

Una introducción a la ecuación de la recta en contexto de pandemia utilizando GeoGebra

Viviana Aharonian

Alejo Colombo

CICATA, IPN, Ciudad de México, México

Resumen: *Este trabajo propone una actividad didáctica para introducir al estudio de la ecuación de la recta. La actividad es una adecuación de un formato tradicional a uno en línea obligado por la pandemia. En el documento se describen las elecciones tomadas para esta modificación. Se encontró que GeoGebra permitió a la mayoría de los estudiantes comprender la relación entre los parámetros de la ecuación de la recta y su representación gráfica.*

Palabras clave: *Actividad de Aula, Constructos, GeoGebra, Virtualidad.*

An introduction of the equation of the line in a pandemic context using GeoGebra

Abstract: *This article proposes a didactic activity to introduce the study of the equation of the line. The activity is an adaptation of a traditional format to the online one forced by the pandemic. The document describes the choices made for this modification. It was found that GeoGebra allowed most of the students to understand the relationship between the parameters of the equation of the line and its graphical representation.*

Keywords: *Classroom Activity, Constructs, GeoGebra, Virtuality*

1. INTRODUCCIÓN

En este artículo se propone una actividad en la que se introduce la ecuación de la recta a estudiantes que no tienen conocimiento previo. La actividad estaba pensada para trabajar en el aula, pero con el pasaje abrupto a la virtualidad debido a la pandemia nos vimos obligados a adaptarla a las circunstancias. Esto implicó una forma de trabajo con los grupos de forma virtual y se decidió que la manera más eficiente en este contexto era usando

GeoGebra. Como consecuencia, realizamos un análisis crítico de la propuesta utilizando los constructos planteados por Zbiek et al. (2007).

Esta secuencia didáctica está pensada para ser trabajada con estudiantes de tercer año de Ciclo Básico (14-15 años) en tres actividades principales; es una introducción al tema de la ecuación de la recta y está basada en la utilización de GeoGebra.

En un comienzo, previo a la pandemia, este tema se podía trabajar con papel y lápiz sin problema alguno en nuestra institución. Al pasar a trabajar esta actividad en la virtualidad obligados por la pandemia, se tuvieron que implementar herramientas tecnológicas en la clase de matemáticas, una de ellas fue GeoGebra, esta elección mostró ventajas y desventajas. Una de las ventajas evidentes es relativa a la rapidez para realizar construcciones. Esto agiliza mucho el trabajo y permite darle fluidez a la hora de compartir las propuestas (compartiendo pantalla, por nombrar un ejemplo). Hubiese sido más laborioso que realizaran las actividades en papel y lápiz para luego sacarle foto y compartirlas.

Acercar a los estudiantes a trabajar con GeoGebra es importante ya que es un programa sumamente potente que se puede utilizar en cursos más avanzados para trabajar con distintos conceptos. Las herramientas que ofrece el programa son muy versátiles, lo que da fluidez a la hora de trabajar distintos temas (Arribas y Galán, 2020; Teófilo de Sousa y otros, 2022).

La desventaja que advertimos fue que se depende de las facilidades materiales que dispongan los estudiantes. Por ejemplo, si los estudiantes sólo disponen de un celular para trabajar no sería lo mejor para visualizar la pantalla y compartir lo trabajado; en la actividad se trabaja con varias pestañas y se necesitaría un celular con una pantalla de por lo menos seis pulgadas de diagonal.

Finalmente, analizamos la actividad a partir de distintos constructos planteados por Zbiek *et al.* (2007) estos son: génesis instrumental, fidelidad cognitiva, fluidez representacional y caja blanca/caja negra. Estos conceptos nos brindan una herramienta de análisis que nos permite mirar críticamente nuestro trabajo a partir de distintos puntos de análisis.

1.1. Objetivo

Que los estudiantes reconozcan la ecuación de la recta y sus propiedades.

1.2. Objetivos particulares

Que los estudiantes puedan encontrar puntos cuyas coordenadas verifiquen la ecuación de la recta a partir de la representación gráfica.

Que los estudiantes grafiquen ecuaciones de rectas con GeoGebra para aprender a utilizar la herramienta.

1.3. Desarrollo

Antes de comenzar la actividad se crearon salas dentro de la sesión para formar equipos de cuatro estudiantes. La actividad estuvo disponible en Crea que es la plataforma que se utiliza habitualmente en Uruguay, para subir e intercambiar material y realizar los encuentros virtuales por Conference. La actividad también se puede realizar utilizando otras plataformas como Google Meet o Zoom, por ejemplo.

La actividad está conformada por tres actividades. Luego de realizar que cada subactividad, se reunió todo el grupo para intercambiar los resultados que cada equipo obtuvo para discutirlos. Se prioriza que los propios estudiantes sean los que validen los resultados y que no sea el docente quien realice dicha tarea. Para esto, se formulan preguntas buscando la participación de los estudiantes.

2. ACTIVIDAD 1

Dada la ecuación $x+2y = -4$

- a) ¿Cuántas incógnitas tiene la ecuación?
- b) ¿Si $x = 2$ e $y = -3$, se verifica la igualdad?
- c) ¿Hay más valores de x e y que verifiquen la ecuación? ¿Puedes encontrar tres pares más que verifiquen la ecuación?
- d) Y si $x = 3$ e $y = -2$, ¿se verifica la ecuación? ¿Puedes encontrar tres pares que no verifiquen la ecuación?

En esta actividad 1 se fomenta que los estudiantes empiecen a trabajar con la búsqueda de soluciones de la ecuación elegida. Reconocer que hay dos incógnitas puede parecer una tarea fácil, pero la experiencia con alumnos de estas edades nos ha mostrado que el trabajar con las dos incógnitas de manera simultánea puede generar dificultades en algunos de ellos.

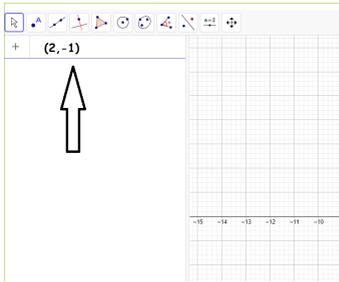
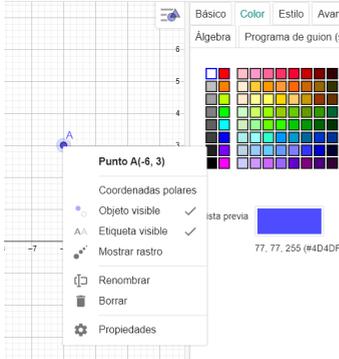
Por lo anterior, en la parte b les preguntamos a los estudiantes utilizando valores concretos para que reconozcan una solución. Luego, en la siguiente parte buscamos que los estudiantes exploren distintas soluciones con el objetivo de que encuentren alguna estrategia para lograr pares que verifiquen la ecuación. En la parte d se pretende que los alumnos se den cuenta que hay valores que no verifican.

Es importante recordar que la clase es virtual, por lo que los estudiantes están cada uno en su casa, pero que de todas formas están trabajando en grupos en un espacio privado en el que pueden intercambiar verbalmente. Esto significa que pueden “probar” cada uno a su manera y luego chequear los resultados debido a que es un trabajo en equipo.

En la puesta en común esperamos que los estudiantes den sus resultados y que además cuenten si utilizaron alguna estrategia para encontrar soluciones. Es posible que algunos simplemente sustituyeron ambas incógnitas y encontraron fácilmente distintas soluciones, pero también es posible que hayan sustituido una incógnita y despejado la segunda. No está de más aclarar que cualquiera de las estrategias es válida para trabajar.

Posteriormente se trabaja la actividad 2. En ella volveremos a plantear un trabajo en equipos, donde presentamos la actividad. En esta oportunidad se busca que los estudiantes se familiaricen con GeoGebra y al mismo tiempo puedan desarrollar las tareas de ésta. Para ello en la actividad incluimos una columna que explica cómo utilizar el programa.

3. ACTIVIDAD 2

Actividades	Método
<p>1. Utilizando GeoGebra, representa los pares encontrados en la actividad 1, en un sistema de ejes coordenados.</p>	<p>Abre GeoGebra y coloca en la entrada los valores obtenidos como muestra la imagen adjunta.</p> 
<p>2. Pinta de verde los puntos cuyas coordenadas verifican la ecuación, y de rojo los puntos cuyas coordenadas no verifican la ecuación.</p>	<p>Haz clic en el botón secundario sobre el punto que desees para abrir el menú de propiedades y busca la opción de color.</p> 
<p>3. ¿Qué observas? Formula alguna conjetura:</p> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/>	

<p>4. Explora las herramientas que dispone el programa GeoGebra para justificar tus observaciones.</p>	<p>Puedes buscar las distintas opciones haciendo clic derecho en las herramientas arriba de la ventana de GeoGebra</p> 
<p>5. ¿Pueden realizar alguna conclusión?</p> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/>	

Luego de que los estudiantes trabajen en sus respectivos subgrupos se realiza una puesta en común. Es importante que sean los estudiantes los que comparten pantalla para mostrar sus resultados a los compañeros.

Esperamos que los estudiantes digan que los puntos verdes están alineados, y que por lo tanto pertenecen a una recta. La idea es que los estudiantes utilicen las herramientas que ofrece el programa GeoGebra para justificar sus conclusiones.

4. ACTIVIDAD 3

- a) Utilizando las herramientas de GeoGebra, informa una ecuación de una recta que admita como solución el par $(-1;8)$
- b) La que encuentre, ¿es la única posible?, ¿puedes informar otra distinta?

En una puesta en común, se comparte pantalla y se escriben las ecuaciones que proponen los estudiantes. La idea es tener varias ecuaciones que cumplan con la condición pedida. Aquí se discute en entre todos por qué pueden encontrar más de una solución y si hay alguna estrategia para generarlas. La discusión planteada tiene el propósito de que los estudiantes fundamenten con sus palabras lo que descubrieron, y en segundo término que nos den evidencia a nosotros como docentes para sondear si se ha adquirido el conocimiento.

5. ANÁLISIS DE ALGUNOS CONSTRUCTOS IDENTIFICADOS EN LA SECUENCIA

Entendemos importante pensar la actividad con base en los constructos debido a que estos nos permiten una forma de analizar las características matemáticas de la herramienta y la relación que el estudiante tiene con ella. Los constructos, según Zbiek et al. (2007) son “conceptos que tienen poder explicativo sobre la tecnología, y el aprendizaje y enseñanza de la matemática” (p. 1172). Hemos considerado algunos, que permiten explicar la selección de las actividades presentadas anteriormente.

Entendemos fundamental tener en cuenta que las herramientas que utilizamos en clase de matemática condicionan las estructuras matemáticas en los estudiantes. Es por esto que analizar críticamente su funcionamiento, en cuanto a su coherencia matemática, pero también en cuanto a los procesos matemáticos que realizan los estudiantes utilizando la herramienta para entrar en contacto con el conocimiento matemático.

Dado que en la matemática no se trabaja con objetos, sino con representaciones de los objetos, nos planteamos el rol fundamental del constructo de génesis instrumental para analizar el potencial semiótico de la herramienta tecnológica, para el diseño de las tareas y para la interpretación de las acciones de los estudiantes. Esto se debe a que la evolución de los significados está relacionada con la realización de las tareas y por tanto con los esquemas mentales construidos en relación con la herramienta.

Otro constructo relevante a analizar es la fidelidad cognitiva (Zbiek et al., 2007). Esto refiere a la capacidad de la herramienta, a través de las acciones realizadas, para mostrar las acciones cognitivas del estudiante. En el caso de esta actividad, contamos con la herramienta del protocolo de la construcción que brinda GeoGebra permitiendo ver las acciones tomadas por los estudiantes al realizar una tarea. En particular con nuestro trabajo podemos ver que las ecuaciones se comportan como es esperable. Uno puede trasladar los puntos con distintas herramientas y el programa, de forma simultánea, va modificando la ecuación que nos muestra en la ventana algebraica.

El acceso a los conceptos matemáticos se da a través de representaciones. Una de las posibilidades que permite el uso de herramientas tecnológicas, como GeoGebra, es la capacidad de integrar distintas representaciones, conectarlas y facilitar su interacción. Un constructo que hace referencia a esto es el de fluidez representacional (Zbiek et al., 2007). Refiere principalmente a la posibilidad de interacción entre los estudiantes y las representaciones y la capacidad de transitar entre representaciones de forma consistente. Cada representación tiene la capacidad de develar ciertas propiedades de la entidad representada, y “cuando un amplio espectro de representaciones está asociada con fluidez representacional, las oportunidades para crear sentidos ricos (matemáticamente) crece” (Zbiek et al., 2007, p. 1194).

Los estudiantes mostraron que, en GeoGebra, la fluidez representacional se evidencia en que dados dos puntos representados gráficamente podemos pasar de manera fluida de una representación gráfica a una ecuación. A su vez, los estudiantes pueden observar cómo al modificar la posición de dichos puntos cambia también la ecuación de la recta.

Otro constructo que plantea Zbiek et al. (2007) hace referencia a que las actividades dependen en parte de la demanda cognitiva que exige la tarea a realizar.

Por ejemplo, si la demanda de la tarea es puramente técnica los estudiantes podrían tener como objetivo usar la herramienta para reproducir una técnica para producir un resultado. Mientras que, si la demanda es de tipo conceptual, los estudiantes podrían tener como objetivo generar una representación que les permita interpretar un proceso. En particular, con respecto a esto se plantean dos tipos diferenciados de actividades; actividades exploratorias y actividades expresivas (Tejera, 2021, p.26)

En otras palabras, la actividad puede desafiar al estudiante a construir nuevos conceptos, o simplemente buscar explorar. Esto nos sirve para recordar que tenemos siempre que tener en claro cuáles son los objetivos que nos proponemos a la hora de plantear determinadas actividades, pero más importante aún, sobre las herramientas tecnológicas que queremos utilizar. Dependiendo de la herramienta que utilicemos puede variar una actividad entre exploratoria y expresiva.

Entendemos que la herramienta que se utiliza para trabajar condiciona el proceso que realiza el estudiante a la hora de construir sus propios conceptos matemáticos. Aquí lo que nos plantea Zbiek et al. (2007) es que existe una determinada fidelidad cognitiva que justamente hace referencia a qué se le exige al estudiante desde el punto de vista de las herramientas que utiliza. Las actividades pueden ser actividades exploratorias o actividades expresivas. En nuestras actividades, buscamos que el estudiante explore usando la herramienta como intermediario para determinar la ecuación de la recta.

Otro constructo que se hace presente al trabajar con actividades mediadas por tecnología es el de caja blanca/caja negra (WBBB por sus siglas en inglés). Esto implica que los estudiantes pueden conocer los procedimientos que utilizan (caja blanca), pero el software puede esconder procedimientos y eso no impide que los estudiantes trabajen en la actividad, aunque desconozcan los procedimientos matemáticos que hay de fondo (caja negra).

6. REFERENCIAS

- Arribas, F. y Galán, M. C. (2020). Trabajando con la app de Geogebra en el aula. *Épsilon*, 105, 51-57.
- Tejera, M. (2021). Diseño de una secuencia didáctica basada en la modelación para fomentar el desarrollo del pensamiento variacional en estudiantes. [Tesis de maestría no publicada]. Instituto Politécnico Nacional, CICATA.
- Teófilo de Sousa, R., Vieira Alves, F. R. y Araújo Souza, M. J. (2022). La Teoría de los Conceptos Figurativos y GeoGebra: el concepto y la visualización en geometría dinámica. *Matemáticas, Educación y Sociedad*, 5(1), 1-1
- Zbiek, R. M., Heid, K., y Blum, W. (2007). Research on technology in mathematics education. A perspective of constructs. *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (2), 1169-1207. Information Age Publishing.