

Técnicas de transnumeración utilizadas por estudiantes de 9-10 años: un estudio de caso

Daniela Latorres¹

Laura Santibáñez¹

Claudia Vásquez²

(¹Pontificia Universidad Católica de Valparaíso. Chile)

(²Pontificia Universidad Católica de Chile. Chile)

Fecha de recepción: 24 de agosto de 2021

Fecha de aceptación: 08 de diciembre de 2021

Resumen

En este trabajo se exponen los resultados sobre las técnicas transnumerativas utilizadas por 31 estudiantes chilenos de cuarto año de Educación Primaria, cuando se ven enfrentados a la tarea de construir representaciones usando datos propios, con el fin de obtener una mejor comprensión de ellos y dar respuesta a la pregunta de investigación *¿cómo se ha sentido nuestro grupo curso en este tiempo de pandemia?* Para llevar a cabo el proceso de análisis se clasifican las producciones de los estudiantes de acuerdo con las técnicas de transnumeración. Los resultados muestran que la técnica predominante fue clasificar, seguida del cálculo de frecuencia. Además, se refleja la escasa valorización o necesidad de construir gráficos y tablas estadísticas, para la obtención de nueva información. Por consiguiente, a partir del análisis de los datos, se revela la necesidad que tienen los estudiantes de organizar los datos y realizar un conteo de ellos para la obtención de información. Asimismo, se evidencia que existen técnicas que no fluyen naturalmente en el estudiante, por lo que necesita de una enseñanza explícita y significativa.

Palabras clave

Técnicas de transnumeración, representación de datos, representación tabular, representación gráfica, educación primaria.

Title

Transnumeration techniques used by 9-10 years old students: a case study

Abstract

This paper presents the results of the transnumerative techniques used by 31 Chilean students in the fourth year of Primary Education, when they are faced with the task of constructing representations using their own data, in order to obtain a better understanding of them and to answer the research question: How has our class felt in this time of pandemic? In order to carry out the analysis process, the students' productions are classified according to transnumeration techniques. The results show that the predominant technique was classifying, followed by frequency calculation. In addition, there is little appreciation or need to construct graphs and statistical tables in order to obtain new information. Consequently, the analysis of the data reveals the students' need to organise the data and count them in order to obtain information. Likewise, it is evident that



there are techniques that do not flow naturally in the student, which is why they need explicit and meaningful teaching.

Keywords

Transnumeration techniques, data representation, tabular representation, graphical representation, primary education.

1. Introducción

En el campo de la Educación Matemática, las representaciones -a través de objetos físicos, lenguaje natural, gestos, dibujos, diagramas y símbolos ya sea inventados o convencionales- desempeñan un rol fundamental, pues permiten a los estudiantes acceder a la comprensión de las ideas matemáticas, es decir, al desarrollo de su pensamiento matemático. En esta línea, las representaciones son “un proceso indispensable para poder aprender. Si no hay representación del conocimiento no hay aprendizaje” (Alsina, 2014, p. 16). En el caso particular de la Educación Estadística, las representaciones se configuran como una de las ideas estadísticas fundamentales (Burrill y Biehler, 2011; Pfannkuch y Ben-Zvi, 2011), que permiten llevar a cabo la transnumeración (Wild y Pfannkuch, 1999). Este componente del pensamiento estadístico consiste en obtener nueva información respecto de las características de un conjunto de datos a partir del uso de diferentes representaciones (gráfica, tabular, numérica, etc.) que permitan identificar diferentes aspectos de los mismos datos. Este proceso implica una transformación de los datos recolectados en diversas representaciones con el fin de promover la comprensión de una situación real. En esta misma dirección Ben-Zvi y Garfield (2004), plantean que las representaciones externas utilizadas en estadística forman parte de la alfabetización estadística al incorporar un conjunto de habilidades básicas, como la capacidad de organizar datos, elaborar y presentar tablas, y trabajar con diversas representaciones de datos. Además, de permitir la comprensión de conceptos, vocabulario y símbolos. Por tanto, es necesario iniciar el estudio de las representaciones estadísticas desde temprana edad, lo que contribuirá a allanar el camino para un desarrollo gradual de la alfabetización estadística (Vásquez et al., 2021).

En este sentido, de acuerdo con Batanero et al. (2013), urge el desarrollo de competencias para el análisis de datos, las cuales requieren de algunos elementos esenciales tales como: la necesidad de obtener datos; la variación; razonamientos con modelos estadísticos; integración de la estadística y el contexto; y la transnumeración (Wild y Pfannkuch, 1999). De este modo, surge la idea de crear instancias que contribuyan a desarrollar razonamiento estadístico desde temprana edad, con el fin de favorecer en los estudiantes el desarrollo de competencias que les permita tomar decisiones óptimas, a partir de la comprensión y predicción de los datos. En consecuencia, las representaciones estadísticas, específicamente la representación tabular y gráfica, forman parte de la alfabetización estadística facilitando la organización de datos relacionados con diferentes contextos, ya sea salud, social, económico, deporte, entre otros. De este modo, el uso de las representaciones estadísticas permitirá que los estudiantes aprecien el valor de la estadística como una herramienta para comprender, interpretar, evaluar críticamente, discutir y comunicar información estadística relevante (Ben-Zvi y Garfield, 2004).

Desde esta perspectiva, en este estudio nos centramos en las técnicas de transnumeración que utilizan 31 estudiantes chilenos de un cuarto curso de primaria (9-10 años) cuando se ven enfrentados a la tarea de reorganizar un conjunto de datos para resolver una situación problema. Cabe señalar que entendemos por técnicas de transnumeración como el proceso que utilizan los individuos para cambiar de una representación a otra, ya sea creando una nueva variable, organizando los datos de una manera

diferente o representándolos de forma gráfica, con el fin de generar una mayor comprensión de los datos y poder comunicarlos (Wild y Pfannkuch, 1999).

El contar con este tipo de estudios es relevante, pues, de acuerdo con Chick y Watson (2001), los estudiantes logran interpretar información, pero presentan dificultades para representar los datos con claridad. Por tanto, el contar con conocimiento respecto de las técnicas de transnumeración, las representaciones que se generan permitirán comprobar si objetos estadísticos, como tablas o gráficos surgen de forma natural en los estudiantes de este nivel educativo.

2. Fundamentación teórica

La alfabetización estadística comprende el desarrollo de habilidades, tales como la comprensión de términos estadísticos y uso de herramientas o símbolos estadísticos, lo que no solo permitirá interpretar y obtener información de las representaciones de datos (Rumsey, 2002), sino también desarrollar competencias en pos de la formación de ciudadanos críticos y consumidores de datos educados, capaces de tomar decisiones de manera informada (Ben-Zvi y Makar, 2016). Para ello, de acuerdo con Wild y Pfannkuch (1999), es necesario prestar atención a los procesos fundamentales de: (1) reconocer la necesidad de datos; (2) transnumeración; (3) percepción de la variación; (4) razonamiento con modelos, y (5) la integración de la estadística y el contexto.

Dado el propósito de este estudio, nos detendremos en la transnumeración, entendida como: *“la habilidad para realizar transformaciones numéricas para facilitar la comprensión... Se produce cuando se encuentran formas de obtener datos a través de la medida o la clasificación que capturan elementos significativos del sistema real. Penetra en todos los análisis de datos estadísticos, que se producen cada vez que cambiamos nuestra forma de mirar los datos con la esperanza de que esto va a transmitir un nuevo significado para nosotros... es un proceso dinámico de cambio de las representaciones para generar comprensión”* (Wild y Pfannkuch, 1999, p. 227).

En esta misma dirección Chick et al. (2005), complementan el concepto de transnumeración, como una reorganización y cálculo con los datos, con el fin de revelar lo que esconden los datos y así comunicarlos de forma convincente. De este modo, sostienen que la transnumeración debe ser estimulada y trabajada de forma específica en el proceso de enseñanza y aprendizaje, puesto que el éxito de representar los datos no solo implica, la habilidad de crear otras representaciones, sino también generar nuevas variables. Con este propósito Pfannkuch y Rubick (2002), señalan algunas instancias específicas de transnumeración: (1) recogida de datos que permitan caracterizar una situación real; (2) los datos iniciales son transformados en otras representaciones, con el fin de buscar el sentido de los datos; (3) y, por último, el transmitir o comunicar el sentido de los datos. En esta misma dirección y de manera complementaria a lo anterior, es que Shaughnessy y Pfannkuch (2002), explican el proceso de transnumeración desde la perspectiva de la modelización que contempla las tres fases antes mencionadas al momento de enfrentarse a un problema estadístico (Figura 1):



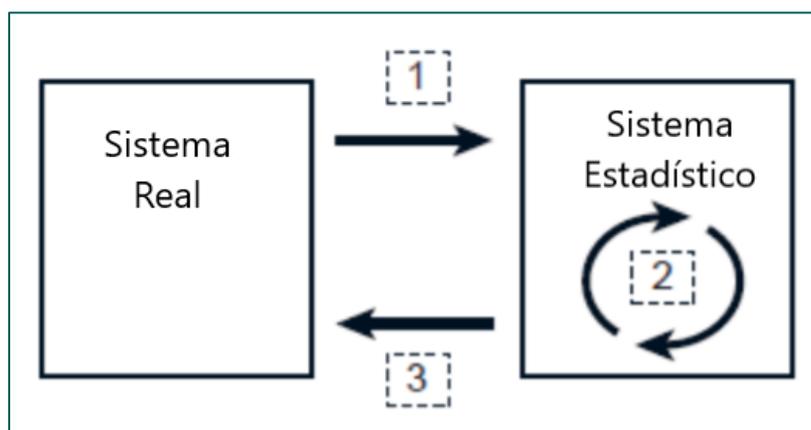


Figura 1. Fases del proceso de transnumeración. Fuente: Shaughnessy y Pfannkuch (2002).

Desde esta perspectiva, Chick (2003) propone diez técnicas transnumerativas que tienen como intención transitar de una representación a otra con el fin de obtener una mejor comprensión de los datos (Tabla 1).

Técnica	Descripción
Clasificación	Los datos se clasifican conforme algún criterio. No se manifiestan nuevas variables.
Agrupamiento	Los datos se agrupan acorde algún criterio. Esto establece una nueva variable lo que involucra un tipo de transnumeración.
Selección de subconjunto	Se escoge un subconjunto de los datos para luego realizar la transnumeración.
Cambio de tipo de variable	Se considera una variable numérica en términos categóricos o una variable categórica en términos numéricos.
Cálculo de frecuencia	Se establecen las frecuencias de ocurrencia de valores de una variable categórica. Crea una nueva variable.
Cálculo de proporción	Se establece con respecto a un todo creando una nueva variable.
Graficar/Tabular	Las variables de los datos se pueden representar, todos o algunos, ya sea mediante un gráfico o tabulando.
Cálculo de medidas de tendencia central	Se considera para una variable (ejemplo: la media), lo que permite crear una variable nueva.
Cálculo de medida de dispersión	Se establece alguna medida de dispersión de valores vinculado con una variable numérica. Se puede instituir una nueva variable.
Otros cálculos	Término genérico, que involucra la posibilidad de realizar otros cálculos estadísticos sobre los datos (por ejemplo, suma, resta, etc.)

Tabla 1. Técnicas transnumerativas. Fuente: Chick (2003).

Así, el tránsito entre las técnicas transnumerativas implica un proceso dinámico, el cual permite develar nueva información y, por ende, una mejor comprensión del problema, al realizar cambios de representación (Wild y Pfannkuch, 1999).

3. Antecedentes

Pese a su relevancia los estudios respecto a las técnicas de transnumeración y cómo estas emergen en el proceso de instrucción a temprana edad aún son escasas. No obstante, la literatura comienza a reportar algunos trabajos centrados en el estudio de este tema, los cuales se presentan a continuación.

Chick (2003), propone un conjunto de técnicas transnumerativas que favorece la representación de los datos, aplicándolas a un grupo de 73 estudiantes de séptimo grado (12-13 años), evidenciando que los estudiantes aplican técnicas para representar datos, pero estas no siempre son adecuadas. Además, los métodos considerados más simples como la clasificación y agrupación fueron los menos utilizados. Con respecto al tipo de representaciones utilizadas por los estudiantes, la mayoría representó los datos con gráficos, antes que las tablas estadísticas.

Estrella et al. (2015), usando la metodología de estudio de clases, analizan por medio de los procesos de transnumeración las representaciones producidas por tres estudiantes de kínder (5-6 años). De las diez técnicas propuestas por Chick (2003), se observa la utilización de seis de ellas: (1) *ordenan*, de manera horizontal los datos; (2) *agrupan*, los datos según las seis categorías de las actividades; (3) *calculan frecuencias*, de cada categoría, creando la variable numérica “la frecuencia”; (4) *grafican*, usando todos los datos disponibles, representan una gráfica tipo pictograma de barra; (5) *calculan medidas de tendencia central*, de forma visual establecen la moda señalada como “la que tiene más”; (6) *otros cálculos*, como por ejemplo el conteo. Así, a partir del análisis los autores sostienen que las producciones evidencian una estadística temprana en el aula de los preescolares.

Estrella y Olfos (2015), evidencian el pensamiento transnumerativo referido a la reclasificación de los datos, enfocado al análisis de las tablas de frecuencias. En su estudio analizan producciones de 80 estudiantes de tercer grado de primaria (8-9 años), las que fueron categorizadas como listas, pseudo tablas y tablas (Estrella, 2014; Estrella y Mena-Lorca, 2013). Del total de la muestra, solo cinco estudiantes construyen tablas de frecuencias, con características y elementos básicos, como arreglo rectangular, filas y columnas, lo que implicó el uso la técnica de clasificación y el cálculo de frecuencias. Como conclusión, sostienen que las tablas de frecuencias deben ser enseñadas de forma directa en la escuela, con el fin que los datos organizados en las tablas ofrezcan al estudiante una interacción con datos reales.

Más recientemente, Estrella et al. (2018), investigan sobre la competencia meta-relacional en 30 estudiantes, entre 6 a 9 años, de primero a cuarto grado, quienes responden a una tarea abierta de organización de datos y realizan sus producciones con lápiz y papel. Los resultados muestran que, en las representaciones construidas por los estudiantes de todos los grados, estos hacen uso de recursos cognitivos como clasificación, conteo, subitización y colinealidad. Por tanto, se evidencia la existencia de la competencia meta-representacional con respecto a la invención, crítica, funcionalidad y aprendizaje en sus representaciones.

Por su parte, López y Vigo (2018), estudian los procesos de transnumeración, de 14 profesores de matemática de la Educación Básica Regular, del nivel secundario. La actividad que debían desarrollar era analizar la variación de un conjunto de datos, relacionada con las notas de dos estudiantes, usando



diversas representaciones como el gráfico de puntos utilizando GeoGebra, y así conocer el estudiante que tuvo una mayor constancia en sus notas. Concluyen, que los profesores perciben las variaciones del conjunto de datos usando y relacionando la serie de representaciones generadas, comprendiendo primero el significado e información de cada una de ellas. Esto produjo en la muestra el sentido e importancia de transnumerar. Por lo que, mientras más nociones estadísticas tengan, más herramientas serán usadas para la transnumeración. Finalmente, sostienen que la acción de transnumeración es algo que los profesores aplican constantemente, pero las construcciones no son realizadas para un análisis e interpretación del sentido de las representaciones según el contexto.

4. Metodología

En esta investigación se utiliza una metodología cualitativa de tipo exploratorio (Bisquerra, 2019), utilizando como diseño de investigación el estudio de caso (Stake, 2020). Esto con el propósito de indagar en las técnicas de transnumeración que utilizan 31 estudiantes chilenos de cuarto año de primaria (cuyas edades fluctúan entre 9 y 10 años), cuando se ven enfrentados a una tarea en la que deben alcanzar el objetivo de aprendizaje de “realizar encuestas y clasificar y organizar los datos obtenidos en tablas y visualizarlos en gráficos de barra” (Mineduc, 2012, p. 43). Para ello, se diseñó una secuencia de dos sesiones de clases (Figura 2), que fue implementada bajo una modalidad de clases remotas (sincrónicas), de 45 minutos de duración cada una.

Sesión de clase n° 1

Lectura del cuento “El monstruo de colores” de Anna Llenas (2012).



Luego, la profesora comenta y provoca la reflexión de sus estudiantes respecto al cuento. Finalmente, se les invita a responder en un formulario de Google a la siguiente pregunta: *¿Cuál es la emoción que más has sentido en este tiempo de pandemia?* Para ello, se les presentan seis alternativas correspondientes a las seis emociones que aborda el cuento: alegría, miedo, tristeza, enojo, calma y amor.

Sesión de clase n° 2

A partir de los datos recogidos en la encuesta de la clase anterior, se presenta el conjunto de respuestas al curso (Figura 3), para luego, abordar la pregunta *¿Cómo se ha sentido nuestro grupo curso en este tiempo de pandemia?*

Usando los datos de la Figura 3, los estudiantes deben dar respuesta a la interrogante de la clase. Se les da plena libertad, con respecto al uso de los datos y materiales a utilizar.

El desarrollo de toda la sesión es monitoreado por la docente, la cual actúa como mediadora, es decir su rol es de presentar los datos, plantear la problemática y crear instancias para que los estudiantes muestren, describan y justifiquen. Por tanto, no existe una intervención instructiva de cómo se debe llevar a cabo el proceso de producción de las representaciones.

Figura 2. Secuencia de actividades implementada. Fuente: elaboración propia.

Con la finalidad de motivar a los estudiantes y generar interés por el aprendizaje de la estadística, se utilizó el cuento infantil “El monstruo de colores” (Llenas, 2012), pues permite conectar las

emociones de los niños a partir de la situación de confinamiento que están viviendo, con el desarrollo de un proyecto estadístico que busca indagar en el estado emocional de todo el grupo curso. Es por ello, que la docente muestra el conjunto de datos obtenidos a partir de las respuestas individuales de los estudiantes, para luego, con los datos obtenidos (Figura 3), propiciar que los estudiantes reorganicen los datos para así dar respuesta a la pregunta *¿cómo se ha sentido nuestro grupo curso en este tiempo de pandemia?*



Figura 3. Respuestas recogidas en el grupo curso. Fuente: elaboración propia.

Para llevar a cabo el análisis, se efectuó un proceso cíclico e inductivo (Bisquerra, 2019) que permitió clasificar y codificar las producciones de los estudiantes de acuerdo con las técnicas de transnumeración propuestas por Chick (2003). La codificación fue realizada por los autores del estudio, quienes realizaron sesiones de codificación conjunta y discusión de los desacuerdos hasta llegar a un consenso, y de este modo resguardar la fiabilidad. Por último, se seleccionaron ejemplos específicos para cada una de las unidades de análisis.

Cabe destacar, que, durante el proceso de elaborar sus representaciones, los estudiantes utilizaron lápiz y papel; una vez terminadas las producciones, los estudiantes compartían por pantalla sus trabajos con el fin de ser comentados y retroalimentados por sus compañeros y la profesora. De esta forma, comunicaban y argumentaban cuál es la representación más adecuada para dar respuesta a la problemática de la clase.

5. Resultados

A continuación, se presentan los resultados del análisis realizado en el presente estudio. En la primera parte, se muestra desde una perspectiva global un resumen de la cantidad de técnicas de transnumeración usadas por los estudiantes, para luego realizar una descripción de cada una de ellas, apoyadas con algunos ejemplos.

Como se muestra en la Tabla 2, las producciones de los estudiantes evidenciaron el uso de más de una técnica de transnumeración a la vez, lo que implicó que entre más técnicas usadas más completa o claras eran las representaciones estadísticas.

Técnica de Transnumeración usadas	Frecuencia
Clasificar	30
Agrupar	1
Cálculo de frecuencia	19
Graficar/ tabular	6
Cambio de tipo de variable	4
Cálculo de tendencia central	10
Otros cálculos	1

Tabla 2. Cantidad de técnicas de transnumeración utilizadas. Fuente: elaboración propia.

Como se observa, la técnica de transnumeración más utilizada por los estudiantes fue clasificar, puesto que, de 31 estudiantes, 30 evidenciaron su uso, lo que indica que esta es una habilidad básica o necesaria para emplear otras técnicas de transnumeración que permiten dar una mayor comprensión de los datos. De este modo, el clasificar se identifica como la forma de organizar los datos, para dar respuesta a la pregunta de la problemática o como el tránsito para construir otras representaciones, como por ejemplo el cálculo de frecuencias, que fue utilizado por 19 estudiantes. Lo anterior, demuestra la necesidad de hacer conteo de los datos, para conocer la cantidad de cada una de las variables y así comprender, usar y comunicar la frecuencia de cada emoción del curso. El obtener solo la frecuencia, da cuenta la poca necesidad que tuvieron los estudiantes de graficar o tabular los datos, pues tan solo 6 estudiantes reconocen su construcción, función e información que pueden entregar los gráficos y tablas estadísticas. Desde esta misma técnica, las frecuencias también fueron usadas para reconocer la emoción “más frecuente”, 10 estudiantes se acercaron, de manera intuitiva al concepto de moda, con el propósito de comparar las frecuencias.

Con respecto a las técnicas menos utilizadas, se encuentran las de agrupar y otros cálculos, solo un estudiante agrupó, usando material concreto (Figura 5) para crear categorías que indican desde la emoción más frecuente hasta la menos frecuente, siendo una representación que eventualmente podría dar respuestas a la problemática. Respecto a la técnica de otros cálculos, esta también fue considerada por un alumno, para conocer el total de estudiantes que respondieron la encuesta, lo que implica hacer una lectura más profunda de los datos. Es importante destacar que, del total de los participantes del estudio, solo un estudiante logra construir una tabla de frecuencias, como arreglo rectangular (Estrella, 2014), ordenando y resumiendo los datos, para ser comparados y comprendidos generando nueva información. Lo mismo ocurrió con el gráfico de barras, solo un estudiante, alcanza a usar y mostrar esta técnica de transnumeración.

En lo que sigue, se describen y ejemplifican las técnicas de transnumeración observadas en las producciones de la muestra de estudio:

- a) *Técnica de clasificación.* A partir de la Figura 4 se observa cómo los estudiantes usando algún criterio categorizan las emociones del curso presentadas en la Figura 3. En el caso particular del estudiante 19, se observa que este clasifica los datos usando un color para cada emoción. Se distinguen colores diferentes relacionados con cada una de las emociones (alegría, miedo, tristeza, enojo, calma y amor), que indicarían las categorías de la variable cualitativa “emoción”.



Figura 4. Producción del estudiante 19. Fuente: elaboración propia.

- b) *Técnica de agrupación.* En la Figura 5, se observa que los datos son agrupados por emoción, generando nuevas variables: la más frecuente; casi más frecuente; más o menos; casi menos usada y la menos usada. En este ejemplo, además se distingue como una representación de tipo concreta, lo que facilitó al estudiante realizar la agrupación considerando todos los datos disponibles. Esta técnica de agrupación implicó que el estudiante realizará previamente una clasificación de las emociones, para luego organizarlas según su criterio de frecuencia.

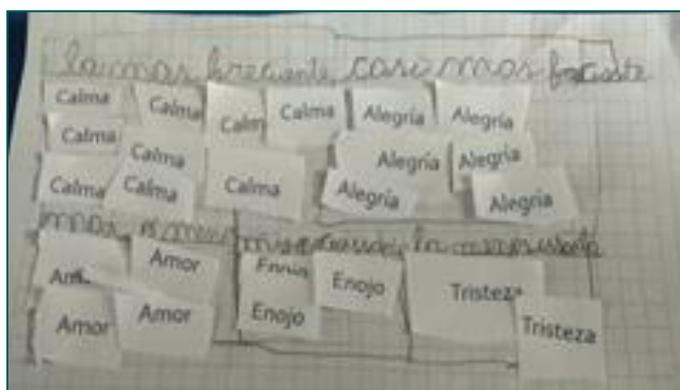


Figura 5. Producción del estudiante 15. Fuente: elaboración propia.

- c) *Técnica de cálculo de frecuencia.* A partir de la Figura 6, se observa que algunos de los estudiantes realizan un conteo de todos los datos entregados, marcando con colores diferentes y números ordinales cada una de las categorías de la variable, para luego señalar la frecuencia absoluta.

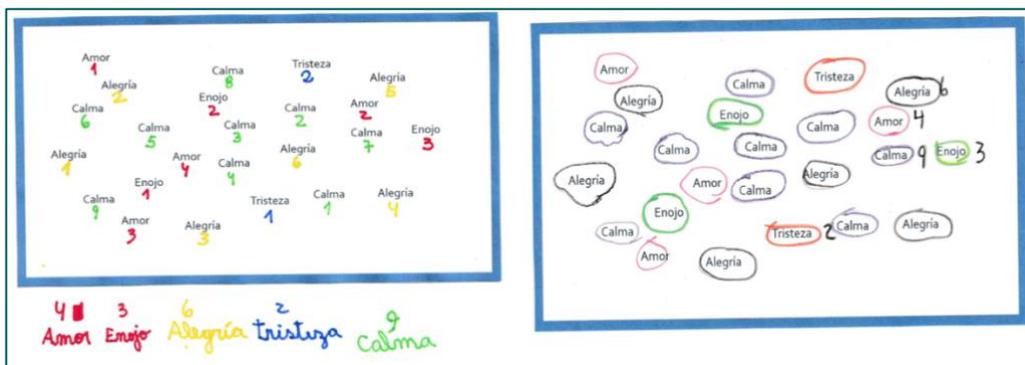


Figura 6. Producciones de los estudiantes 8 y 11, respectivamente. Fuente: elaboración propia.

- d) *Técnica de graficar/tabular.* En la Figura 7 se observa que el estudiante evidencia la técnica de tabular, pues utiliza los datos disponibles para construir una tabla de frecuencias, en la que considera dos columnas. La primera de estas columnas contiene a la variable (emoción) y sus respectivas categorías. Mientras que en la segunda columna se señalan las frecuencias absolutas asociadas a cada categoría.

Emociones	Cantidad
Calma	10
Alegría	6
Enojo	3
Tristeza	2

Figura 7. Producción del estudiante 29. Fuente: elaboración propia.

Asimismo, a partir de la Figura 8, se observa el uso de la técnica de graficar, pues el estudiante utiliza un gráfico de barra, para representar y comprender los datos disponibles. En la construcción del gráfico el estudiante considera ambos ejes, con sus respectivos rótulos, barras paralelas, la variable y sus categorías y la frecuencia.

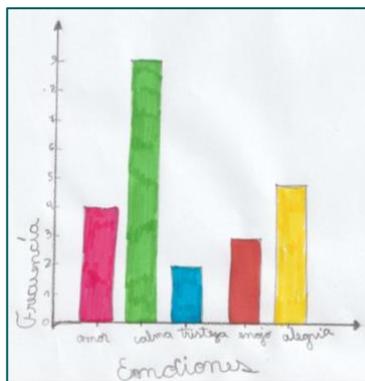


Figura 8. Producción del estudiante 30. Fuente: elaboración propia.

En ambas figuras, se observa que los estudiantes clasificaron las emociones, para obtener la frecuencia absoluta de cada categoría, lo cual les permitió lograr estas construcciones estadísticas.

- e) *Técnica de cambio de tipo de variable.* A partir de la Figura 9, se observa que las emociones fueron clasificadas y dispuestas en listas, con la finalidad de contabilizar y registrar su frecuencia absoluta. Posteriormente, el estudiante las ordena y categoriza desde la más a la menos frecuente (primera columna) usando el ordinal correspondiente a cada emoción. De esta manera, el estudiante pudo concluir sobre los datos, reconociendo la emoción más frecuente y la menos frecuente.

emociones.	calma	alegría	enojo	amor	tristeza
emociones					
1-calma	calma	alegría	enojo	amor	tristeza
2-alegría	calma	alegría	enojo	amor	tristeza
3-amor	calma	alegría	enojo	amor	2
4-enojo	calma	alegría	3	amor	
5-tristeza	calma	alegría		4	
	calma	alegría			
	calma	6			
	calma				
	calma				
	calma				
	9				

En mi caso la emoción más frecuente es "calma" y la menos frecuente es "tristeza".

Figura 9. Producción del estudiante 9. Fuente: elaboración propia.

- f) *Cálculo de medidas de tendencia central.* Esta técnica es observada en la producción que se muestra en la Figura 10, en la cual el estudiante reconoce como "más frecuente", a la emoción que más veces se repite, según el cálculo de frecuencias realizado previamente, para cada una de las categorías de la variable. Es así como, a partir de la comparación de cada una de las frecuencias asociadas a las categorías de la variable, se deja entrever la noción intuitiva de la medida de tendencia central moda. Cabe señalar que, para llegar a esta técnica, el estudiante tuvo que pasar por otras técnicas de transnumeración como, por ejemplo, clasificar y calcular frecuencias, obteniendo así nueva información.

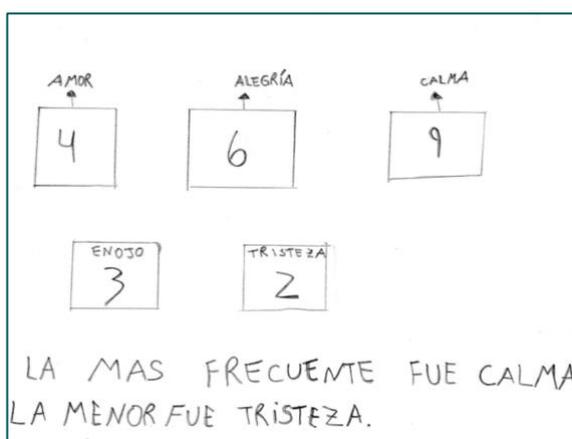


Figura 10. Producción del estudiante 18. Fuente: elaboración propia.

- g) *Otros cálculos.* A partir de las producciones de los estudiantes, se observa que utilizan otras técnicas de transnumeración como el conteo y la suma, para descubrir información de los datos. Por ejemplo, en la Figura 11, se observa que el estudiante suma las frecuencias de cada emoción, obteniendo el total de repuestas disponibles en los datos.

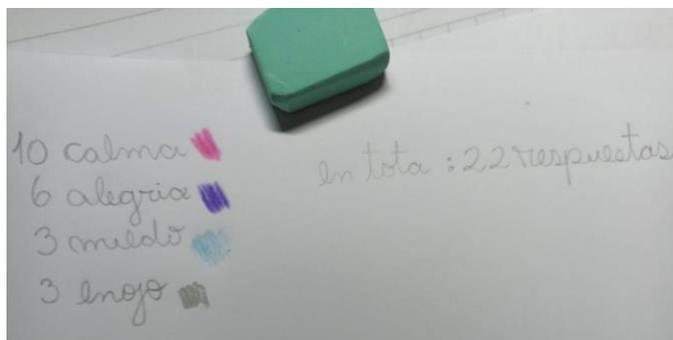


Figura 11. Producción del estudiante 27. Fuente: elaboración propia.

Desde una perspectiva general, se observa que de las diez técnicas de transnumeración señaladas por Chick (2003), en las producciones de los estudiantes participantes de nuestro estudio, se distinguen siete, presentándose, en algunos casos, más de una técnica de transnumeración a la vez; lo que permitió que la representación fuese más completa y clara, para dar respuesta a la pregunta de investigación que guiaba la clase. Es por esto, que los estudiantes que solo usaron la técnica de clasificación, al momento de hacer una lectura de sus datos, su interpretación sería más incierta puesto que solo se podrían validar por las comparaciones visuales que hagan con cada variable, al estar ausente el cálculo de la frecuencia. Contrario a esto, es el caso de aquellos estudiantes que graficaron, puesto que antes de llegar a esta técnica, clasificaron y calcularon frecuencias, creando representaciones que permiten dar una respuesta más clara y directa a la problemática de la clase.

6. Conclusiones

En este estudio se indagó en las técnicas de transnumeración, que utilizan estudiantes de 4° año de Educación Primaria (9-10 años), cuando reorganizan un conjunto de datos para dar respuesta a la pregunta ¿cómo se ha sentido nuestro grupo curso en este tiempo de pandemia? Para ello, usaron sus propios datos provenientes de una encuesta personal que se aplicó al grupo curso y que luego fue expuesta como un conjunto de datos; los cuales debían reorganizar mediante una representación, para luego ser mostrada, explicada e interpretada, con el fin de darle un sentido de comprensión más profundo a los datos con los cuales se trabajó.

A partir del análisis de las producciones de los estudiantes, que son el foco de este estudio, se observa que, al tener un conjunto de datos, es necesario darles un nuevo sentido de organización, que permita obtener respuestas y, por ende, más información. De este modo, la búsqueda de un nuevo sentido de organización de los datos permitió que los estudiantes se involucren con actividades que contribuyen a la alfabetización estadística, puesto que fueron capaces de comprender y evaluar críticamente los resultados estadísticos (Wallman, 1993).

El análisis se centró en las técnicas de transnumeración propuestas por Chick (2003), categorizando las producciones obtenidas según alguna técnica. Esto permitió evidenciar que la clasificación es una técnica de transnumeración ampliamente utilizada por estos estudiantes, quienes la usan como base para luego hacer un conteo, cálculo de frecuencia o graficación. Por otro lado, un aspecto importante a destacar es que, en muchos casos, los estudiantes no utilizan una única técnica de transnumeración, pues utilizan técnicas combinadas que evolucionan a técnicas de transnumeración más sofisticadas. Este aspecto es importante, al momento que el profesorado debe diseñar situaciones de enseñanza que lleven a los estudiantes a transitar entre distintos tipos de técnicas de transnumeración.

También es importante mencionar, que, durante el desarrollo de la actividad, en ningún momento se mencionó a los estudiantes que debían ordenar, organizar o clasificar la emociones para llegar a una respuesta de la problemática. La pregunta e indicación siempre fue dilucidar ¿cómo se ha sentido nuestro curso en pandemia?, ¿cómo lo podemos saber? Por tanto, el alumnado tuvo la libertad de hacer las representaciones que considerase pertinente para interpretar los datos y dar respuesta al interrogante planteado. Es así como, la muestra de estudiantes objeto de este estudio evidenciaron ser capaces de usar alguna técnica de transnumeración, para luego evaluar la información estadística que entregaban sus representaciones y así comunicarla o dar opiniones al respecto, lo que también indica Gal (2002), como las capacidades de un sujeto alfabetizado en estadística.

En relación con las investigaciones previas, sobre las técnicas de transnumeración de estudiantes que se están iniciando en el proceso de alfabetización estadística, los resultados muestran una similitud con respecto a los obtenidos por Estrella y Olfos (2015), ya que: se reconoce que todos los estudiantes fueron capaces de usar alguna técnica de transnumeración; por lo general usaron la técnica de clasificación para darle un sentido a los datos; y por último, la técnica de tabulación, son consideradas por un porcentaje menor de estudiantes. Por tanto, se evidencia que el proceso de enseñanza-aprendizaje de las tablas estadísticas, debe promover la comprensión de su construcción y sentido. Por tanto, concordamos con Wild y Pfannkuch (1999), quienes afirman que, los gráficos y tablas son ideas estadísticas fundamentales y un instrumento relevante de transnumeración.

Asimismo, a partir de los datos, se evidencia que a pesar de que los gráficos y tablas estadísticas están presentes desde el inicio de la Educación Primaria chilena (Mineduc, 2012), los estudiantes que ya han pasado tres años completos escolarizados, en su mayoría, no optaron por esta técnica como una forma confiable para obtener una respuesta a la problemática. Esto se puede deber a una serie de factores, que pueden implicar desde la formación docente, uso de textos escolares, propuestas curriculares, modalidad virtual de enseñanza o poco significado asignado por los estudiantes a los gráficos y tablas, al momento de ser aprendidos. Lo anterior, indica que la construcción de estos objetos estadísticos no fluye de manera natural en los estudiantes, puesto que no tienen integrado el significado y diferencia que existe entre un conjunto de datos que se encuentran solo clasificados a que estos mismos datos sean graficados o tabulados. Por tanto, la alfabetización estadística se debe considerar como un proceso de aprendizaje que debe trascender a la etapa escolar, puesto que su uso y exposición constante hace que estemos a diario nutriéndonos de información estadística (Davies, 2011).

La proyección de esta investigación es continuar aportando a la Educación Estadística relacionada con los primeros años escolares, donde el estudiante se involucre y trabaje desde sus propios datos, lo que les facilitará la comprensión y obtención de nueva información. Por lo que se propone realizar un estudio, de los niveles de lectura (Curcio, 1987; Shaughnessy et al., 1996 y Friel et al., 2001) que



alcanzan los estudiantes al interpretar sus propios datos y representaciones de las emociones, de este modo indagar sobre los datos de la encuesta de inicio y comprender que, por la situación de confinamiento en la que se implementó la secuencia de actividades, las emociones de sus pares son diversas y así reflexionar y dar soluciones para que este tiempo que resta de pandemia primen las emociones positivas. En este mismo sentido, se deben crear tareas en que los estudiantes sientan la necesidad y tengan la oportunidad de construir sus propias representaciones (Chick et al., 2005; Estrella y Olfos, 2015), lo que implica ir más allá de lo que solicita el currículum nacional chileno priorizado que actualmente se encuentra vigente y que de una u otra forma ha mermado los aprendizajes vinculados al eje temático de estadística (Vásquez et al., 2020).

Por último, consideramos que es necesario reconocer todas las técnicas de transnumeración esenciales y como sostiene Shaughnessy (2007), se debe ser más preciso en su enseñanza, puesto que cada técnica aporta para profundizar en la comprensión de los datos y a la vez en formar ciudadanos alfabetizados en estadística, capaces de recoger datos, interactuar, leerlos y reflexionar, siendo capaces de tomar decisiones en base a información.

Agradecimientos

Trabajo realizado en el marco del proyecto FONDECYT N° 1200356 y Beca de Magister Nacional año 2021 Folio: 22210129, financiados por la Comisión Nacional de Investigación Científica y Tecnológica de Chile.

Referencias

- Alsina, Á. (2014). Procesos matemáticos en Educación Infantil: 50 ideas clave. *Números. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 86, 5-28.
- Batanero, C., Díaz, C., Contreras, J.M. y Roa, R. (2013). El sentido estadístico y su desarrollo. *Números. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 83, 7- 18.
- Ben-Zvi, D., y Garfield, J. (2004). Statistical literacy, reasoning, and thinking: Goals, definitions, and challenges. *The challenge of developing statistical literacy, reasoning and thinking*. New York: Springer. (pp. 3-15).
- Ben-Zvi, D., y Makar, K. (2016). *The teaching and learning of statistics: International perspectives*. Switzerland: Springer.
- Bisquerra, R. (2019). *Metodología de la investigación educativa*. Madrid: La Muralla.
- Burrill, G., y Biehler, R. (2011). Fundamental statistical ideas in the school curriculum and in training teachers. En C. Batanero, G. Burrill y C. Reading (Eds.), *Teaching statistics in school mathematics. Challenges for teaching and teacher education. A joint ICMI/IASE study* (pp. 57-69). Dordrecht, The Netherlands: Springer.
- Chick, H. L. (2003). Transnumeration and the art of data representation. En L. Bragg, C. Campbell, G. Herbert, y J. Mousley (Eds.), *Mathematics Education Research: Innovation, Networking, Opportunity. (Proceedings of the 26th annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia*, Geelong, pp. 207-214). Sydney: MERGA.
- Chick, H. L., y Watson, J. M. (2001). Data representation and interpretation by primary school students working in groups. *Mathematics Education Research Journal*, 13, 91-111.
- Chick, H. L., Pfannkuch, M., y Watson, J. M. (2005). Transnumerative thinking finding and telling stories within data. *Curriculum Matters*, 1, 87-108.
- Curcio, F. R. (1987). Comprehension of mathematical relationships expressed in graphs. *Journal for Research in Mathematics Education*, 18, 382-393.

- Davies, N. (2011). Rejoinder to Chris Wid and Iddo Gal's Comments by Neville Davies. *Statistical Journal of the IAOS*, 27(3-4), 235-236.
- Estrella, S. (2014). El formato tabular: una revisión de literatura. *Revista Actualidades Investigativas en Educación*, 14(2), 1-23.
- Estrella, S., y Mena-Lorca, A. (2013). Vergnaud's Theory Applied to Basic School Students' Statistical Representations. Poster presentado en *6th International Conference on Educational Research*, ICER13, Khon Kaen, Tailandia.
- Estrella, S., y Olfos, R. (2015). Transnumeración de los datos: el caso de las tablas de frecuencia. En: Scott, P.; Ruíz, A. (Ed.). *Educación Matemática en las Américas: 2015*. Estadística y Probabilidad. Santo Domingo: Comité Interamericano de Educación, 220-225.
- Estrella, S., Estrella, P., Goldrine, T., Morales, S., Olfos, R., y Vidal-Szabó, P. (2015). Estadística temprana en los grados k a 4: transnumeración en kínder. *Jornadas Nacionales de Educación Matemática XIX*, Villarrica, Chile: SOCHIEM, 299-306.
- Estrella, S., Olfos, R., Vidal-Szabó, P., y Morales, S. (2018). Competencia meta-representacional en los primeros grados: representaciones externas de datos y sus componentes. *Enseñanza de las ciencias*, 36(2), 143-163.
- Friel, S., Curcio, F., y Bright, G. (2001). Making sense of graphs: critical factors influencing comprehension and instructional implications. *Journal for Research in Mathematics Education*, 32(2), 124-158.
- Gal, I. (2002). Adult's statistical literacy: Meaning, components, responsibilities. *International Statistical Review*, 70(1), 1-25.
- Llenas, A. (2012). *El Monstruo de colores*. España: Flamboyant.
- López, S., y Vigo, K. (2018). El proceso de transnumeración con profesores de Matemática en el análisis de datos. En *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* (pp. 133-140). México, DF: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.
- Mineduc. (2012). *Bases Curriculares Primero a Sexto Básico*. Santiago: Unidad de Currículum y Evaluación.
- Pfannkuch, M., y Ben-Zvi, D. (2011). Developing teachers' statistical thinking. En C. Batanero, G. Burrill y C. Reading (Eds.), *Teaching statistics in school mathematics. Challenges for teaching and teacher education*. A joint ICMI/IASE study (pp. 323-333). Dordrecht, The Netherlands: Springer.
- Pfannkuch, M., y Rubick, A. (2002). An exploration of students' statistical thinking with given data. *Statistics Education Research Journal*, 1(2), 4-21.
- Rumsey, D. J. (2002). Statistical literacy as a goal for introductory statistics courses. *Journal of Statistics Education*, 10(3), 6-13.
- Shaughnessy, J. M. (2007). Research on statistics learning and reasoning. En F.K. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 957-1010). Information Age Pub Inc.
- Shaughnessy, J. M., y Pfannkuch, M. (2002). How faithful is old faithful? Statistical thinking: A story of variation and prediction. *Mathematics Teacher*, 95(4), 252-259.
- Shaughnessy, J. M., Garfield, J., y Greer, B. (1996). Data handling. En A. J. Bishop, K. Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick y C. Laborde (Eds.), *International handbook of mathematics education* (Part 1, pp. 205-238). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer.
- Stake, R. (2020). *Investigación con estudio de casos*. Madrid: Morata, S.L.
- Vásquez, C., Coronata, C., y Rivas, H. (2021). Enseñanza de la estadística y la probabilidad de los 4 a los 8 años de edad: una aproximación desde los procesos matemáticos en libros de texto chilenos. *PNA*, 15(4), 339-365.
- Vásquez, C., Ruz, F., y Martínez, M. V. (2020). Recursos virtuales para la enseñanza de la estadística y la probabilidad: un aporte para la priorización curricular chilena frente a la pandemia de la COVID-19. *Tangram – Revista de Educação Matemática, Dourados - MS – 3(2)*, 159-183.



Wallman, K. (1993). Enhancing statistical literacy: Enriching our society. *Journal of the American Statistical Association*, 88(421), 1-8.

Wild, C., y Pfannkuch, M. (1999). Statistical thinking in empirical enquiry. *International Statistical Review*, 67(3), 223-248.

Daniela Latorres Rebolledo. Profesora de Educación General Básica con mención en Matemática y Licenciada en Educación por la Universidad Metropolitana de Ciencias de la Educación (Chile); Diplomada en Educación Matemática para profesores de Educación Básica y Diplomada en Evaluación y Medición de los Aprendizajes por la Pontificia Universidad Católica de Chile; Magíster en Didáctica de la Matemática por la Pontificia Universidad Católica de Valparaíso (Chile); Investiga en la línea de la didáctica de la estadística y la matemática.

Email: danielalatorres@gmail.com.

Laura Santibáñez Guerra. Colegio Altas del Rosal. Maipú. Profesora de Enseñanza General Básica con mención en matemáticas. Magíster en Didáctica de la matemática por la Pontificia Universidad Católica de Valparaíso. Ejerce como profesora de matemática en primer y segundo ciclo básico. Ha participado en proyectos de investigación y ponencias en el área de la didáctica de la estadística.

Email: laurasangue@gmail.com

Claudia Vásquez Ortiz. Profesora de Matemática y Licenciada en Matemática por la Pontificia Universidad Católica de Chile. Doctora por la Universidad de Girona (España). Actualmente es Profesora Asociada de la Pontificia Universidad Católica de Chile. Sus líneas de investigación se centran en la enseñanza y aprendizaje de la estadística y la probabilidad, y en la formación del profesorado. Ha participado en proyectos de investigación sobre didáctica de la matemática, didáctica de la probabilidad y la estadística, y formación del profesorado.

Email: cavasque@uc.cl