Descubriendo las simetrías del mundo con ojos infantiles

por

Almudena Agudo Carnicer[1], José Ignacio Cogolludo Agustín[2] y Elena Gil Clemente[2]

([1]Colegio Nuestra Señora del Pilar, Salesianos. Zaragoza; [2]Universidad de Zaragoza)

El curriculum español, o al menos la práctica docente habitual, centra casi todos sus esfuerzos en iniciar el estudio de las matemáticas a través del conocimiento del número, obviando que la geometría es otra de las puertas naturales de acceso a esta disciplina. La geometría se suele posponer a etapas superiores asumiendo que la adquisición de destrezas numéricas básicas es más relevante o bien más sencilla que el aprendizaje de la geometría por el grado de abstracción que supone reducir el entorno a formas geométricas básicas. Nada más lejos de la realidad. Exploraciones realizadas con niños de Educación Infantil, incluso con discapacidad intelectual (Millán, Gil y Colella, 2017; Cogolludo y Gil, 2019) muestran que estos tienen una gran facilidad para captar ideas geométricas y que estas contribuyen a desarrollar su conciencia del mundo que les rodea.

En un trabajo reciente (Agudo, Cogolludo y Gil, 2020) se analiza cómo estos niños dan también muestras de percibir de forma natural las simetrías del mundo que nos rodea. Las respuestas que obtuvimos tras dicho análisis nos animaron a elaborar un material que facilitará a los maestros el trabajo sobre estas ideas —a las que nos referiremos como *concepciones ingenuas*— en Educación Infantil. Este trabajo es el objeto de esta comunicación.

Simetrías de un objeto en el plano. Exploración de las concepciones ingenuas de niños de Educación Infantil

El término *simetría* es muy ambiguo en la literatura de didáctica de las matemáticas. Solemos asociar la palabra simetría a una reflexión axial como, por ejemplo, la que presenta una mariposa —una simetría con eje central y dos partes reflejo una de otra—. Sin embargo, no solamente existe dicho tipo de simetría. Llamamos simetría de un objeto al conjunto de los movimientos del espacio ambiente que lo dejan invariante. Asociadas a los distintos movimientos del plano (isometrías) hay objetos que presentan otros tipos de simetría. Estudiémoslos:

— Dada una recta r, *una reflexión o simetría axial* es un movimiento que asocia a cada punto P un punto P' de la perpendicular a r que pasa por P tal que P y P' son equidistantes a r. Imaginemos una montaña al pie de un lago. Su reflejo en el agua es una reflexión con respecto a una línea imaginaria que se dibuja entre el pie de la montaña y el agua. Intuitivamente, un objeto tiene una simetría axial si lo podemos doblar por un eje de modo que las imágenes a ambos lados se superponen.

— Dado un punto P, al que denominaremos *centro de rotación*, y un ángulo orientado diremos que una *rotación o giro* es un movimiento que asocia a cada punto A un punto A' equidistante a P y el ángulo orientado $\measuredangle APA'$ es igual al ángulo dado α. Un objeto tiene una *simetría de rotación* cuando permanece invariante tras una rotación. Imaginemos una flor de cinco pétalos. Si giramos el tallo entre nuestras manos, habrá cinco momentos en los que la flor tendrá el mismo aspecto que inicialmente. Dicho de otra manera, esta flor posee una simetría de rotación de ángulo $2\pi/5$.

— Dado un vector $\vec{v}$, una traslación es un movimiento que asocia a cada punto P un punto P' tal que el vector $\overrightarrow{PP'}$ es igual al vector $\vec{v}$. En matemáticas denominamos *friso* a una colección de objetos en $\mathbb{R}^2$ con un grupo de simetrías discreto que contiene un subgrupo de traslaciones en una única dirección. En términos didácticos podemos imaginar los frisos como una combinación de series de objetos iguales o reflejados situados en fila a la misma distancia unos de otros.

— Por último, llamamos *reflexión deslizante* al movimiento que se obtiene al componer una traslación y una reflexión axial. Hay frisos que además de tener una simetría de traslación también tienen una simetría de reflexión deslizante. Pensemos ahora en las huellas que dejan nuestros pies al pisar la arena. Al contemplarlas podemos observar cómo, entre una huella y la siguiente del mismo pie, se encuentra la huella del otro pie desplazada y reflejada con respecto a la línea de avance. Esta composición de traslación y reflexión axial se denomina reflexión deslizante.

Desde el punto de vista del descubrimiento infantil (de Castro, 2012) la simetría de los objetos es la expresión de tres características que el niño puede percibir en su entorno: estética, estabilidad y orden. Un niño es capaz de valorar que la disposición ordenada de todos los ladrillos en una construcción le proporciona belleza y estabilidad. Una pared así construida tiene, utilizando términos geométricos, varios tipos de simetrías.

Con estas ideas matemáticas y didácticas realizamos la exploración a la que hemos aludido en la introducción, con métodos cualitativos de investigación. Concluimos que la capacidad de los niños pequeños para reconocer, identificar y valorar los patrones de simetría del mundo se plasma en que sus producciones —dibujos y construcciones— tienen una cierta intencionalidad simétrica. La simetría de reflexión axial, y en el caso del espacio, la simetría de reflexión especular fueron las más recurrentes en el tipo de actividades que les planteamos (figura 1) pero, no todos los tipos de simetría aparecieron en esta exploración preliminar con el tipo de actividades propuesto a los niños.

Figura 1. Simetría axial en las construcciones infantiles

Estas conclusiones nos animaron a elaborar un material que pueda ser útil para que los maestros de Educación Infantil trabajen otro tipo de simetrías como pueden ser la de traslación o la reflexión deslizante. En esta comunicación vamos a describir este material y a presentar someramente algunas orientaciones didácticas para trabajar con él.

Material didáctico para ampliar el concepto infantil de simetría.

El material elaborado para trabajar la simetría de traslación y reflexión deslizante, está basado en la idea de friso. Consideramos que un niño realiza una simetría de traslación cuando coloca cuatro elementos o más trasladados a la misma distancia.

Aunque matemáticamente existen hasta siete tipos de frisos diferentes (figura 2), elegimos para nuestros diseños aquellos que resultan más simples para el trabajo con niños entre 3 y 6 años. Hemos diseñado varios frisos con diversos elementos a trasladar, que sean imágenes familiares para el niño, por ser objetos de su vida cotidiana —casas, mariposas, flores, peces, pies— o frecuentes en sus relatos de fantasía —castillos—. El niño tiene a su

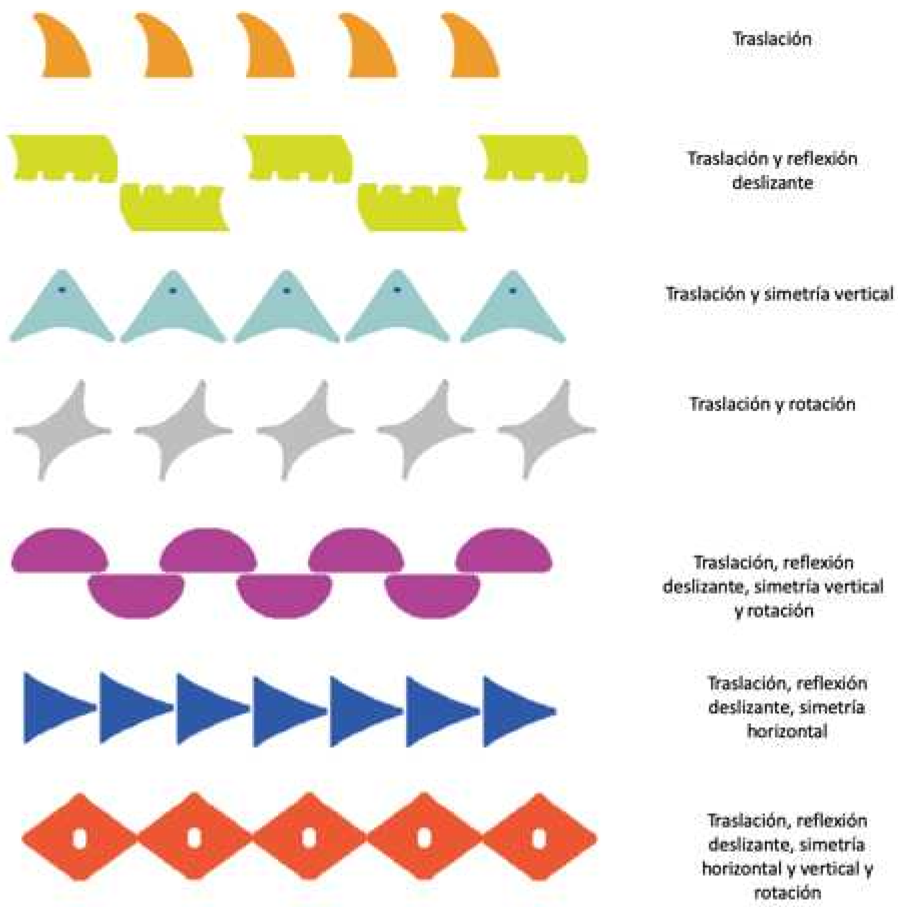
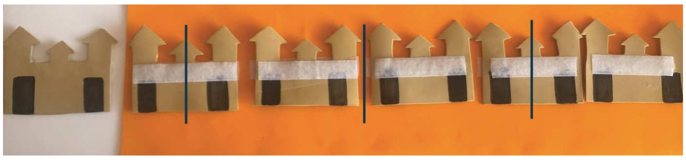


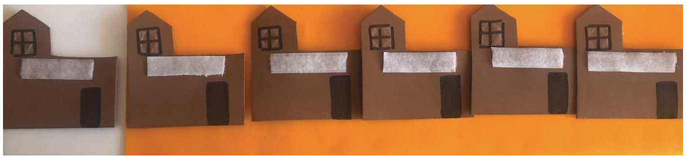
Figura 2. Los siete frisos (Elaboración propia)

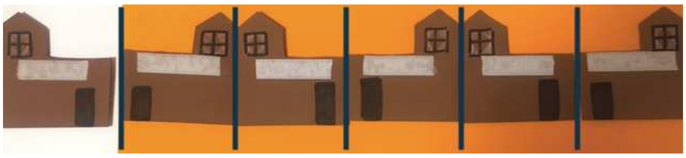
disposición cinco imágenes a doble cara que puede colocar libremente en unos soportes. Si coloca las imágenes a la misma distancia, conseguirá una simetría de traslación. Como además algunas imágenes presentan también otras simetrías, el niño puede obtener esta simetría de traslación de distintas formas, además de otras simetrías.

— *Friso del castillo.* El castillo trasladado presenta una reflexión axial de eje vertical. El niño puede conseguir fácilmente que su friso tenga una simetría de la traslación y varias simetrías axiales de eje vertical.



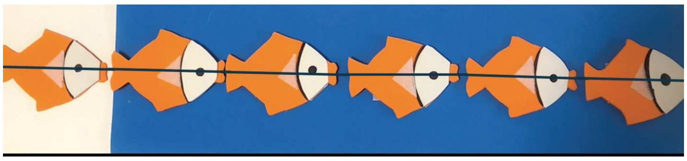
— *Friso de la casa*. Este elemento de traslación no presenta simetrías. Aún así según el niño coloque la figura su friso puede tener una simetría de traslación, pero también varias simetrías axiales de eje vertical.



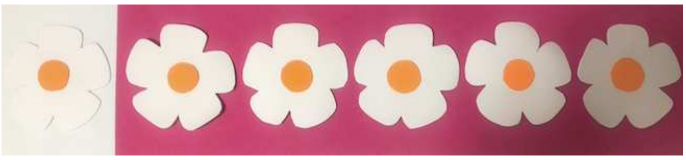


— *Friso de la mariposa*. La mariposa no tiene simetrías porque tiene un ala de cada color. Por ello trabajamos de forma semejante al friso anterior.

— *Friso del pez*. El pez trasladado posee una reflexión axial de eje horizontal. El niño puede conseguir además de la traslación, varias simetrías de reflexión axial vertical y horizontal e incluso una simetría de reflexión central, al ser los dos ejes anteriores ortogonales.

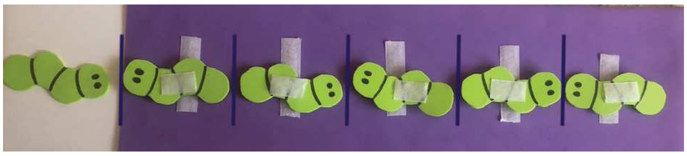


— *Friso de las flores*. La flor trasladada tiene una simetría de reflexión axial y una simetría de rotación de ángulo $2\pi/5$. El niño puede conseguir fácilmente en el friso varias simetrías de reflexión axial, además de la de traslación.



— *Friso de los pies*. Aquí el pie trasladado no tiene simetrías. Sin embargo, si el niño coloca las huellas tal y como las veríamos en la arena de la playa tras pisarla podrá obtener una reflexión deslizante.

— *Friso del gusano*. Este es el más difícil por la silueta del elemento de traslación. Colocándolo en ciertas posiciones, el niño puede conseguir una simetría de traslación o varias reflexiones axiales verticales.



Orientaciones didácticas

El propósito del material es que los niños jueguen y exploren las diferentes simetrías que se pueden conseguir con cada uno de ellos. Queremos proporcionar experiencias que potencien su intuición geométrica, de forma que los niños vayan generando nuevas ideas cada vez más complejas. Ideas que posteriormente en etapas superiores se consolidarán como un conocimiento matemático más formal. Se pueden diseñar diversas actividades para hacer uso del material. Es aconsejable que las actividades que propongamos estén provistas de un sentido humano (Donaldson, 1979) para los niños. Ambientarlas en una historia que dote de significado lo que hacemos es siempre un recurso fructífero.

Aconsejamos utilizar una secuencia didáctica que incluya:

- Exploración libre del elemento de traslación de cada friso para que el niño descubra si presenta simetrías. Podemos proporcionarles los elementos de traslación impresos en papel a doble cara de manera que puedan doblarse o pintarse para visualizar los ejes de simetría.
- Colocación, no dirigida, de los elementos de traslación en el friso. Observamos si el niño explora todas las posibles simetrías que se pueden dar en cada friso.
- Exploración dirigida de las simetrías que el niño no haya descubierto. Por ejemplo, introducir pequeñas modificaciones en la serie que el niño ha creado y observar sus reacciones.

En el momento de presentar esta comunicación se está probando el material con un grupo de niños de 3 a 6 años con Trisomía 21. Los resultados iniciales parecen confirmar su potencia para desencadenar en ellos procesos de descubrimiento y creación de ideas. Los niños son capaces de descubrir las simetrías de los objetos trasladados doblando por los ejes adecuados o girando las figuras y muestran entusiasmo y alegría al descubrirlas. En ausencia de soporte, los niños tienden además a colocar las figuras a la misma distancia, tratando de realizar una simetría de traslación.

Conclusiones

El material aquí presentado forma parte de una investigación más amplia que explora la potencia de la geometría para hacer emerger el pensamiento infantil (Millán, 2016; Gil,2020) combinando el trabajo de campo con la reflexión histórico-epistemológica. Un buen conocimiento de los conceptos matemáticos con los que queremos que los niños trabajen —en este caso las simetrías de los objetos—, un diseño de actividades que tengan un sentido para los niños —un relato o un reto estimulante— y un trabajo del maestro que respete el ritmo de descubrimiento infantil —dando tiempo a la exploración y ayudando si es necesario—, son elementos clave que sustentan un buen diseño de actividades.

Referencias bibliográficas

Agudo, A., J. I. Cogolludo y E. Gil (2020), *Conocimiento informal de simetrías en niños de 3 a 5 años*, Trabajo Fin de Máster no publicado, Universidad de Zaragoza.

Castro, C. (2012), «Aparición espontánea de construcciones simétricas durante el juego libre en educación infantil», *Revista de Educación Matemática*, 29(3), 23–40.

Donaldson, M. (1979), *Children's Mind*, W.W. Norton & Company, New York.

Gil, E. (2020), *Matemáticas que suman*, Horsori, Barcelona.

Gil, E., y J. Cogolludo (2019), «The effectiveness of teaching geometry to enhance mathematical understanding in children with Down Syndrome», *International Journal of Disability, Development and Education*, 66(2),186-205.

Millán, A. (2016), *Numeri e forme*, Zanichelli, Bolonia.

Millán A., E. Gil e I. Colella (2017), «Combining historical, foundational and developmental insights to build children's first steps in mathematics», *Proceedings of the Tenth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*, Dublin.