

EFFECTO MEDIADOR DE LA INTERACTIVIDAD EN LA ARGUMENTACIÓN: UN GIRO EN LAS NORMAS SOCIOMATEMÁTICAS

Wilmer Ríos-Cuesta, César Augusto Delgado-García
Facultad de Educación y Pedagogía, Universidad del Valle
wilmer.rios@correounivalle.edu.co, cedelg@gmail.com

Resumen

Las normas referidas a la participación en clase (normas sociales) y la manera como los estudiantes participan de la construcción y validación de los conceptos (normas sociomatemáticas) se ven afectados por las decisiones del profesor. En algunos momentos de la clase el profesor promueve segmentos de actividad conjunta en la que se articulan sus actuaciones con las del estudiante en torno a un objeto de conocimiento o tarea. Estos momentos se denominan segmentos de interactividad los cuales a su vez tienen el potencial de mediar en la actividad constructiva de los estudiantes. En ese sentido, el objetivo de este estudio es analizar la interacción en el aula de un grupo de estudiantes de ingeniería donde se observa un efecto positivo de la interactividad en la argumentación lo cual sugiere realizar cambios en las normas sociomatemáticas y en la evaluación de los aprendizajes.

Palabras clave: mediación, interactividad, normas sociomatemáticas, argumentación, constructivismo.

Abstract

The norms referring to class participation (social norms) and the way students participate in the construction and validation of concepts (sociomathematical norms) are affected by the teacher's decisions. In some moments of the class the teacher promotes segments of joint activity in which his actions are articulated with those of the student around an object of knowledge or task. These moments are called interactivity segments, which in turn have the potential to mediate the students' constructive activity. In this sense, the objective of this study is to analyze the classroom interaction of a group of engineering students where a positive effect of interactivity in argumentation is observed, which suggests making changes in the sociomathematical norms and in the evaluation of learning.

Key Words: mediation, interactivity, sociomathematical norms, argumentation, constructivism.

Introducción

La complejidad de la actuación del profesor se expresa en la manera como responde a la demanda de “buenas explicaciones” de parte de sus estudiantes y la *necesidad* de desarrollar su *acción* docente en torno a situaciones que hacen necesario el conocimiento y *mediar* en las acciones para gestionar los aprendizajes y los conflictos –cognitivos, didácticos y epistemológicos– que se generan en el aula. Esto es una consecuencia del modelo pedagógico dominante que le otorga al profesor el papel principal en la actividad de enseñanza y sitúa al estudiante como un agente receptivo de conocimientos. Desde diversos enfoques teóricos se ha tratado de analizar el papel del profesor y su incidencia en el aprendizaje. Estos estudios han aportado elementos relacionados con la *mirada profesional* (conocido como Noticing) que el profesor hace sobre el pensamiento matemático de sus estudiantes donde reconoce e identifica, dentro de sus producciones, los elementos matemáticos de la tarea, posteriormente el nivel de comprensión y la forma como emergen los usos del conocimiento matemático para finalmente actuar apoyándose en las comprensiones que logra sobre la actividad de sus alumnos (Garzón, 2017; Ruiz-Ortega *et al.*, 2018; Buforn *et al.*, 2016; Ivars, Fernández & Llinares, 2016; Zapatera & Callejo de la Vega, 2018; Ivars, Fernández-Verdú & Buforn, 2016; Jacobs *et al.*, 2010; Llinares, 2013).

En el caso del Enfoque Ontosemiótico, se apoyan en varias de las facetas y componentes del constructo de idoneidad didáctica y del conocimiento Didáctico–Matemático, en particular, de la faceta interaccional pero con cierta influencia de la faceta epistémica, cognitiva y mediacional para analizar la actuación en el aula de los profesores, además, aportan elementos al desarrollo de competencias de análisis de las intervenciones didácticas al campo de la formación de profesores para promover la reflexión sobre la práctica docente (Breda *et al.*, 2017; Burgos & Godino, 2022; Burgos & Godino, 2020; Godino *et al.*, 2017; Godino *et al.*, 2018; Hummes *et al.*, 2019).

Si bien estos enfoques teóricos están en auge, hay algunas propuestas emergentes que hacen aportes interesantes a la comprensión de la mediación docente en el aprendizaje y articulan constructos teóricos de corte psicológico, genético y ontológico. Además, permiten abordar la problemática del análisis del aprendizaje escolar buscando comprender cómo aprenden los

estudiantes teniendo en cuenta las actuaciones del profesor y vinculándolas de tal modo que permite hablar de actividad conjunta. Nos referimos entonces a la noción de *interactividad* (Coll *et al.*, 1992) y al diseño y gestión de *situaciones adidácticas* (Brousseau, 2007) que potencialmente generen desequilibrios en el sistema cognitivo del estudiante, en el caso de lagunas y *conflictos cognitivos* (Piaget, 1975) que son gestionados por el profesor construyendo *Zonas de Desarrollo Próximo* (Vygotsky, 1979) en las cuales realiza su actividad mediadora. Para esto, se articulan las actuaciones del profesor con las del estudiante en torno a un objeto de conocimiento (Coll *et al.*, óp cit).

Se reconoce entonces el potencial de la actividad discursiva en el aula pues, tal como lo señaló Vigotsky (1995), el lenguaje es el medio por el cual se expresa el pensamiento haciendo uso del signo y su significado. En consecuencia, es necesario identificar la intención del emisor (acto ilocutivo) y el efecto en el receptor (acto perlocutivo) y la forma como este intercambio comunicativo modifica las estructuras mentales de los participantes y permiten la construcción de significados socialmente compartidos que apuntan al logro de los aprendizajes, de tal modo que, el aprendizaje de los estudiantes es el resultado de la construcción colectiva debida a los intercambios comunicativos entre el profesor y sus estudiantes y entre estos últimos. Para dar cuenta de lo anterior, en este estudio se propone analizar las interacciones en el aula de un grupo de estudiantes de primer y segundo semestre de ingeniería en una universidad pública colombiana y observar cómo la interactividad, usada como mecanismo de mediación, tiene un efecto positivo en la argumentación de los estudiantes a la vez que sugiere un cambio en las *normas sociomatemáticas* de la clase (Cobb *et al.*, 1992).

A continuación, se presenta la perspectiva teórica en la cual se sitúa este estudio definiendo, en primer lugar, el concepto de interactividad como mecanismo de mediación en el marco de la teoría sociocultural de Lev Vygotsky y sus continuadores. En segundo lugar, la necesidad de adoptar una postura constructivista radical (von Glasersfeld, 1990; 1995; 2004) –cuyas raíces se encuentran en la epistemología genética de Jean Piaget– sobre el aprendizaje en el aula y en particular, de las matemáticas. Finalmente, se aborda la noción de normas

sociomatemáticas y la propuesta de giro didáctico en la cual se articulan estos constructos teóricos.

La interactividad como mecanismo de mediación

Coll *et al.* (1992) definen la interactividad como “la articulación de las actuaciones del profesor y de los alumnos (...) en torno a una tarea o un contenido de aprendizaje determinado” (p. 192). Esto sugiere que, para entender las situaciones de aula, en particular, la mediación en la construcción de conocimiento se realiza desde la observación de las actuaciones del profesor y los estudiantes de manera simultánea de tal modo que adquiere sentido lo que hace el profesor y lo que hacen los estudiantes en el aula (Onrubia, 1993). Así pues, la *interactividad* hace referencia a las formas como se organiza la actividad conjunta en el aula o las actuaciones interrelacionadas entre el profesor y los estudiantes en torno a un contenido y su evolución en el proceso de enseñanza y aprendizaje (Mauri *et al.*, 2016; Méndez & Colomina, 2020a; Ríos-Cuesta, 2021a).

Para este propósito es fundamental situarse en una perspectiva constructivista de tipo sociocultural en la que puedan relacionarse tres elementos interconectados: el estudiante que desarrolla sus procesos mentales para construir conocimiento; el contenido que es objeto de estudio y actúa como mediador de la actividad conjunta; y el profesor que sostiene la construcción del alumno mediando entre el contenido y su actividad constructiva (Mauri *et al.*, 2016). Por su parte, Méndez y Colomina (2020b) afirman que la mediación en la actividad conjunta es un factor determinante para explicar cómo ocurre el aprendizaje cuando nos situamos en una perspectiva sociocultural mediante dos mecanismos interpsicológicos de ayuda usados por los profesores para que los estudiantes construyan significados y les den sentido a ellos, estos son, el traspaso de control y responsabilidad, y la construcción de significados compartidos.

Constructivismo radical y constructivismo social

La construcción de conocimiento en el aula se asemeja a una micro cultura en la que los participantes tienen sus propios mecanismos de validación que les permiten compartir un sistema de prácticas para lograr significados socialmente compartidos. La actividad

discursiva juega un papel fundamental dentro del proceso de enseñanza y aprendizaje al constituirse como un instrumento semiótico que permite que los estudiantes hagan públicos sus razonamientos, negociar significados y la elaboración y reelaboración de comprensiones (Colomina *et al.*, 2001).

De acuerdo con lo anterior, es importante permitir que sea el estudiante quien construya su conocimiento y que el profesor ofrezca la ayuda necesaria para que este proceso se dé. Lo anterior, partiendo de la premisa de que el aprendizaje no se adquiere pasivamente, sino que se construye activamente por el sujeto cognoscente, en la cual, la cognición cumple una función adaptativa y sirve a la organización del mundo experiencial, no al descubrimiento de una realidad ontológica (Arbeláez, 2014).

El problema de la construcción del conocimiento por el sujeto cognoscente es abordado por von Glasersfeld (1995; 2004) desde el constructivismo radical para referirse a la función adaptativa del conocimiento el cual no se recibe pasivamente, “sino que se construye activamente”. En ese sentido, la cognición se encarga de organizar las experiencias del sujeto más que a construir una realidad ontológica. Esto implica la introducción de una nueva relación entre el conocimiento y la realidad la cual ha sido llamada viabilidad y es usada para denotar acciones, operaciones o estructuras conceptuales que sirven para realizar una tarea (von Glasersfeld, 1990). La tesis principal de esta corriente se apoya en que el sujeto no interioriza aquello que no construye y que no ha experimentado, es decir, la transmisión de conocimientos mediante la verbalización de un discurso como medio de transporte para instalarse en la mente de otro es diametralmente opuesta a la postura del constructivismo radical.

En el caso del constructivismo social, Vygostky (1979) sostiene que:

En el desarrollo cultural del niño, toda función aparece dos veces: primero, en el ámbito social, y más tarde, en el ámbito individual; primero entre personas (interpsicológica) y después en el interior del propio niño (intrapsicológica). Esto puede aplicarse igualmente a la atención voluntaria, a la memoria lógica y a la

formación de conceptos. Todas las funciones superiores se originan como relaciones entre seres humanos. (p. 94)

Muchos de los aprendizajes logrados por los estudiantes son el resultado de las interacciones con otros y con la relación con el objeto de conocimiento (Martínez, 1999). Estos factores rescatan la influencia del ambiente cultural y social en la formación del individuo y en la construcción social de significados compartidos de acuerdo con el contexto (Llorente & Hevia, 2020). De ellos se destaca la influencia del lenguaje como instrumento de mediación de los procesos de mentales el cual permite identificar las formas de razonamiento de los estudiantes que pueden ser aprovechadas por el profesor para hacerlas evolucionar.

Normas Sociomatemáticas

El constructo normas sociomatemáticas fue introducido en la década de los 90's por Cobb *et al.* (1992), Yackel y Cobb (1996) y Voigt (1995) para referirse a las normas sociales de la clase de matemática que permitían negociar la aceptabilidad de los significados construidos y la forma de validación del conocimiento. Sus orígenes se derivan del interaccionismo simbólico de Blumer (1969) y el constructivismo radical de von Glasersfeld (1984). En el caso particular de la argumentación, las normas sociomatemáticas que instaura el profesor determinan los tipos de argumentos aceptados en clase, la conceptualización de lo que consideran un argumento válido y la explicitación de razones de cada afirmación. Así pues, las actuaciones en el aula permiten identificar la existencia o no de una cultura de la argumentación y los aspectos normativos referidos a la participación en clase (Ríos-Cuesta, 2021b).

Las normas sociomatemáticas se diferencian de las normas sociales. Las primeras aluden a los aspectos normativos específicos de la clase de matemáticas, tales como decidir lo que se considera una solución matemática, valorar la validez de un argumento y el discurso matemático en general que determinan oportunidades de aprendizaje. Las segundas son más generales y evocan los aspectos normativos en el aula tales como el respeto de la palabra, escuchar a los compañeros, tener una postura crítica sobre los argumentos que se emiten, explicar y justificar las afirmaciones las cuales hacen parte del ambiente de clase, pero no son exclusivas de las matemáticas.

Metodología

Situados en el paradigma cualitativo (Cohen *et al.*, 2017) se presenta un estudio instrumental de caso (Stake, 2010) en el cual se analizó un registro en video de clase de un curso piloto de Cálculo I realizado con estudiantes afrocolombianos e indígenas de una universidad pública en Colombia mientras construyen el concepto de función. El profesor encargado de la asignatura tiene un Doctorado en Didáctica de las Ciencias y de las Matemáticas, cuenta con más de 20 años de experiencia docente, además, contaba con tres asistentes y un auxiliar de docencia, todos con formación como matemáticos.

Como unidad de análisis en la construcción del conocimiento se concretan los segmentos de actividad conjunta ya que por medio de ella se puede observar la mediación del profesor y el grado de ajuste de ella, esto permite inferir la intencionalidad del profesor frente a los estados del conocimiento que identifica en los estudiantes. Como herramienta analítica se usó el modelo de análisis propuesto por Méndez y Colomina (2020b) el cual se realiza en dos niveles, en primer lugar, se hace un análisis de carácter macro donde se pretende identificar la estructura de la actividad conjunta, en segundo lugar, un análisis a nivel micro en donde se identifica la ayuda que el profesor ofrece a sus estudiantes para que construyan y reconstruyan significados. De acuerdo con lo anterior, es importante precisar: 1) una *secuencia didáctica* y dentro de ella la secuencia formativa dado que en torno a ella se articula la actividad conjunta, 2) identificar los fragmentos de actividad conjunta que constituyen los *segmentos de interactividad* y 3) la gestión de los significados construidos y reconstruidos.

Resultados y discusión

Se tomaron dos secuencias didácticas. En la primera los estudiantes discuten lo que es una función y tratan de construir el concepto. Los estudiantes están proporcionando ejemplos a solicitud del profesor. Se propone responder si la relación $y^2 = 1 - x^2$ define una función y en caso afirmativo, cuántas funciones se pueden describir a partir de ella. En ese momento, uno de los estudiantes toma el marcador y sale al tablero con el objetivo de persuadir a sus compañeros y al profesor. En la tabla 1 se describe el segmento de interactividad.

Tabla 1

Momento de aprendizaje primera secuencia didáctica.

Línea discursiva	Observación
E ₁ : esta función $y = \pm\sqrt{1 - x^2}$ (el locutor E ₁ señala la expresión escrita en el tablero).	Intervención que arranca con un error conceptual
Varios estudiantes, en coro, expresan: ¡No es función!	Refutación
E ₁ : bueno esta ecuación, yo llego a la conclusión de que no es una función, ¿por qué?, porque y tomaría dos valores, el profesor dijo de aquí ¿cuántas funciones pueden salir? Y ella tomó esta (señala el tablero) la positiva.	Aserción que apela a la autoridad
Profesor: Defina una.	Solicitud de explicación (Refutación)
E ₂ : pero también puede definir otra, la negativa.	Adicionar información
E ₁ : la negativa.	Respaldo
E ₃ : ¡claro!	Confirmación
E ₁ : porque ahí están preguntando por qué le quitó el signo, es como si aquí hubiera el más, (...) solo que no hay necesidad de poner el más. ¿Entendió?	Toma de conciencia (Garantía)

Fuente: Elaboración propia

Cornejo-Morales *et al.* (2021) aluden al termino Situación Argumentativa (SA) para integrar distintos elementos contextuales y funcionales de la actividad argumentativa. En ella articulan la componente argumentativa (qué y por qué), la función de la argumentación (para qué), la interacción (quienes), el carácter de la argumentación (cómo se argumenta) y las matemáticas (sobre qué se discute). Si bien este estudio se realizó con estudiantes en edad infantil, nos resulta interesante relacionar los elementos de la situación argumentativa en la transcripción anterior. La intención de la argumentación de E₁ busca el convencimiento y aceptación de los compañeros al apelar a la autoridad y las intervenciones que tienen que ver con la interacción agregan componentes a la argumentación colectiva del episodio. Encontramos varias de las estrategias para promover la argumentación reportadas por Solar

y Deulofeu (2016), notamos el tipo de pregunta hecha por el profesor y la falta de validación anticipada del error ayudó a la explicación y toma de postura, aunque se utilizó un argumento autoritario (Ríos-Cuesta, 2021c), además, como la tarea era abierta permitía activar la argumentación y la aparición de varios puntos de vista, aunque los estudiantes sólo identificaron dos funciones en dicha expresión centrando la atención en la condición de unicidad de los valores. a partir de la ley de formación, pero ignorando el dominio de la función como parte constitutiva de la definición de igualdad de las funciones. Por otro lado, permitir que los estudiantes corrijan la redacción de su par ayudó a desarrollar una mejor formulación del conocimiento matemático y a precisar el concepto tal como lo reporta Ortiz y Carreño (2018).

En la segunda secuencia didáctica los estudiantes están tratando de definir lo que significa ser próximo o no para luego construir el concepto de continuidad. En ella uno de los estudiantes sale al tablero y escribe una definición de continuidad la cual es cuestionada por el profesor y exige que este estudiante haga explícitos sus razonamientos, de esta forma el profesor puede articular sus acciones con las del estudiante para producir la actividad conjunta. Observaremos entonces la influencia de este segmento en la argumentación del estudiante.

Tabla 2

Momento de aprendizaje segunda secuencia didáctica.

Línea discursiva	Observación
El profesor señala la expresión en el tablero y dice: esto no tiene sentido, ¿me entiendes que no tiene sentido? ¿y esto? (señala una expresión en el tablero) ¿aquí por qué menor o igual?	Los cuestionamientos realizados por el profesor son un elemento importante en la organización de la actividad conjunta y dentro de la argumentación colectiva cumplen el papel del ser una refutación
E ₅ : venga profe yo le explico cómo la saqué	El estudiante sale al tablero y dibuja un sistema coordenadas cartesianas
Profesor: Atención porque allí aprendemos, de eso se trata, de discutir lo que ustedes proponen	
E ₅ : Para todo ϵ que ve acá (señala el eje de las ordenadas y luego la expresión que tiene en el tablero)	Uso de garantías empíricas basadas en la representación gráfica para dar fuerza al argumento

Profesor: ¿cómo así? explíqueme	Solicitud de explicación - aclaración
E ₅ : Yo pongo un épsilon acá, por ejemplo, aquí (hace unos dibujos en el tablero y luego dibuja un punto en el eje de las abscisas). Este lugar es $f(p)$	Argumento diagramático, su garantía se fundamenta en el uso de una representación gráfica
Profesor: ¿dónde está $f(p)$?	Solicitud de explicación para la toma de conciencia
E ₅ : eh, aquí está $f(p)$	
Profesor: Eso es, lo primero es darse cuenta dónde está p y dónde está $f(p)$, porque p y $f(p)$ van a ser los puntos de referencia de los entornos. Muy bien.	La actividad conjunta que tiene el propósito de agregar información que permite la institucionalización del conocimiento matemático

Fuente: Elaboración propia

En la actividad conjunta del episodio anterior se evidencia el uso de argumentos diagramáticos los cuales recurren a representaciones gráficas como garantías dentro del esquema argumentativo (Cervantes-Barraza & Cabañas-Sánchez, 2018; Krummheuer, 2013; Ríos-Cuesta, 2022). Las normas sociomatemáticas referidas a las normas de validación del aprendizaje hicieron que los estudiantes recurrieran a diferentes formas de razonamiento. Tal como lo reporta Cervantes-Barraza *et al.* (2017) algunos de los argumentos de la actividad conjunta están influenciados por refutación realizada por el profesor lo cual promovió el uso de garantías empíricas e informales mediante el uso de representaciones gráficas para sustentar su posición.

Conclusiones

La interactividad como mecanismo de mediación en la actividad cognitiva de los estudiantes tiene un potencial en el desarrollo de procesos argumentativos en clase pues ofrece las herramientas para que el profesor gradúe la ayuda que ofrece para desarrollar el pensamiento matemático. Los estudiantes logran construir ideas complejas en la medida en que se rompa con la enseñanza tradicional de las matemáticas y dejen de presentarse los conceptos como ideas ya acabadas pues éstas fomentan una visión algorítmica de las matemáticas, sin conexión con el mundo físico. La construcción de los conocimientos se ve permeada por la forma como el profesor articula sus acciones con las del estudiante mediante

el cuestionamiento permanente sobre la actividad que desarrollan, esto genera el compromiso del estudiante y hace que emerjan sus conocimientos previos de acuerdo con la tarea propuesta.

Algunos cambios en las normas sociomatemáticas se refieren al proceso de evaluación de los aprendizajes, la cual se convierte en *sistémica y formativa*, después de cada sesión de clase se evalúan la interactividad lograda y sus resultados, esto permite planear la intervención siguiente y hacer las adecuaciones necesarias para promover el aprendizaje. Esto significa que la *interactividad* no es exclusiva del momento de clase, sino que comienza desde la planeación de las tareas al tener en cuenta el sujeto epistémico y las particularidades del grupo de estudiantes. Además de esto, del conocimiento matemático y sobre las matemáticas del profesor lo cual incluye el conocimiento de la historia de los conceptos que enseña. Este último aspecto en particular permite identificar las dificultades y obstáculos que enfrentaron los matemáticos hasta formalizar los conceptos y son un insumo para que se puedan diseñar las tareas que harán emerger el concepto, así que se convierten en oportunidades de aprendizaje.

Las formas de validación de los razonamientos requieren que los estudiantes hagan explícitos sus modos de comprender y esto puede ser usado por el profesor para mediar desde la interactividad pues sus acciones deben buscar articularse con las de los estudiantes para promover la actividad conjunta y, en consecuencia, mejorar la argumentación y el razonamiento del estudiante. Aquí es importante decidir la ayuda que se ofrece para que los estudiantes avancen en la construcción de los objetos matemáticos, al generar la actividad conjunta el profesor puede, en algunos casos, aportar información necesaria para avanzar, cuestionar al estudiante para hacerle notar su error, solicitar explicaciones o aclaraciones para promover la toma de conciencia, un aspecto necesario en las normas sociomatemáticas.

Agradecimientos

Al Ministerio de Ciencia, Tecnología e Innovación de Colombia por la Beca de Excelencia Doctoral del Bicentenario otorgada al primer autor de este estudio. Este trabajo ha sido realizado en el marco del Doctorado Interinstitucional en Educación de la Universidad del

Valle y se deriva de la tesis Implicaciones de la interactividad en la argumentación en clase de matemáticas.

Referencias

Arbeláez, M. C. (2014). *Concepciones de constructivismo en la revista colombiana "Educación y cultura" durante el periodo 1984-2005 (Revistas 1-69)* [Tesis doctoral, Universidad de Barcelona]. Repositorio institucional de la Universidad de Barcelona https://www.tdx.cat/bitstream/handle/10803/666310/MCAG_TESIS.pdf?sequence=1&isAllowed=y

Breda, A., Pino-Fan, L. R., & Font, V. (2017). Meta Didactic-Mathematical Knowledge of Teachers: Criteria for The Reflection and Assessment on Teaching Practice. *EURASIA Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 13(6), 1893–1918. <https://doi.org/10.12973/eurasia.2017.01207a>

Brousseau, G. (2007). *Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas*. Libros del Zorzal.

Bufor, À., Fernández, C., & Ivars, P. (2016). Desarrollo de una mirada profesional en un módulo sobre la enseñanza y aprendizaje del razonamiento proporcional. In M. T. Tortosa-Ybáñez, S. Grau-Company, & J. D. Álvarez-Teruel (Eds.), *XIV Jornadas de Redes de Investigación en Docencia Universitaria. Investigación, innovación y enseñanza universitaria: enfoques pluridisciplinares* (pp. 680–691). Universitat d'Alacant.

Burgos, M., & Godino, J. D. (2022). Assessing the Epistemic Analysis Competence of Prospective Primary School Teachers on Proportionality Tasks. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 20(2), 367–389. <https://doi.org/10.1007/s10763-020-10143-0>

Burgos, M., & Godino, J. D. (2020). Prospective primary school teachers' competence for analysing the difficulties in solving proportionality problem. *Mathematics Education Research Journal*, 34, 269–291. <https://doi.org/10.1007/s13394-020-00344-9>

- Cervantes-Barraza, J., & Cabañas-Sánchez, G. (2018). Argumentos formales y visuales en clase de geometría a nivel primaria. *Educación Matemática*, 30(1), 163–183. <https://doi.org/10.24844/EM3001.06>
- Cervantes-Barraza, J., Cabañas-Sánchez, G., & Ordoñez-Cuastumal, J. S. (2017). El Poder Persuasivo de la Refutación en Argumentaciones Colectivas. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 31(59), 861–879. <http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v31n59a01>
- Cobb, P., Wood, T., Yackel, E., & McNeal, B. (1992). Characteristics of classroom mathematics traditions: An interactional analysis. *American Educational Research Journal*, 29, 573–604.
- Cohen, L., Manion, L., & Morrison, K. (2017). *Research Methods in Education (8th ed)*. Routledge. <https://doi.org/10.4324/9781315456539>
- Coll, C., Colomina, R., Onrubia, J., & Rochera, M. J. (1992). Actividad conjunta y habla: una aproximación al estudio de los mecanismos de influencia educativa. *Infancia y Aprendizaje*, 15(59–60), 189–232. <https://doi.org/10.1080/02103702.1992.10822356>
- Colomina, R., Mayordomo, R., & Onrubia, J. (2001). El análisis de la actividad discursiva en la interacción educativa. Algunas opciones teóricas y metodológicas. *Infancia y Aprendizaje*, 24(1), 67–80. <https://doi.org/10.1174/021037001316899929>
- Cornejo-Morales, C. E., Goizueta, M., & Alsina, Á. (2021). La Situación Argumentativa: un modelo para analizar la argumentación en educación matemática infantil. *PNA. Revista de Investigación en Didáctica de La Matemática*, 15(3), 159–185. <https://doi.org/10.30827/pna.v15i3.16048>
- Garzón, D. (2017). Análisis de las decisiones del profesor de matemáticas en su gestión de aula. *Revista Educación Matemática*, 29(3), 131–160. <https://doi.org/10.24844/EM2903.05>

- Godino, J. D., Giacomone, B., Batanero, C., & Font, V. (2017). Enfoque Ontosemiótico de los Conocimientos y Competencias del Profesor de Matemáticas. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 31(57), 90–113. <https://doi.org/10.1590/1980-4415v31n57a05>
- Godino, J. D., Giacomone, B., Font, V., & Pino-Fan, L. (2018). Conocimientos profesionales en el diseño y gestión de una clase sobre semejanza de triángulos. Análisis con herramientas del modelo CCDM. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, 13, 63–83. <https://doi.org/10.35763/aiem.v0i13.224>
- Hummes, V. B., Font, V., & Breda, A. (2019). Combined Use of the Lesson Study and the Criteria of Didactical Suitability for the Development of the Reflection on the own Practice in the Training of Mathematics Teachers. *Acta Scientiae*, 21(1), 64–82. <https://doi.org/10.17648/acta.scientiae.v21iss1id4968>
- Ivars, P., Fernández, C., & Llinares, S. (2016). Descriptores del desarrollo de una mirada profesional sobre la enseñanza de las matemáticas en estudiantes para maestro. In J. A. Macías, A. Jiménez, J. L. González, M. T. Sánchez, P. Hernández, C. Fernández, A. Berciano (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XX* (pp. 305–314). SEIEM.
- Ivars, P., Fernández-Verdú, C., & Buforn, À. (2016). Mirar profesionalmente el pensamiento matemático sobre fracciones a través de una trayectoria de aprendizaje. In M. T. Tortosa-Ybáñez, S. Grau-Company, & J. D. Álvarez-Teruel (Eds.), *XIV Jornadas de Redes de Investigación en Docencia Universitaria. Investigación, innovación y enseñanza universitaria: enfoques pluridisciplinares* (pp. 602–613). Universitat d'Alacant.
- Jacobs, V. R., Lamb, L. C., & Philipp, R. A. (2010). Professional noticing of children's mathematical thinking. *Journal for Research in Mathematics Education*, 41(2), 169–202. <https://doi.org/https://doi.org/10.5951/jresmetheduc.41.2.0169>

- Krummheuer, G. (2013). The relationship between diagrammatic argumentation and narrative argumentation in the context of the development of mathematical thinking in the early years. *Educational Studies in Mathematics*, 84, 249–265. <https://doi.org/10.1007/s10649-013-9471-9>
- Llinares, S. (2013). Professional noticing: a component of the mathematics teacher's professional practice. *Sisyphus-Journal of Education*, 1(3), 76–93. <https://doi.org/http://dx.doi.org/10.25749/sis.3707>
- Llorente, M. J., & Hevia, I. (2020). Analysis of interactivity processes in knowledge-building with adult immigrants. *Revista de Educación*, 387, 15–36. <https://doi.org/10.4438/1988-592X-RE-2020-387-436>
- Martínez, M. (1999). El enfoque sociocultural en el estudio del desarrollo y la educación. *Revista Electrónica de Investigación Educativa*, 1(1), 16–36.
- Mauri, T., Onrubia, J., Coll, C., & Colomina, R. (2016). La calidad de los contenidos educativos reutilizables: diseño, usabilidad y prácticas de uso. *Revista de Educación a Distancia (RED)*, 50, 1–9. <https://doi.org/10.6018/red/50/8>
- Méndez, C., & Colomina, R. (2020a). Analysis of Accompaniment Situations for the Improvement of Inclusive Teaching. *Revista Internacional de Educación Para La Justicia Social Accompanied*, 9(1), 145–163. <https://doi.org/https://doi.org/10.15366/riejs2020.9.1.007>
- Méndez, C., & Colomina, R. (2020b). Modelo de análisis de la actividad conjunta entre profesores en servicio para estudiar procesos de formación mediante acompañamiento en el aula. *Revista Inclusiones*, 7(Especial), 244–267. <https://revistainclusiones.org/index.php/inclu/article/view/1672>
- Onrubia, J. (1993). Interactividad e influencia educativa en la enseñanza/aprendizaje de un procesador de textos: una aproximación teórica y empírica. *Anuario de Psicología*, 24(58), 83–103.

Ortiz, A., & Carreño, C. (2018). Condiciones que promueven la habilidad de argumentar en el aula matemática de una escuela municipal en Chile. *Revista Union*, 14(54), 60–77. <https://union.fespm.es/index.php/UNION/article/view/308>

Ríos-Cuesta, W. (2021a). Argumentación en estudiantes de secundaria: de la interacción a la interactividad. In A. Rosas (Ed.), *Avances en Matemática Educativa. El alumno en acción* (pp. 21–34). Editorial Lectorum.

Ríos-Cuesta, W. (2021b). Dificultades para argumentar el uso de registros semióticos en problemas de variación cuadrática. *Mendive. Revista de Educación*, 19(2), 446–457.

Ríos-Cuesta, W. (2021c). Argumentación en educación matemática: elementos para el diseño de estudios desde la revisión bibliográfica. *Amazonia Investiga*, 10(41), 96–105. <https://doi.org/10.34069/AI/2021.41.05.9>

Ríos-Cuesta, W. (2022). Garantías de los argumentos en clase de matemáticas mediados por el uso de software vs lápiz y papel. In N. Sgreccia (Ed.), *Memorias de las Segundas Jornadas de Práctica Profesional Docente en Profesorados Universitarios en Matemática* (pp. 249–262). Editorial Asociación de Profesores de la Facultad de Ciencias Exactas e Ingeniería de la Universidad Nacional de Rosario.

Ruiz-Ortega, F. J., Márquez, C., Badillo, E., & Rodas Rodríguez, J. M. (2018). Desarrollo de la mirada profesional sobre la argumentación científica en el aula de secundaria. *Revista Complutense de Educación*, 29(2), 559–576. <https://doi.org/10.5209/RCED.53452>

Solar, H. S., & Deulofeu, J. (2016). Condiciones para promover el desarrollo de la competencia de argumentación en el aula de matemáticas. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 30(56), 1092–1112. <https://doi.org/10.1590/1980-4415v30n56a13>

Stake, R. E. (2010). *Qualitative Research: Studying How Things Work*. Guilford Press.

- Voigt, J. (1995). Thematic patterns of interactional and sociomathematical norms. In P. Cobb & H. Bauersfeld (Eds.), *The emergence of mathematical meaning: Interaction in classroom cultures* (pp. 163–202). Lawrence Erlbaum Associates.
- von Glasersfeld, E. (1984). An introduction to radical constructivism. In P. Watzlawick (Ed.), *The invented reality* (pp. 17–40). Norton.
- von Glasersfeld, E. (1990). An exposition of constructivism: Why some like it radical. In R. B. Davis, C. A. Maher, & N. Noddings (Eds.), *Monographs of the Journal for Research in Mathematics Education # 4: Constructivist Views on the Teaching and Learning of Mathematics* (pp. 19–29). National Council of Teachers of Mathematics. <https://www.jstor.org/stable/749910>
- von Glasersfeld, E. (1995). *Radical constructivism: A way of knowing and learning*. The Falmer Press.
- von Glasersfeld, E. (2004). Pourquoi le constructivisme doit-il être radical? In P. Jonnairt & D. Masciotra (Eds.), *Constructivisme, Choix contemporains, Hommage à Ernest von Glasersfeld* (pp. 145–154). Sainte-Foy.
- Vygotsky, L. S. (1979). *El desarrollo de los procesos psíquicos superiores*. Grijalbo.
- Yackel, E., & Cobb, P. (1996). Sociomathematical Norms, Argumentation, and Autonomy in Mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, 27(4), 458–477.
- Zapatera, A., & Callejo de la Vega, M. L. (2018). El conocimiento matemático y la mirada profesional de estudiantes para maestro en el contexto de la generalización de patrones. Caracterización de perfiles. *Revista Complutense de Educación*, 29(4), 1217–1235. <https://doi.org/10.5209/rced.55070>