

Pensamento algébrico em tarefas com generalização de padrões: uma análise das compreensões de professores em formação continuada on-line

Algebraic thinking in tasks with pattern generalization: an analysis of teachers' understandings in online continuing education

Matheus Souza de Almeida¹

Alaide Cecília de Lima²

Jadilson Ramos de Almeida³

Juliana Martins⁴

Resumo

Neste artigo, relatamos uma experiência no contexto de um curso de formação continuada com professores acerca do desenvolvimento dos conhecimentos didáticos da álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental. O objetivo deste estudo é analisar as compreensões de dois professores sobre como os alunos podem desenvolver o pensamento algébrico mediante a resolução de tarefas com generalização de padrões. Assim, adotamos o Labor Conjunto, proposto na Teoria da Objetivação – TO, como metodologia, visando destacar os processos de objetivação e subjetivação cujos sujeitos envolvidos passaram em um dos encontros do curso. A produção dos dados ocorreu a partir da videogravação, particularmente nos apontamentos dos professores sobre um dos problemas do material de leitura. Dentre os resultados, sublinhamos as compreensões dos professores referentes aos três vetores do pensamento algébrico (analiticidade, representação semiótica e indeterminação) que os alunos podem mobilizar para alcançar a generalização algébrica. Em suma, acreditamos que a metodologia adotada foi indispensável para a aprendizagem coletiva na modalidade on-line, no sentido de propiciar um ambiente de debate e reflexão, seguindo os princípios da ética comunitária (compromisso, responsabilidade e cuidado com o outro) preconizados na TO.

Palavras-chave: Teoria da Objetivação. Labor Conjunto Remoto. Formação de Professores. Álgebra Escolar. Aprendizagem Coletiva.

Abstract

In this article, we report an experience in the context of a continuing education course with teachers about the development of didactic knowledge of algebra in the early years of Elementary School. The aim of this study is to analyze the understandings of two teachers on how students can develop algebraic thinking by solving tasks with pattern generalization. Thus, we adopted the Joint Labor, proposed in the Theory of Objectification – TO, as a methodology, aiming to highlight the objectification and subjectivation processes whose subjects involved passed in one of the course's meetings. The production of data took place from the video recording, particularly in the teachers' notes on one of the problems of the reading material. Among the results, we emphasize the teachers' understanding of the three vectors of algebraic thinking (analyticity, semiotic

¹ Graduando em Licenciatura em Matemática; Universidade Federal Rural de Pernambuco/UFRPE, Recife, Pernambuco, Brasil, E-mail: mr Almeida769@gmail.com.

² Mestranda em Educação Matemática e Tecnológica; Universidade Federal de Pernambuco/UFPE, Recife, Pernambuco, Brasil, E-mail: alaidelima85@gmail.com.

³ Doutor em Ensino das Ciências e Matemática; Universidade Federal Rural de Pernambuco/UFRPE, Recife, Pernambuco, Brasil, E-mail: jadilson.almeida@ufpe.br.

⁴ Doutora em Educação Matemática; Universidade Federal Rural de Pernambuco/UFRPE, Recife, Pernambuco, Brasil, E-mail: juliana.mat19@gmail.com.

representation and indeterminacy) that students can mobilize to achieve algebraic generalization. In short, we believe that the methodology adopted was indispensable for collective learning in the online modality, in the sense of providing an environment for debate and reflection, following the principles of community ethics (commitment, responsibility and care for the other) recommended in the TO.

Keywords: Theory of Objectification. Remote Joint Labor. Teacher Training. School Algebra. Collective Learning.

Introdução

O cenário mundial de pandemia da COVID-19 – doença infecciosa causada pelo vírus SARS-CoV-2 – impactou diretamente as instituições sociais, uma vez que foi necessário tomar medidas imediatas de prevenção e de contenção do crescimento exponencial de pessoas infectadas pelo vírus. No contexto educacional brasileiro, passou-se a adotar, temporariamente, uma nova modalidade de ensino: a remota. Como preconizam Moreira, Henriques e Barros (2020), o ensino on-line caracteriza-se como uma modalidade de ensino, na qual professores e alunos estão conectados pela internet, de forma síncrona ou assíncrona, de suas casas, e envolvidos nos processos de ensino, aprendizagem e avaliação.

Nesse sentido, outra demanda social foi potencializada: a formação continuada de professores. No mesmo ano em que o governo brasileiro decretou o distanciamento social, pela primeira vez, para conter a COVID-19, a Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM)⁵ instituiu a necessidade da aba “FormAção”, em seu site, a partir do edital⁶ SBEM-DNE 01/2020 para a proposição de projetos de formação continuada, em serviço, de professores da Educação Infantil e dos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Neste artigo, relatamos uma experiência vivenciada no curso de formação continuada: *Conhecimento didático acerca da álgebra: um projeto de formação continuada com professores dos anos iniciais do ensino fundamental à luz da teoria da objetivação*, promovido pelo Grupo Al-Jabr de Pesquisa em História, Epistemologia e Didática da Álgebra. Convém destacar que tal curso, aprovado pelo referido edital da SBEM, foi pensado, inicialmente, para ser trabalhado na modalidade presencial. Entretanto, devido ao contexto atravessado pela COVID-19, a formação continuada aconteceu de forma on-line.

Assim sendo, temos por objetivo: analisar as compreensões de dois professores sobre como os alunos podem desenvolver o pensamento algébrico mediante a resolução de tarefas com generalização de padrões. Por acreditarmos, assim como Gomes e Noronha (2020), na

⁵ <http://www.sbembrasil.org.br/sbembrasil/>.

⁶ Edital SBEM-DNE 01/2020: http://www.sbembrasil.org.br/files/edital_dne_0120.pdf.

Educação Matemática crítica e emancipatória, preocupada com o desenvolvimento do saber e do ser, adotamos como metodologia da presente pesquisa-ação o modelo do Labor Conjunto Remoto (ALMEIDA; MARTINS, 2022, no prelo), adaptado da Teoria da Objetivação para o contexto de formação de professores na modalidade on-line. Isso porque, a partir das constantes análises da videogravação de um dos encontros do curso, visamos destacar os processos de objetivação e subjetivação que os sujeitos envolvidos no pequeno grupo passaram nesse recorte da formação. A seguir, apresentamos o refinamento teórico.

O Pensamento Algébrico e a Teoria da Objetivação

A Teoria da Objetivação (TO) é uma abordagem histórico-cultural do processo de ensino e aprendizagem, de autoria do Professor Luis Radford, que iniciou com o seu desenvolvimento no início dos anos 1990. Como afirmam Silva e Almeida (2021, p. 23), “essa teoria se preocupa com as questões culturais, históricas e sociais” (...). Além disso, a TO acentua que o objetivo da Educação Matemática deve ser compreendido como

Um esforço dinâmico, político, social, histórico e cultural que busca a criação dialética de sujeitos reflexivos e éticos que se posicionam criticamente em discursos e práticas matemáticas que se constituem histórica e culturalmente, discursos e práticas que estão em permanente evolução. (RADFORD, 2017, p. 97, tradução de SILVA, 2021, p. 37).

Grosso modo, a TO corrobora a ideia de que a educação deve considerar, além do saber matemático, a formação de cidadãos críticos e participativos na sociedade (SILVA, 2021). Para a mesma autora, a teoria em questão defende que o processo de ensino e aprendizagem é relativo a uma única atividade que estabelece uma relação dialética entre o saber (o conhecer) e o ser (tornar-se).

Segundo Radford (2017, 2020), há uma divergência entre saber e conhecimento. “O primeiro é caracterizado como pura potencialidade, enquanto o último é visto como a materialização ou a atualização do saber” (SILVA, 2021, p. 38). Já a aprendizagem é considerada como resultado parcial dos processos de objetivação. Processos esses cujos alunos e professores passam para identificar ou perceber formas de pensamento e ações construídas histórica e culturalmente (MOREY, 2020). Logo, a objetivação é a tomada de consciência (dos saberes em jogo, transformando-os em conhecimento) que ocorre por *meios semióticos* – a exemplo: os recursos linguísticos e gestuais.

Com base em Silva (2021), salientamos que, além da questão do saber, Radford (2020) leva em consideração os fatores emocional e afetivo como integrantes da aprendizagem, isto é, a Teoria da Objetivação põe em relevo a transformação contínua do ser. Desse modo, os processos de subjetivação, segundo Radford (2020), são aqueles cujos alunos coproduzem suas subjetividades, no decorrer de uma atividade, posicionando-se, expressando-se, transformando-se, praticando o cuidado com o outro e a *ética comunitária*, elementos fundamentais para a TO.

Outro aspecto importante a ser considerado é que a própria teoria possui uma concepção de pensamento algébrico, que será utilizada para fins de análise na compreensão dos processos de objetivação e subjetivação dos sujeitos participantes desse estudo.

O pensamento é uma prática social, cultural e multimodal. Essa concepção implica visualizá-lo materialmente de diferentes formas. Por exemplo, uma criança pode expressar o pensamento algébrico sem necessariamente fazer uso de equações e incógnitas (GOMES; NORONHA, 2020, p. 138).

Os três vetores que caracterizam o pensamento algébrico, segundo a TO, são: *analiticidade*, *representação semiótica* e *indeterminação*. A *analiticidade* é o principal vetor do pensamento algébrico, haja vista que ele distingue o pensar algébrico do aritmético, já que os outros dois vetores podem estar presentes no pensamento aritmético (RADFORD, 2018). Esse vetor consiste em duas características fundamentais: “a) a ação com indeterminado como se fosse determinado e b) o uso de premissas para a resolução de problemas, com a utilização da dedução” (GOMES; NORONHA, 2020, p. 141).

A *representação semiótica* diz respeito aos meios utilizados pelos indivíduos para expressar seu pensamento, para evidenciar suas intencionalidades e realizar ações a fim de atingir a finalidade de suas atividades (RADFORD, 2003). Alguns meios semióticos são: gestos, movimentos, fala, escrita, simbolismo alfanumérico etc. Já o *indeterminado* refere-se aos números desconhecidos e designa-se os entes algébricos (incógnitas, variáveis etc.).

Quanto às atividades com padrões – saber algébrico em tela –, sabemos que os alunos podem generalizar. Mas, qual tipo de generalização? Radford (2013) define a *generalização aritmética* como aquela cujos alunos não conseguem deduzir uma fórmula a partir dos procedimentos adotados na resolução do problema ou quando os alunos obtêm a fórmula por tentativa e erro, sem deduzi-la.

Enquanto que na *generalização algébrica*, de acordo com Radford (2013), a analiticidade é imprescindível e os alunos conseguem deduzir a fórmula, perpassando um caminho baseado nos seguintes aspectos:

- A tomada de consciência de uma propriedade comum que se nota a partir de um trabalho no campo fenomenológico de observação sobre certas figuras particulares (por exemplo, $p_1, p_2, p_3, \dots, p_k$);
- A generalização dessa propriedade a todas as figuras subsequentes da sequência ($p_{k+1}, p_{k+2}, p_{k+3}, \dots$);
- A capacidade de usar essa propriedade comum a fim de deduzir uma expressão direta que permite calcular o valor de qualquer figura da sequência (RADFORD, 2013, p. 6).

Portanto, com base em Radford (2013), os alunos só estão pensando algebricamente se conseguirem chegar na generalização algébrica. Mediante o exposto, destacamos que esses pontos da TO balizam a análise dos dados selecionados para esta investigação.

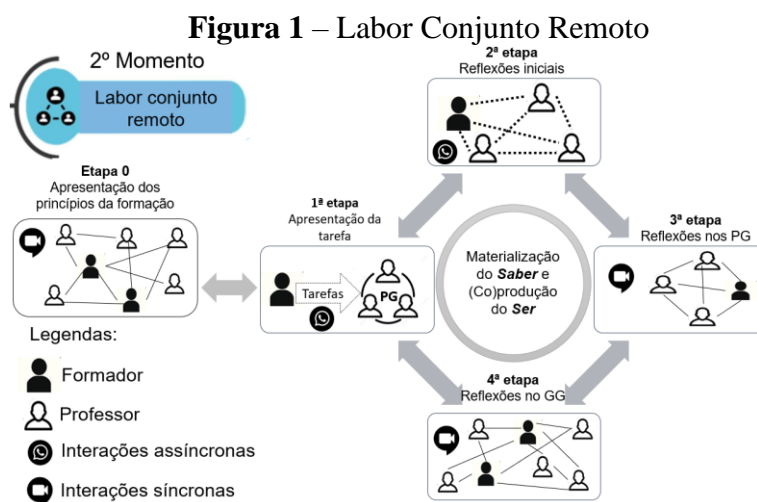
Metodologia

O presente estudo adotou a abordagem qualitativa. Segundo Godoy (1995, p. 91), “a pesquisa qualitativa ocupa um reconhecido lugar entre as várias possibilidades de se estudar os fenômenos que envolvem os seres humanos e suas intrincadas relações sociais, estabelecidas em diversos ambientes.” Assim, o caminho adotado por esta investigação direciona-se para o tipo *pesquisa-ação*, que, segundo Fiorentini e Lorenzato (2012), consiste em articular as práticas investigativa, reflexiva e educativa. “Ou seja, a prática educativa, ao ser investigada, produz compreensões e orientações que são imediatamente utilizadas em sua própria transformação, gerando novas situações de investigação” (FIORENTINI; LORENZATO, 2012, p. 102).

Visando alcançar o objetivo de analisar as compreensões de dois professores sobre como os alunos podem desenvolver o pensamento algébrico mediante a resolução de tarefas com generalização de padrões, adotamos a noção de atividade proposta na TO, a fim de destacar os processos de objetivação e subjetivação que os sujeitos envolvidos, no recorte deste estudo, passaram.

A atividade (também denominada por *Labor Conjunto*) na TO, ambiente em que acontece os processos de objetivação e de subjetivação, fundamenta-se nos preceitos do materialismo dialético de Karl Marx e tem por definição: “uma forma social de esforço conjunto por meio da qual os indivíduos produzem seus meios de subsistência enquanto se

produzem a si mesmo como seres humanos” (RADFORD, 2020, p. 23, tradução de SILVA, 2021, p. 40). Observando o contexto educacional recente, Almeida e Martins (2022, no prelo) propuseram o modelo *Labor Conjunto Remoto* que expande a ideia de atividade para o cenário de formação de professores na modalidade on-line. Em resumo, o Labor Conjunto Remoto é constituído por dois momentos, do planejamento à execução: (i) elaboração das atividades pelos formadores e (ii) realização das atividades na formação de professores. A seguir, apresentamos a representação esquemática do segundo momento.



Como ilustrado na Figura 1, as etapas do *Labor Conjunto Remoto* foram:

Etapa 0 – Apresentação dos princípios da formação: que ocorreu no primeiro encontro da formação. Esta etapa foi denominada como “zero” por se tratar de uma fase apenas para apresentar os princípios que fundamentam o projeto didático da formação, e não uma atividade de ensino-aprendizagem em si.

Etapa 1 – Apresentação das tarefas pelos formadores: que era feita por meio do grupo no *WhatsApp*, gerando trocas de mensagens entre sujeitos do pequeno grupo, a respeito da atividade proposta na formação.

Etapa 2 – Reflexões iniciais: caracterizadas pelas primeiras reflexões feitas pelos professores a partir das tarefas. Essa fase de leitura da tarefa ocorria de forma individual, mas não solitária, uma vez que os colegas do pequeno grupo e o(s) formador(es) responsável(is) também refletiam, inicialmente, e estavam dispostos a debater, de modo assíncrono, o que estavam pensando sobre as tarefas.

Etapa 3 – Reflexões entre os professores e formador(es) no pequeno grupo: que realizavam um encontro de forma síncrona por meio do *Google Meet*. Nessa fase,

aconteceram as interações a partir das falas e de mensagens pelo *chat*, com a finalidade de finalizar a produção da obra comum do pequeno grupo.

Etapa 4 – Reflexões entre os professores e formador(es) no grande grupo: que realizavam um encontro de forma síncrona por meio do *Google Meet*. Nessa fase, os pequenos grupos apresentaram suas reflexões e produções. Logo após, a partir de cada apresentação, aconteceram reflexões gerais sobre a produção do pequeno grupo.

Especificamente, damos ênfase na terceira etapa do *Labor Conjunto Remoto* referente ao quinto encontro do pequeno grupo – constituído por dois professores (professora 1: formada em Licenciatura em Pedagogia; professor 2: formado em Licenciatura em Matemática) e dois formadores. Para a produção dos dados, realizamos a videogravação dos encontros síncronos, além de armazenar as produções dos professores. Quanto à análise de dados, retomamos a videogravação de um dos encontros do curso e as respostas da atividade nesse recorte da formação.




Na Figura 2, apresentamos a atividade da formação proposta aos professores nesse encontro do pequeno grupo.

Figura 2 – Atividade da formação proposta aos professores

A leitura da síntese acima nos ajudará a refletir sobre a atividade pensada para esse encontro formativo. Porém, indicamos a consulta aos textos dos encontros anteriores sempre que acharem necessário.

Nosso objetivo para esse encontro é refletir sobre tarefas relacionadas às habilidades da BNCC do 1º ao 5º ano do ensino fundamental que indicam o estudo de sequências e padrões. Nesse sentido, para cada tarefa responda:



-  1. Avalie se há consonância entre as habilidades da BNCC e as tarefas propostas para cada ano. Justifique sua resposta.
-  2. Indique as possíveis respostas de alunos para cada tarefa, depois responda:
 - a) Você acredita que nessas possíveis respostas dos alunos eles se valem de uma **generalização aritmética** (RADFORD, 2013) / **próxima** (VALE; PIMENTEL, 2011) ou de uma **generalização algébrica** (RADFORD, 2013) / **distante** (VALE; PIMENTEL, 2011)? Justifique.
 - b) Você acha que essas possíveis respostas estão relacionadas ao pensamento algébrico, ou, ao pensamento aritmético?
-  3. Indique possíveis dificuldades de alunos a se depararem com essas tarefas, e o que poderia ser feito para diminuí-las.

Fonte: Acervo da formação continuada (2021).

Como disposto acima, para responder cada tarefa, foi apresentada uma síntese sobre as definições de *generalização aritmética* e *algébrica* (RADFORD, 2013), com o objetivo


de refletir sobre as tarefas com sequências e padrões, relacionadas às habilidades do 1º ao 5º ano da Base Nacional Comum Curricular – BNCC (BRASIL, 2018).

Resultados e discussão

A escolha da atividade, para a análise das percepções dos professores sobre as tarefas com generalização de padrões, se deu pela similaridade da tarefa utilizada na pesquisa de Silva (2021) adaptada de Radford (2010), por julgarmos que é um bom percurso para introduzir o estudo da álgebra (RADFORD, 2006).

Figura 3 – Tarefa sobre generalização de padrões

TAREFA 1: Observe a sequência de bolinhas a seguir:



1ª 2ª 3ª

1. Observando a quantidade de bolinhas em cada posição responda:

- Quantas bolinhas terá na 5ª posição? _____
- Quantas bolinhas terá na 6ª posição? _____
- Quantas bolinhas terá na 20ª posição? _____
- Quantas bolinhas terá na 55ª posição? _____
- Escreva uma mensagem para um colega explicando como encontrar o número de bolinhas da posição 200.
- Como fazer para encontrar o número de bolinhas de qualquer posição?

Fonte: Acervo da formação (2021).

A habilidade (EF04MA11) da BNCC “Identificar regularidades em sequências numéricas compostas por múltiplos de um número natural” (BRASIL, 2018, p. 291) foi associada à tarefa 1, a fim de que os professores identificassem se há uma consonância entre elas. Convém destacar que, para a realização dessa tarefa, os sujeitos debateram por intermédio do *Google Meet*. Para chegar em uma síntese das respostas deles referentes à tarefa 1, houve a discussão entre o grupo 1, a qual discorreremos a seguir.

Professora 1: Em relação à primeira questão, o professor 2⁷ colocou assim... Eu respondi essa tarefa, eu fui respondendo... “Quantas bolinhas terá na quinta posição?” Veja que começa com uma pergunta fácil, porque até a quinta posição, a sexta posição, vai depender do pensar do aluno, ele pode buscar o caminho mais fácil. Mas, quando chega na 20ª posição na 55ª posição, eu não imagino os

⁷ Visando preservar o anonimato dos professores, quando eles se referem entre si com o nome deles, substituímos pela identificação destacada na metodologia.

meninos desenharem... Mas eu já me deparei com situação que o menino contava não sei quantos palitinhos e eu me perguntava: “o que eu faço com esse menino?” Imagina uma criança tentando desenhar até a 55ª posição... Parece uma coisa tão simples para nós professores, mas os alunos podem ter dificuldades.

Professora 1: O aluno generalizar a situação e entender que sempre que multiplicar a posição por dois, seja na posição que for, eu vou obter a quantidade de bolinhas que tem ali, é complexo. Parece simples, mas para chegar nessa conclusão, quando o aluno faz isso, aí é nessa hora que ele está pensando algebricamente.

Como já mencionado, a professora 1 revela, logo no início de sua fala, a troca entre ela e o professor 2, fornecendo indícios da responsabilidade deles em realizar a tarefa em conjunto. Interrompendo esse comentário, ela afirma que resolveu a tarefa 1 e que, nas primeiras perguntas, os alunos podem materializar o pensamento por intermédio de desenhos para representar as bolinhas na posição requerida. Contudo, em posições que requerem uma quantidade maior de bolinhas, ela aponta uma possível dificuldade de se resolver a questão por parte dos alunos. Ou seja, conforme a professora, mediante a atividade perceptiva, os alunos podem observar a sequência figural e representar sua compreensão do padrão, a priori, através do grafismo. Nos termos da TO, nesse contexto emerge a mobilização do vetor *representação semiótica*.

Em seguida, a professora 1 reforça, em seu discurso, a complexidade de chegar na generalização do problema, isto é, que a quantidade de bolinhas é igual ao dobro do valor da posição. E, segundo ela, quando os alunos chegam nesse nível de abstração, eles estão pensando algebricamente. Certamente, essa afirmação da professora 1 é interessante, uma vez que é nesse momento que os alunos conseguem revelar para os professores a habilidade de trabalhar com o *indeterminado* explicitamente, partindo de premissas para deduzir a afirmação em jogo. Esse é um exemplo claro do principal vetor do pensamento algébrico, que Radford (2018) denomina como *analiticidade*.

Em continuidade a sua fala, a professora 1 afirma que:

Professora 1: *Quando vem a questão “escreva a mensagem para um colega” isso é interessante para a questão de verbalizar o pensamento, de dizer como foi que fez. Então vem trazendo muito aquilo que foi discutido no início do curso, dessas representações semióticas. Então, como o cursista 2 respondeu aqui na pergunta 1 “sim, a tarefa 1 está em consonância com a BNCC e ela traz a generalização algébrica pelo fato de colocar o aluno diante dessas situações. E, principalmente na letra f), né, professor 2?*

Professor 2: *Sim, ele traz na letra f) a generalização “pura”, pois sem ela o aluno não consegue responder corretamente a questão. Ela força o aluno a generalizar.*

Formador 1: *Sim, concordo. E, como a professora 1 falou, as alternativas a e b são essenciais, porque não adianta que o professor queira que o aluno chegue em uma situação como a letra f), que o aluno já generalize algebricamente sem*

situações anteriores para que o aluno vá se desenvolvendo. A função dessas habilidades dos currículos atuais é justamente propor isso, que desde os anos iniciais, cada etapa escolar tem uma habilidade e as habilidades estão conectadas, pois uma ajuda na outra. Ou seja, quando um aluno desenvolve a habilidade, conseqüentemente ela ajuda a desenvolver outra habilidade. Então, essas duas alternativas aqui são uma retomada do que os alunos vêm desenvolvendo nas etapas anteriores. E propor situações como essa é reforçar que ele construa o pensar algébricamente.

Como pode-se observar acima, a professora 1 frisou que a letra e) dá a oportunidade de os alunos materializarem o pensamento deles por meio da escrita, ou seja, trabalhando com um outro meio de *representação semiótica*. Ela menciona também, diretamente, esse vetor – que foi alvo de discussão no segundo encontro do grupo 1 a respeito do pensamento algébrico na perspectiva da TO – para balizar a sua percepção sobre como os alunos podem responder a tarefa. Nesse sentido, destacamos que os professores foram estabelecendo conexões entre os temas de cada encontro e, sempre que necessário, retomavam os textos anteriores da formação.

Além de responder a atividade proposta na formação, no que concerne à consonância entre a habilidade da BNCC e a tarefa, assim como o tipo de generalização, a professora 1 convida o professor 2 para participar da discussão, indagando-o sobre a opinião dele quanto à letra f). O professor 2 concordou com a colocação da professora 1 e afirmou que a letra f) exige do aluno a generalização “pura” (em referência à algébrica). Esse convite para participação na discussão indica elementos da subjetividade, isto é, do cuidado e do reconhecimento da voz do outro. Diante disso, é indispensável destacar que os princípios da *ética comunitária* perpassaram todo o nosso trabalho em coletivo.

Pontuando na fala da professora 1, o formador 1 ressalta a importância de cada letra da tarefa 1, pois requer, gradativamente, uma tomada de decisão dos alunos, com a finalidade de que eles cheguem na *generalização algébrica*. Ele ressalta ainda que esse movimento também é proposto nas habilidades da BNCC referentes ao tema.

Formador 1: *A gente também percebe que muitos alunos podem não chegar na generalização. Por isso que é importante o labor conjunto, a aprendizagem coletiva, porque, por mais que um não chegue e fique preso às bolinhas, os alunos podem conversar entre si e tentar compreender como o outro colega fez.*

Professora 1: *E, assim, na segunda pergunta, eu acredito que as alternativas a e b da tarefa levam o aluno a pensar aritmeticamente. Quando coloca o aluno diante de outras situações que obriga os alunos, que se eles não generalizarem, eles não respondem. Eu acho que eles chegam até a 20ª posição, que desenha. Mas quando chegar na 55ª, ele vai dizer “eu vou fazer, não, professora, estou com preguiça”.*

Formadora 2: *Concordo com a professora 1. Nas primeiras, eles podem recorrer ao desenho, mas, quando chega nesse número todo, eles acabam muitas vezes não*

desenvolvendo.

Formador 1: *Eu concordo com a professora 1, mas por isso a importância desse curso de extensão, dos currículos atuais, porque o currículo traz isto: tem outras tarefas, tem outras habilidades anteriores. E quando se trabalha com essas tarefas, o aluno talvez consiga encontrar meios de resolver esse problema. (...) Trazer essas tarefas desde os anos iniciais ajudam no sentido de desenvolvimento e facilita para que eles não tenham tantas dificuldades.*

No recorte supracitado do diálogo, podemos observar que o formador 1 coloca em relevo a aprendizagem coletiva como uma abordagem relevante para atenuar possíveis dificuldades dos alunos nas tarefas.

Outrossim, a professora 1 retoma a discussão sobre as letras a) e b) da tarefa 1, afirmando que elas levam os alunos a mobilizarem o *pensamento aritmético*. Quanto à vigésima posição, ela acredita que os alunos podem desenhar até ela. No entanto, em posições mais adiante, os alunos podem se sentir desmotivados a resolver. Nesse sentido, a forma como os alunos lidam com o *indeterminado* também fornece indicativos sobre que tipo de generalização está em cena, pois, se os alunos compreendem o padrão apenas pela sequência figural, dificilmente eles irão alcançar a *generalização algébrica*.

A formadora 2 reitera ainda a fala da professora 1. E, por fim, o formador 1 pondera sobre a necessidade da formação continuada com professores acerca da temática em tela, a fim de motivar os alunos, progressivamente, ao longo do Ensino Fundamental.

Abaixo, apresentamos uma síntese elaborada pelos professores, no que tange às análises das tarefas propostas no quinto encontro do grupo 1:

Quadro 2 – Análises das tarefas para o 4º e 5º ano do Ensino Fundamental

Atividade	Respostas dos professores
1.	De modo geral, as tarefas estão em consonância com as habilidades da BNCC.
2.	De maneira geral, eles podem generalizar aritmeticamente ou algebricamente quando são colocados diante de desafios mais complexos a partir das questões.
3.	Possíveis dificuldades dos alunos: textos com compreensões variadas, materializar o pensamento algébrico através da escrita e ficar preso à generalização aritmética.

Fonte: Acervo da formação (2021).

Como pode-se constatar no Quadro 2, os professores concordam entre si que as tarefas propostas na formação estão alinhadas às habilidades da BNCC e que o tipo de generalização alcançada pelos alunos depende da situação apresentada nas tarefas. Além disso, eles afirmam que os alunos podem ter dificuldades na compreensão dos textos, na materialização do *pensamento algébrico* por meio da escrita (por exemplo: escrever uma

carta para um colega sobre a situação-problema com a generalização de padrões) e no fato de generalizar apenas aritmeticamente – na perspectiva de Radford (2013), sem deduzir a proposição ou deduzindo-a por tentativa e erro.

Reforçamos, portanto, a relevância de uma abordagem gradativa e interligada, prescrita na BNCC, entre as habilidades a serem desenvolvidas pelos alunos. Ademais, o modelo *Labor Conjunto Remoto* foi indispensável para análises dos resultados, propostas nessa seção, no sentido de propiciar um ambiente de debate e reflexão para os sujeitos envolvidos (professores e formadores de professores), seguindo os princípios da *ética comunitária* (pautados na responsabilidade, no compromisso e cuidado com o outro).

Considerações finais

Partindo do objetivo de analisar as compreensões de dois professores sobre como os alunos podem desenvolver o pensamento algébrico mediante a resolução de tarefas com generalização de padrões, constatamos que os professores apontam os três vetores do pensamento algébrico (analiticidade, representação semiótica e indeterminação) que devem ser mobilizados pelos alunos para alcançar a generalização algébrica. Tal fato depende da abordagem didática adotada pelos professores, principalmente como as tarefas são selecionadas, adaptadas, elaboradas e compreendidas por eles.

Além disso, sublinhamos alguns aspectos dos processos de subjetivação quando indicamos: a forma de interação entre os sujeitos envolvidos, o respeito ao momento de fala de cada um, a parceria entre os professores e formadores, a autonomia na realização das tarefas, etc. Nesse sentido, reconhecemos as subjetividades dos participantes – por meio dos posicionamentos, dos diálogos, das transformações – como indispensáveis para a realização da formação. E mais, acreditamos que o *Labor Conjunto Remoto* se apresentou como um bom modelo para a formação continuada on-line de professores.

No que tange ao modelo adotado para a realização das atividades do curso – Labor Conjunto –, os professores se surpreenderam positivamente, haja vista que houve um trabalho colaborativo, cujos formadores e professores trabalharam ombro a ombro para discutir, refletir e desenvolver conhecimento didático acerca da álgebra, indicando elementos do Labor Conjunto proposto na teoria da objetivação (RADFORD, 2017, 2020).

Em suma, ressaltamos que, por conta do contexto histórico e social atravessado pela COVID-19, a modalidade da formação continuada foi remota. Esse fenômeno permitiu-nos

vivenciar, em conjunto, o processo de ensino e aprendizagem de maneira on-line, com suas potencialidades e desafios. Portanto, este trabalho defende a importância da formação continuada com professores em serviço; a fim de atender as demandas sociais atuais, em particular, as curriculares no que concerne ao desenvolvimento do pensamento algébrico nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Agradecimentos

Agradecemos à Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM) pelo financiamento, apoio e incentivo ao supracitado projeto, aprovado no programa FormAção; e aos professores da Educação Básica, participantes dessa formação continuada, por contribuir com suas visões e reflexões sobre o chão da sala de aula de Matemática.

Referências

ALMEIDA, J. R.; MARTINS, J. Labor Conjunto Remoto: uma proposta metodológica para formação continuada de professores que ensinam matemática. **RIPEM**, 2022, no prelo.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: Ministério da Educação, 2018.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em educação matemática**: percursos teóricos e metodológicos. 3ª ed. rev. Campinas, SP: Autores Associados, 2012, pp. 03-56 [Coleção formação de professores].

GODOY, A. S. Pesquisa qualitativa: tipos fundamentais. **Revista de Administração de empresas**, v. 35, n. 3, p. 20-29, 1995.

GOMES, P. S.; NORONHA, C. A. **Caracterização do pensamento algébrico na perspectiva da teoria da objetivação**. In: GOBARA, S. T.; RADFORD, L. Teoria da objetivação: fundamentos e aplicações para o ensino e aprendizagem de ciências e matemática. São Paulo: editora Livraria da Física. 2020.

MOREIRA, J. A. M.; HENRIQUES, S.; BARROS, D. Transitando de um ensino remoto emergencial para uma educação digital em rede, em tempos de pandemia. **Dialogia**, p. 351-364, 2020.

MOREY, B. Abordagem semiótica na Teoria da Objetivação. In: GOBARA, S. T.; RADFORD, L. (org.). **Teoria da Objetivação**: Fundamentos e Aplicações para o Ensino e Aprendizagem de Ciências e Matemática. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2020. p. 43-68.

RADFORD, L. Algebraic thinking from a cultural semiotic perspective. **Research In Mathematics Education**, v. 12, n. 1, p.1-19, mar. 2010.

RADFORD, L. En torno a tres problemas de generalización. In: RICO, L.; CAÑADAS, M. C.; GUTIÉRREZ, J.; MOLINA, M.; SEGOVIA, I. (ed.). **Investigación en Didáctica de las Matemáticas**. Granada, Espanha: Editorial Comares, 2013. p. 3-12.

RADFORD, L. Saber y conocimiento desde la perspectiva de la Teoría de la Objetivación. In: D'AMORE, B.; RADFORD, L. **Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas**: problemas semióticos, epistemológicos y prácticos. Bogotá: Ud Editorial, 2017. Cap. 4. p. 97-114.

RADFORD, L. The Emergence of Symbolic Algebraic Thinking in Primary School. In: KIERAN, C (ed.). **Teaching and Learning Algebraic Thinking with 5-to 12-Year-Olds**: the global evolution of an emerging field of research and practice. New York: Springer, 2018. p. 3-25.

RADFORD, L. Un recorrido a través de la Teoría de la Objetivación. In: GOBARA, S. T.; RADFORD, L (org.). **Teoria da Objetivação**: Fundamentos e Aplicações para o Ensino e Aprendizagem de Ciências e Matemática. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2020. p. 15-42.

SILVA, R. M. **Pensamento Algébrico em Tarefa com Padrões: uma investigação nos anos finais do ensino fundamental. 2021**. 146f. Dissertação (Mestrado) -Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica – UFPE, Recife, 2021.

SILVA, R. M.; ALMEIDA, J. R. Os meios semióticos de objetivação e o pensamento algébrico: uma análise à luz da Teoria da Objetivação. **REMATEC**, v. 16, n. 39, p. 19-38, 2 dez. 2021.