ISSN 1981 8979
v.9, n.1, janeiro / abril 2020

DINÂMICA PARA INTRODUÇÃO DO CONCEITO DE FUNÇÃO

DYNAMICS FOR INTRODUCING THE CONCEPT OF FUNCTION

Gabriel Ferreira Leone
Universidade Estadual Paulista (Unesp),
Instituto de Biociências, Letras e Ciências Exatas, São José do Rio Preto
Gabileone08@gmail.com

Jéfferson Luiz rocha Bastos
Universidade Estadual Paulista (Unesp),
Instituto de Biociências, Letras e Ciências Exatas, São José do Rio Preto
Jefferson.bastos@unesp.br

RESUMO

Muitos alunos de nosso país encontram dificuldades em Matemática. Por isso, este artigo apresenta duas regências e as principais observações levantadas durante sua aplicação visando o ensino do conceito de função por meio de uma dinâmica com os alunos, e a apresentação e formalização das Funções Afim e Quadrática, seguindo a Metodologia de Resolução de Problemas. Estas regências foram elaboradas para introduzir estes conceitos de maneira mais descontraída, estimulando os alunos a pensarem de forma mais contextualizada, para depois conseguirem relacionar a teoria com a prática e melhorar a interpretação de certos problemas.

Palavras-chave: Função; Dinâmica; Resolução de Problemas; Funções Afim e Quadrática; Matemática.

ABSTRAT

Many students in our country encounter difficulties concerning math. Therefore, this paper presents two regencies and main observations raised during the application of these regencies aiming at teaching the concept of function through a dynamic with the students of one class and the presentation and formalization of the Linear and Quadratic Functions following the Resolution Methodology of Problems. These guidelines are designed to introduce these concepts in a more relaxed way, encouraging students to think more contextually, and then to better relate theory to practice and better interpret certain problems.

Keywords: Function; Dynamics; Troubleshooting; Linear and Quadratic Functions; Mathematics.

Submetido: 02 de dezembro de 2019 / Aceito: 31 de outubro de 2020.

INTRODUÇÃO

No Núcleo PIBID – Matemática – Rio Claro e São José do Rio Preto, junto ao Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (PIBID), diferentes projetos foram desenvolvidos: regência em sala de aula, monitoria em sala de aula, monitoria extraclasse para atendimento aos alunos com dificuldades e monitoria extraclasse para atendimento de alunos com interesse de ir além do que é dado em sala de aula, chamado de Matemática Avançada. Este artigo é um recorte do projeto de regência, no qual o pibidiano teve que ministrar aulas com o uso das metodologias propostas, na presença da professora de Matemática, a qual era a supervisora do PIBID.

Deste modo, este artigo aborda duas sequências didáticas desenvolvidas pelo bolsista do PIBID de Matemática realizadas no 9º ano do Ensino Fundamental de uma escola municipal de São José do Rio Preto no estado de São Paulo. Essas sequências didáticas foram elaboradas a partir da proposta de introduzir e abordar o conceito de função de maneira divergente da abordagem tradicional.

Na primeira intervenção em sala de aula, foi proposta uma dinâmica que envolveu os alunos diretamente, induzindo-os à definição de função de forma mais contextualizada, para depois compreenderem o conteúdo quando fosse abordado a partir de conjuntos numéricos e notações matemáticas. A proposta de abordagem nessa intervenção foi na concepção cognitivista ou piagetiana em que, segundo Saviani (1984), se trata de uma teoria pedagógica que julga relevante o processo de aprender a aprender, no qual o aluno tem

> [...] papel essencialmente "ativo" de observar, experimentar, comparar, relacionar, analisar, justapor, compor, encaixar, levantar hipóteses, argumentar etc. O professor deve criar situações desafiadoras e desequilibradoras, por meio da orientação. [...] Ensino e Aprendizagem devem desenvolver a inteligência, considerando o sujeito inserido numa situação social. [...] Baseados no ensaio e no erro, na pesquisa, na investigação, na solução de problemas, facilitando o "aprender a pensar" (SANTOS, 2005, p. 26).

Na segunda intervenção, foram apresentados três problemas aos alunos para introduzir Função Afim, Função Linear e Função Quadrática, de maneira que cada problema abordasse um desses conteúdos. A metodologia utilizada pelo bolsista nessa intervenção foi a de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática por meio da Resolução de Problemas no qual

> [...] o problema é o ponto de partida e orientação para aprendizagem de novos conceitos e novos conteúdos matemáticos. [...] De acordo com Cai e Lester (2012, p. 148), "quando os pesquisadores utilizam o termo resolução de problema, eles estão se referindo a tarefas matemáticas que têm o potencial de proporcionar desafios intelectuais que podem melhorar o desenvolvimento matemático dos alunos". Mas vale ressaltar que para que uma atividade se constitua, de fato, como um problema, o professor não pode prescrever aos estudantes os métodos e/ou regras específicas para que obtenham a solução. Desse modo, um problema se configura na relação com o resolvedor (ALLEVATO; ONUCHIC, 2014, p. 44).

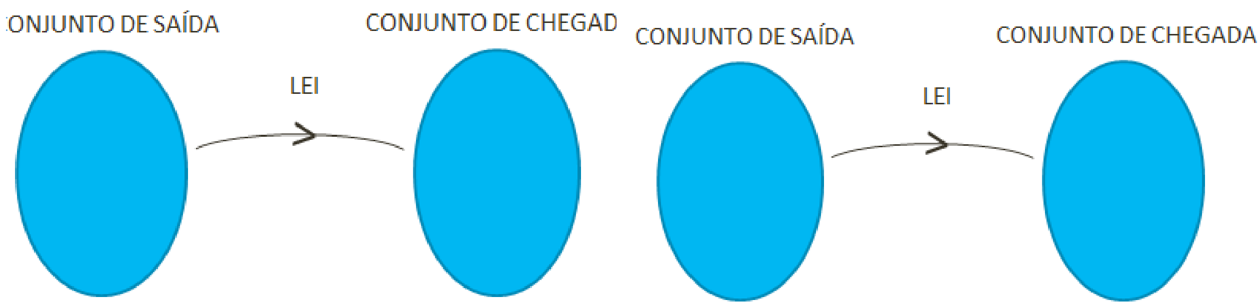
Ou seja, os três problemas apresentados aos alunos foram propostos para serem o início de ideias e pensamentos por parte deles sobre os conteúdos Função Afim, Linear e Quadrática e seus respectivos gráficos, fazendo com que esses problemas fossem o princípio da formalização desses conteúdos, até porque os estudantes nunca tinham visto esses conteúdos formalizados na trajetória escolar.

DINÂMICA DE INTRODUÇÃO DO CONCEITO DE FUNÇÃO

Primeiramente, o bolsista autor iniciou a regência revisando o conceito de conjunto e utilizou exemplos com pessoas e objetos rotineiros dos alunos, pois eles tinham a ideia intuitiva do que é um conjunto, porém não sabiam representar ou formalizar. A apresentação do conceito foi feita baseada em Lima *et al.* (2006), abordando e alertando os alunos quando um elemento pertence ou não a um conjunto, além de observar também quando um conjunto está contido. Os conjuntos foram representados pelo Diagrama de Venn.

Na prática da dinâmica, foram introduzidos os conjuntos de chegada e de saída com todos os alunos da turma representando os elementos do conjunto de saída, o qual se localizava no fundo da sala. Já o conjunto de chegada se localizava na parte oposta e nem sempre era representado por todos os estudantes, pois dependia da lei de formação que envolvia os elementos do conjunto de saída. Os conjuntos e a lei foram representados conforme Figura 1.

Figura 1 - Representação dos conjuntos de chegada e saída.



Fonte: Elaborado pelos autores.

Conforme já foi apontado, essa dinâmica foi elaborada com o objetivo de induzir os alunos à definição de função de forma mais contextualizada, transformando-os em protagonistas em tal atividade. Van de Walle (2009) já havia proposto algo deste tipo na atividade "Descubra minha regra" quando propõe usar os alunos em vez de formas como "[...] 'peças' de atributo. Escolha um atributo de seus estudantes como 'calça jeans azul' ou 'roupa listrada' [...] e mova a criança à esquerda ou à direita de acordo com essa regra de atributo" (VAN DE WALLE, 2009, p. 490). No caso da dinâmica proposta aos alunos do 9º ano, estes foram movidos do fundo da sala de aula à frente, segundo os conjuntos definidos anteriormente.

As leis de formação ou regras de atributos trabalhadas durante a aplicação dessa dinâmica foram escolhidas por meio dos fatos e características comuns entre os alunos especificados e foram abordadas na seguinte sequência:

A. Lei que leva os meninos e as meninas aos mesmos meninos e meninas até o conjunto de chegada;

B. Lei que leva somente as meninas às próprias meninas até o conjunto de chegada;

C. Lei que leva à Carteira A os alunos do número 1 ao 15 de chamada e à Carteira B do 10 ao 30, com ambas as carteiras pertencendo ao conjunto de chegada;

D. Lei que leva à Carteira A os alunos do número 1 ao 10 de chamada, à Carteira B, do 11 ao 20, e à Carteira C, do 21 ao 30, com todas as carteiras pertencendo ao conjunto de chegada;

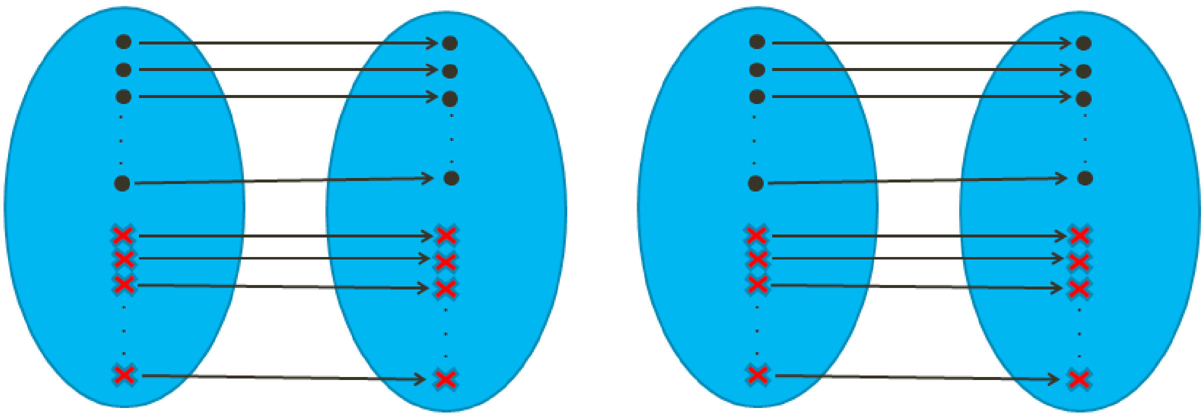
E. Lei que leva à Carteira A os alunos do número 1 ao 5 de chamada, à Carteira B, do 6 ao 15, e à Carteira C, do 10 ao 22, com todas as carteiras pertencendo ao conjunto de chegada.

A lei de formação representava uma relação entre os elementos do conjunto de saída, no caso os alunos do 9º ano, e o de chegada. Cada aluno verificava individualmente se possuía o perfil correspondente à lei e, caso possuísse, se dirigia até o conjunto de chegada; caso contrário, permaneceria no conjunto de saída.

Após a aplicação de cada lei, o resultado era representado usando os Diagramas de Venn e os estudantes se deslocavam até o conjunto de saída para a aplicação de uma nova lei.

Lei A. Leva os meninos e as meninas aos mesmos meninos e meninas: A principal análise feita pelos alunos nesta lei foi que todos saíram do conjunto de saída e foram até o conjunto de chegada, ou seja, todos se movimentaram do fundo da classe até a frente dela. Na representação do Diagrama de Venn, os meninos foram representados por “bolinhas”, as meninas pela letra “x”, e a lei pela seta.

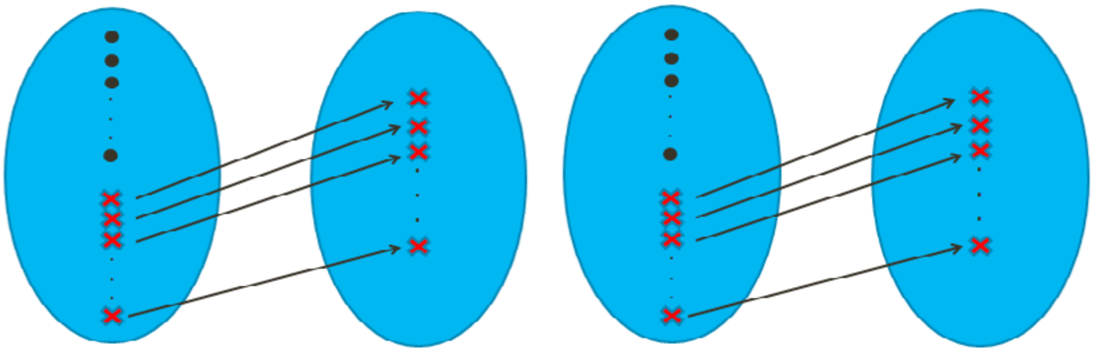
Figura 2 – Diagrama de Venn relativo à lei A.



Fonte: Elaborado pelos autores.

Lei B. Leva somente as meninas às próprias meninas: Os alunos perceberam que apenas as meninas se movimentaram até a frente da sala, isto é, que somente elas detinham a característica da lei que as levaram para o conjunto de chegada. Posto isso, na análise final, notaram que os meninos permaneceram no conjunto de saída. A Figura 3 representa as análises, usando Diagrama de Venn. Novamente os alunos foram representados por símbolos, como na Lei A.

Figura 3 – Diagrama de Venn relativo à lei B.

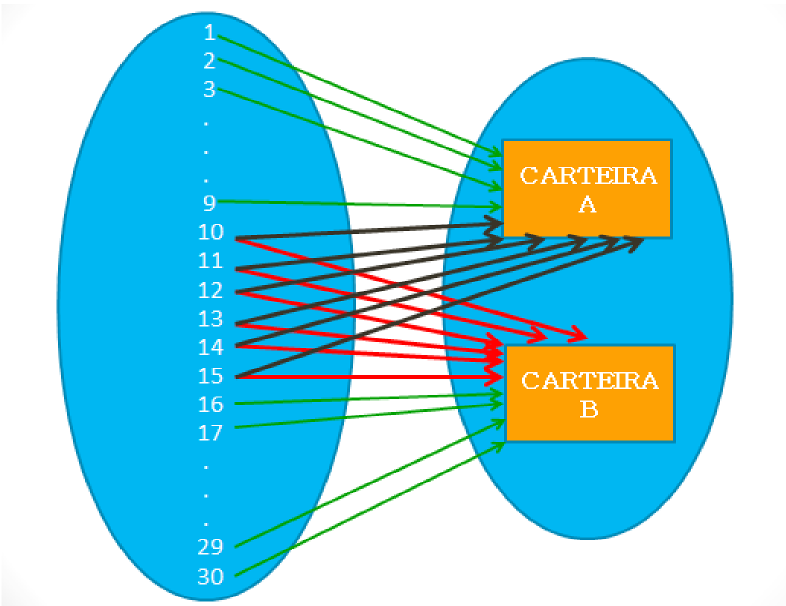


Fonte: Elaborado pelos autores.

Lei C. Na Carteira A, os alunos do número 1 ao 15 de chamada e na Carteira B, do 10 ao 30: A princípio, nesta lei, os alunos ficaram um pouco confusos, porém a maioria se dirigiu ao conjunto de chegada. Então, passaram a se dividir em dois grupos; na Carteira A deviam permanecer aqueles que eram dos números 1 ao 15 de chamada e na Carteira B, aqueles que eram do 10 ao 30, porém, aqueles que eram do número 10 ao 15 teriam que estar ao mesmo tempo nos dois grupos. À vista disso, para resolver esse problema, uma estudante sugeriu que eles ficassem entre os dois grupos e desta maneira ocorreu, com a aceitação de todos.

Na representação por diagramas, conforme Figura 4, os alunos foram figurados pelo seu respectivo número de chamada e analisaram que do número 10 ao 15, com a lei, tinham dois endereços no conjunto de chegada.

Figura 4 - Diagrama de Venn relativo à lei C.



Fonte: Elaborado pelos autores.

Lei D. Na Carteira A, alunos do número 1 ao 10 de chamada, na Carteira B, do 11 ao 20, e na Carteira C, do 21 ao 30: Para esta lei, inicialmente os estudantes foram para o conjunto de chegada, se separaram e se organizaram, conforme a divisão que a lei os obrigava. E finalmente, analisaram que o conjunto de chegada possuía três endereços e que nenhum aluno estava em mais de uma carteira ao mesmo tempo.

Lei E. Na Carteira A, alunos do número 1 ao 5 de chamada, na Carteira B, do 6 ao 15, e na Carteira C, do 10 ao 22: Após a aplicação desta lei, notaram que ela foi uma mistura das anteriores. O que mais chamou a atenção foi o fato de acontecer que novamente os números do 10 ao 15 de chamada foram direcionados a duas carteiras ao mesmo tempo. Somente depois foram alertados que os números do 23 ao 30 continuaram no conjunto de saída, já que a lei não estabelecia nenhuma carteira direcionada a eles no conjunto de chegada.

A formalização da definição de função foi relacionada com a dinâmica, baseando-se em Andrini e Vasconcellos (2015), em que para termos função, é preciso estabelecer dois conjuntos, um de saída e outro de chegada, além de existir uma relação ou lei entre os elementos desses conjuntos, de modo que cada elemento tomado no conjunto de saída corresponda a um único elemento do conjunto de chegada.

Diante disso, a atividade deixada para os alunos era que eles reconhecessem, apontassem e justificassem se cada lei trabalhada na dinâmica era de uma função ou não.

Inicialmente, os alunos tiveram muita dificuldade em entender a definição, então foi afirmado pelo pibidiano que a lei A era de uma função, justificando que todas as condições da definição eram válidas. Também para a lei D, perceberam que era função e que as leis C e E não eram funções.

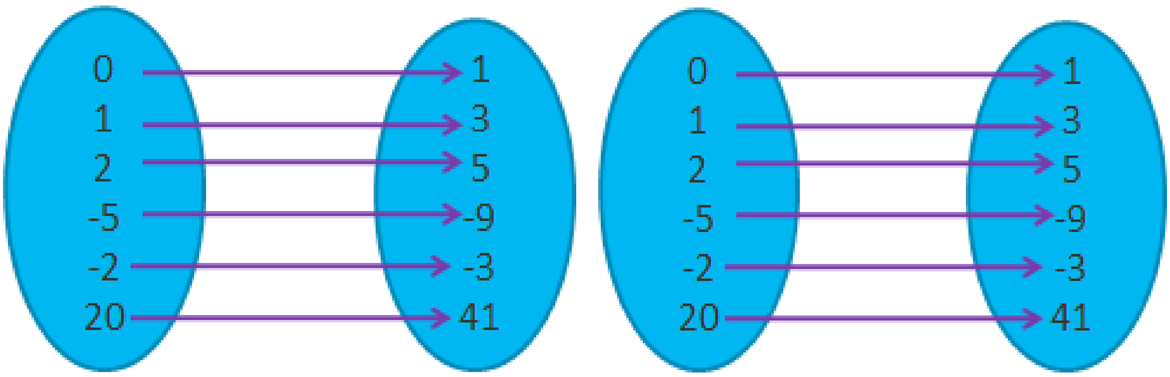
Já para a lei B, também afirmaram que era função, pois existiam elementos no conjunto de saída que correspondiam a outro no conjunto de chegada, porém o bolsista esclareceu que todos os elementos do conjunto de saída precisariam corresponder a outro no conjunto de chegada, conforme a parte da definição que diz: "cada elemento tomado no conjunto de saída corresponda a um único elemento do conjunto de chegada", ou seja, não poderia sobrar nenhum elemento no conjunto de saída sem um correspondente no conjunto de chegada, ou melhor, os elementos do conjunto de partida devem estar associados a um único elemento do outro conjunto. E seguindo esta observação, puderam analisar que a lei B não era de uma função.

Um exemplo em outro contexto também foi trabalhado, partindo de relações entre profissões. Os elementos do conjunto de saída, nesse caso, eram pessoas que poderiam ter apenas uma profissão do conjunto de chegada para ser função, caso contrário não seria função.

Para funções envolvendo conjuntos numéricos, o domínio e o contra-domínio foram introduzidos relacionando-os com os conjuntos de saída e de chegada. Os elementos do domínio foram representados genericamente pela letra "x" e os elementos do contra-domínio pela letra "y" ou por "f(x)". Por exemplo, considerando que a lei é o dobro, para e , temos ou f(x) = 2. Por exemplo, para e para .

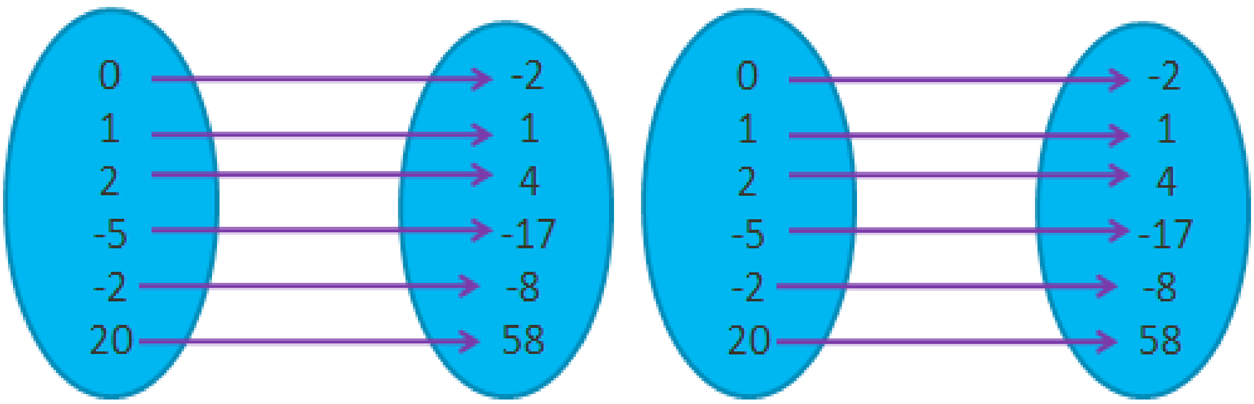
Os outros exemplos trabalhados nesta parte foram com as leis "o dobro mais um" e "o triplo menos dois", conforme Figuras 5 e 6, respectivamente:

Figura 5 - Diagrama de Venn relativo à lei o dobro mais um.



Fonte: Elaborado pelos autores.

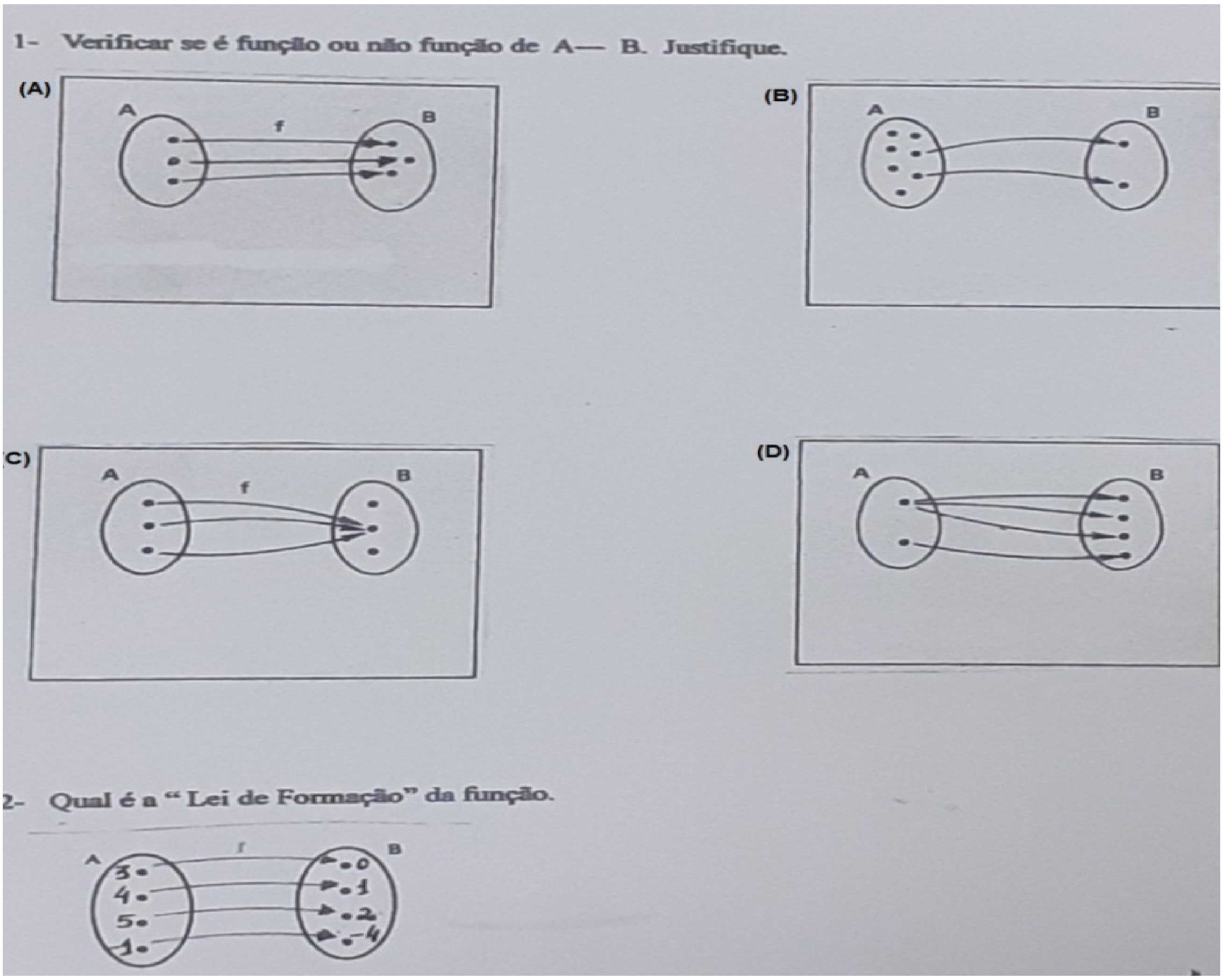
Figura 6 - Diagrama de Venn relativo à lei o triplo menos dois.



Fonte: Elaborado pelos autores.

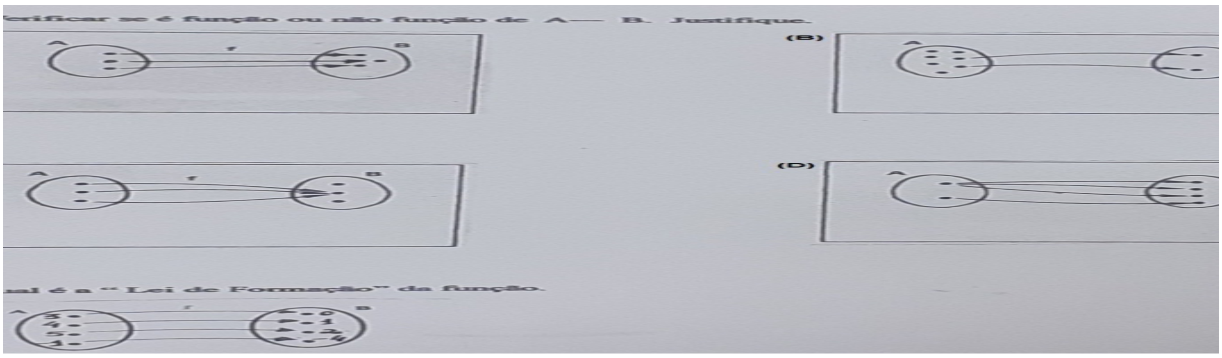
Na avaliação bimestral dessa turma do 9º ano, houve questões envolvendo o conteúdo das aulas de Funções, conforme Figuras 7 e 8.

Figura 7 – Questão da avaliação bimestral que envolveu o conteúdo de funções.



Fonte: Elaborado pelos autores.

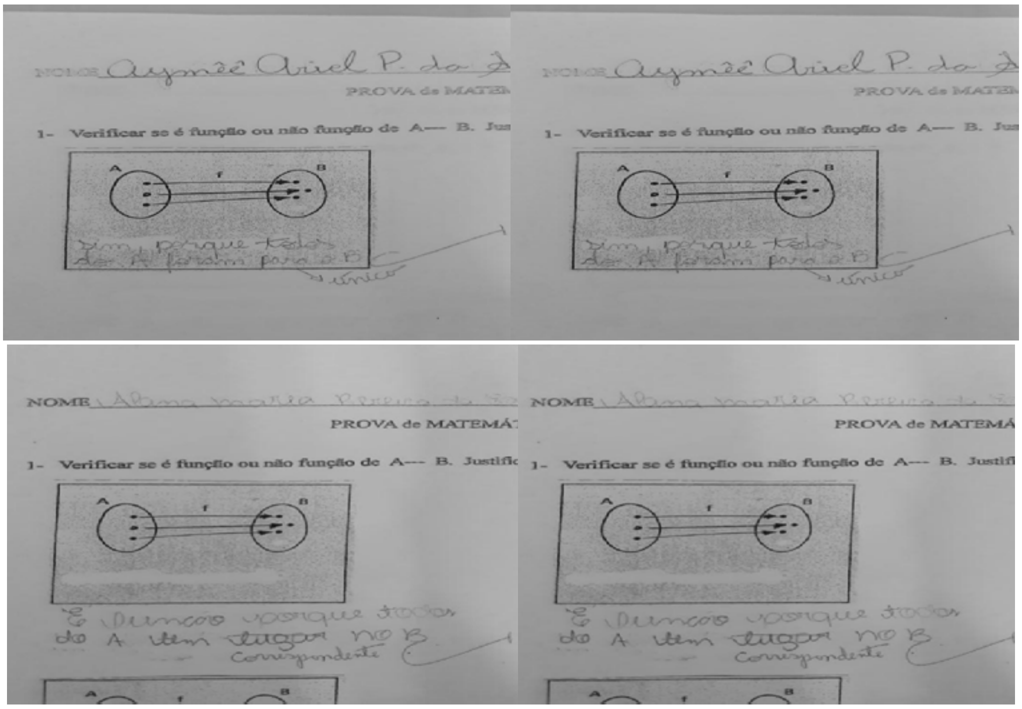
Figura 8 – Questão da avaliação bimestral que envolveu o conteúdo de funções.



Fonte: Elaborado pelos autores.

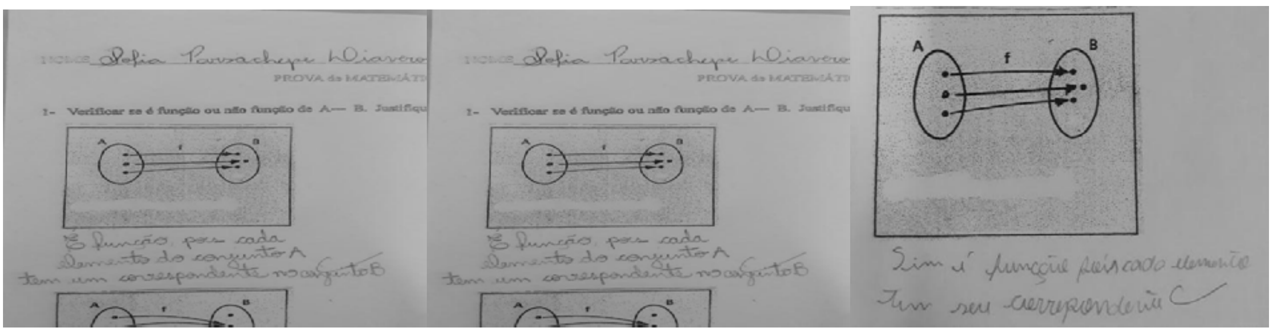
Analisando as respostas dos alunos, de maneira geral, na questão 1, pode-se perceber que no item (A), a grande maioria acertou com apenas alguns erros de escrita e interpretação, não conseguindo relacionar a definição com a situação encontrada neste item, como, por exemplo, dizer que todos os elementos de A corresponderam com os elementos de B, conforme na Figura 9, esquecendo-se de especificar que cada elemento de A deve corresponder a um único elemento de B. Outros tipos de respostas comuns que apareceram neste item seguem na Figura 10.

Figura 9 – Resoluções incompletas do item 1(A).



Fonte: Elaborado pelos autores.

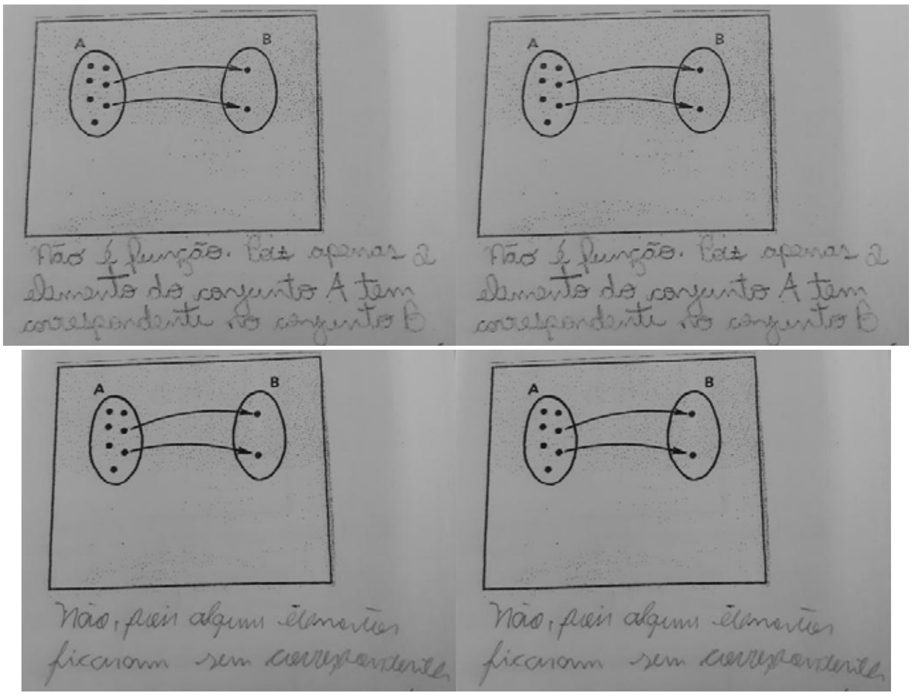
Figura 10 – Resoluções comuns do item 1(A).



Fonte: Elaborado pelos autores.

No item 1(B), também a maioria acertou afirmando que sobraram elementos no conjunto A que não tinham correspondência com os elementos do conjunto B, porque apenas dois elementos do conjunto A é que tinham correspondentes no conjunto B, conforme a Figura 11.

Figura 11 – Resoluções comuns do item 1(B).

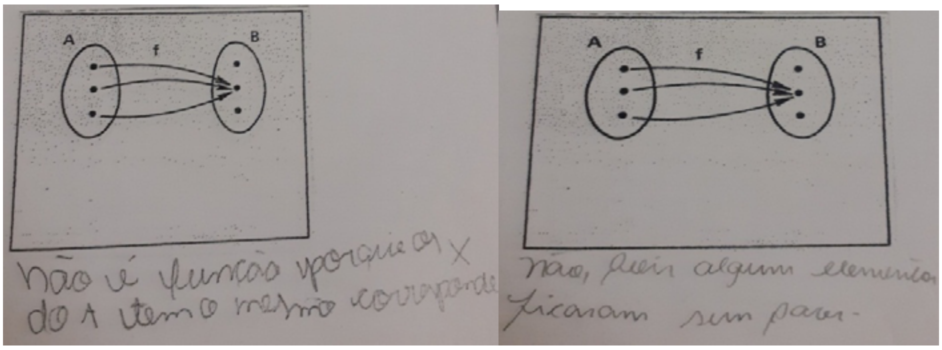


Fonte: Elaborado pelos autores.

Já o item 1(C) causou bastante dúvidas nos estudantes, pois muitos afirmaram que a situação colocada pelo exercício não era de uma função. Muitos até justificaram que os elementos de A têm o mesmo correspondente no conjunto B.

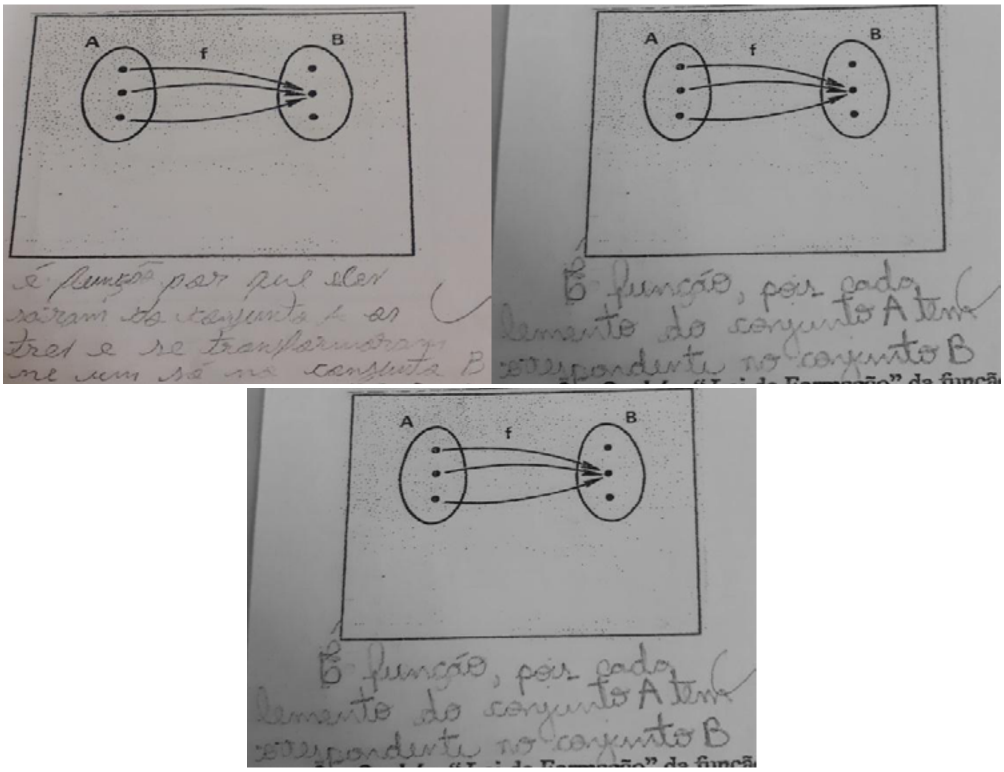
Neste mesmo item, ainda tiveram justificativas, dizendo que não era função porque alguns elementos ficaram sem par, ou seja, que todo elemento de A deve corresponder a um único de B e em elementos de B distintos entre si. Para este argumento, novamente é válido o esclarecimento encontrado no parágrafo acima. O importante, nesse caso, era notarem que cada elemento tomado no domínio pode corresponder a um único elemento comum do contra-domínio. Na Figura 12, encontramos justificativas semelhantes às citadas e, na Figura 13, algumas respostas comuns entre aqueles que justificaram corretamente o exercício.

Figura 12 – Algumas resoluções do item 1(C).



Fonte: Elaborado pelos autores.

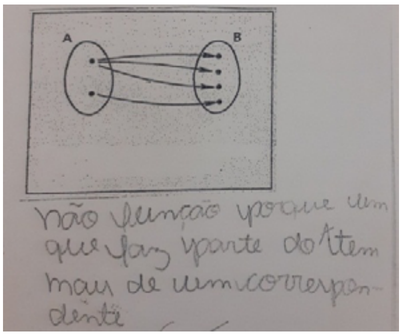
Figura 13 – Resoluções corretas do item 1(C).



Fonte: Elaborado pelos autores.

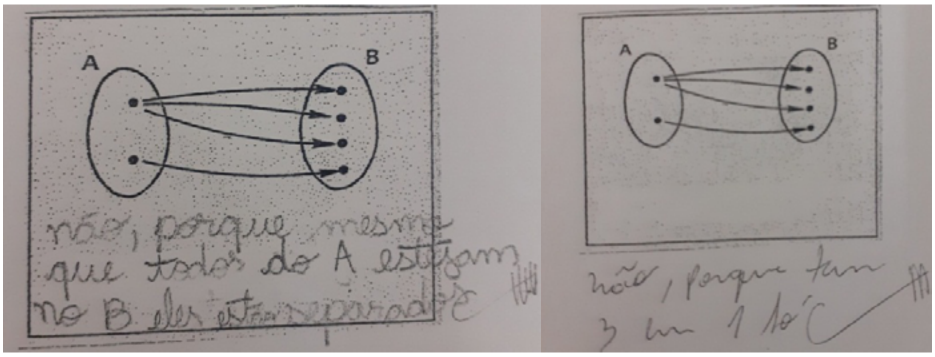
No item 1(D), poucos alunos responderam e justificaram a situação colocada corretamente (Figura 14). Alguns também sabiam que não era função, mas não conseguiram justificar (Figura 15), uma vez que um elemento de A tinha mais de um correspondente no conjunto B e que, pela definição, para ser função, cada elemento tomado em A deveria corresponder a um único elemento de B. Nesse exercício, ainda, um grupo de alunos afirmou que era função pelo fato de todos os elementos do conjunto A terem um correspondente no conjunto B (Figura 16).

Figura 14 – Resolução de um aluno correta e bem justificada do item 1(D).



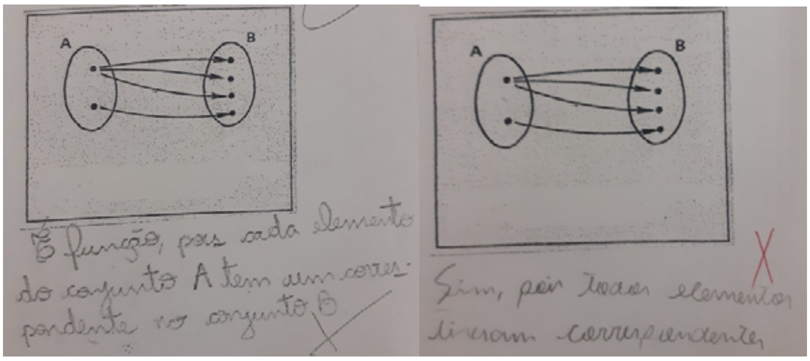
Fonte: Elaborado pelos autores.

Figura 15 – Resoluções incompletas do item 1(D).



Fonte: Elaborado pelos autores.

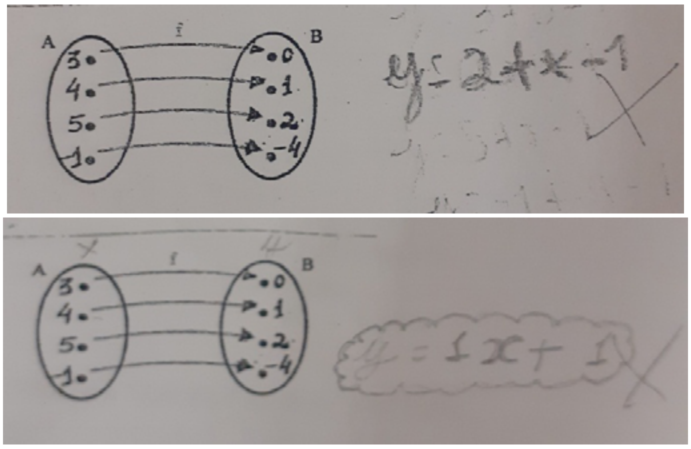
Figura 16 – Resoluções comuns e erradas do item 1(D).



Fonte: Elaborado pelos autores.

No exercício 2, alguns alunos encontraram leis diferentes da correta (Figura 17). Nessas leis criadas por eles, simplesmente tomava-se o primeiro elemento do conjunto e este correspondia ao elemento sucessor do mesmo conjunto. Por exemplo, um afirmou que a lei era e então vemos que para (o primeiro elemento do conjunto A pela ordem), (o segundo elemento do conjunto A). Outra lei que apareceu foi , logo para (segundo elemento do conjunto B pela ordem), (terceiro elemento do conjunto B). Porém, estas leis não valeriam para os últimos elementos segundo a ordem dos conjuntos A e B.

Figura 17 – Leis de Formação incorretas do exercício 2.



Fonte: Elaborado pelos autores.

RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NO ENSINO DAS FUNÇÕES AFIM, LINEAR E QUADRÁTICA

Nesta regência, como já especificado, o bolsista utilizou a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática por meio da Resolução de Problemas apresentando aos alunos três problemas como ponto de partida da aprendizagem dos três novos conteúdos: Função Afim, Função Linear e Função Quadrática.

Os problemas trabalhados foram:

Problema 1: Joaquim, ao ir ao shopping com sua família, deseja alugar um carrinho elétrico motorizado com adesivos das princesas da Disney para entreter sua filha durante o passeio. O preço do aluguel do carrinho em uma loja é dado da seguinte maneira:

- do aluguel se paga 10 reais de taxa fixa de uso válido por uma hora;
- após a primeira hora de uso, é cobrado 25 centavos por cada minuto a mais de diversão.

Sabendo que Joaquim alugou nesta loja o carrinho às 18h37min e devolveu às 20h04min, quanto ele pagou pelo aluguel?

E um outro pai alugou um carrinho no mesmo horário que Joaquim e pagou na devolução R$18,50. Este pai devolveu seu carrinho antes, no mesmo horário ou depois de Joaquim? Que horas exatamente foi a devolução?

Tente encontrar uma regra do preço do aluguel para qualquer tempo *x*, sendo *x* os minutos a mais de carrinho alugado depois de 1 hora e esboce um gráfico relativo a esta regra.

Problema 2: Na balança de um açougue, o preço do quilo da carne bovina moída é de 12 reais. Fernando, ao visitar este açougue, comprou 2 quilos e 650 gramas desta carne. Quanto será o valor pago por ele para esta quantidade de carne?

Já Mirela pagou 39 reais por certa quantidade desta mesma carne no açougue. Ela pagou menos, a mesma quantidade ou a mais que Fernando? Qual foi a quantidade levada por ela?

Tente encontrar uma regra para o preço da carne bovina moída deste açougue em relação a qualquer quantidade de quilogramas e esboce um gráfico relativo a esta regra.

Problema 3: (Adaptado do ENEM – 2016) Para evitar uma epidemia, a Secretaria de Saúde de uma cidade dedetizou todos os bairros, de modo a evitar a proliferação do mosquito da dengue. Sabe-se que o número *y* de infectados é dado pela expressão (em que *t* é expresso em dia e é o dia anterior à primeira infecção) e que tal expressão é válida para os 30 primeiros dias da epidemia.

A Secretaria de Saúde decidiu que uma segunda dedetização deveria ser feita no dia em que o número de infectados chegasse à marca de 1600 pessoas, e uma segunda dedetização precisou acontecer. A partir de que dia começou esta segunda dedetização?

Tente esboçar um gráfico relativo à expressão , associando *y* a qualquer valor de *t*.

A regência foi ministrada seguindo nove das dez etapas sugeridas por Allevato e Onuchic (2014, p. 45) para essa metodologia de Resolução de Problemas: “(1) proposição do problema, (2) leitura individual, (3) leitura em grupo, (4) resolução do problema, (5) observar e incentivar, (6) registro das resoluções na lousa, (7) plenária, (8) busca do consenso, (9) formalização do conteúdo”.

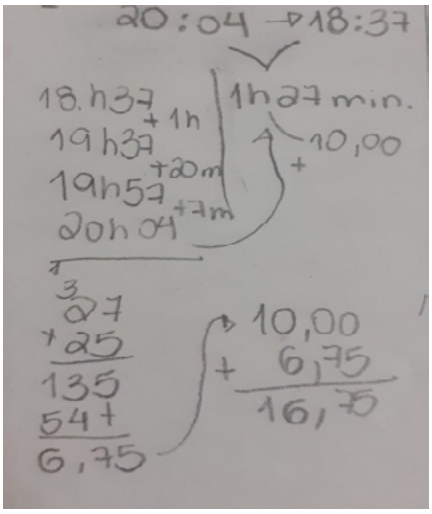
Os três problemas acima foram divididos entre os estudantes da turma de 9º ano, cumprindo a primeira e segunda etapas. E depois da leitura individual, os alunos foram formando duplas, trios e/ou quartetos em que foi proposto e distribuído para essas formações qual problema deveria ser enfatizado e resolvido. Assim, praticaram a leitura em grupo e iniciaram a resolução do problema.

Durante as resoluções do problema, muitas formações de grupo de alunos estavam com dificuldades de fazer os cálculos necessários entre as unidades de medidas e tempo, já que em boa parte dos problemas 1 e 2, os dados de seus enunciados estavam em horas e quilogramas. Isso ocorreu devido ao fato de a maioria não estar habituada com esses tipos de unidades, pois quando os alunos precisavam descobrir o preço pago por algo, conforme problemas 1 e 2, solicitavam ajuda. Assim, o pibidiano esclareceu as dúvidas e os incentivou a darem continuidade à resolução.

O objetivo com o problema 1 era introduzir o conceito de Função Afim e desenvolver seu respectivo gráfico (reta). No problema 2, era introduzir Função Linear e seu respectivo gráfico (reta). E no problema 3, introduzir a Função Quadrática e o seu respectivo gráfico (parábola). Em todos os problemas, foi solicitado que encontrassem uma regra relacionando as unidades e grandezas disponíveis, e que fizessem um gráfico, que seria o gráfico da respectiva função a ser introduzida em cada problema. Com isso, todos os grupos resolveram os problemas utilizando raciocínio lógico e alguns conhecimentos já vistos por eles.

No problema 1, na plenária, foram aceitas para cada parte do problema respostas de grupos diferentes. Na primeira parte, conforme (Figura 18), decidiram por uma resposta em que se achou o tempo de uso do aluguel de Joaquim e se tirou desse tempo uma hora, que era a hora de tempo livre e taxa mínima. Depois, os minutos que sobraram foram multiplicados por R$0,25, achando assim R$6,75, que seria o preço de uso depois de uma hora. Desse modo, o preço final pago por Joaquim foi de R$10,00 + R$6,75, totalizando R$16,75.

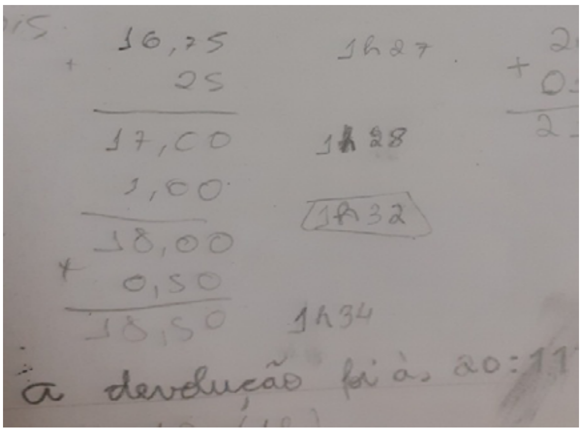
Figura 18 – Resolução da primeira parte do problema 1 aceita em plenária.



Fonte: Elaborado pelos autores.

Na segunda parte deste problema 1, o resultado aceito foi conforme Figura 19, no qual o grupo analisou que Joaquim gastou R$16,75, devolvendo o carrinho de aluguel às 20h04min, e que depois, somando de R$0,25 + RS1,00 (R$0,25 multiplicado por 4) + R$0,50 (R$0,25 multiplicado por 2) ao preço pago por Joaquim, chegaria ao valor pago pelo outro pai. Assim, este pai devolveu seu carrinho na loja 7 minutos mais tarde que Joaquim, isto é, às 20h11.

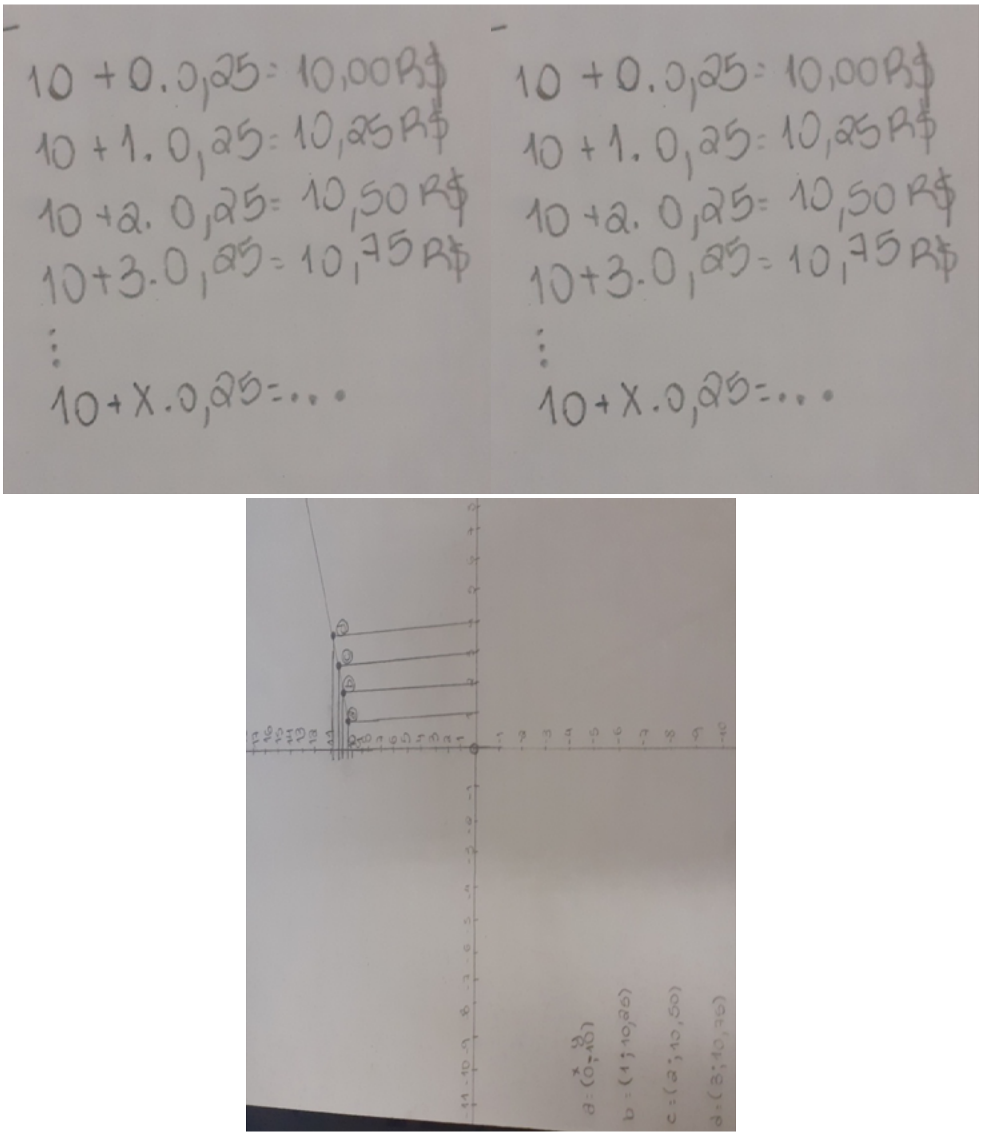
Figura 19 – Resolução da segunda parte do problema 1 aceita em plenária.



Fonte: Elaborado pelos autores.

A relação e o gráfico aceito por todos na plenária era de um grupo que chegou a generalizar qual seria o preço pago para *x* minutos após a hora de taxa fixa de R$10,00, conforme (Figura 20).

Figura 20 – Relação e gráfico do problema 1 aceitos em plenária.

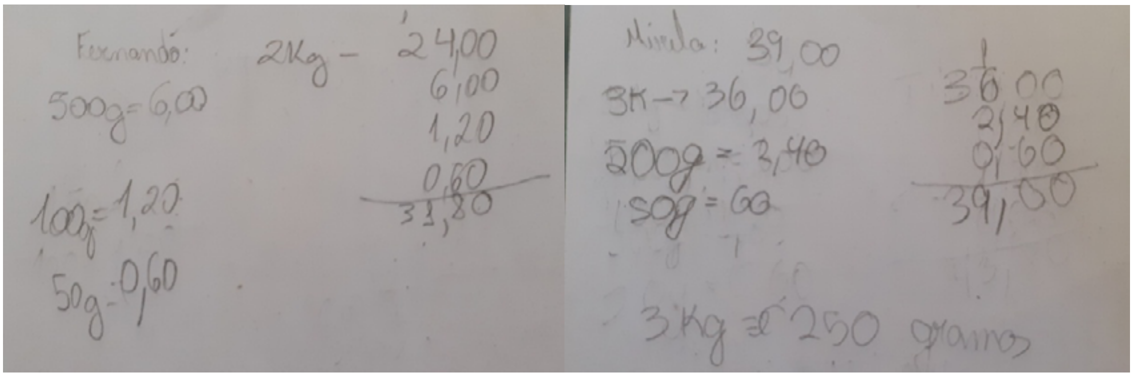


Fonte: Elaborado pelos autores.

O problema 2 também foi dividido em três partes. A primeira parte era descobrir o preço pago por Fernando pelos 2 quilos e 650 gramas de carne, assim a resposta aceita em plenária foi do grupo que, a partir do preço do quilo, foi achando proporcionalmente os preços da carne para 2 kg, 500 g, 100 g e 50 g; somando esses preços, concluíram que Fernando pagou R$31,80.

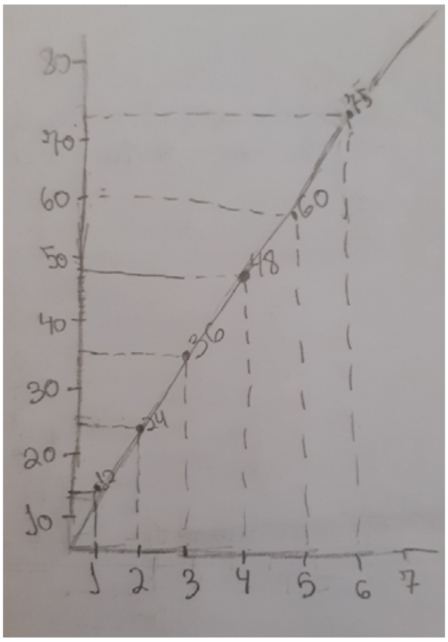
Na segunda parte do problema 2, isto é, descobrir a quantidade de carne levada por Mirela, sabendo que ela pagou R$39,00 por esta quantia, após discussão, a resolução aceita foi do mesmo grupo que resolveu a primeira parte. Dessa vez, parcelaram o preço que Mirela gastou e perceberam que gastou R$36,00 + R$2,40 + R$0,60, sendo estes valores relativos a 3 kg, 200 g e 50 g de carne, respectivamente, e somando chegaram que Mirela levou 3 quilos e 250 gramas de carne moída. Na Figura 21, se encontra a resolução feita pelo grupo e na Figura 22, o gráfico escolhido em plenária.

Figura 21 – Resolução da primeira e segunda parte do problema 2 aceita em plenária.



Fonte: Elaborado pelos autores.

Figura 22 – Gráfico do problema 2 aceito em plenária.

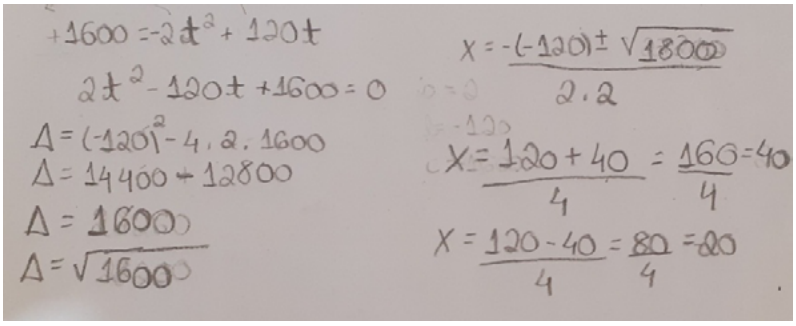


Fonte: Elaborado pelos autores.

O terceiro problema foi resolvido em duas partes: na primeira parte, se descobria a partir de que dia deveria ser feita a nova dedetização pela Secretaria da Saúde e a segunda se esboçava o gráfico relativo à expressão *y*.

Na primeira parte, todos os grupos resolveram a equação do 2º grau (Figura 23), e encontravam duas soluções, uma sendo 20 dias e a outra sendo 40 dias. Durante a plenária, o bolsista alertou-os de que o enunciado do problema estava dizendo que a expressão *y* seria válida apenas para os 30 primeiros dias e então conseguiram concluir que a resposta 40 dias deveria ser descartada e a nova dedetização seria feita pela Secretaria da Saúde a partir do vigésimo dia.

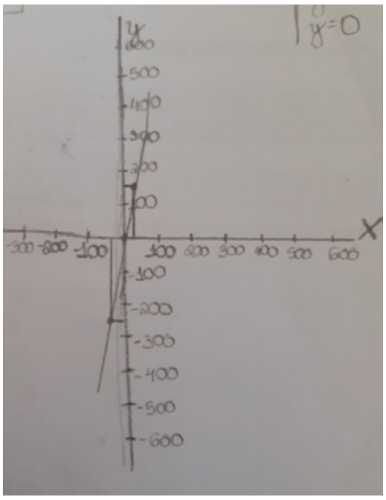
Figura 23 – Resolução da primeira parte do problema 3 aceita em plenária.



Fonte: Elaborado pelos autores.

Para o gráfico da expressão *y* apareceram retas e gráficos incompletos, pois não conseguiram perceber que era uma parábola. Assim, o gráfico escolhido em plenária (Figura 24) estava errado.

Figura 24 – Gráfico do problema 3 aceito em plenária.



Fonte: Elaborado pelos autores.

Portanto, tirando o gráfico do problema 3, as demais soluções e gráficos decididos em plenária estavam corretos. Desse modo, foi iniciada a formalização dos conteúdos envolvidos nas resoluções, cumprindo a nona etapa da Metodologia utilizada durante a regência. Salientando que

> [...] nesta metodologia (Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas), os problemas são propostos aos alunos antes de lhes ter sido apresentado formalmente o conteúdo matemático necessário ou mais apropriado à sua resolução que de acordo com o programa da disciplina para a série atendida, é pretendido pelo professor (ALLEVATO; ONUCHIC, 2014, p. 85).

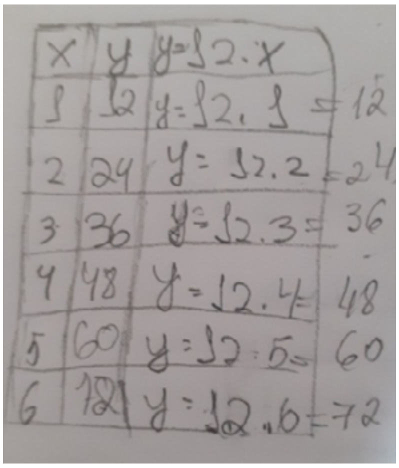
Sendo assim, foi necessário formalizar, além dos três principais conteúdos abordados, o plano cartesiano, pois havia apenas uma minoria que sabia plotar pontos num plano cartesiano. Foi preciso, também, formalizar o esquema de regra de três simples (utilizada por alguns na resolução do Problema 2) e a fórmula de resolução de uma equação do 2º grau pelo discriminante (utilizada na resolução do Problema 3), conteúdos estes que a maioria já conhecia.

Para formalizar Função Afim, foi utilizada a generalização decidida na plenária do problema 1, pois aquela generalização poderia ser reescrita como , mas como Função Afim é definida por para e com , neste caso, bastaria tomar , e perceber que seria o valor pago pelo aluguel do carrinho para minutos a mais alugado depois de uma hora.

Para formalizar Função Linear, foi necessário fazer uma generalização com o problema 2, semelhante à resolução proposta para o problema 1, chegando em com sendo o preço a ser pago por uma quantia de quilogramas de carne moída bovina. Assim, esta função é definida como um caso particular da Função Afim (para e com tomando), isto é, para e com e assimilando com o problema tem-se .

Identificadas as funções relativas aos problemas 1 e 2, foi realizada, na sequência, a resolução desses problemas a partir das funções encontradas nas generalizações e, posteriormente, foram exibidos os gráficos dessas funções no Plano Cartesiano. Para esboçar os gráficos, foram feitas tabelas onde se atribuíam valores para e se encontravam os valores de conforme Figura 25.

Figura 25 – Modelo de tabela usada para esboçar o gráfico da função .



x	y	y=12.x
1	12	y=12.1 = 12
2	24	y=12.2 = 24
3	36	y=12.3 = 36
4	48	y=12.4 = 48
5	60	y=12.5 = 60
6	72	y=12.6 = 72

Fonte: Elaborado pelos autores.

Após esboçar as retas relativas aos gráficos das funções (Função Afim) e (Função Linear), os alunos perceberam e relataram que a diferença do gráfico de uma para a outra é que a reta referente à Função Afim não passa pela origem do Plano Cartesiano, enquanto a reta referente à Função Linear passa.

Para formalizar a Função Quadrática, os alunos observaram, em primeiro lugar, que a expressão que aparecia no problema 3 continha a variável elevada ao quadrado. Desse modo, a Função Quadrática, chamada também de Função Polinomial do Segundo Grau, é dada por para e com (para não desaparecer a variável que está ao quadrado). Assim, tomando , , com a variável dependendo de , encontraríamos a função dada no problema 3.

A parábola referente ao gráfico da função do problema 3 foi construída a partir de uma tabela com pontos específicos. Primeiro, foi observado que quando se encontram dois valores para e logo sobre o eixo (eixo horizontal do Plano Cartesiano criado) foram marcados dois pontos (0, 0) e (0, 60). Em segundo lugar, foi marcado o ponto V(30, 1800) que foi dado pela expressão com seguindo a maneira em que a Função Quadrática foi definida. Em terceiro lugar, quando = 1, = 2, = 59 e = 58, temos, respectivamente, os pontos (1, 118), (2, 232), (59, 118) e (58, 232). Diante desses pontos marcados, os alunos conseguiram analisar que o gráfico de uma Função Quadrática não era uma reta. Foi mostrado que se tratava de uma parábola por meio do desenho do gráfico, ligando os pontos previamente marcados.

Ainda foram vistos mais exemplos para que os estudantes percebessem que a concavidade da parábola depende do coeficiente da função (0 concavidade para cima e concavidade para baixo). Puderam perceber também que o ponto V é o ponto mais baixo da parábola (quando a concavidade está para cima) e o ponto mais alto da parábola (quando a concavidade está para baixo), por isso esse ponto recebe o nome de Vértice.

Concluindo, os alunos tiveram um passo a passo para esboçar o gráfico da Função Quadrática: (1º) encontrar, se existir, os pontos tal que ; (2º) achar o ponto V (Vértice); (3º) marcar mais alguns pontos atribuindo valores nas variáveis para ajudar no desenho; (4º) verificar a concavidade da parábola; e (5º) esboçar a parábola.

CONCLUSÃO

A proposta do PIBID – Matemática em São José do Rio Preto, com os projetos de regências, é levar para a sala de aula atividades diferentes que despertem o interesse nos alunos por Matemática de maneira agradável, como ser pensante e protagonista.

As duas regências apresentadas neste artigo foram elaboradas pensando sempre em propor novas metodologias alternativas para ajudar no ensino, buscando cada vez menos o comum, retirando o professor como principal elemento do ensino e colocando-o como mediador direto, propondo atividades diferentes e aulas diversificadas que estimulem nos alunos o pensar e o querer investigar.

Enfim, introduzir e definir conceitos não é uma atividade tão fácil no processo de ensino-aprendizagem em Matemática, pois muitas vezes gera acaba desinteresse nos alunos. Sendo assim, as regências realizadas procuraram atender à proposta e ao alerta que Ribeiro e Cury (2015, p. 83) fazem aos professores sobre o ensino de Função no Ensino Fundamental: “[...] uma concepção errônea do conceito de função pode levar o estudante a uma aprendizagem deficiente dos diversos tipos de função com que vai trabalhar no ensino médio ou superior”.

Por isso, a dinâmica e a Metodologia de Resolução de Problemas foram utilizadas nessas regências. O objetivo era fazer com que os alunos fossem os principais construtores de ideias a respeito dos conceitos que lhes seriam apresentados. A dinâmica envolvendo-os diretamente fez com que classificassem se as situações criadas por eles correspondiam ou não a uma função. Já os três problemas foram propostos como ponto de partida para o ensino das Funções Afim, Linear e Quadrática. Ou seja, em todas as atividades, a partir das ideias construídas por eles, foram feitas as formalizações dos conteúdos, apresentados exemplos e propostos exercícios para avaliação, verificando se não estavam criando concepções errôneas dos conceitos.

REFERÊNCIAS

ALLEVATO, Norma Suely Gomes; ONUCHIC, Lourdes Rosa. Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática: por que Através da Resolução de Problemas? *In*: ONUCHIC, L. R. *et al.* (Orgs). **Resolução de problemas:** teoria e prática. Jundiaí: Paco Editorial, 2014.

ANDRINI, Álvaro; VASCONCELLOS, Marialim José. **Praticando Matemática**. 4 ed. São Paulo: Editora do Brasil, 2015, v. 9.

LIMA, Elon L. *et al.* **A Matemática do Ensino Médio**. 9.ed. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 2006, v. 1.

RIBEIRO, Alessandro J.; CURY, Helena N. Álgebra para a formação do professor: Explorando os conceitos de equação e função. São Paulo: Autêntica, 2015.

SANTOS, Roberto Vatan dos. Abordagens do processo de ensino e aprendizagem. **Integração**, ano XI, n. 40, p. 19-31, Jan/Fev/Mai. 2005.

SAVIANI, Dermeval. **Escola e democracia**. São Paulo: Cortez,1984.

VAN DE WALLE, John A. **Matemática no Ensino Fundamental:** formação de professores e aplicação em sala de aula. 6 ed. São Paulo: Artmed Editora, 2009.