



Instructions for authors, subscriptions and further details:

<http://redimat.hipatiapress.com>

Análisis de las Pautas que Rigen la Práctica del Profesor en la Enseñanza de Derivadas en Ciencias Básicas en Carreras de Ingeniería

Walmer Garcés Córdova¹

1) Universidad de Barcelona, España

Date of publication: October 24th, 2021

Edition period: October 2021-February 2022

To cite this article: Garcés, W. (2021). Análisis de las pautas que rigen la práctica del profesor en la enseñanza de derivadas en ciencias básicas en carreras de ingeniería. *REDIMAT – Journal of Research in Mathematics Education*, 10(3), 239-268. doi: [10.17583/redimat.7957](https://doi.org/10.17583/redimat.7957)

To link this article: <http://dx.doi.org/10.17583/redimat.7957>

PLEASE SCROLL DOWN FOR ARTICLE

The terms and conditions of use are related to the Open Journal System and to [Creative Commons Attribution License](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/) (CCAL).

Análisis de las Pautas que Rigen la Práctica del Profesor en la Enseñanza de Derivadas en Ciencias Básicas en Carreras de Ingeniería

Walmer Garcés Córdova
Universidad de Barcelona

(Recibido: 16 Marzo 2021; Aceptado: 10 Octubre 2021; Publicado: 24 Octubre 2021)

Resumen

El objetivo es inferir los criterios que orientan la práctica del profesor para explicar matemáticas en carreras de ingeniería, en concreto, para explicar derivadas. Se trata de una investigación cualitativa que busca comprender la enseñanza de las matemáticas a través del análisis de las prácticas de un profesor y de su reflexión sobre ellas, que fue seleccionado como estudio de caso. Con base en los criterios de idoneidad didáctica, se diseñó un cuestionario para entrevistarlo y se infirieron los criterios que sigue en el diseño e implementación de sus clases, las mismas que fueron videograbadas; después se realizó la triangulación entre lo que este docente dice y lo que hace. Este profesor se guía por el criterio ecológico (sílabo) e interaccional (trabajo en equipo), aunque según él son, sobre todo, el cognitivo, el mediacional y el ecológico (profesión futura) los que orientan su práctica. Los criterios que guían su práctica explican por qué se están implementando las clases de ciencias básicas en ingeniería de manera expositiva y procedimental, y por qué no se incorporan innovaciones.

Palabras clave: Criterios de Idoneidad Didáctica, Derivadas, Enseñanza de las Matemáticas, Ingeniería, Reflexión sobre su Práctica.



Analysis of the Guidelines Governing the Teacher's Practice in the Teaching of Derivatives in Basic Sciences in Engineering Careers

Walmer Garcés Córdova
Universidad de Barcelona

(Received: 16 March 2021; Accepted: 10 October 2021; Published: 24 October 2021)

Abstract

The objective is to infer the criteria that guide the teacher's practice to explain mathematics in engineering careers, in particular, to explain derivatives. It is a qualitative research that seeks to understand the teaching of mathematics through the analysis of a teacher's practices and his reflection on them, which was selected as a case study. Based on the didactic suitability criteria, a questionnaire was designed to interview him and the criteria he follows in the design and implementation of his classes were inferred, the same ones that were videotaped; then the triangulation between what he says and what he does was carried out. This teacher is guided by the ecological criteria (syllabus) and interactional (teamwork), although according to him it is, above all, the cognitive, the mediational and the ecological (future profession) those that guide his practice. The criteria that guide his practice explain why the basic science classes in engineering are being implemented in an expository and procedural way, and why innovations are not incorporated.

Keywords: Criteria of Didactical Suitability, Derivatives, Mathematics Teaching, Engineering, Reflection on their practice.



A partir del siglo XX la enseñanza de las matemáticas para ingeniería ha formado parte de las ciencias básicas, estructuradas como un ciclo común a varias ramas de la ingeniería. Esto ha sido así por diferentes motivos, ya sea por la poca importancia que se daba a la relevancia del contexto en la aplicación del conocimiento matemático, o para evitar enseñar unas matemáticas conductistas, mecanicistas, rutinarias, etc. Es así como en el siglo pasado era habitual que las ingenierías se organizaran con un ciclo de estudios generales en la base, que se supone provee a los futuros ingenieros herramientas matemáticas básicas que luego van a aplicar en otros cursos del plan curricular de su carrera, así como en su desempeño profesional. En consecuencia, las ciencias básicas se incorporan en la formación del ingeniero aportando, en teoría, estrategias y conocimientos para que éste sea capaz de afrontar y resolver problemas de su especialidad (Monforte, 2011).

Sin embargo, a partir de las tendencias internacionales en la enseñanza de la ingeniería, en la actualidad han surgido dudas y dilemas relacionados con esta estructura y el rol que cumplen las ciencias básicas (y las matemáticas en particular) en la formación de ingeniería, entre las que destacan, según Font (2019): 1) el cuestionamiento de que un conocimiento general de base sea fácilmente aplicado a diferentes contextos; 2) la presentación de contenidos que después en la práctica no se utilizan; 3) un enfoque con énfasis en una enseñanza que desarrolle competencias; y 4) un elevado número de estudiantes reprobados. En esta línea de repensar el papel de las matemáticas en las carreras de ingeniería, Capote et al. (2016) sostienen que, si bien, el ingeniero debe tener conocimiento profundo de ciencias básicas, la sociedad actual demanda una enseñanza que forme profesionales que respondan a las exigencias del desarrollo contemporáneo, lo cual exige que el proceso docente-educativo y los modelos curriculares sean interactivos, centrados en el estudiante, colaborativos y de aprendizaje para toda la vida.

Como respuesta a estos dilemas y demandas, se han realizado diversas investigaciones sobre las competencias y conocimientos de los profesores de matemáticas y, sobre cómo es la enseñanza de las matemáticas en estos ciclos básicos. Con relación a la enseñanza del cálculo diferencial e integral en las carreras de ingeniería en el Perú, hay cierto consenso difuso en las siguientes afirmaciones: a) los alumnos tienen dificultades para su aprendizaje, b) éstas se deben a una enseñanza netamente algorítmica de aprendizaje de fórmulas,

mecanicista y rutinaria, o bien, a una enseñanza rigurosa y formalista, c) una enseñanza que deja de lado la comprensión significativa de las nociones básicas del cálculo y sus aplicaciones, lo cual limita al ingeniero el uso de las matemáticas en la resolución de problemas de su profesión.

En esta línea, presentamos un estudio de caso de un profesor que enseña cálculo diferencial en una facultad de ingeniería en el Perú, de manera que la triangulación de información nos ha permitido responder la pregunta: ¿Cuáles son los criterios que orientan la práctica de este profesor para explicar matemáticas en un curso de ciencias básicas en carreras de ingeniería, en concreto, para explicar derivadas?

Revisión de la Literatura

En esta sección enfocamos nuestra atención en investigaciones realizadas sobre dos temáticas: 1) la enseñanza del cálculo diferencial en ingeniería, en especial, en el Perú; y 2) la inferencia de criterios que orientan la práctica del profesor a partir del análisis de su práctica docente y sus reflexiones sobre esta. Referente a la primera, García (2013) sostiene que la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas (en particular, del cálculo) presenta importantes dificultades para los estudiantes de ingeniería, problema que dista mucho de tener soluciones efectivas, puesto que la tendencia a reducir el álgebra (soporte de aprendizaje del cálculo) a procesos aritméticos y algorítmicos sólo ha complicado más las cosas, porque conlleva una descontextualización de dicha materia. Este autor también, indica un dilema que afecta la enseñanza del cálculo en ingeniería (ya señalado en Artigue, 1995): por una parte, el cálculo es básico para el desarrollo profesional del futuro ingeniero, pero, por otra parte, en su enseñanza se hace uso y abuso del álgebra y la mecanización en detrimento del proceso de modelización. Además, la algebrización y aritmetización del cálculo han traído consigo aprendizajes sin comprensión y soluciones mecanicistas, dejando en segundo plano aspectos cognitivos, socioafectivos y la contextualización.

Respecto de la enseñanza de las matemáticas en el ciclo básico, se han realizado diversas investigaciones (varias en cálculo diferencial e integral) sobre competencias y conocimientos de los profesores de matemáticas (entre otros, Arana, Ibarra & Font, 2020), y, también, sobre cómo se imparte la enseñanza de las matemáticas (Camarena, 2013; Cooper, Levi Gamlieli,

Koichu, Karsenty & Pinto, 2020; Juárez Ramírez, Chamoso Sánchez & González Astudillo, 2020; Rodríguez, 2017).

En el caso del Perú y otros países de la región la investigación sobre la enseñanza de las matemáticas (en particular, del cálculo diferencial) en ingeniería es escasa, solamente hemos encontrado algunas propuestas de innovaciones. Así, Villanueva (2019) indaga sobre el aprendizaje de la derivada en el primer año de ingeniería de Telecomunicaciones de una universidad peruana, entre otros resultados, encontró que uno de los problemas que afrontan estos estudiantes, es que no logran alcanzar un aprendizaje significativo de la derivada con los métodos tradicionales que enfatizan una enseñanza procedimental. Vargas (2010) investiga sobre evaluación de la calidad de los procesos de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas en aulas de ingeniería de universidades chilenas, y, entre otros aspectos, concluye que predomina el método expositivo o magistral debido al elevado número de estudiantes en el aula, lo cual, junto con el curso y la relación de éstos con los profesores, condicionan la metodología.

En relación a la segunda temática, diversas líneas de investigación infieren los conocimientos y competencias del profesor a partir del análisis de sus prácticas docentes y de sus reflexiones sobre estas, así como, ciertos patrones o regularidades que orientan su práctica docente. Pepin, Gueudet y Trouche (2017) sostienen que las consideraciones implícitas y tácitas del profesor en la selección e implementación de secuencias de tareas dan cuenta de los criterios que orientan su práctica e inciden en su capacidad de diseño pedagógico, la cual puede desarrollarse a través de la reflexión en la acción (Schön, 1983). Por su parte, Carlos Guzmán (2018) a través de entrevistas en profundidad diseñadas a partir del marco teórico tomado como referente (las nociones de docencia efectiva y buenas prácticas para la enseñanza), estudia las cualidades y formas de enseñar de un grupo de profesores de ingeniería que, a priori, realizaban buenas prácticas de enseñanza, con el objetivo de que los criterios que orientan su práctica permitiesen delinear sugerencias para su formación.

En el marco del Enfoque Ontosemiótico (EOS) se ha investigado un fenómeno que se presenta a menudo: los componentes de los criterios de idoneidad didáctica (CID) propuestos en el EOS, funcionan como regularidades en el discurso de los profesores cuando éstos valoran un episodio o justifican que una propuesta didáctica representa una mejora, o bien, cuando reflexionan sobre su práctica, sin haberseles enseñado el uso de

esta herramienta para guiar su reflexión (Breda, 2020; Breda, Pino-Fan & Font, 2017; Seckel, Breda, Sánchez & Font, 2019).

En este estudio, análogamente a lo hecho en Carlos Guzmán (2018), y acorde con el fenómeno comentado, hemos elaborado y aplicado una entrevista semiestructurada para inferir los criterios que orientan la práctica del profesor estudio de caso, y para diseñar el cuestionario de la entrevista se ha usado la herramienta CID.

Marco Teórico

El Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemática (Godino, Batanero & Font, 2007 y 2019) considera cinco tipos de análisis sobre los procesos de instrucción: 1) Identificación de prácticas matemáticas; 2) Elaboración de las configuraciones de objetos y procesos matemáticos; 3) Análisis de las trayectorias e interacciones didácticas; 4) Identificación del sistema de normas y metanormas; y 5) Valoración de la idoneidad didáctica del proceso de instrucción (Font, Planas & Godino, 2010; Breda, Pino-Fan & Font, 2017).

El primer tipo de análisis didáctico explora las prácticas matemáticas realizadas en un proceso de instrucción matemático; el segundo, se centra en los objetos y procesos matemáticos que intervienen en la realización de las prácticas; el tercero, está orientado, sobre todo, a la descripción de los patrones de interacción, a las configuraciones didácticas y su articulación en trayectorias didácticas, las cuales están soportadas por una trama de normas y metanormas; mientras que el cuarto estudia dicha trama. Los cuatro primeros tipos de análisis son herramientas para una didáctica descriptiva-explicativa, mientras que el quinto, se centra en la valoración de la idoneidad didáctica basado en los análisis didácticos previos, y es una síntesis orientada a la identificación de mejoras potenciales del proceso de instrucción.

En el EOS se entiende la idoneidad didáctica de un proceso de enseñanza-aprendizaje como el grado en que éste reúne ciertas características que permiten calificarlo como idóneo (óptimo o adecuado) para conseguir la adaptación entre los significados personales logrados (aprendizaje) y aquellos institucionales pretendidos o implementados (enseñanza), teniendo en cuenta las circunstancias y recursos disponibles (entorno). Este constructo multidimensional se desglosa en criterios de idoneidad parcial que pueden ser

útiles para guiar procesos de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas y valorar su implementación (Breda, Font & Pino-Fan, 2018).

En el EOS se consideran seis criterios de idoneidad parcial: 1) Idoneidad epistémica, para valorar si las matemáticas que se enseñan son “buenas matemáticas”; 2) Idoneidad cognitiva, para valorar si lo que se quiere enseñar está a una distancia razonable de lo que saben los alumnos y, si los aprendizajes logrados se acercan a los pretendidos; 3) Idoneidad interaccional, para valorar si las interacciones resuelven dudas y dificultades de los alumnos; 4) Idoneidad mediacional, para valorar la adecuación de los recursos materiales y temporales usados en el proceso de instrucción; 5) Idoneidad emocional, para valorar la implicación (intereses y motivaciones) de los alumnos durante el proceso; y, 6) Idoneidad ecológica, para valorar la adecuación del proceso de instrucción al proyecto educativo del centro, directrices curriculares, condiciones del entorno social y profesional, entre otros. (Font, Planas & Godino, 2010)

Para la operatividad de los CID se define un conjunto de componentes e indicadores observables que sirven de guía para el análisis y valoración del proceso de instrucción en cualquier etapa educativa (Breda, Pino-Fan & Font, 2017). En la Tabla 1 se detallan los criterios y componentes de idoneidad didáctica (por falta de espacio no se especifican los indicadores).

La idoneidad didáctica está siendo utilizada como herramienta para: 1) analizar secuencias didácticas diseñadas e implementadas por profesores para conseguir mejorar la enseñanza de las matemáticas (Breda, 2020; Morales-López & Font, 2019; Sousa, Gusmão, Font & Lando, 2020; Capone, 2021); 2) organizar la reflexión del profesor sobre su práctica en programas de formación (Esqué & Breda, 2021; Giacomone, Godino & Beltrán-Pellicer, 2018; Morales-Maure, Durán-González, Pérez-Maya & Bustamante, 2019; Seckel & Font, 2020), ya que facilita la reflexión de la complejidad de objetos matemáticos y factores implicados en su estudio; y 3) para el análisis y valoración de lecciones de textos (Burgos, Castillo, Beltrán-Pellicer & Godino, 2020) y para el diseño y valoración de tareas matemáticas (Gusmão & Font, 2020).

Tabla 1

Criterios y componentes de idoneidad didáctica (Morales-López & Font, 2019, p. 5)

Criterio	Componente
Epistémico	(IE1) Errores, (IE2) Ambigüedades, (IE3) Riqueza de procesos, (IE4) Representatividad de la complejidad de la noción a enseñar
Cognitivo	(IC1) Conocimientos previos, (IC2) Adaptación curricular a las diferencias individuales, (IC3) Aprendizaje, (IC4) Alta demanda cognitiva
Interaccional	(II1) Interacción docente-discente, (II2) Interacción entre discentes, (II3) Autonomía, (II4) Evaluación formativa
Mediacional	(IM1) Recursos materiales, (IM2) Número de estudiantes, horario y condiciones del aula, (IM3) Tiempo
Emocional	(IA1) Intereses y necesidades, (IA2) Actitudes, (IA3) Emociones
Ecológico	(IEC1) Adaptación al currículo, (IEC2) Conexiones intra e interdisciplinares, (IEC3) Utilidad sociolaboral, (IEC4) Innovación didáctica

Debemos destacar a Capone (2021) quien en su investigación diseña e implementa una secuencia de tareas de Cálculo II con el objetivo de mejorar las habilidades matemáticas de estudiantes de ingeniería (mejora de la idoneidad cognitiva), así como fomentar en ellos mayores disposiciones motivacionales y afectivas hacia la disciplina (mejora de la idoneidad emocional). Con base en la experimentación y los resultados, dicho autor concluye que estas dos idoneidades efectivamente han mejorado (aumento considerable en el interés y motivación de los estudiantes; y que muchos estudiantes con deficiencias de aprendizaje iniciales en estos temas lograron resultados positivos trabajando en su zona de desarrollo próximo con un soporte adecuado). Los CID son la herramienta teórica que usaremos para responder a la problemática planteada en esta investigación.

Metodología

Es una investigación con enfoque interpretativo de corte cualitativo, pues el propósito no es explicar, predecir o transformar la realidad, sino que se busca comprender los criterios que orientan la enseñanza de las matemáticas en ingeniería del profesor estudio de caso, mediante el análisis de sus prácticas docentes y de su reflexión sobre ellas.

Fases de la Investigación

El método para inferir las consideraciones implícitas en la selección, secuenciación y ejecución de tareas del profesor adoptó las siguientes fases:

Fase 1: Selección de los participantes

Se contactó a un grupo de 10 docentes con experiencia en la enseñanza de las matemáticas en ingeniería, siendo ocho de ellos graduados en matemáticas y dos en educación con mención en matemática. La selección se realizó con base a dos criterios: 1) son profesores que imparten clases de cálculo diferencial e integral en facultades de ingeniería de diversas universidades públicas y privadas en Lima-Perú, y 2) por su disposición a participar en la investigación. Después de presentarles los objetivos de investigación, se les solicitó su participación en la misma y su consentimiento para ingresar en sus aulas y registrar en videograbaciones el desarrollo de sus clases sobre derivadas y sus aplicaciones; así como, para que nos facilitaran su material de trabajo y, también, su disposición a participar en una entrevista semiestructurada.

Fase 2: Recopilación de documentos curriculares, materiales elaborados por el profesor para su implementación en el aula, etc.

Todos los docentes participantes de la investigación nos proporcionaron, para su análisis, documentos curriculares (sílabos), cronogramas del ciclo académico, planes de clase, presentaciones del tema de derivadas, separatas de ejercicios propuestos y desarrollados, material de consulta para los alumnos, pruebas objetivas y prácticas calificadas, así como material de talleres para trabajo de equipo en aula.

Fase 3: Grabación de las clases

Se videograbaron las clases impartidas por estos profesores (entre dos y tres clases según el profesor) sobre derivadas y sus aplicaciones; éstas tuvieron una duración promedio de 100 minutos.

Fase 4: Elaboración del instrumento para la entrevista

Con base en: 1) los criterios de idoneidad didáctica (referente teórico de esta investigación), y 2) la observación de las clases videograbadas, se diseñó un cuestionario que sirviese como base para una entrevista semiestructurada. Luego, se realizó una entrevista piloto con uno de los profesores y se revisó el instrumento teniendo en cuenta: a) dificultades de comprensión y redundancias de algunas preguntas, y b) la opinión de un experto en el uso de herramientas EOS para la investigación de conocimientos y competencias de los profesores de matemáticas. De esta manera, se obtuvo un cuestionario definitivo de 46 preguntas, con tres de tipo general y 43 formuladas sobre la base de los CID (epistémico, cognitivo, interaccional, mediacional, emocional y ecológico), sus componentes e indicadores. Este cuestionario se aplicó a los 10 profesores con pequeñas variaciones derivadas de la observación de sus clases (ejemplo, respecto del uso de software se varió la pregunta según hubiese usado, o no).

Fase 5: Radiografía de las clases e inferencia de criterios que orientan la práctica del profesor

Para cada profesor se realizó un análisis experto de las clases videograbadas con los cuatro primeros tipos de análisis propuestos en el modelo de análisis didáctico del EOS, tal como se hace en Breda, Hummes, da Silva y Sánchez (2021) y en Pochulu y Font (2011), para determinar las prácticas, objetos y procesos matemáticos, funciones del profesor y del alumno, configuraciones didácticas, conflictos semióticos, patrones y normas.

Sobre esta base, se infirieron los criterios que sigue cada profesor en el diseño e implementación de sus clases, utilizando para ello, como categorías a priori, los indicadores y componentes de los CID – sin realizar la valoración experta de la idoneidad didáctica (quinto tipo de análisis) – los cuales se triangularon con los criterios que el profesor dice seguir.

Fase 6: Selección del estudio de caso

Para este documento se ha seleccionado como estudio de caso uno de los profesores, que le denominamos Docente F, por su mayor disposición y colaboración en el proceso (por ejemplo, nos proporcionó más materiales de trabajo que sus colegas, y permitió la videograbación de tres de sus clases). En sus tres clases videograbadas este profesor explicó el tema de derivadas y sus aplicaciones (prueba de la derivada para una función creciente y decreciente en un intervalo, máximo y mínimo local y criterio de la primera derivada; luego, prueba de concavidad, función cóncava hacia arriba y cóncava hacia abajo, puntos de inflexión, criterio de la segunda derivada y ejemplificación; y por último, formas indeterminadas de límites y la regla de L'Hôpital). Cada contenido es mecanizado mediante su aplicación en diferentes ejercicios.

Fase 7: Entrevista al profesor para que explique cuáles son, según él, los criterios que orientan su práctica docente.

Se realizó la entrevista videograbada al profesor F con la finalidad de determinar los criterios que, según él, orientaban su práctica pedagógica, esta duró 1,5 horas y tuvo dos partes claramente diferenciadas. En la primera, se hicieron tres preguntas generales (sobre su formación, sobre cuáles eran los criterios que orientaban su práctica pedagógica, y acerca del modelo de profesor con el que se identificaba); y en la segunda, se formularon preguntas más específicas relacionadas con alguno de los componentes de los CID.

Fase 8: transcripción de la entrevista al profesor F

Se realizó la transcripción literal de la entrevista videograbada.

Fase 9: Inferencia de criterios a partir de la entrevista

Se analizó el contenido de la entrevista para inferir los criterios que según el profesor orientan su práctica, de manera similar a como se hace en Breda (2020) y en Seckel, Breda, Sánchez y Font (2019).

Fase 10: Triangulación de fuentes

Finalmente, se realizó la triangulación de fuentes (sobre todo, de los resultados de la fase 5 sobre clases observadas y las respuestas de la entrevista) para inferir resultados.

Análisis de los Datos

En la fase 5 se realizó, primero, el análisis de los primeros cuatro niveles propuestos en el modelo de análisis didáctico basado en constructos del EOS (identificación de prácticas matemáticas, de objetos primarios y procesos, análisis de interacciones didácticas y conflictos y, de las normas que regulan el proceso de enseñanza).

Las herramientas de estos cuatro niveles de análisis propuestos por el EOS permiten descomponer la transcripción de una clase en una trayectoria de configuraciones didácticas y, para cada configuración, estudiar diferentes aspectos. Por ejemplo, la primera configuración didáctica (CD1) de la Figura 1 se produce justo después del inicio de la tercera clase, donde el profesor ha recordado el criterio de la primera derivada y su aplicación para determinar máximos y mínimos locales, intervalos de crecimiento y decrecimiento de una función; y termina cuando el profesor inicia la ejemplificación de ejercicios aplicando la segunda derivada, la cual se institucionaliza en la CD2.

Esta CD1 comienza con el dibujo de la gráfica en el plano cartesiano de una función cóncava hacia arriba y su definición, y termina con la explicación de la noción de punto de inflexión. Va desde la línea 1 de la transcripción hasta la 5 (Figura 1) (optamos por considerar como línea un párrafo completo que tuviese sentido de manera global). Luego, se usó la herramienta CID para inferir algunos criterios que orientan la práctica del profesor. Por ejemplo, en la CD1 de la figura 1, se infiere que el profesor tiene en cuenta los saberes previos necesarios para entender el criterio de la segunda derivada.




TIEMPO (min)	LÍNEAS DE TRANSCRIPCIÓN (párrafo)	PRÁCTICAS MATEMÁTICAS	OBJETOS PRIMARIOS	PROCESO PRINCIPAL	FUNCIONES DEL PROFESOR	FUNCIONES DEL ALUMNO	TIPO DE CONFIGURACIÓN DIDÁCTICA	NORMAS	CONFLICTOS SEMIÓTICOS
03' 01"	L1: Tenemos el caso 1 para el criterio de la segunda derivada, que se llama cóncava hacia arriba	P1: Enuncia el criterio de la segunda derivada de una función $f(x)$, (cóncava hacia arriba si es positiva) de manera metafórica	P1: Criterio de la segunda derivada (si la segunda derivada es positiva, es cóncava hacia arriba) R1: Representación simbólica de la segunda derivada de una función cóncava hacia arriba $f''(x) > 0$	Enunciación Representación	Recordar conocimientos previos				
03' 12"	L2: Su gráfico va a ser tendiendo hacia arriba	P2: Representa gráficamente en el plano una parábola abierta hacia arriba y señala el punto mínimo	D1 (implícita): Mínimo R2: Representación gráfica de la función cóncava hacia arriba 	Representación		Escucha y trata de comprender la explicación del profesor			Possible confusion by part of the students as they do not define in formal terms the criterion of the second derivative in an interval I, nor do they precisely state the conditions of concavity
03' 51"	L3: Luego se da el caso 2 no, para el criterio de la segunda derivada, y se llama cóncava hacia abajo	P3: Enuncia el criterio de la segunda derivada de una función $f(x)$, (cóncava hacia abajo si es negativa) de manera metafórica	P2: Criterio de la segunda derivada (si la segunda derivada es negativa, es cóncava hacia abajo) R3: Representación simbólica de la segunda derivada de una función cóncava hacia abajo $f''(x) < 0$	Enunciación	Explica de manera expositiva		Magistral		
04' 32"	L4: En este caso es similar a la anterior pero su gráfico tiende hacia abajo y la punta es como de un cerro, es el máximo	P4: Representa gráficamente en el plano una curva abierta hacia abajo y señala el punto máximo	D2 (implícita): Máximo R4: Representación gráfica de la función cóncava hacia abajo 	Representación					
07' 15"	L4: También tenemos el punto de inflexión, ¿qué era el punto de inflexión?	P5: De manera implícita, con gestos, recuerda que el punto de inflexión es donde cambia la concavidad o la curvatura de una función P6: Representa gráficamente en el plano una curva y señala los puntos de inflexión	D2 (implícita): Punto de inflexión R5: Representación gráfica de la curva con sus respectivos puntos de inflexión y ubicación de la segunda derivada de una función, tramo por tramo. 	Enunciación Representación					

Figura 1. Configuración didáctica 1 de las clases del profesor F

En la fase 8 se transcribió la entrevista del profesor, y en la 9, se infirieron los criterios que, según él, orientan su práctica docente. Por ejemplo, del segmento de transcripción siguiente, inferimos que para el docente F es importante tener en cuenta los conocimientos previos de los estudiantes:

Pregunta: ¿Podría explicar cuáles son los criterios principales que tiene en cuenta al diseñar e implementar sus clases en esta facultad de ingeniería?

Respuesta: (03'31'') El diseño metodológico que utilizo es en varias fases no, hay un inicio del modelo educativo, están luego los saberes previos no, una motivación, luego está una transformación que es básicamente el desarrollo de la clase, luego la parte práctica que trabajamos con los estudiantes del curso de la facultad de ingeniería donde abordamos algunos problemas aplicativos utilizando los conceptos de derivadas, en qué ámbitos de su carrera profesional pueden utilizar estos conceptos matemáticos. Luego, al finalizar hacemos un cierre donde resumimos lo aprendido en la sesión con los estudiantes, y después doy algunas sugerencias para la siguiente clase. Sí, sí tengo en cuenta los saberes previos de los estudiantes.

Finalmente, se realizó la triangulación de fuentes entre lo declarado por el profesor en la entrevista y lo observado en el aula de clases. En el ejemplo que se ha puesto, a diferencia de otros casos, sí se observó coherencia entre lo que dice y lo que hace, por lo que inferimos que el criterio de tener en cuenta los conocimientos previos necesarios, para él, es un criterio valioso para el diseño e implementación de sus clases.

Resultados

En la Tabla 2 se resumen los criterios que según el profesor guían su práctica, organizados de acuerdo con los CID, y elaborada con base en la transcripción de la entrevista, tal y como se ha explicado en la metodología seguida para el análisis de datos.

Tabla 2

Análisis de respuestas dadas por el Docente “F” en la entrevista y triangulación con lo observado en clase

CI	Componente	Análisis respuestas docente	Observado en clase
Preguntas generales	Formación inicial	<ul style="list-style-type: none"> Ha obtenido Bachiller y Licenciatura en Matemática Aplicada y Maestría en Gerencia Empresarial; posee experiencia docente en academias 	<ul style="list-style-type: none"> Asumimos que sí está en posesión de los grados y títulos académicos que señala, además es profesor con experiencia y está en constante actualización.
	Criterios al diseñar e implementar clases	<ul style="list-style-type: none"> preuniversitarias, Escuela de Oficiales de la Fuerza Aérea del Perú y en universidades privadas; capacitaciones en programas de docencia y metodologías. Los saberes previos de los alumnos; seguir el modelo educativo de la universidad; la motivación hacia los estudiantes; la visualización con software y recursos tecnológicos; los problemas de aplicación de los conceptos matemáticos al ámbito de la carrera profesional. 	<ul style="list-style-type: none"> Se evidencia que tiene en cuenta los criterios que afirma seguir (recupera conocimientos previos; sigue el modelo educativo; motivación; usa software; plantea problemas de aplicación a la especialidad)
	Modelo de docente	<ul style="list-style-type: none"> Se define como docente constructivista desde la perspectiva didáctica, ya que trata de construir el conocimiento sobre la base de los saberes previos; y desde la perspectiva matemática, se considera un docente que explica unas matemáticas realistas y busca las aplicaciones en contexto real del alumno. 	<ul style="list-style-type: none"> Hay mediana participación de los estudiantes, pero no hace clases constructivistas, son magistrales, transmisión del conocimiento. Enseña matemáticas mecanicistas con práctica de ejercicios.
Epistémica	Errores	<ul style="list-style-type: none"> Afirma que no comete errores matemáticos ya que parte de un trasfondo matemático formal; además, señala que sus clases de derivadas no son tan rigurosas desde el punto de vista 	<ul style="list-style-type: none"> Se observa que en sus clases de derivadas videograbadas, no comete errores de tipo matemático; es poco riguroso en el desarrollo del tema matemático.
	Ambigüedades	<ul style="list-style-type: none"> matemático, usa la formalidad en ocasiones, y trabaja la derivada de forma teórico-práctica. Sostiene que la intuición es importante en el desarrollo de sus clases de derivadas, la usa para hacer una construcción formal del tema y para que los alumnos tengan una idea de cómo funciona la derivada en la vida cotidiana. 	<ul style="list-style-type: none"> Efectivamente, utiliza la intuición en todas sus clases para relacionar las derivadas con aspectos cotidianos a los estudiantes.

Tabla 3 (continúa)

Análisis de respuestas dadas por el Docente “F” en la entrevista y triangulación con lo observado en clase

CI	Componente	Análisis respuestas docente	Observado en clase
Epistémica	Ambigüedades	<ul style="list-style-type: none"> En su opinión, un estudiante de ingeniería debe saber aplicar correctamente las fórmulas y las reglas básicas de derivación. En su proceso de instrucción plantea el problema de derivadas y aplica las reglas y fórmulas de derivación, es decir, enfoca los temas matemáticos de una manera más instrumental. Opina que el alumno debe aprender, primero, los conceptos de derivadas; en clases trata de abarcar la mayor cantidad de procesos relevantes de la actividad matemática como la modelización, argumentación y resolución de problemas. No trabaja la demostración por falta de tiempo y por el perfil del estudiante. 	<ul style="list-style-type: none"> Observamos que enfoca los temas de forma instrumental, sin demostración, y entrega directamente fórmulas y reglas básicas de derivación. Se aprecia bastante práctica de resolución de ejercicios. Observamos que: enfatiza en la resolución algebraica de ejercicios; hay carencia de procesos matemáticos relevantes: argumentación, modelización, problemas extramatemáticos. Apreciamos que define la derivada como pendiente de recta tangente, y velocidad instantánea; y, presenta el significado geométrico y algebraico de la derivada.
	Riqueza de procesos	<ul style="list-style-type: none"> Afirma que en clases define la derivada como pendiente de recta tangente y como velocidad instantánea; además, dice que es necesario enseñar diferentes significados de la derivada para que los estudiantes sepan de su utilidad en la vida cotidiana y en su especialidad. Asegura que presenta una diversidad de problemas de derivadas y sus aplicaciones, por lo menos un problema de cada subtema; dice que abarca todos los temas programados. Aborda problemas intramatemáticos como extramatemáticos de derivadas, y que de éstos últimos la mayoría del contexto de la Física. 	<ul style="list-style-type: none"> Se observa que presenta diversidad de situaciones, ejercicios procedimentales para aplicar reglas, fórmulas. En efecto, la mayor parte del tiempo resuelve ejercicios algorítmicos de derivadas. Plantea escasos problemas extramatemáticos que desarrollen la competencia matemática en estudiantes. En sus explicaciones de derivadas sí usa diversos modos de expresión, y su conversión: el gráfico, gestual, verbal y simbólico. En sus clases utiliza por lo menos dos formas de representación de derivada: la analítica por límite y la representación geométrica.

Tabla 4 (continúa)

Análisis de respuestas dadas por el Docente “F” en la entrevista y triangulación con lo observado en clase

CI	Componente	Análisis respuestas docente	Observado en clase
Epistémica	Muestra representativa de la pluralidad de significados del objeto matemático a enseñar	<p>Considera que plantear y resolver una gran variedad de ejercicios despierta la imaginación de los estudiantes y les ayuda a desarrollar la competencia matemática.</p> <ul style="list-style-type: none"> Sostiene que en la implementación de sus clases utiliza diversos modos de expresión como el simbólico (notaciones), gestual, verbal y el modo gráfico, puesto que hace representaciones de la derivada en el plano En su opinión, es importante enseñar a los estudiantes de ingeniería diferentes formas de representación de la derivada como la representación geométrica en el plano y la representación analítica como un límite. Afirma que se rige estrictamente al sílabo para desarrollar todos los contenidos y en la forma de enseñarlos; aunque reconoce pone su estilo personal. Además, considera que el sílabo se debería modificar en el sentido de introducir más aplicaciones de la derivada y darle más importancia al proceso de modelización. 	<ul style="list-style-type: none"> En efecto, vemos que sigue el sílabo, la programación de contenidos, se rige por los planes de clase. Además, notamos que el sílabo no incluye procesos de modelización.
	Conocimientos previos	<ul style="list-style-type: none"> Afirma que tiene en cuenta los conocimientos previos de los estudiantes para el estudio de las derivadas, y para recuperarlos aplica ciertas estrategias como por ejemplo, lluvia de ideas, preguntas y repreguntas, entre otras. Cuando identifica que los alumnos no poseen los saberes previos necesarios para el estudio de las 	<ul style="list-style-type: none"> Vemos que recupera saberes previos de los estudiantes al iniciar clases de derivadas, aplicando estrategias como preguntas y repreguntas. Observamos que dedica tiempo corto en recordar a los alumnos ciertos saberes que van a usar en clases de derivadas; pero no vemos que presente vídeos.
Cognitiva			

Tabla 5 (continúa)

Análisis de respuestas dadas por el Docente “F” en la entrevista y triangulación con lo observado en clase

CI	Componente	Análisis respuestas docente	Observado en clase
Cognitiva	Adaptación curricular a las diferencias individuales	<p>derivadas, lo que hace es dedica un tiempo para recordarles, les presenta un video corto, formula preguntas y discuten, luego formaliza los conceptos de la derivada.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Considera que la distancia entre lo que los estudiantes ya saben y los nuevos contenidos de derivadas que pretende implementar, si es alcanzable, a pesar de la brecha que existe sobre los saberes previos. • Declara que hace lo posible por atender la diversidad de estudiantes en el aula, trata de reforzar y ampliar la parte matemática y práctica de las derivadas, ya que es consciente de la diversidad de alumnos. 	<ul style="list-style-type: none"> • Apreciamos que presenta contenidos de derivadas que están en la zona de desarrollo próximo (ZDP) del alumno, y accesibles para ellos. • No queda claro que se esfuerce por atender la diversidad y ritmos de aprendizaje, aunque se centra en practicar ejercicios • No hay evidencia de que aplique una evaluación rápida para darse cuenta del aprendizaje de los alumnos; sin embargo, inferimos que en ciertas clases sí lo hace
	Aprendizaje	<ul style="list-style-type: none"> • Menciona que la manera de asegurarse de que los estudiantes hayan aprendido el tema de derivadas que ha enseñado, es mediante la aplicación de una evaluación rápida al final de la clase; después pide que le presenten sus resultados y luego hace la retroalimentación. • Los instrumentos de evaluación que viene aplicando son pruebas de desarrollo (examen parcial, final y prácticas calificadas). Asegura que es en el procedimiento de estas pruebas y en los resultados de las evaluaciones continuas, donde recopila evidencias de si el aprendizaje se está dando, o no, así como de las dificultades de aprendizaje de los alumnos sobre derivadas. 	<ul style="list-style-type: none"> • En efecto para evaluar aplica pruebas sumativas de desarrollo y comunes a varios grupos; además, se infiere que en estas evaluaciones puede darse cuenta de las dificultades de aprendizaje. • Se observa que si no hay aprendizaje, hace una pausa, retrocede para retroalimentar y trata de ser más preciso. • En efecto, forma equipos de trabajo y entrega separata de tareas con ejercicios que enfatizan lo procedimental, no exigen alta demanda cognitiva (argumentación, generalización).

Tabla 6 (continúa)

Análisis de respuestas dadas por el Docente “F” en la entrevista y triangulación con lo observado en clase

CI	Componente	Análisis respuestas docente	Observado en clase
Cognitiva	Alta demanda cognitiva	<ul style="list-style-type: none"> • Cuando en sus clases constata que los alumnos no han aprendido sobre las derivadas y sus aplicaciones, entonces hace retroalimentación de lo enseñado y les explica con más detalle • Considera los talleres grupales que implementa en sus clases como tareas de los alumnos, y afirma que estos talleres activan en los estudiantes algunos procesos cognitivos relevantes como argumentación en algunos casos, conexiones intramatemáticas, pero muy poco de generalización y conjeturización. 	
	Interacción docente-discente	<ul style="list-style-type: none"> • Considera que ha presentado la derivada de manera adecuada con claridad y orden lógico en los contenidos, parte de la representación geométrica luego la interpreta como un límite; además, que siempre hace énfasis en las reglas de derivación que van a utilizar los estudiantes. • Sostiene que puede identificar las dudas y dificultades de aprendizaje que presentan los alumnos, ya sea por sus expresiones faciales que éstos manifiestan cuando los invita a participar o cuando interactúa con ellos. 	<ul style="list-style-type: none"> • Observamos que hace presentaciones de derivadas con orden lógico, claridad y secuenciación, entendibles para los alumnos; se centra en aplicar reglas y fórmulas • Vemos que está atento, lee las diversas expresiones de los estudiantes, dificultades y dudas de aprendizaje; hay cierta interacción con ellos. • Apreciamos que interactúa con los alumnos, ante las dudas y dificultades de aprendizaje de derivadas, se acerca, los atiende, los saca a la pizarra, trata de aclararles
Interaccional	Interacción entre discentes	<ul style="list-style-type: none"> • Afirma que cuando identifica las dudas y dificultades de aprendizaje de los alumnos sobre las derivadas o sus aplicaciones, entonces se les acerca hasta sus lugares, les formula preguntas, trata de atenderlos personalmente y procura esclarecerlas. 	

Tabla 7 (continúa)

Análisis de respuestas dadas por el Docente “F” en la entrevista y triangulación con lo observado en clase

CI	Componente	Análisis respuestas docente	Observado en clase
Interaccional	Interacción docente-discente	<ul style="list-style-type: none"> Utiliza algunos recursos argumentativos para implicar y captar la atención de los alumnos en sus clases de derivadas, tales como un vídeo muy corto sobre derivadas, explicación magistral, entre otros 	<ul style="list-style-type: none"> No se observa que use algún video, pero inferimos que lo hace en otras clases. Usa como recurso argumentativo metáforas, clase magistral
	Interacción entre discentes	<ul style="list-style-type: none"> En clases de derivadas siempre trata de incluir y hacer participar a la mayor cantidad de estudiantes, sin distinción alguna. En la parte práctica los agrupa y procura generar buen ambiente en aula, en el trabajo de equipos cree fomentar diálogo y comunicación 	<ul style="list-style-type: none"> Observamos que fomenta la participación, se esfuerza por incluir a todos; forma equipos de trabajo por lo que se infiere que ahí se produce el diálogo y comunicación
	Autonomía	<ul style="list-style-type: none"> Propicia momentos para la exploración y formulación de conjeturas sobre la derivada, luego saca voluntarios a la pizarra y con toda la clase validan los resultados. También, genera espacios para que resuelvan de manera autónoma, si fallan hace retroalimentación. 	<ul style="list-style-type: none"> En el trabajo en equipos exploran y formulan sobre derivadas, saca a la pizarra pero no valida resultados. Tampoco vemos propicie la autonomía en el aprendizaje
	Evaluación formativa	<ul style="list-style-type: none"> Opina que la interacción con los estudiantes en clases de derivadas y sus aplicaciones, le permite saber si éstos están aprendiendo, o no, el tema que está enseñando. 	<ul style="list-style-type: none"> Interactúa con los alumnos, está atento a preguntas; inferimos que ahí nota si el aprendizaje se está dando
Mediacional	Recursos materiales	<ul style="list-style-type: none"> Utiliza recursos tecnológicos de software matemático tales como el Symbolab, Geogebra y Desmos en sus clases de derivadas, ya dice que son recursos interactivos, dinámicos y los gráficos salen mucho mejor y precisos; aunque material concreto afirma que no utiliza. 	<ul style="list-style-type: none"> No hay evidencia del uso de software matemático en las clases videograbadas; sin embargo, inferimos que en otras clases sí llega a utilizar recursos tecnológicos.
	Número de alumnos, horario y condiciones del aula	<ul style="list-style-type: none"> Refiere que la cantidad de estudiantes en las aulas de ingeniería con las que trabaja, 40 alumnos por aula, no le permite ejecutar el proceso de enseñanza 	<ul style="list-style-type: none"> Vemos que trabaja con aulas llenas de estudiantes lo cual dificulta ejecutar un buen proceso de enseñanza de derivadas. Sin embargo, se esfuerza por atender a todos, aunque no se abastece.

Tabla 8 (continúa)

Análisis de respuestas dadas por el Docente “F” en la entrevista y triangulación con lo observado en clase

CI	Componente	Análisis respuestas docente	Observado en clase
Interaccional	Número de alumnos, horario y condiciones del aula	<p>de la derivada que pretende; sin embargo, en su rol docente se esfuerza para que la mayoría de estudiantes entienda el tema que viene enseñando.</p> <ul style="list-style-type: none"> Sostiene que el aula y el equipamiento dentro de ella sí ofrecen las condiciones necesarias para la enseñanza de las derivadas y sus aplicaciones; sin embargo, dice que la distribución de los estudiantes en forma de filas y columnas no es adecuada. 	<ul style="list-style-type: none"> Las aulas poseen elementos y equipos multimedia adecuados para una buena enseñanza; aunque, el espacio es reducido para el trabajo en equipo de alumnos Vemos que los contenidos clave de derivada los desarrolla en clases; y asigna tareas para trabajo fuera de clase en el campus virtual.
	Tiempo (de la enseñanza colectiva, de tutoría, tiempo de aprendizaje)	<ul style="list-style-type: none"> Refiere que en la fase presencial desarrolla los contenidos de derivada programados; y en la fase virtual sube al aula virtual los materiales de consulta para los estudiantes, algunas evaluaciones y actividades complementarias. Afirma que invierte el mayor tiempo disponible para la clase en enseñar los contenidos de derivadas y sus aplicaciones que en su opinión son más importantes para los estudiantes de ingeniería. Sostiene que invierte tiempo disponible para las clases en explicar aquellos contenidos de derivadas que en su opinión representan mayor dificultad para los estudiantes, tales como la regla de la cadena, entre otros. 	<ul style="list-style-type: none"> En efecto, selecciona contenidos de derivadas y enfatiza en unos más que en otros, se infiere que lo hace guiado por su experiencia. Apreciamos que dedica más tiempo a practicar ejercicios de contenidos de mayor dificultad para los alumnos, aplicando regla de la cadena
Emocional	Intereses y necesidades	<ul style="list-style-type: none"> Respecto a las tareas de derivadas que propone a los estudiantes, el docente señala que trabaja con el material que le provee la coordinación de curso. Además, dice que de la separata de tareas selecciona aquellas que considera son de interés e importancia para los alumnos. 	<ul style="list-style-type: none"> Vemos que proyecta la separata de tareas que contiene ejercicios de derivadas, y sobre eso asigna tareas y talleres.

Tabla 9 (continúa)

Análisis de respuestas dadas por el Docente “F” en la entrevista y triangulación con lo observado en clase

CI	Componente	Análisis respuestas docente	Observado en clase
Emocional	Intereses y necesidades	<ul style="list-style-type: none"> Menciona que en sus clases propone a los estudiantes situaciones-problema que les permita ver la importancia y utilidad de la derivada como herramienta matemática en la vida cotidiana, en el campo profesional de la ingeniería y en otros contextos. Refiere que la manera de implicar a los estudiantes en las actividades de derivadas que les propone, es a través de la participación en la pizarra donde resuelven algún ejercicio que les asigna, mediante dinámicas relacionadas al tema, y a través de preguntas y repreguntas. Considera que sí fomenta la responsabilidad y la perseverancia en los estudiantes a través de la forma en cómo organiza sus clases de derivadas y sus aplicaciones, mediante la puntualidad, cumpliendo él con las actividades programadas y dando el ejemplo. Afirma que en sus clases no solo argumentan y participan los alumnos que más saben, sino que también da oportunidad a aquellos que menos saben de derivadas; dice que procura ser equitativo, escucha las preguntas y los argumentos de los alumnos sobre la resolución de problemas y procura responder a todos. Sostiene que promociona siempre la confianza, da seguridad en clases, trata de ser ameno, empático, abierto y busca la parte divertida del tema matemático; se esfuerza para que los alumnos 	<ul style="list-style-type: none"> No hay evidencias que plantee problemas para que valoren la utilidad de las derivadas en la vida diaria; se limita a trabajar ejercicios de la guía institucional. Vemos cierta apertura a la participación de los alumnos en la pizarra para resolver algún ejercicio de la guía; además, se acerca y responde preguntas e inquietudes Adopta la puntualidad y cumplimiento de actividades del sílabo y plan de clases, por lo cual inferimos que fomenta la responsabilidad predicando con el ejemplo Asigna ejercicios para que resuelvan en equipo y saca a la pizarra voluntariamente, no vemos que argumenten sus procedimientos; tampoco que la participación sea de manera equitativa. En el trabajo en equipos se acerca, y les da confianza. Aunque tiene que cortar la actividad para avanzar la clase, inferimos que lo hace por falta de tiempo y por cumplir con la programación

Tabla 10 (continúa)

Análisis de respuestas dadas por el Docente “F” en la entrevista y triangulación con lo observado en clase

CI	Componente	Análisis respuestas docente	Observado en clase
Emocional	Intereses y necesidades	estén motivados, para realzar la autoestima y de esa manera pierdan el miedo, la fobia y el rechazo hacia las matemáticas.	
	Adaptación al currículo	<ul style="list-style-type: none"> • Considera que los contenidos de derivadas que enseña, su implementación y la evaluación de estos, sí se corresponden con las directrices curriculares de las carreras de ingeniería, que están alineados y funciona como un engranaje. 	<ul style="list-style-type: none"> • Los contenidos de derivadas que enseña, su evaluación e implementación, son coherente con las directrices curriculares de ingeniería. • Comenta acerca del uso de derivadas en cursos futuros de matemáticas e ingeniería; deducimos que para él las derivadas sí se conectan con otras disciplinas.
Ecológica	Conexiones intra e interdisciplinarias	<ul style="list-style-type: none"> • Sostiene que los conceptos de derivadas y sus aplicaciones que implementa, tienen conexión con los contenidos matemáticos posteriores del plan curricular de ingeniería; también, afirma que servirán como soporte para los contenidos de otras asignaturas propias de ingeniería. 	<ul style="list-style-type: none"> • Inferimos que las derivadas servirán a los alumnos para resolver situaciones de su profesión; aunque no se aprecia que muestre algún modelo, deducimos que en algún momento sí lo hace.
	Utilidad sociolaboral	<ul style="list-style-type: none"> • Declara que en clases los estudiantes siempre preguntan por la utilidad de las derivadas en su carrera profesional, entonces muestra modelos y aplicaciones en ingeniería, software, entre otros. El docente está convencido de que las derivadas sí les serán de utilidad en la inserción sociolaboral y en su futuro campo profesional. 	<ul style="list-style-type: none"> • Observamos que se esfuerza por tener sus presentaciones y materiales, actualizados. Si bien, en la videograbación no se evidenció el uso de recursos tecnológicos, pero inferimos que sí realiza innovación en tecnología perfeccionamiento docente.
	Innovación didáctica	<ul style="list-style-type: none"> • Sostiene que siempre busca innovar en derivadas, en sus aplicaciones y en otros temas matemáticos y tecnológicos; investiga sobre el uso de nuevas metodologías de enseñanza, busca perfeccionar los materiales de estudio, hacer las presentaciones más atractivas y amigables a los alumnos, puesto que cree que de esa manera le 	

Tabla 11 (continúa)

Análisis de respuestas dadas por el Docente “F” en la entrevista y triangulación con lo observado en clase

CI	Componente	Análisis respuestas docente	Observado en clase
Ecológica	Innovación	ayuda para lograr captar la atención de los estudiantes de ingeniería.	
	didáctica		

Conclusiones

Los resultados obtenidos permiten dar una respuesta a la pregunta que nos habíamos planteado: ¿Cuáles son los criterios que orientan la práctica del profesor para explicar matemáticas en un curso de ciencias básicas en carreras de ingeniería y, en concreto, para explicar derivadas? A partir de la tabla 2 podemos inferir los criterios generales que orientan la práctica del profesor F cuando diseña e implementa clases de derivadas y sus aplicaciones para estudiantes de carreras de ingeniería, así como, inferir el peso que tienen estos criterios en su práctica docente como resultado de la triangulación entre lo que dice y lo que se ha observado que hace en aula (Figura 2).

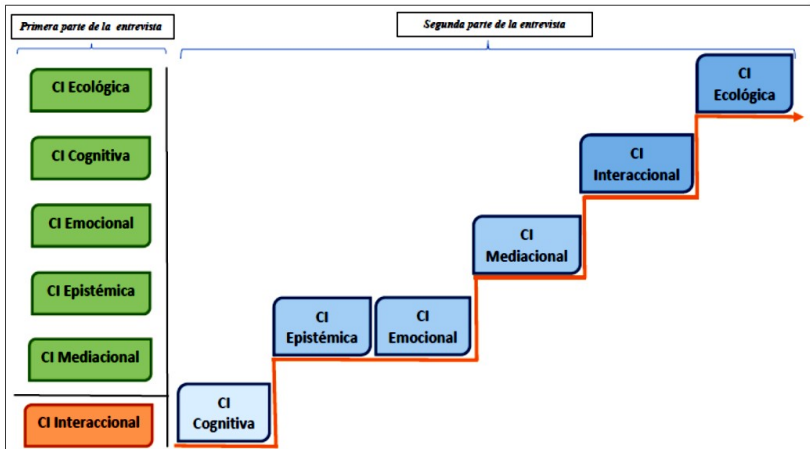


Figura 2. Esquema de los criterios que orientan la práctica del profesor F

En la columna izquierda del esquema se muestran, en la parte superior, los CID que aparecen en las respuestas del profesor F cuando, en la primera parte de la entrevista, se le formula la pregunta de cuáles eran los criterios que orientaban su práctica pedagógica (ecológico, cognitivo, epistémico, emocional y mediacional); mientras que en la parte inferior (interaccional) se halla el CID que no menciona en su respuesta. En la columna derecha están los criterios de idoneidad que emergen en sus respuestas a las preguntas más específicas relacionadas con alguno de los componentes de los CID (segunda parte de la entrevista).

Tal como era esperable, teniendo en cuenta las preguntas formuladas, en esta columna aparecen los seis CID; ahora bien, no todos tienen la misma importancia para este profesor al momento de reflexionar y justificar su práctica. Para representar el diferente peso de cada criterio como guía de la práctica del profesor se ha usado un esquema de escalera, siendo los escalones superiores los de mayor peso y los inferiores los de menor peso. Esta disposición, también pretende mostrar cómo ciertos criterios quedan supeditados por otros; el orden en el que aparecen los CID en la escalera es resultado de la triangulación entre el discurso docente y lo observado en sus clases.

En el discurso inicial de este profesor se infiere que los criterios ecológico, cognitivo, epistémico, emocional y mediacional son los que orientan su práctica docente. Ahora bien, cuando en la segunda parte de la entrevista se le hacen preguntas más específicas sobre el criterio cognitivo, concluimos que: 1) tiene en cuenta los conocimientos previos de los estudiantes para el estudio de derivadas, y para recuperarlos aplica ciertas estrategias: lluvia de ideas, preguntas y repreguntas; 2) trata de reforzar y ampliar la parte matemática y práctica de las derivadas, ya que es consciente de la diversidad de alumnos, aunque no se evidencia que se esfuerce por atender esta diversidad; 3) los instrumentos de evaluación que aplica son pruebas de desarrollo (exámenes parciales, finales, prácticas calificadas), y forman parte de una evaluación sumativa; 4) las tareas que presenta son, básicamente, ejercicios de mecanización y aplicación de fórmulas, no activan en los estudiantes procesos cognitivos relevantes de argumentación o generalización, tampoco exigen alta demanda cognitiva.

En consecuencia, podemos inferir que el docente F asigna un peso mínimo a aspectos cognitivos, ya que el aprendizaje es básicamente de enfoque

tradicional propio de clases magistrales; además, que supedita este criterio al ecológico (regirse estrictamente al programa de la asignatura).

El criterio epistémico había aparecido en la primera parte de la entrevista, y vuelve a emerger en el discurso del docente en la segunda parte de esta, de donde inferimos que: 1) no comete errores matemáticos y sus clases de derivadas tienen cierta rigurosidad desde el punto de vista matemático; 2) en sus clases desarrolla los ejercicios de derivadas aplicando reglas y fórmulas de derivación, es decir, enfoca los temas matemáticos de manera muy instrumental; 3) hay carencia de procesos matemáticos relevantes como argumentación, modelización, demostración y resolución de problemas extramatemáticos, lo cual justifica por falta de tiempo y por cumplir con el perfil del estudiante (ya que, en su opinión, por ser de ingeniería hay que hacer una matemática más práctica); 4) cree necesario enseñar diferentes significados de la derivada, aunque sólo trabaja el analítico y geométrico; 5) trabaja problemas intramatemáticos y extramatemáticos de derivadas, aunque vemos que enfatiza en la resolución de ejercicios algebraicos.

Por tanto, inferimos que para el profesor F, al momento de orientar su práctica docente, los aspectos epistémicos tienen un peso bajo y se supeditan al criterio mediacional (falta de tiempo) y al ecológico (perfil del estudiante), con fuerte tendencia a la mecanización y práctica de ejercicios rutinarios.

El criterio emocional que había sido tomado en cuenta por este profesor en su respuesta inicial, luego en sus respuestas de la segunda parte de la entrevista, vuelve a emerger, hecho que también se aprecia en la observación de sus clases. Por ejemplo, selecciona tareas matemáticas de interés e importancia para los alumnos, sin embargo, la mayoría son ejercicios algebraicos de mecanización; no hay evidencia de que plantee problemas para que los estudiantes valoren la utilidad de la derivada en la vida diaria; implica a los estudiantes en las actividades matemáticas que propone, mediante la participación en la pizarra, con dinámicas, preguntas y repreguntas, aunque no hace la validación de los procedimientos; no propicia que los alumnos argumenten sus procedimientos y la participación equitativa; da seguridad y confianza a los estudiantes, trata de ser ameno, empático, se esfuerza para que estén motivados, para realzarles la autoestima, y así pierdan el miedo, la fobia y rechazo hacia las matemáticas. Por lo expuesto, concluimos que el profesor F asigna bajo peso a los aspectos afectivos en su práctica docente, además se infiere que supedita el criterio emocional al ecológico (cumplir las actividades del sílabo y plan de clase).

El criterio mediacional no sólo había sido tomado en cuenta por el docente al principio de la entrevista, sino que también emerge con cierto peso cuando se le hacen preguntas específicas sobre aspectos de medios. Así por ejemplo, utiliza recursos tecnológicos de software matemático como Symbolab, Geogebra y Desmos en sus clases de derivadas, por ser interactivos, dinámicos y los gráficos salen mucho mejor y precisos; el aula ofrece condiciones y equipos necesarios para la enseñanza de derivadas, aunque la distribución de los estudiantes en filas y columnas no es adecuada; los contenidos clave de derivadas los desarrolla en clases presenciales, dejando para la fase virtual actividades complementarias; invierte más tiempo en enseñar contenidos que, en su opinión, son más importantes y de mayor dificultad para los estudiantes de ingeniería. Concluimos que para el profesor F los aspectos mediacionales tienen mediano peso en su práctica docente, además, quedan supeditados al criterio ecológico (cumplir las actividades del sílabo).

Acerca del criterio interaccional, éste no figura en las respuestas iniciales del docente, aunque emerge en la segunda parte de la entrevista, se infiere que le asigna un peso significativo en sus clases. Así por ejemplo, presenta la derivada de manera adecuada con claridad y orden lógico en los contenidos; identifica dudas y dificultades de aprendizaje por sus expresiones faciales o cuando interactúa con ellos; utiliza recursos argumentativos para implicar y captar la atención de los alumnos en clase, tales como un vídeo corto o explicación magistral; en la parte práctica los agrupa y procura generar buen ambiente de aula, fomentando el diálogo y la comunicación entre ellos; en el trabajo en equipos los estudiantes pueden hacer exploraciones y formulaciones sobre derivadas, los saca a la pizarra pero no se evidencia la validación de sus resultados y tampoco que propicie la autonomía. Concluimos que el docente F asigna un alto peso en clases a los aspectos interaccionales, aunque los supedita al criterio ecológico (cumplir el sílabo).

El criterio ecológico aparece en su respuesta inicial y, de la triangulación realizada, evidenciamos que tiene un papel fundamental para orientar la práctica del docente F, la cual justifica, sobre todo, por el cumplimiento de contenidos programados en el sílabo y por seguir el plan de clase, aunque también justifica por el hecho de tener en cuenta la especialidad de los estudiantes; los contenidos de derivadas que enseña se corresponden con las directrices curriculares de las carreras; los conceptos de derivadas que implementa tienen conexión con contenidos matemáticos posteriores del plan curricular, y con asignaturas propias de ingeniería; tiene sus presentaciones en

power point y otros materiales actualizados, y realiza innovación basado en la tecnología y el perfeccionamiento en su labor docente. De la triangulación entre lo dicho en la entrevista y lo observado en sus clases, se infiere que este criterio ecológico es el que mayor peso tiene para orientar su práctica docente y al cual se supeditan los demás CID.

Además, del criterio ecológico hay que destacar que el componente “Utilidad sociolaboral” se tiene en cuenta para justificar una presentación de las derivadas enfocada en la mecanización, clases magistrales y poco significativa, pero no para incorporar procesos de modelización y resolución de problemas. Es decir, este criterio incide disminuyendo la idoneidad epistémica (reduce la riqueza de procesos), en vez de aumentarla enfatizando en los procesos relevantes de la actividad matemática. Se trata de un resultado coherente con lo señalado en García (2013), donde, por una parte, se tiene en cuenta que el estudiante es un futuro ingeniero que necesitará las matemáticas, pero, por otra parte, su enseñanza se implementa a través del uso y abuso del álgebra y la mecanización, con ausencia de procesos de modelización.

El esquema de pesos asignado a los diferentes CID por el profesor para guiar su práctica, puede ser una explicación plausible de por qué se están implementando las clases de ciencias básicas en las carreras de ingeniería de la manera que señalan Villanueva (2019) y Vargas (2010) (explicaciones expositivas poniendo énfasis en aspectos procedimentales), y también, por qué no se incorporan innovaciones como las que se proponen en Camarena (2013) y Rodríguez (2017).

Los resultados de este estudio de caso, si bien solo son aplicables a este profesor, consideramos que van más allá de este caso particular. Por esta razón, el análisis presentado para el profesor F se está realizando también con los demás participantes, lo cual permitirá, en el futuro, un análisis transversal de los datos. En concreto, permitirá estudiar cómo varían los pesos asignados a los diferentes CID por cada profesor para guiar su práctica. Específicamente, esperamos que la priorización de criterios que hace este profesor (supeditar los otros criterios al ecológico) sea la misma que hacen los otros nueve profesores y que las diferencias entre ellos estén en el peso que asignan a los criterios que quedan supeditados a este.

Reconocimiento

Trabajo realizado en el marco del proyecto de investigación en formación de profesorado: PGC2018-098603-B-I00 (MCIU/AEI/FEDER, UE).

Referencias

- Arana-Pedraza, R. A., Ibarra, S. y Font, V. (2020). Conocimientos y Competencias Didáctico-Matemáticas del profesor de matemáticas en ingeniería: un primer acercamiento. En Y. Morales-López y A. Ruiz, *Educación Matemática en las Américas 2019* (928-935). República Dominicana: Comité Interamericano de Educación Matemática.
- Artigue, M. (1995). La enseñanza de los principios del cálculo: problemas epistemológicos, cognitivos y didácticos. En M. Artigue, R. Douady, L. Moreno y P. Gómez (Eds.). *Ingeniería didáctica en la educación Matemática*. “Una empresa docente”. México: Grupo Editorial Iberoamérica.
- Breda, A. (2020). Características del análisis didáctico realizado por profesores para justificar la mejora en la enseñanza de las matemáticas. *Bolema*, 34(66), 69-88. <https://doi.org/10.1590/1980-4415v34n66a04>.
- Breda, A., Font, V., & Pino-Fan, L. R. (2018). Criterios valorativos y normativos en la Didáctica de las Matemáticas: el caso del constructo idoneidad didáctica, *Bolema*, 32(60), 255-278. <http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v32n60a13>.
- Breda, A., Pino-Fan, L., & Font, V. (2017). Meta didactic-mathematical knowledge of teachers: criteria for the reflection and assessment on teaching practice. *Eurasia Journal of Mathematics, Science & Technology Education*, 13(6), 1893-1918. <https://doi.org/10.12973/eurasia.2017.01207a>.
- Breda, A., Hummes, V., da Silva, R. S. y Sánchez, A. (2021). El papel de la fase de observación de la implementación en la metodología estudio de clases. *Bolema*, 35(69), 263-288. <https://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v35n69a13>.
- Burgos, M., Castillo, M. J., Beltrán-Pellicer, P., & Godino, J. D. (2020). Análisis didáctico de una lección sobre proporcionalidad en un libro de texto de primaria con herramientas del enfoque ontosemiótico, *Bolema*. 34(66), 40-68. <https://doi.org/10.1590/1980-4415v34n66a03>.

- Camarena, P. (2013). A treinta años de la teoría educativa “Matemática en el Contexto de las Ciencias”. *Innovación Educativa*, 9(46), 17-44.
- Capone, R. (2021). Just-in-Time Teaching and Peer-Led Team Learning in Mathematics Education Using Social Platform with Undergraduate Students. *Frontiers in education* (en revisión).
- Capote, G., Rizo, N. y Bravo, G. (2016). La formación de ingenieros en la actualidad. Una explicación necesaria. *Revista Universidad y Sociedad*, 8(1), 21-28.
- Carlos Guzmán, J. (2018). Buenas prácticas de enseñanza de los profesores de educación Superior. *REICE. Revista iberoamericana sobre calidad, eficacia y cambio en educación*, 16(2), 133-149. <https://doi.org/10.15366/reice2018.16.2.008>.
- Cooper, J., Levi Gamlieli, H., Koichu, B., Karsenty, R., & Pinto, A. (2020). Instructional innovation in mathematics courses for engineering programs – a case study. En Inprasitha, M., Changsri, N. & Boonsena, N. (Eds). (2020). *Interim Proceedings of the 44th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*. Khon Kaen, Thailand: PME.
- Esqué, D. y Breda, A. (2021). Valoración y rediseño de una unidad sobre proporcionalidad utilizando la herramienta Idoneidad Didáctica. *Uniciencia*, 35(1), 38-54. <https://doi.org/10.15359/ru.35-1.3>.
- Font, V. (2019). Dilemas sobre las matemáticas entendidas como una materia general (ciencia básica) para diferentes carreras (profesiones). En Arango, A. J., Sánchez, O., Vargas, H., Ariza, M. X., Díaz, S. y Canoles, J. C. (Eds.), *Memorias III Congreso ciencias básicas en un mundo globalizado. Investigación experimental y simulación matemática*. Tunja, Colombia: Ediciones Usta-Universidad Santo Tomás.
- Font, V., Planas, N. y Godino, J. D. (2010). Modelo para el análisis didáctico en educación matemática. *Infancia y Aprendizaje*, 33(1), 89-105.
- García, J. (2013). La problemática de la enseñanza y el aprendizaje del cálculo para ingeniería. *Revista Educación*, 37(1), 29-42.
- Giacomone, B., Godino, J. D., & Beltrán-Pellicer, P. (2018). Developing the prospective mathematics teachers’ didactical suitability analysis competence. *Educação e Pesquisa*, 44, e172011. <https://doi.org/10.1590/s1678-4634201844172011>
- Godino, J., Batanero, C., & Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. *ZDM. The International Journal on Mathematics Education*, 39(1), 127-135.

- Godino, J. D., Batanero, C., & Font, V. (2019). The Onto-semiotic Approach: implications for the prescriptive character of didactics. *For the Learning of Mathematics*, 39(1), 37-42.
- Gusmão, T. C. R. S., & Font, V. (2020). Ciclo de estudo e desenho de tarefas. *Educação Matemática Pesquisa*, 22(3), 666-697.
- Juárez Ramírez, J. A., Chamoso Sánchez, J. M., & González Astudillo, M. T. (2020). Interacción en foros virtuales al integrar modelización matemática para formar ingenieros. *Enseñanza de las Ciencias*, 38(3), 161-178. <https://doi.org/10.5565/rev/ensciencias.3041>.
- Monforte, G. L. (2011). Debates sobre el papel de las matemáticas en la formación de los ingenieros civiles decimonónicos. In *Técnica e ingeniería en España* (pp. 255-298). Zaragoza, El Ochoientos: de los lenguajes al patrimonio.
- Morales-López, Y., & Font, V. (2019). Valoración realizada por una profesora de la idoneidad de su clase de matemáticas. *Educação e Pesquisa*, 45, e189468. <https://doi.org/10.1590/s1678-4634201945189468>.
- Morales-Maure, L., Durán-González, R., Pérez-Maya, C. y Bustamante, M. (2019). Hallazgos en la formación de profesores para la enseñanza de la matemática desde la idoneidad didáctica. Experiencia en cinco regiones educativas de Panamá. *Inclusiones*, 6(2), 142-162.
- Pepin, B., Gueudet, G., & Trouche, L. (2017). Refining teacher design capacity: Mathematics teachers' interactions with digital curriculum resources. *ZDM*, 49(5), 799-812. <https://doi.org/10.1007/s11858-017-0870-8>.
- Pochulu, M., & Font, V. (2011). Análisis del funcionamiento de una clase de matemáticas no significativa. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 14(3), 361-394.
- Rodríguez Gallegos, Ruth. (2017). Repensando la enseñanza de las matemáticas para futuros ingenieros: actualidades y desafíos. *IE Revista de investigación educativa de la REDIECH*, 8(15), 69-85. https://doi.org/10.33010/ie_rie_rediech.v8i15.55
- Schön, D. (1983). *The reflective practitioner*. New York: Basic Books.
- Seckel, M. J., Breda, A., Sánchez, A., & Font, V. (2019). Criterios asumidos por profesores cuando argumentan sobre la creatividad matemática. *Educação e Pesquisa*, 45, e211926. <http://dx.doi.org/10.1590/S1678-4634201945211926>

- Seckel, M., & Font, V. (2020). Competencia reflexiva en formadores del profesorado en matemáticas. *Magis*, 12(25), 127-144. <https://doi.org/10.11144/Javeriana.m12-25.crfp>
- Sousa, J.R., Silva Gusmão, T.C.R., Font, V., & Lando, J.C. (2020). Task (Re)Design to Enhance the Didactic-Mathematical Knowledge of Teachers. *Acta Scientiae*, 22(4), 98-120. <https://doi.org/10.17648/acta.scientiae.5711>
- Vargas Muñoz, D. (2010). *Evaluación de la calidad de los procesos de enseñanza-aprendizaje en las aulas de ingeniería de las universidades derivadas chilenas* (Tesis doctoral). Universidad de Sevilla, Sevilla, España. <https://idus.us.es/handle/11441/24043>
- Villanueva, I. Z. (2019). *Sistema de tareas docente en el aprendizaje de la derivada en los estudiantes del primer año de la escuela profesional de ingeniería en telecomunicaciones, UNSA-2018* (Tesis doctoral). Universidad Nacional de San Agustín, Arequipa, Perú. <http://repositorio.unsa.edu.pe/handle/UNSA/10328>

Walmer Garcés Córdova es candidato de doctorado en el departamento de Educación Lingüística y Literaria, y Didáctica de las Ciencias Experimentales y la Matemática, de la Universidad de Barcelona, España.

Dirección de contacto: La correspondencia directa sobre este artículo debe enviarse al autor. **Dirección Postal:** Campus Mundet, Vall d'Hebron, 171, Edificio de Llevant, planta 1, despacho 165. 08035 Barcelona. **Email:** walmer.garces@gmail.com