflexão, rotação e translação para que o aluno na comparação de suas propriedades fosse capaz de apreender as invariâncias de além da identificação de medidas que permanecem invariantes nessas transformações (medidas dos lados, ângulos e comprimentos).

Para a compreensão das invariâncias inserimos em nossas aulas a utilização da régua e transferidor como instrumentos de medidas no auxílio da compreensão de invariância.

Ampliamos o repertório dos polígonos e suas características para além daquilo que

REVISTA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA EM FOCO

os alunos tinham como saberes prévios (triângulo, quadrado e retângulo). A classificação dos mesmos seguiu o critério da determinação dos eixos de simetria e das diagonais, bem como a discussão sobre as propriedades de diagonal e simetria.

A abordagem das propriedades de simetria em conexão com o estudo de polígonos regulares, construções geométricas, padrões e regularidades utilizados por Escher em suas obras forma subsídios importantes para o estímulo da criatividade dos alunos na produção de seus mosaicos.

Em relação às contribuições das nossas tarefas para a aprendizagem de transformações no plano recorremos às contribuições da psicologia cognitiva por meio da teoria dos registros de representação semiótica.

O acesso ao objeto geométrico, em termos de aprendizagem, se fez pela mobilização e coordenação de pelo menos dois registros de representação semiótica distintos, no caso, das atividades desenvolvidas pelos alunos, a conversão entre o registro figural e o registro de língua natural.

Os saberes apreendidos quando externalizados por meio de ações mentais se faz na forma de representações. No entanto, a apreensão perceptiva das formas geométricas na produção do registro figural, por vezes, não foi imediata aos nossos alunos. Como forma de contribuir nesse processo de aprendizagem utilizamos materiais manipulativos para potencializar a geração de figuras geométricas, úteis para a composição do registro figural.

A conversão do registro figural para o registro de língua natural vai além de uma mudança de registro, pois estamos tratando da linguagem matemática na elaboração da escrita. Nesse sentido, valorizamos a diversidade de tarefas propostas, a variabilidade de materiais didáticos disponíveis aos alunos e as intervenções da professora-pesquisadora como fatores potenciais na construção de um vocabulário geométrico adequado para a aquisição e escrita da linguagem matemática.

No decorrer da análise dos registros escritos dos alunos a maior dificuldade dos alunos foi em relação ao processo de escrita, o qual necessita ser cada vez mais explorado nas aulas de matemática, pois o papel da língua materna não é o mesmo da linguagem

REVISTA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA EM FOCO

matemática por conta de suas especificidades e de vocabulário próprio. Neste sentido, o contínuo papel de intervenção do professor na leitura e escrita matemática contribui para a aprendizagem dos seus alunos.

REFERÊNCIAS

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática – Ensino Fundamental II. Brasília: MEC/SEF, 1998. 148p.

DUVAL, R. Registros de Representações Semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática. In: MACHADO, S.D.A. (Org.) Aprendizagem em matemática: Registros de representações semióticas. Campinas: Papirus, 2003, p. 11-34.

DUVAL, R. Semiósis e pensamento humano: registro semiótico e aprendizagens intelectuais (Sémiosis et Pensée Humaine: Registres Sémiotiques et Apprentissages Intellectuels). Tradução de Lênio Fernandes Levy e Marisa Rosâni Abreu da Silveira. São Paulo: Editora Livraria da Física, fascículo I, 2009.

DUVAL, R. Ver e ensinar a matemática de outra forma: entrar no modo matemático de pensar os registros de representações semióticas. Organização Tânia M.M. Campos. Tradução de Marlene Alves Dias. São Paulo: PROEM, 2011

DUVAL, R. Abordagem cognitiva de problemas de geometria em termos de congruência. Tradução de Méricles Thadeu Moretti. Revemat, Florianópolis, v.7, n.1, p.118-138, 2012a.

DUVAL, R. Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento. Tradução de Méricles Thadeu Moretti. Revemat, Florianópolis, v.7, n.2, p.266-297, 2012b.

DUVAL, R. Rupturas e omissões entre manipular, ver, dizer e escrever: história de uma sequência de atividades em geometria. In: BRANDT, Celia Finck; MORETTI, Méricles Thadeu (orgs). As contribuições da teoria das representações semióticas para o ensino e pesquisa na educação matemática. Ijuí: Editora Unijuí, 2014, p. 15-38.

FABRICIO, M. C. A configuração de polígonos regulares e simetria para a construção de mosaicos no 6º ano do Ensino Fundamental. 2016. 109f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional). Sorocaba: Universidade Federal de São Carlos, 2016.

KUBO, O. M.; BOTOMÉ, S. P. Ensino-aprendizagem: uma interação entre dois processos comportamentais. Interação em Psicologia, Curitiba, v.5, 19p, 2001.

NACARATO, A. M. et al. Modalidades de pesquisas em educação matemática: um mapeamento de estudos qualitativos do GT-19 da Anped. In: REUNIÃO ANUAL DA ASSOCIAÇÃO NACIONAL DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA EM EDUCAÇÃO, 28., 2005, Caxambu. Anais... 19p. Caxambu, 2005.

NASSER, L.; SOUSA, G. A. de ; PEREIRA, J. A.. Explorando a geometria do ensino fundamental por meio de reflexões, translações e rotações. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 8., 2004, Recife. Anais... 19p. Recife: UFPE, 2004.

REZENDE, E. Q. F.; QUEIROZ, M. L. B. de. Geometria euclidiana plana e construções geométricas. Campinas: Editora da Unicamp, 2000.

SANTAELLA, L. O que é semiótica. São Paulo: Brasiliense, 2002.

SÃO PAULO. Secretaria da Educação. Currículo do Estado de São Paulo: Matemática e suas tecnologias – Ensino Fundamental (Ciclo II) e Ensino Médio. Coordenação de área: Nilson José Machado. 1ª ed. atual. São Paulo, SEE, 2012. 72p.

SÃO PAULO. Secretaria da Educação. Caderno do Professor: 6º ano do Ensino Fundamental, Matemática. São Paulo: SEE, 2014-2017, v.2.

TJABBES, P. (org). O mundo mágico de Escher. São Paulo: Artunlimited, 2014.