Cómo determinar el valor de π con cosas buenas de comer y una balanza

por
José Luis Cebollada Gracia
(IES La Azucarera)

Al finalizar la reunión del Club de los Insolidarios los siete miembros decidieron encargar una *pizza*. Eligieron la *pizza* Siracusa que costaba 12,56 €. Al revisar los bolsillos, Benjamín, el más joven, se dio cuenta de que no llevaba más que 56 céntimos. Decidieron encargarla igualmente; cada uno aportó 2 € y Benja, sus céntimos. Por supuesto que a la hora de repartir, los pedazos fueron proporcionales a la cantidad aportada: seis trozos iguales y uno pequeño de aproximadamente la cuarta parte que los demás. ¡Esto no es una oenegé!, musitó entre dientes el presidente.

Aunque nunca hubo matemáticos en este club, los lectores ya habrán deducido que los seis trozos iguales deberán tener un ángulo de un radián y el pequeño, 0,28 radianes. Para proceder al corte bastaría con localizar el centro de la *pizza*, medir el radio y cortar pedazos cuyo arco midiera exactamente el radio, el resto sería para Ben.

Figura 1. Las siete raciones de la *pizza* del Club de los Insolidarios listas para repartir

Si queremos comprobar que el reparto ha sido justo, bastaría comparar (con un trozo de hilo, por ejemplo) la fracción que supone el trozo de Ben frente al de sus insolidarios compañeros. Este método sería similar al que usarían los egipcios sobre las arenas del Nilo, según la interpretación de Beckmann [1].

Métodos para calcular el valor de π hay muchos, algunos con lápiz y papel y otros que requieren más *hardware*.

Al primer grupo pertenece el de Arquímedes [2]. Respecto a los segundos: está el método Montecarlo [3], que relaciona el área de un cuadrado de lado $2r$ con la de un círculo de radio r o el de Buffon, mucho menos intuitivo [4].

A continuación se presenta un método de cálculo del valor de π manipulativo, sin utilizar cinta métrica, en su lugar usaremos una balanza. Se ha experimentado en un taller realizado con alumnos de 2.º de ESO que no conocían el concepto de radián.

Acotamos el valor de π

Si cortamos una tarta (o tortilla o *pizza* o un disco de cartón recortado de una caja vieja) en raciones de un radián, es decir, de un quesito con los tres lados iguales, nos saldrán seis raciones y pico. Y como π es la relación entre la longitud y el diámetro de una circunferencia, 2π es seis y pico, o sea, que el valor de π es mayor que 3 y menor que 3,5.

Medimos el valor de π

Si ahora comparamos ese trozo que nos sobra con uno de los trozos enteros podremos calcular los decimales de 2π y por lo tanto, el valor de π. Así, el cociente entre la masa del trozo pequeño y la masa de un trozo grande, o mejor aún, la media de los seis trozos enteros, nos dará los decimales de 2π.

Materiales

Para llevar adelante las medidas necesitamos:

— Alimentos fácilmente cortables de forma circular: *pizza*, tortilla de patata sin cebolla, bizcocho.
— Discos de cartón recortados.
— Cuchillo, tijeras, cúter.
— Balanza de laboratorio.
— Un hilo grueso.

Corte del bizcocho

— Con dos trozos de hilo se localiza el centro del bizcocho. Cada hilo será un diámetro, es decir, la distancia máxima entre dos puntos que pertenecen a la circunferencia exterior.

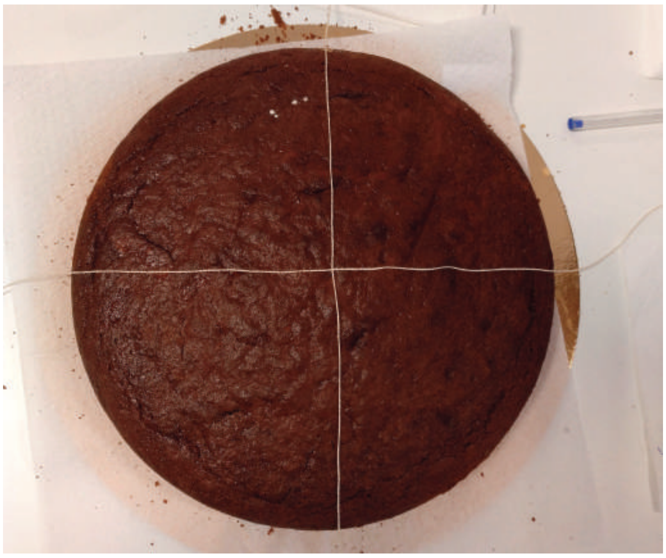

Figura 2. Buscando el centro en la intersección de dos diámetros

— Una vez localizado, se corta un trozo de hilo del tamaño del radio (r). Servirá para el resto de la actividad.
— Se practica un corte desde el centro del bizcocho hasta el exterior.
— Se coloca el hilo de longitud r a lo largo del exterior del bizcocho y donde finalice el hilo se practica el segundo corte.
— Se sigue cortando hasta que se acabe el bizcocho. El trozo pequeño que sobra nos servirá para calcular la parte decimal de 2π.

Figura 3. El bizcocho cortado en las siete raciones

Cálculo de 2π

El arco de cada una de las seis primeras porciones mide lo mismo que el radio. Falta por determinar cuánto mide el trozo que nos ha sobrado, que son los decimales de 2π, que es algo más de 6.

— Pesamos cada uno de los 6 trozos (T_i) de bizcocho y calculamos la media (M)
— Pesamos el resto que ha sobrado (R).
— Para calcular qué fracción representa hacemos el cociente R/M. Esta fracción en masa es la misma que la fracción en arco de sector circular, pues, en productos homogéneos la masa es directamente proporcional al arco.

Para un bizcocho perfecto cortado por cortadores perfectos que utilicen cuchillos perfectos y pesen los pedazos en balanzas perfectas, el resultado obtenido será 0,283185…

Los datos obtenidos con el bizcocho de chocolate se recogen en la tabla 1.

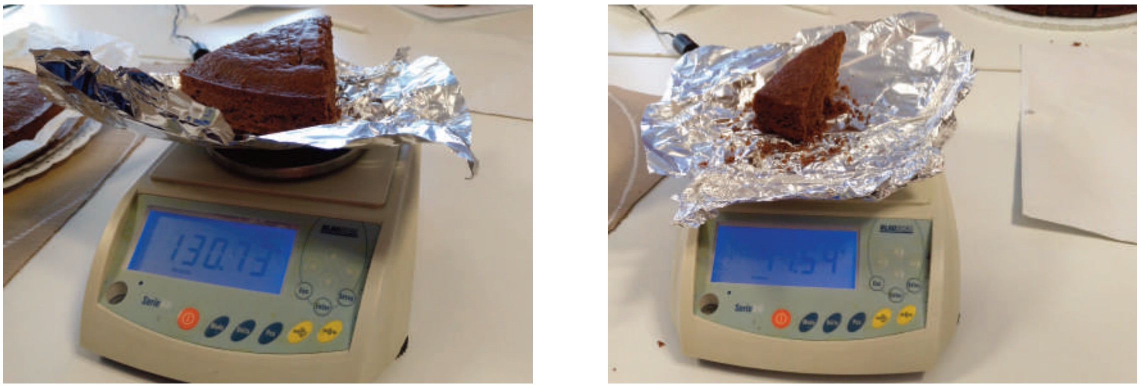

Figura 4. Peso de una ración grande y de la ración pequeña

Masa (g)	T_1	T_2	T_3	T_4	T_5	T_6	Media (M)	Masa resto (R)
Bizcocho	142,20	135,45	121,29	129,03	122,25	130,37	130,16	41,54

Tabla 1

El cociente entre el pedazo final y el pedazo *promedio* es: $\dfrac{R}{M}=\dfrac{41{,}54}{130{,}16}=0{,}32.$

De donde obtenemos un valor de 2π de 6,32.

Y por tanto un valor de π de 3,16.

Un resultado sorprendentemente bueno a pesar de los errores que se cometen en el proceso pero podría ser resultado del azar, por eso vamos a repetir el experimento con diferentes tipos de círculos.

Se repite el proceso para trozos de cartón cortados por los alumnos; uno de ellos de doble capa con ondulado y otro rígido, sin ondulado, con una *pizza* y una tortilla de patata.

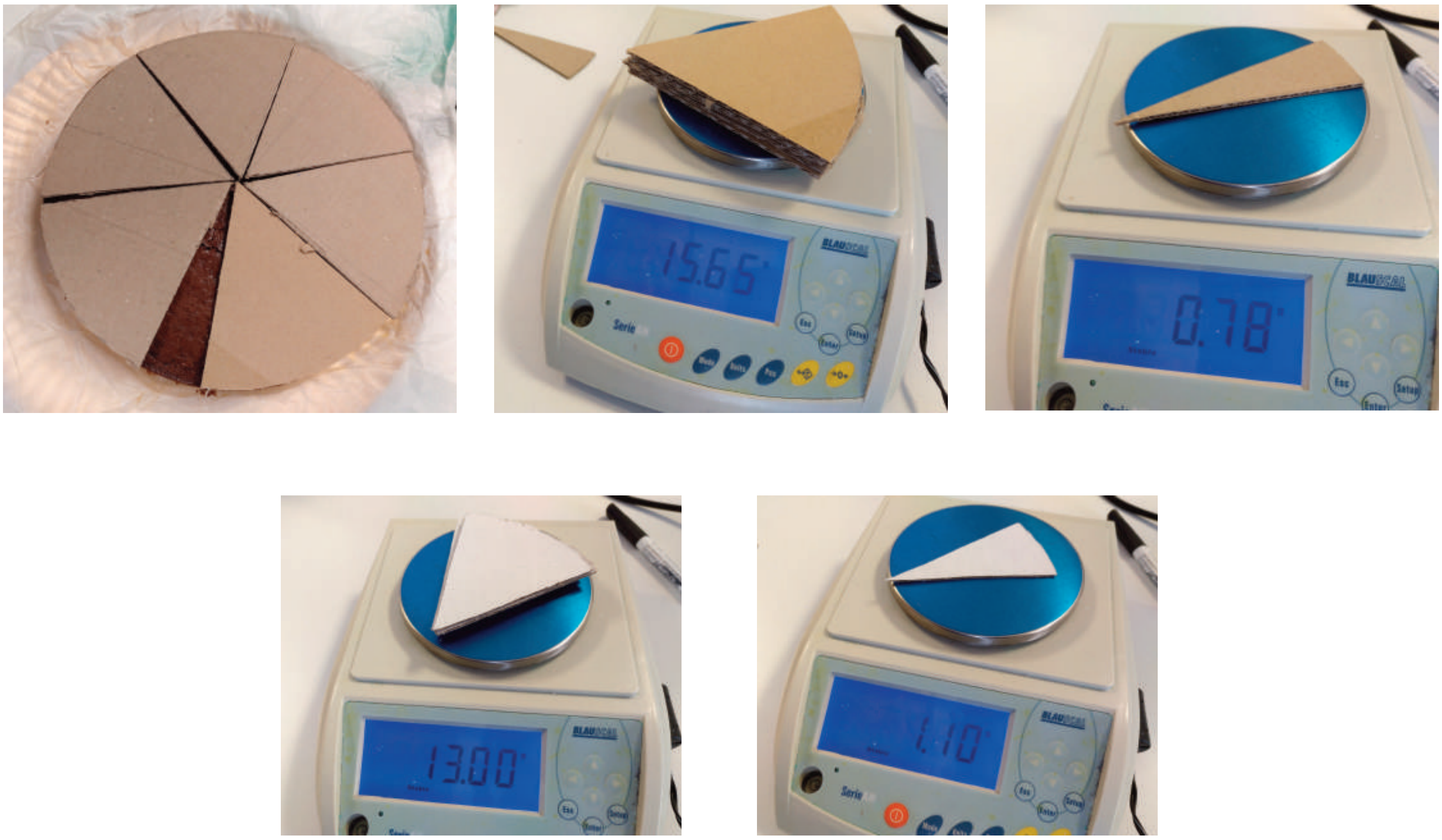

Figura 5. Distintas fases de la obtención de datos con cartón ondulado y con cartón rígido

Los resultados obtenidos de recogen en la tabla 2.

	Cartón liso	*Cartón ondulado*	*Bizcocho*	*Pizza*	*Tortilla*
T_1 masa (g)			142,2	66,2	85,85
T_2 masa (g)			135,45	68,7	91
T_3 masa (g)			121,29	63,53	89,39
T_4 masa (g)			129,03	78,79	80,08
T_5 masa (g)			122,25	70,8	82,28
T_6 masa (g)			130,37	77,4	104,35
MEDIA (*M*) masa (g)	2,17	2,61	130,10	70,90	88,83
RESTO (*R*) masa (g)	1,1	0,78	41,54	16,29	32,16
COCIENTE *R*/*M*	0,51	0,30	0,32	0,23	0,36
2π	6,51	6,30	6,32	6,23	6,36
π	3,25	3,15	3,16	3,11	3,18

Tabla 2

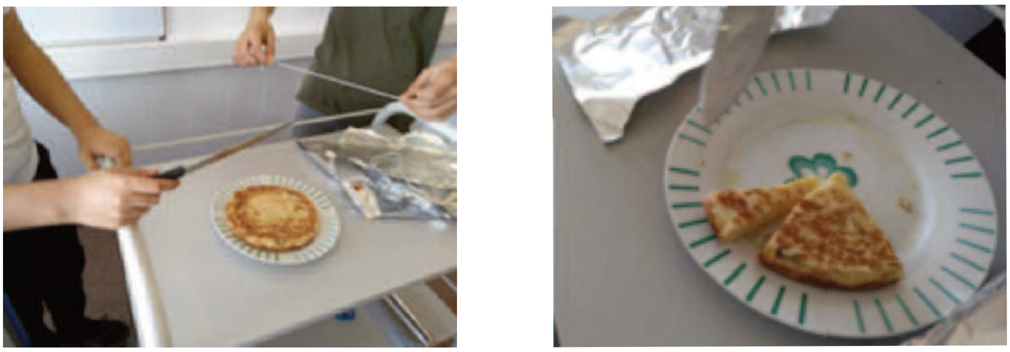

Figura 6. Tortilla de patata al inicio y al final de proceso

Discusión posterior

Es muy difícil obtener empíricamente un valor muy próximo al real pero esto da pie a una discusión interesante sobre el origen de los errores que vamos cometiendo y la calidad de nuestros resultados. Del análisis en grupo del proceso podemos destacar las siguientes ideas aportadas por los alumnos:

— El bizcocho no tiene por qué ser perfectamente homogéneo, hay zonas algo más altas que otras.
— Los cortes no salen todo lo bien que querríamos.
— En los cortes siempre se perderá alguna miga, lo que es más evidente cuando tratamos con repostería.
— En el caso de la *pizza* las raciones son evidentemente heterogéneas, pero la masa de cada ración es muy parecida. Probablemente el peso de la *pizza* dependa básicamente de la masa y no del resto de los ingredientes, que en las *pizzas* comerciales están en cantidades raquíticas.
— Se consideró obvio que había una relación lineal entre el ángulo —o el arco— y el peso de la ración… a pesar de las imperfecciones.
— El cartón se dibujó tomando una lata de galletas de mantequilla como plantilla; los errores procedieron tanto del dibujo de la circunferencia como del posterior recorte con tijeras o cúter.

Nota final

Esta actividad se ha realizado con alumnos de 2.º de ESO para quienes el término radián no tiene ningún significado. Tampoco encuentran el sentido de abandonar el uso de los grados como medida de los ángulos para introducir una nueva unidad. Sin embargo ha sido necesaria la construcción de raciones de un radián para encontrar el valor aproximado de π.

El método, que bien pudieran usar los miembros del Club de los Insolidarios en sus reuniones, no se trata de un nuevo método[5], pues trasladamos las proporciones que los egipcios hacían con las longitudes de los respectivos arcos, a la masa. Ellos, los egipcios, carecían de balanzas electrónicas y, muy probablemente, de patatas para hacer tortilla.

Si comparamos el esfuerzo necesario para preparar y realizar estas medidas con este método con otros como el de Montecarlo o Buffon, la relación esfuerzo-resultado es bastante favorable al que se acaba de presentar. Los materiales son bastante asequibles. Y aunque en los departamentos de Matemáticas no suelen abundar las balanzas, una visita a los vecinos de Biología o de Física y Química puede solventar esta carencia.

Notas

1 Beckmann, P. (1993), *A history of Pi*, Barnes & Noble Books, 13.

2 <https://proyectodescartes.org/descartescms/matematicas/miscelaneas/item/1062-aproximaciones-del-numero-pi>, *Aproximación por polígonos inscritos.*

3 <https://es.wikipedia.org/wiki/M%C3%A9todo_de_Montecarlo>.

4 Beckmann, P. (1993), *A history of Pi*, Barnes & Noble Books,159-161.

5 Hasta la fecha de redacción de este artículo (verano de 2021) no he conseguido encontrar descripciones de este método.