

# Un acercamiento didáctico al tratamiento de funciones en Secundaria

por

SARA EMBID SOLANO

(Egresada del Máster de Profesorado de la Universidad de Zaragoza)

Si uno reflexiona sobre cómo fue introducido en el concepto matemático de función en los últimos cursos de la ESO —o inicios de BUP— es probable que a su mente solo le lleguen atisbos de una idea ingeniosa pero altamente abstracta. A pesar de su apariencia simple, las funciones resultan muy complicadas de entender y esta complicación se agrava si las introducimos con la definición moderna de Peter Dirichlet (1837) como correspondencia unívoca entre conjuntos :

y es función de  $x$  si a cada valor de  $x$  corresponde un valor completamente determinado de  $y$ ; además, no es importante el método con el cual se establece la correspondencia señalada.

La exploración del concepto basada en esta noción formal supone un alto grado de generalización y abstracción difícilmente alcanzable por el alumnado de Secundaria. Sierpinska (1988) señala que definiciones como esa ocultan la verdadera naturaleza del concepto, conllevando un error didáctico, una inversión anti-didáctica. La conceptualización de función aceptada, desde un punto de vista didáctico, sigue la línea de Sierra-Vázquez, González-Astudillo y López-Esteban (1998) con representaciones en diferentes registros y una aproximación más informal.

## Punto de partida: primera sesión

Como las mentes de los alumnos no son lienzos en blanco y estos van reconstruyendo los significados conceptuales sobre la base de otros significados ya construidos previamente, el punto de partida de cualquier propuesta didáctica debe pasar por estos conocimientos previos (Miras, 1993). Incidiendo en este aspecto, Ball, Thames y Phelps (2008) señalan la importancia de un profesor que pueda dar un sentido matemático al trabajo de los estudiantes. La primera sesión que proponemos consta de dos partes diferenciadas:

- Cuéntame algo que sepas relacionado con las funciones (acorde con tu nivel).
- Propón un problema sobre funciones que te parezca realista.

Esta propuesta se inspira en un artículo de Mercado (2007) donde se propone un tipo de evaluación inicial que permite buscar nuevas formas de enfocar los contenidos:

Estoy seguro de que todo el mundo sabe algo relacionado con las matemáticas y de que a diario se os plantean problemas que tienen que ver con ellas. Por eso, en una cara de un folio me vais a contar algo que sepáis de matemáticas (acorde con vuestro nivel) y en la otra cara me vais a proponer un problema.

El análisis pormenorizado de resultados permitirá ajustar la planificación posterior, si bien sería recomendable seguir un esquema constructivista respaldado por las investigaciones en didáctica de las matemáticas. Los contenidos de los que se ocupa la unidad didáctica de funciones ya han sido trabajados en cursos anteriores, lo que debería inhibir el «bloqueo de la hoja en blanco» y mostrar estudiantes que, al menos, intentan aproximaciones iniciales a las tareas pedidas.



## Trabajo en el aula: segunda sesión

Asumiendo que, al igual que Wheatley (1991), el conocimiento matemático es reconstruido por cada individuo y es una manifestación de experiencias personales que provienen tanto de su mundo cotidiano como de la experiencia escolar, escogemos uno de los problemas propuestos por el Shell Centre for Mathematical Education (1990: 200). La siguiente imagen ilustra su contenido:

Un grupo de amigos, aburridos y sin dinero, quieren sacar algún dinero elaborando y vendiendo su propia revista casera. Un profesor amable se ofrece a ayudar dando facilidades y papel gratis, al menos para los primeros números.

1. a) Haz una lista de todas las decisiones importantes que deberían tomar. Aquí tienes tres para empezar:

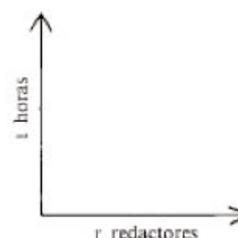
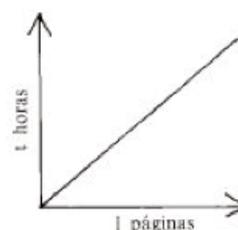
¿Cuál debe ser el tamaño de la revista? ( $l$  páginas).  
 ¿Cuántos redactores harán falta? ( $r$  redactores)  
 ¿Cuánto tiempo llevará escribirla? ( $t$  horas)

- b) Algunas de las cuestiones de tu lista dependerán de otras. Por ejemplo: Para un número fijo de personas, cuanto más larga sea la revista más se tardará en escribirla,

Para un tamaño fijo de revista, cuantos más redactores haya...

Completa el informe y haz una gráfica para ilustrarlo.

Escribe otras relaciones que veas y haz gráficas en cada caso.



2. El grupo decide investigar cuántos compradores potenciales hay en el instituto, produciendo una revista de prueba y realizando una encuesta entre 100 alumnos preguntándoles: «¿Hasta cuánto dinero estarías dispuesto a pagar por esta revista?». Sus datos fueron los siguientes:

Precio de venta ( $p$ ptas.)	Gratis	20	40	60	80
Gente dispuesta a pagarlo ( $n$ personas)	100	82	58	40	18

¿A qué precio deberían cobrar la revista para conseguir el máximo beneficio?

3. Después de unos cuantos números, el profesor decide que debe cobrar a los alumnos 20 ptas. por revista por el papel y la reproducción. ¿A cuánto deberían cobrar ahora la revista?

Presentamos así el objeto matemático de función desde una razón de ser modeladora. Como otros conceptos matemáticos, que pueden entenderse como una abstracción de conceptos de otros campos, el concepto de función es una abstracción de la idea de ley científica que sirve para el estudio de los fenómenos de cambio (Deulofeu, De la Fuente y Vilaplana, 2021).

Al tratarse de un problema de carácter abierto, se considera oportuno trabajarlo primero individualmente y después en grupos pequeños de 3-4 personas. Durante todo el proceso, el profesor estará disponible para resolver dudas y guiar a aquellos que encuentren dificultades, pudiendo parar la clase y proponer pistas en la pizarra si fuese necesario. Lo esperable es que los grupos sean capaces de plasmar sobre una ficha una solución conjunta donde las aportaciones individuales de unos y otros sean tenidas en cuenta. Finalmente, se llevará a cabo una puesta en común donde un portavoz de cada grupo expondrá sus conclusiones al resto de la clase. Con esta experiencia didáctica, mediada por el profesor, se trabajará la definición de función y se remarcarán los descriptores verbales, analíticos, tabulares y gráficos con los que este objeto matemático puede representarse.

## Conclusiones

Realizar una planificación adecuada del tratamiento integral de la noción de función precisa una labor minuciosa de análisis. El presente artículo propone un acercamiento tímido a una secuencia didáctica donde las funciones son tratadas según la línea que marca la investigación educativa que sigue a la tesis de Janvier (1987). La secuencia didáctica completa puede encontrarse en Embid (2021).

Para terminar, subrayar el reto al que todos los docentes nos enfrentamos cada vez que surge la inquietud de qué forma es más apropiada para introducir y tratar un determinado objeto matemático. Citando a Ruiz (1998): «el concepto de función es inherentemente difícil para los alumnos cualquiera que sea el método de enseñanza».

## Referencias bibliográficas

- BALL, D. L., M. H. THAME y G. PHELPS (2008), «Content knowledge for teaching: What makes it special», *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389-407.
- DEULOFEU, J., A. DE LA FUENTE y L. VILAPLANA (2021), «Funciones: modelización, representaciones y autorregulación», *Uno: Revista de didáctica de las matemáticas*, (91), 32-39.
- EM BID, S. (2021), *Funciones: una propuesta didáctica para Matemáticas orientadas a las Enseñanzas Aplicadas de 4.º ESO*, Universidad de Zaragoza, Zaragoza.
- JANVIER, C. E. (1987), *Problems of representation in the teaching and learning of mathematics*, LEA. Publ., Londres.
- MERCADO, A. I. (2007), «Matemáticas el primer día de curso, un nuevo enfoque de la evaluación inicial», *Suma*, (56), 33-38.
- MIRAS, M. (1993), «Un punto de partida para el aprendizaje de nuevos contenidos: los conocimientos previos», en I. Solé i Gallart y otros, *El constructivismo en el aula*, 47-63.
- RUIZ, H. L. (1998), *La noción de función: análisis epistemológico y didáctico*, Publicaciones de la Universidad de Jaén, España.
- SHELL CENTRE FOR MATHEMATICAL EDUCATION (1990), *El lenguaje de funciones y gráficas*, Centro de publicaciones del Ministerio de Educación y Ciencia, Servicio Editorial de la Universidad del País Vasco.
- SIERPINSKA, A. (1988), «Epistemological remarks on functions», en *Proceedings of 12 Inter. Conf. of PME*.
- SIERRA, M., M. T. GONZÁLEZ y C. LÓPEZ (1998), «Funciones: traducción entre representaciones», *Aula*, 10, 89-104.
- WHEATLEY, G. H. (1991), «Constructivist perspectives on science and mathematics learning», *Science education*, 75(1), 9-21.