

## Cálculo de áreas mediante probabilidad en educación secundaria

Francisco Juan Aguilar Fernández  
Aitor Bellés Tirado  
Josep Forner Escrig  
Alberto Tena Babiloni  
(Universitat Jaume I. España)

*Fecha de recepción: 07 de mayo de 2021*  
*Fecha de aceptación: 25 de octubre de 2021*

### Resumen

Este trabajo plantea una nueva propuesta para abordar la enseñanza de la probabilidad y la geometría en el ámbito de las matemáticas en la educación secundaria. Existen evidencias de que los alumnos de esta etapa suelen presentar dificultades cognitivas con el bloque de probabilidad y estadística y con el fin de subsanar este problema, y presentar distintas ramas de matemáticas de manera interconectada, se propone abordar el cálculo de áreas, con el que los estudiantes de secundaria se suelen encontrar más familiarizados, mediante el uso de probabilidades. Concretamente, se pretende que los alumnos aborden el cálculo de áreas mediante la probabilidad. Con este fin, se implementan actividades prácticas y manipulativas y simulaciones numéricas para el cálculo de áreas. De este modo, se persigue motivar al alumno con ejemplos de aplicación de probabilidad.

### Palabras clave

Geometría, probabilidad, área, educación secundaria, dispositivo didáctico.

### Title

Probabilistic calculation of areas in secondary school

### Abstract

This work introduces a new proposal to address the teaching of probability and geometry in the context of mathematics in secondary school. There is evidence that students in this stage usually present cognitive difficulties with probability and statistics and in order to correct this problem, and present different branches of mathematics in an interconnected way, it is proposed to approach the calculation of areas, with which secondary school students tend to be more familiar, with the use of probabilities. Specifically, it is intended that students approach the calculation of areas through probability. To this end, practical and manipulative activities and numerical simulations are implemented to calculate areas. In this way, the aim is to motivate the student with examples of the application of probability.

### Keywords

Geometry, probability, area, secondary school, teaching material.

## 1. Introducción

El presente trabajo plantea una nueva propuesta para abordar la enseñanza de las probabilidades y la geometría en el ámbito de las matemáticas en la educación secundaria. En la literatura existen evidencias de que los alumnos de educación secundaria suelen presentar dificultades cognitivas con el bloque de probabilidad y estadística y con el fin de subsanar este problema, y presentar distintas ramas



de matemáticas de manera interconectada, se propone abordar el cálculo de áreas, con el que los estudiantes de secundaria se suelen encontrar más familiarizados, mediante el uso de probabilidades.

Concretamente, se pretende que los alumnos aborden el cálculo de áreas mediante el cálculo de probabilidades en el aula. En primer lugar, se implementan actividades prácticas y manipulativas con el fin de calcular áreas y probabilidades. En segundo lugar, se complementan dichas actividades con simulaciones numéricas a través de un software matemático (GeoGebra). En tercer, y último lugar, se realiza un cuestionario junto con un debate para asentar los contenidos y las relaciones entre éstas.

De esta manera, se persigue motivar a los alumnos con un ejemplo de aplicación práctica del uso de probabilidades, lo que puede despertar el interés y la curiosidad de los estudiantes por esta disciplina e influir positiva y significativamente en su aprendizaje.

### 2. Descripción de la problemática

La problemática detectada en las aulas de secundaria respecto al bloque de estadística y probabilidad es la siguiente: se suele dedicar poco tiempo a este bloque de contenidos en las aulas por circunstancias diversas como que tradicionalmente suele ser el último bloque en ser impartido, por lo que muchas veces, por falta de tiempo, la probabilidad y la estadística no son ni siquiera abordados. Además, se ha detectado que a muchos alumnos les cuesta resolver problemas básicos y en caso de saber resolverlos, los suelen abordar de manera mecánica sin entender el concepto subyacente.

Esta problemática ya ha sido estudiada en trabajos previos (Batanero, 2013, 2005), según el cual se refuerza el hecho de que, para poder abordar satisfactoriamente la disciplina de estadística y probabilidad, los alumnos deben poseer un cierto grado de madurez cognitiva, así como haber interiorizado ya conceptos como la regla de Laplace, que pertenecen a niveles educativos anteriores. Por tanto, se demuestra que la edad influye en el grado de madurez cognitiva a partir del cual deben empezar a impartirse conocimientos abstractos. Por este motivo, los destinatarios de la presente innovación didáctica son estudiantes de 4.º de ESO como se verá con más profundidad en el apartado 4.

Una manera de paliar este problema de falta de comprensión del bloque de estadística y probabilidad puede ser combinar la enseñanza de estas disciplinas con otras ramas de la matemática más afianzadas por los alumnos de educación secundaria, como puede ser, el bloque de geometría. Además, de este modo, se pretende mostrar la conexión entre bloques de conocimiento que, a pesar de ser presentados normalmente de manera independiente, guardan una estrecha relación.

### 3. Objetivos del proyecto

Los objetivos del presente proyecto de innovación, en relación con la problemática expuesta con anterioridad, se pueden concretar en los siguientes puntos:

- Crear una percepción holística e interconectada de las matemáticas en lugar de crear islas de conocimiento aisladas, como suele ocurrir cuando se presentan las diferentes ramas de las matemáticas por separado.
- Proponer una opción para el cálculo de áreas mediante el uso de la probabilidad, alternativa a las convencionales como la geometría y el análisis.

- Proponer un ejemplo de aplicación práctica del uso de probabilidades.
- Fomentar el uso de las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC) en el aula para la enseñanza de las matemáticas.
- Comparar el experimento empírico con la simulación numérica.

#### 4. Destinatarios

El dispositivo didáctico introducido en este artículo está diseñado para ser implementado en una clase de 4.º de ESO. Aunque de acuerdo con el currículo básico de educación secundaria del Real Decreto 1105/2014 de 26 de diciembre, el bloque de estadística y probabilidad, y más concretamente la regla de Laplace, se introduzca en los cursos de 1.º y 2.º de ESO, las dificultades cognitivas que manifiestan los alumnos en este área de las matemáticas (Batanero, 2013, 2005) han llevado a orientar la presente propuesta didáctica a cursos superiores, ya que las actividades planteadas en este proyecto demandan que los alumnos ya hayan adquirido cierta habilidad en el manejo de las disciplinas de estadística y probabilidad y geometría.

#### 5. Metodología

La metodología didáctica empleada en este dispositivo didáctico es el aprendizaje basado en problemas (problem-based learning, PBL) (Hung, 2011; De Grave et al., 1996). A diferencia de metodologías convencionales como la lección magistral, mediante el PBL el foco de atención educativo recae sobre el estudiante. De esta manera, el docente se convierte en un guía del aprendizaje y son los propios estudiantes los que se involucran activamente en la construcción del conocimiento mediante la resolución de problemas diseñados para abordar la problemática en cuestión.

Para implementar el PBL en este dispositivo didáctico se han diseñado tres actividades que están descritas detalladamente en el apartado 6 y cuyo objetivo es el cálculo de áreas mediante probabilidad.

#### 6. Actividades asociadas

##### 6.1. Fundamento teórico

El objeto de la realización de este artículo se centra en la medición de áreas a través del cálculo de probabilidades (Miró, n.d.), hecho que permite interconectar dos disciplinas de las matemáticas: geometría y estadística y probabilidad.

El segundo teorema fundamental del cálculo integral (también conocido como regla de Barrow) permite calcular el valor de las integrales definidas a través de la primitiva de la función en cuestión. Geométricamente, este resultado puede ser entendido como el área de la función bajo la curva y convierte un problema de geometría en un problema de análisis (Ceano, 2020). No obstante, una dificultad que presenta el uso de esta regla de Barrow es que se debe hallar la expresión analítica de la función, lo que no siempre resulta evidente. Como consecuencia, la dificultad aumenta aún más cuando se trabaja en más de una dimensión.



La formulación de la regla de Barrow representó un gran hallazgo y avance en el siglo XVII, ya que hasta el momento solo se podía calcular el área de superficies poligonales. No obstante, en la actualidad, este cálculo se puede abordar alternativamente mediante el uso de teoría de probabilidad y los medios tecnológicos de los que disponemos.

Cuando los resultados de un experimento aleatorio son equiprobables se puede emplear la regla de Laplace para determinar la probabilidad  $p$  de un suceso  $S$ .

$$p(S) = \frac{n^{\circ} \text{ casos favorables}}{n^{\circ} \text{ casos posibles}} \tag{1}$$

No obstante, el cálculo de la probabilidad de un suceso no siempre puede realizarse de manera teórica. En este caso, una manera alternativa de determinar la probabilidad del suceso sería a través de la probabilidad frecuentista, es decir, la frecuencia relativa del suceso  $S$  en el largo plazo, cuando el experimento se ensaye un número  $n$  de veces lo suficientemente elevado. Matemáticamente, se puede expresar como sigue:

$$p(S) = \lim_{n \rightarrow \infty} f(S) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n_s}{n} \tag{2}$$

donde  $f(S)$ ,  $n_s$  y  $n$  representan la frecuencia relativa del suceso  $S$ , la frecuencia absoluta del suceso  $S$  y el número total de experimentos respectivamente.

Un caso particular de aplicación de la regla de Laplace al ámbito geométrico permitiría re-expresar la relación anterior como:

$$p(S) = \frac{n^{\circ} \text{ casos favorables}}{n^{\circ} \text{ casos posibles}} = \frac{\text{área favorable}}{\text{área posible}} = \frac{A}{A_T} \tag{3}$$

donde  $A_T$  representa el área que ocupa todo el espacio muestral y  $A$  un área cualquiera contenida en  $A_T$ .

Comparando las ecuaciones (2) y (3), se puede igualar la relación entre áreas con el límite de la frecuencia relativa de un suceso cuando el número de experimentos tiende a infinito. El cociente de áreas relaciona un área desconocida  $A$  con un área conocida  $A_T$ , y de esta manera, conocida la probabilidad  $p(S)$ , se halla el área  $A$ :

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n_s}{n} = \frac{A}{A_T} = p(S) \tag{4}$$

Así, hemos conectado la geometría y la estadística y probabilidad y se convierte un problema geométrico en un problema estadístico, el cual se resuelve mediante el proceso lógico siguiente:

$$f(S) \rightarrow p(S) \rightarrow A \tag{5}$$

En el contexto de este trabajo se pretende estimar el área de una superficie mediante el uso de probabilidades. Empíricamente, esto podría realizarse delimitando un polígono regular de área conocida alrededor de la superficie cuya área se desea determinar y lanzando elementos idénticos. El conteo de los elementos que caen dentro de la superficie cuya área se desea determinar respecto del total de elementos lanzados permite determinar la probabilidad del suceso  $S$ , que en este caso representa el hecho de que un elemento caiga dentro de dicha área.

Esta conceptualización se puede implementar en el aula a través de las actividades que se detallan en los puntos 6.3, 6.4 y 6.5 de este apartado.

## 6.2. Planificación temporal

En cuanto a la planificación temporal, las tres actividades que se han planteado se han diseñado para ser implementadas a lo largo de 9 sesiones:

Sesiones	Actividad y conceptos para tratar
1. <sup>a</sup>	Clase magistral y conceptos previos
2. <sup>a</sup>	Actividad 1: Trabajo colaborativo Chimenea
3. <sup>a</sup>	Actividad 1: Trabajo colaborativo Chimenea
4. <sup>a</sup>	Clase magistral y conceptos previos
5. <sup>a</sup>	Actividad 2: Ejercicio práctico individual con GeoGebra
6. <sup>a</sup>	Actividad 2: Ejercicio práctico individual con GeoGebra
7. <sup>a</sup>	Actividad 2: Ejercicio práctico individual con GeoGebra
8. <sup>a</sup>	Actividad 2: Ejercicio práctico individual con GeoGebra
9. <sup>a</sup>	Actividad 3: Cuestionario interactivo Kahoot y debate

**Tabla 1.** Planificación de las actividades.

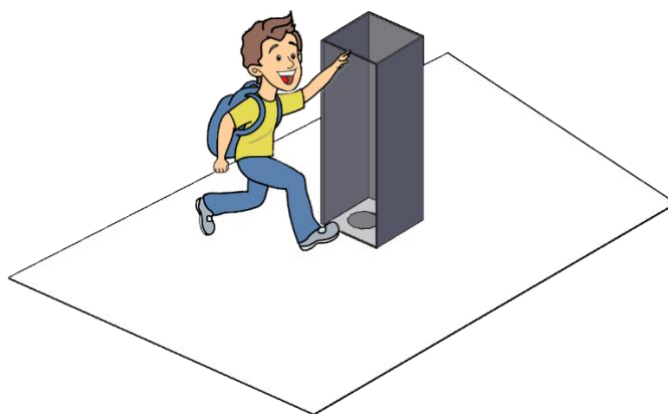
## 6.3. Actividad 1: Trabajo colaborativo Chimenea

### 6.3.1. Descripción

El experimento empírico para el cálculo del área mediante probabilidad sigue los siguientes pasos:

En primer lugar, se forman grupos de cuatro personas, que deben construir una “chimenea” con cartón de un metro y medio de altura, aproximadamente. Por otro lado, deben dibujar una figura, cuya área se pueda calcular con relativa facilidad, en una lámina de medio metro por medio metro ( $0,25 \text{ m}^2$ ) que es la base de la “chimenea”. La Figura 1 muestra un esquema de la chimenea y un alumno realizando el experimento empírico.





**Figura 1.** Esquema de la chimenea.

Se realizan tiradas continuadas de menos a más piezas, hasta conseguir un gran número de lanzamientos (Tabla 2). Para los lanzamientos se utilizan elementos planos, que los alumnos tienen que contar a medida que se van lanzando. Luego, deben realizar el conteo de número de fichas que caen en el interior de la figura dibujada, cuya área se desea determinar, y con estos datos realizan los cálculos propuestos asociados a la actividad.

Pruebas	Tiradas
1. <sup>a</sup>	8
2. <sup>a</sup>	16
3. <sup>a</sup>	32
4. <sup>a</sup>	64
5. <sup>a</sup>	128

**Tabla 2.** Número de lanzamientos para cada prueba experimental.

Por último, después de realizar las diferentes pruebas y anotar los datos, los alumnos deben realizar los cálculos asociados a través de la siguiente expresión:

$$A = A_T \cdot p(S)$$

Cabe destacar que el presente experimento se basa en el uso de la regla de Laplace. Para garantizar que las hipótesis que sustentan dicha regla son ciertas se debe cumplir que:

La chimenea hueca debe tener una altura superior a la visual del lanzador para lanzar los elementos a través de ésta, rebotando en las paredes de la chimenea, y que caiga en el soporte donde está la superficie patrón. De esta manera, el resultado no está condicionado por la intencionalidad del lanzador y los elementos tienen la misma probabilidad de caer en cualquier parte del soporte. Por esta misma razón, los lanzamientos se deberán realizar indistintamente desde los cuatro lados de la chimenea.

Además, para que los lanzamientos se realicen de manera independiente y que la geometría de los elementos ya lanzados no condicione el cálculo de la probabilidad, se deben emplear elementos planos como, por ejemplo, fichas, para asegurar que puedan caer unas sobre otras.

Para reducir las posibilidades de que los elementos lanzados caigan en la frontera de la superficie, la ficha debe tener unas dimensiones reducidas en relación con la figura que se desea determinar. Por tanto, el diámetro de las fichas para la lámina que se utiliza para la actividad debe ser menor a 1 cm. Cuando una ficha caiga en la frontera de la superficie cuya área se desea determinar, la asignación de esa ficha en la superficie o fuera de ella depende de la porción que ocupe la ficha.

### 6.3.2. Objetivo de la actividad 1

Los objetivos que se pretenden conseguir con esta actividad quedan resumidos en:

- Realizar un trabajo colaborativo mediante la construcción de una chimenea en equipos de cuatro alumnos.
- Calcular el área de las distintas figuras mediante probabilidad, de forma que se conecten con la geometría.

### 6.3.3. Material y recursos utilizados

Los materiales necesarios para realizar la actividad son:

Para la construcción de la chimenea:

- Cartón.
- Cinta de carroceros, cinta adhesiva o cola blanca.
- Tijeras o cúter.

Para el cálculo de las áreas:

- Papel, lápiz, goma o bolígrafos.
- Láminas para dibujar figuras.
- Fichas planas (por ejemplo: fichas del parchís).
- Calculadora.

Adicionalmente se puede disponer de un ordenador, tablet o móvil para ir anotando los resultados y los cálculos realizados.

El coste total del material por alumno es muy bajo. El centro abastecerá al alumnado de material adhesivo y cortante. Así como de las hojas de papel y cartón, fomentando el reciclaje en las clases.

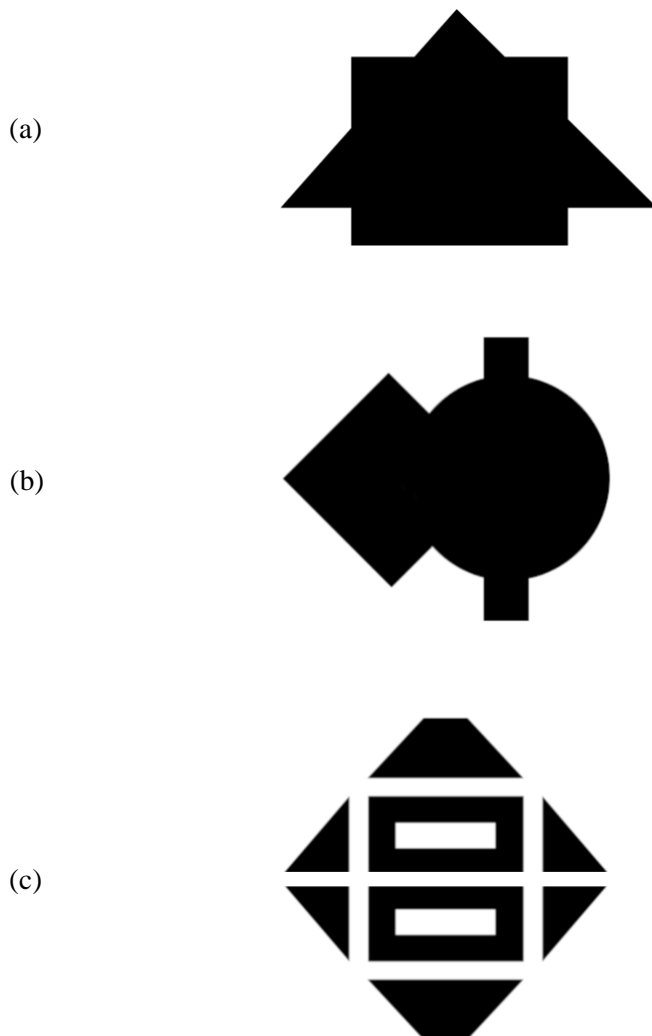
### 6.3.4. Atención a la diversidad

Para atender a la diversidad se plantea que los alumnos más aventajados puedan calcular el área de figuras más complejas a través del cálculo geométrico tradicional. En este caso, se facilitan las figuras



a calcular. Cada una de ellas, se puede descomponer como suma de áreas más sencillas (triángulos, rectángulos y círculos).

A continuación, se muestran algunas propuestas a modo de ejemplo en la Figura 2:



**Figura 2.** Propuestas de superficies.

### 6.3.5. Evaluación

De esta prueba se valora la participación y actitud de los alumnos, la colaboración con los compañeros y la solución de las actividades asociadas al trabajo colaborativo.



	Mal (0-2)	Insuficiente (3-4)	Regular (5-6)	Bien (7-8)	Excelente (9-10)
<b>Participación (20%)</b>	El alumno no participa en la actividad.	El alumno participa de forma residual.	El alumno participa en la actividad.	El alumno participa activamente.	El alumno participa activamente ayudando a sus compañeros.
<b>Diseño y cálculo de figuras (30%)</b>	El alumno no realiza figuras adecuadas para la resolución del ejercicio.	El alumno realiza figuras muy sencillas y mal definidas.	El alumno realiza figuras sencillas, pero bien calculadas.	El alumno desarrolla figuras más complejas y realiza bien los cálculos.	El alumno desarrolla figuras complejas y bien calculadas. Acepta la ampliación propuesta por el profesorado.
<b>Entrega de actividades relacionadas (50%)</b>	El alumno no realiza las actividades.	El alumno no completa todas las actividades.	El alumno realiza todas las actividades, pero contiene errores de concepto.	El alumno realiza las actividades sin errores de concepto.	El alumno realiza las actividades justificando sus respuestas.

Tabla 3. Rúbrica del trabajo colaborativo. Chimenea.

El valor del Trabajo colaborativo Chimenea tiene una ponderación del 40% sobre la nota final del dispositivo didáctico.

## 6.4. Actividad 2: Ejercicio práctico individual con GeoGebra

### 6.4.1. Descripción

La simulación numérica para el cálculo del área mediante probabilidad se puede realizar, por ejemplo, mediante el uso del programa GeoGebra. En éste se puede implementar un algoritmo de generación aleatoria de puntos y su posterior conteo en una superficie de referencia (o patrón) de área conocida. El programa calcula el ratio de puntos que se encuentran dentro de la superficie cuya área se desea estimar y el número total de tiradas dentro del área patrón. De este modo, a medida que se incrementa el número de puntos en el área patrón, la estimación de la probabilidad mediante la frecuencia relativa con ayuda de métodos numéricos, converge el valor del área calculado de forma probabilística hacia su valor esperado teórico.

Se puede encontrar ejemplos para ilustrar este ejercicio práctico en Skattebo (2015) que están disponibles en la plataforma GeoGebra, creada por Hohenwarter (2001).

Inicialmente, se cuenta con un área cuadrada de referencia con un único punto (o tirada aleatoria), lo que proporciona una estimación imprecisa del área del círculo.



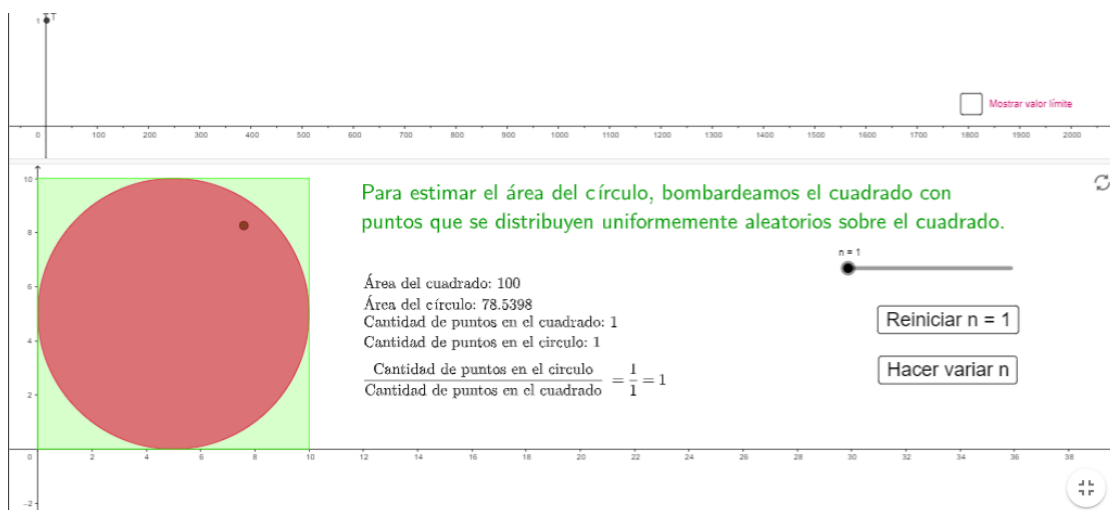


Figura 3. Cálculo del área del círculo con 1 punto generado. Tomado de Skattebo (2015).

Para un mayor número de puntos o lanzamientos se obtiene:

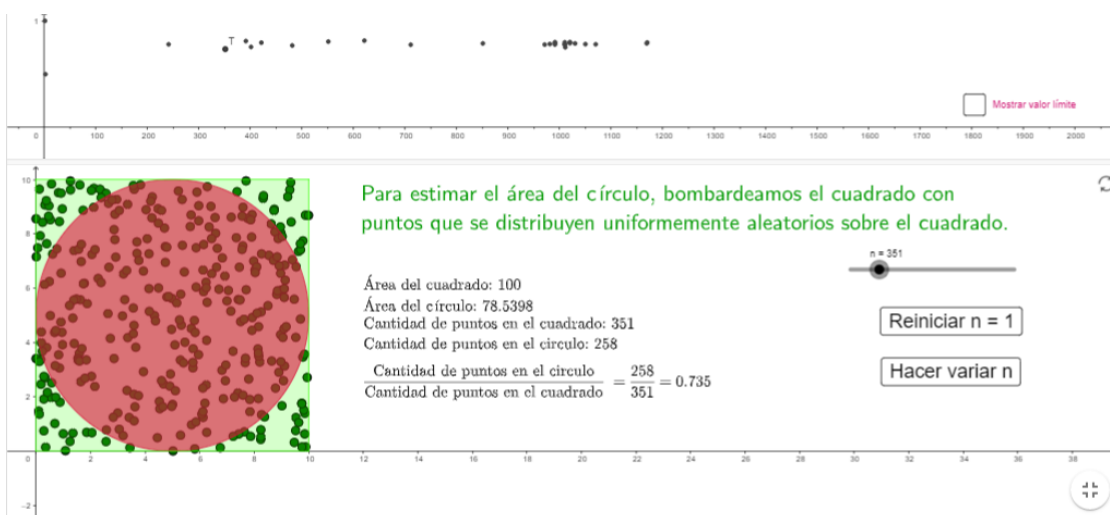


Figura 4. Cálculo del área del círculo con 351 puntos generados. Tomado de Skattebo (2015).

Finalmente, incrementando aún más el número de tiradas:

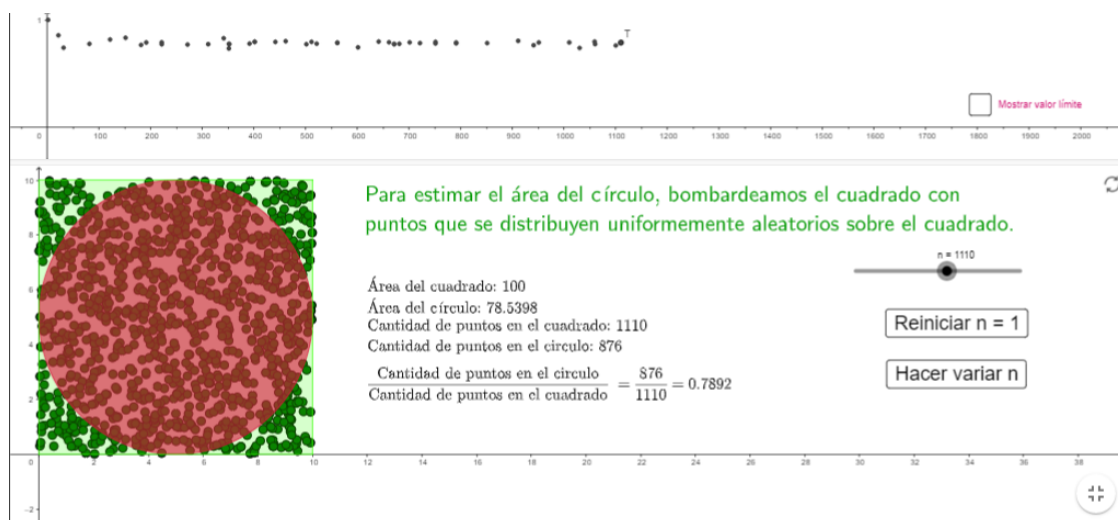


Figura 5. Cálculo del área del círculo con 1110 puntos generados. Tomado de Skattebo (2015).

Como se observa, en las Figuras 3, 4 y 5, en la interfaz del programa se presentan los datos necesarios para el cálculo del área de forma probabilística según la expresión (4) citada anteriormente:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n_s}{n} = \frac{A}{A_T} = p(S)$$

A modo de ejemplo, en este último caso, las variables del problema se particularizan en:

- Área patrón  $A_T$ : Área del cuadrado
- Área a calcular  $A$ : Área del círculo
- Número de experimentos  $n$ : Cantidad de puntos en el cuadrado
- Frecuencia absoluta  $n_s$ : Cantidad de puntos en el círculo
- Frecuencia relativa:  $f_s = \frac{n_s}{n}$ ;  $\frac{\text{Cantidad de puntos en el círculo}}{\text{Cantidad de puntos en el cuadrado}}$

A continuación, el alumnado debe modificar alguno de los ejemplos anteriores hasta conseguir obtener una solución similar de cálculo de áreas, pero con otra superficie diferente.

### 6.4.2. Objetivo de la actividad 2

Los objetivos marcados para esta actividad son:

- Fomentar el uso de las TIC en el aula para la enseñanza de las matemáticas.
- Comparar el experimento empírico con la simulación numérica en el cálculo de áreas.

### 6.4.3. Material y recursos utilizados

Para la realización de esta actividad se ha planteado el uso del software matemático GeoGebra como herramienta de trabajo para todas las sesiones.



Si el centro educativo dispone de sala de ordenadores libre se debe reservar para todas las sesiones establecidas. De lo contrario, es necesario el uso de tablets u otro dispositivo (como el móvil) para poder trabajar en condiciones.

**6.4.5. Evaluación**

De esta prueba se valora la participación, la entrega y actitud de los alumnos, la solución de las actividades asociadas al trabajo individual, la cantidad de cambios efectuados y la parte de diseño respecto a la propuesta inicial. Se valora positivamente que los alumnos ayuden a los compañeros con más dificultades en el aula.

	<b>Mal (0-2)</b>	<b>Insuficiente (3-4)</b>	<b>Regular (5-6)</b>	<b>Bien (7-8)</b>	<b>Excelente (9-10)</b>
<b>Actitud (20%)</b>	El alumno no atiende y entorpece las clases.	El alumno no muestra interés en el contenido.	El alumno atiende.	El alumno muestra interés en el contenido.	El alumno participa activamente en clase, preguntando dudas constructivas.
<b>Actividad práctica presencial (GeoGebra) (50%)</b>	No entrega la actividad.	El alumno entrega la actividad, pero prácticamente no la modifica.	El alumno entrega una solución similar a la planteada sin justificar las soluciones propuestas.	Entrega la actividad completa.	El alumno prueba diferentes combinaciones para llegar a la solución. Entrega la actividad justificando los pasos realizados.
<b>Actividad práctica en casa (GeoGebra) (30%)</b>	No entrega la actividad.	El alumno entrega la actividad de forma incompleta.	El alumno entrega la actividad con los ejercicios resueltos, pero no están bien resueltos todos.	El alumno entrega todas las actividades y están bien resueltas.	El alumno participa activamente en clase, preguntando dudas y probando diferentes combinaciones para llegar a la solución. Entrega la actividad justificando los pasos realizados.

**Tabla 4.** Rúbrica del trabajo individual. GeoGebra.

El valor del Ejercicio práctico individual con GeoGebra tiene una ponderación del 40% sobre la nota final del dispositivo didáctico.

## 6.5. Actividad 3: Cuestionario interactivo Kahoot y debate

### 6.5.1. Descripción

Para que los alumnos demuestren todo lo aprendido a lo largo de todas las sesiones, se realiza un debate a partir de una actividad interactiva realizada en forma de Kahoot (Brand et al., 2001) que consta de 12 preguntas, 3 bloques de preguntas con 4 preguntas por bloque.

Este debate servirá para consolidar conceptos e interconectar los bloques temáticos de matemáticas de forma holística.

Bloques temáticos de preguntas para Kahoot y debate:

- **Bloque 1:** Fundamentos teóricos.
- **Bloque 2:** Fundamentos prácticos del experimento.
- **Bloque 3:** GeoGebra.

### 6.5.2. Objetivo de la actividad 3

Los objetivos marcados para esta actividad son:

- Fomentar el uso de las TIC en el aula para la enseñanza de las matemáticas.
- Crear una percepción holística e interconectada de las matemáticas en lugar de crear islas de conocimiento aisladas, como suele ocurrir cuando se presentan las diferentes ramas de las matemáticas por separado.

### 6.5.3. Material y recursos utilizados

Los recursos necesarios e imprescindibles para la realización de la prueba serán un dispositivo móvil o tablet, la aplicación Kahoot y conexión a internet.

### 6.5.4. Evaluación

Las 12 preguntas serán con la misma puntuación cada una de ellas. Se valoran las respuestas positivas sin descontar los errores.



	Mal (0-2)	Insuficiente (3-4)	Regular (5-6)	Bien (7-8)	Excelente (9-10)
<b>Kahoot! (40%)</b>	El alumno responde entre 0 y 2 respuestas correctas.	El alumno responde entre 3 y 5 respuestas correctas.	El alumno responde entre 6 y 8 respuestas correctas.	El alumno responde entre 9 y 10 respuestas correctas.	El alumno responde entre 11 y 12 respuestas correctas.
<b>Debate (50%)</b>	El alumno no hace aportaciones al debate.	El alumno se limita a parafrasear ideas de los compañeros.	El alumno hace alguna aportación casual.	El alumno participa realizando aportaciones nuevas.	El alumno abre el debate y realiza aportaciones interesantes y escucha al resto de compañeros.
<b>Participación (10%)</b>	El alumno no participa en el debate y dificulta la realización de la actividad a sus compañeros.	El alumno no participa en el debate.	El alumno participa en el debate, pero de forma residual.	El alumno participa en el debate.	El alumno participa en el debate de forma respetuosa y activa.

Tabla 5. Rúbrica del cuestionario interactivo y debate. Kahoot.

El valor del Cuestionario interactivo Kahoot y debate tiene una ponderación del 20% sobre la nota final del dispositivo didáctico. Esta decisión pretende fomentar la participación en las sesiones prácticas y es por ello que el valor del examen interactivo y el debate será menor que el resto de las actividades propuestas en este proyecto.

## 7. Conclusiones

En este trabajo se ha presentado un dispositivo didáctico para el aprendizaje del cálculo de áreas planas mediante el uso de probabilidades. Con este fin, se han diseñado una serie de actividades tanto experimentales como numéricas para que los estudiantes consoliden sus conocimientos de probabilidad y de este modo contribuir a crear una percepción holística e interconectada de las matemáticas, al menos de los bloques de estadística y probabilidad y geometría.

Con el fin de obtener una métrica del éxito del presente planteamiento didáctico, se pretende analizar los resultados obtenidos en el Kahoot para valorar si los estudiantes han consolidado los conceptos básicos correspondientes al currículo oficial de enseñanza secundaria. Por último, en cuanto a la ejecución de este dispositivo, se podrá ir modulando progresivamente el tiempo a dedicar a cada actividad, así como el grado de dificultad de los ejercicios en función del feedback recibido por parte de los estudiantes.

## Bibliografía

- Batanero, C. (2013). La comprensión de la probabilidad en los niños: ¿Qué podemos aprender de la investigación? En J. A. Fernandes, P. F. Correia, M. H. Martinho y F. Viseu, (Eds.). *Atas do III Encontro de Probabilidades e Estatística na escola*. Centro de Investigação em Educação da Universidade do Minho.
- Batanero, C. (2005). Significados de la probabilidad en la educación secundaria. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 8(3), 247- 263.
- Ceano, R. (2020). El problema de las curvas y el nacimiento del cálculo. *Pensamiento Matemático*, X(1), 095-108.
- Hung W. (2011). Theory to reality: a few issues in implementing problem-based learning. *Educational Technology Research and Development*, 59, 529-552.
- De Grave, W. S., Boshuizen, H. P. A. y Schmidt, H. G. (1996). Problem-based learning: Cognitive and metacognitive processes during problem analysis. *Instructional Science*, 24, 321–341.
- Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato. BOE núm 3.

## Webgrafía

- Brand, J. Brooker, J. y Versvik, M. (2001). Kahoot!. Retrieved 02 01, 2021, from <https://kahoot.it/>
- Hohenwarter, M. (2001). GeoGebra. *GeoGebra* [en línea]. Recuperado el 02/02/2021, de <https://www.geogebra.org/>
- Miró, R. (n.d.). Tres problemas de probabilidad geométrica. Recuperado el 07/02/2021, de <https://www.rinconmatematico.com/miro/probgeom/probgeom.htm>
- Skattebo, G. (2015). Aproximando el área del círculo. *GeoGebra* [en línea]. Recuperado el 23 de abril de 2021, de <https://www.geogebra.org/m/zwE8QYmK>
- Skattebo, G. (2015). Aproximación de áreas de elipses por medio de probabilidad. *GeoGebra* [en línea]. Recuperado el 23 de abril de 2021, de <https://www.geogebra.org/m/fVpsNEXW>

**Franciso Juan Aguilar Fernández**, ingeniero superior de caminos, canales y puertos por la Universidad Politécnica de Valencia (UPV) (Valencia, España) y actualmente alumno del Máster Universitario en Profesor/a de Educación Secundaria Obligatoria y Bachillerato, Formación Profesional y Enseñanzas de Idiomas por la Universidad Jaime I (UJI) (Castellón, España). Ingeniero en la construcción en empresa constructora del 2012 al 2019.

Email: [al403224@uji.es](mailto:al403224@uji.es)

**Aitor Bellés Tirado**, ingeniero superior industrial por la Universidad Jaime I (UJI) de Castellón (España) y actualmente cursando el máster de Profesor/a de Educación Secundaria Obligatoria y bachillerato, Formación Profesional y Enseñamientos de Idiomas por la UJI (Castellón, España).

Email: [aitor.belles.t@gmail.com](mailto:aitor.belles.t@gmail.com)

**Josep Forner Escrig**, ingeniero industrial por la Universitat Jaume I (UJI) (Castellón, España) e ingeniero mecánico por el Institut National des Sciences Appliquées (INSA) de Lyon (Francia) y actualmente alumno del Máster Universitario en Profesor/a de Educación Secundaria Obligatoria y Bachillerato, Formación Profesional y Enseñanzas de Idiomas por la UJI (Castellón, España).

Email: [jforner@uji.es](mailto:jforner@uji.es)



**Alberto Tena Babiloni**, arquitecto técnico y máster en prevención de riesgos laborales por la Universidad Jaume I (UJI) (Castellón, España) y actualmente alumno del Máster Universitario en Profesor/a de Educación Secundaria Obligatoria y Bachillerato, Formación Profesional y Enseñanzas de Idiomas por la UJI (Castellón, España).  
Email: [al110685@uji.es](mailto:al110685@uji.es)