

Rotación de triángulos en la enseñanza de matemática.

Un tema no aprendido

Luis Leonardo Argueta Mogollón

larmogo@gmail.com y largueta@ecc.edu.gt

Centro Universitario de Occidente, Universidad de San Carlos de Guatemala

Escuela en Ciencias de la Computación

Resumen

Se investigó acerca del dominio que tienen los estudiantes que inician el bachillerato para identificar triángulos rectángulos en diferentes posiciones con base en sus propiedades. Mencionan Rotaeché y Montiel (2017) que el estudio de ángulos se inicia en primaria pero, al ingresar al bachillerato se evidencian dificultades en su manejo y uso de herramientas para su construcción; Navarro y Villalva (2009) dicen que “la semejanza queda abandonada después de estudiarse brevemente. No parece ser el principio de una cadena de conocimiento que llega a la función trigonométrica” (p. 287) es por ello imprescindible realizar investigaciones y aportes a este respecto.

Se trabajó con 29 jóvenes y 7 señoritas de un centro educativo privado urbano de Sololá, allí confluyen también discentes del área rural lo que permite una vista panorámica de esta situación en la localidad. A los participantes se les presentaron dibujos de triángulos en diferentes posiciones y rotaciones, se pidió identificar cuáles eran triángulos rectángulos. Los resultados reflejan el aprendizaje basado en el triángulo rectángulo tradicional y se evidencian falencias para reconocerlo al tener otras posturas, al final se hacen recomendaciones al profesor del curso de matemática.

Palabras Clave: *Triángulo Rectángulo, rotación, reflexión, cálculo.*

Abstract

The mastery that high school students have in identifying right triangles in different positions based on their properties was investigated in this article. Rotaeché and Montiel (2017) mention that the study of angles begins in elementary school but, upon entering the high school, difficulties become evident in the handling and use of tools for angle construction. Navarro and Villalva (2009) say that “the similarity is abandoned after a brief study. It does not seem to be the beginning of a chain of knowledge that reaches the trigonometric function” (p. 287). Therefore, it is essential to carry out research and make contributions to this topic.

The research was carried out with 29 young people and 7 young ladies from a private educational center in the urban area of Sololá. Students from the rural area also come to study there. That allowed a panoramic view of this situation in the town. Participants were presented with drawings of triangles in different positions and rotations, they were asked to identify which were right triangles. The results reflect the learning based on the traditional right triangle and flaws that are evident in recognition of right triangles in other positions. At the end of the article there are some recommendations for the teachers of the mathematics course.

Keywords: *Right triangle, rotation, reflection, calculus.*

Introducción

Es evidente que desde la primaria los estudiantes trabajan con diferentes figuras geométricas; aprender significativamente el triángulo rectángulo no es tarea fácil; por eso se incluye dentro del Currículo Nacional Base, CNB, desde cuarto grado de primaria hasta los últimos años del nivel medio.

Se revisaron documentos sobre los problemas del triángulo rectángulo y sus rotaciones, libros de texto, formularios e investigaciones sobre esta temática. El objetivo principal fue evidenciar dificultades para reconocer o identificar este objeto matemático cuando no presenta las posiciones tradicionalmente utilizadas por el profesor de grados inferiores. Este conflicto, agudiza los problemas de aprendizaje de la matemática en los estudiantes que empiezan el bachillerato, llamado en Guatemala el cuarto grado de diversificado.

Esta investigación, es útil para proponer algunas acciones que los maestros, profesores y/o docentes pueden llevar a cabo para aumentar el conocimiento que los estudiantes de secundaria tienen sobre el triángulo rectángulo. El estudio indagó sobre el reconocimiento del triángulo rectángulo en diferentes posiciones o rotaciones, porque se ha observado que los educandos tienen falencias para identificarlo al tener una posición diferente a la presentada en los libros de texto y comúnmente utilizada por los profesores de matemática.

Los estudiantes fueron seleccionados por conveniencia y se trabajó con la totalidad de los discentes del cuarto grado de diversificado. Participaron hombres y mujeres que estuvieron matriculados el año anterior en noveno grado, tercero básico en Guatemala, de diferentes centros educativos, distintas modalidades, en área rural y urbana de Sololá.

El triángulo rectángulo, fundamentación teórica

Para hablar de triángulo rectángulo, es menester tener los conocimientos generales acerca de ellos, su nomenclatura y terminología respectiva; además se encuentran establecidos en el currículo nacional base desde primaria y es de suponer que, al iniciar el bachillerato, después de más de seis años de trabajar en el aula, cualquier estudiante está en capacidad de identificarlo por su forma, características y propiedades.

La profesora de matemática Diana Barredo Blanco del instituto de educación secundaria Luis de Camoens en Ceuta, España elaboró el documento La geometría del triángulo y a manera de fundamentación teórica del objeto matemático, el triángulo rectángulo, se tomarán sus conceptos y definiciones plasmados allí.

Barredo (2006) define al triángulo como un polígono de tres lados y tres vértices. En cada vértice se unen dos lados del triángulo y se denotan por letras mayúsculas. El lado a es el segmento que une los vértices B y C ; esta terminología y nomenclatura debe manejarla el estudiante al terminar el nivel primario. Algo trivial pero fácil de olvidar es que la longitud de cualquiera de los lados siempre será menor que la suma de los otros dos; esto se denomina propiedad triangular.

Los triángulos por sus lados se clasifican en escaleno, es decir los tres lados tienen diferentes medidas. El triángulo isósceles que contiene dos lados iguales y dos ángulos opuestos a ellos que también cuentan con el mismo valor. Finalmente se define al triángulo equilátero como el polígono de tres lados iguales y también tres ángulos iguales.

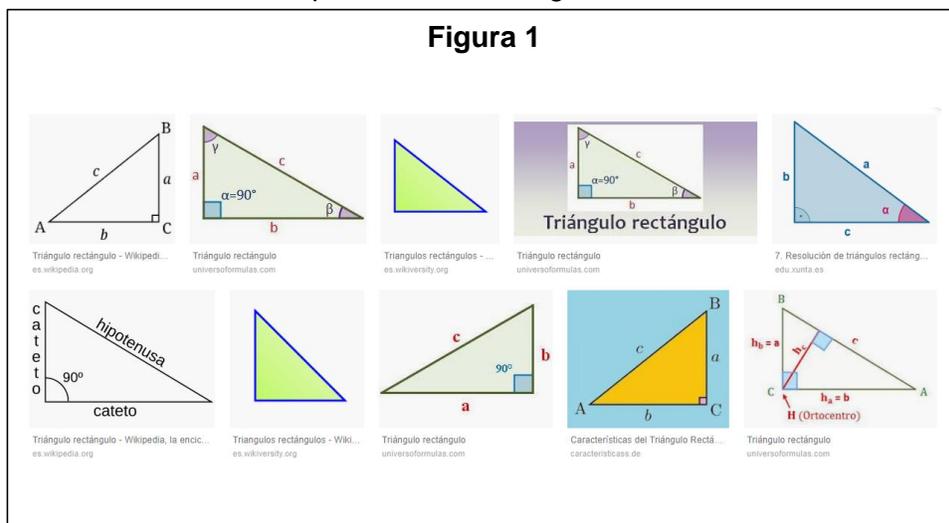
Los triángulos también tienen una denominación según el tipo de ángulos que contiene; el acutángulo cuyos ángulos, todos son agudos; es decir menores a 90 grados. El triángulo equilátero donde todos sus ángulos miden 60° . El objeto de estudio, el triángulo rectángulo que tiene en su estructura un ángulo de 90° y finalmente el triángulo obtusángulo, es aquel que forzosamente tiene un ángulo obtuso, es decir mayor a los noventa grados y por ello mnemónicamente a esta clasificación se le puede llamar ARO en relación a menor, igual o mayor de 90° .

En el triángulo rectángulo se ha personalizado a sus lados, reciben el nombre de catetos; siempre más pequeños que el tercer lado llamado hipotenusa y en relación con el ángulo de referencia pueden ser cateto adyacente por estar contiguo a ese ángulo o por lo contrario un cateto opuesto y es de resaltar que ambos catetos forman un vértice con la hipotenusa.

Es importante tener estos conceptos en mente durante la investigación porque como dice Clemente et al. (2017) cuando cita a Fischbein (1993) “las figuras geométricas poseen, al mismo tiempo, aspectos figurales y conceptuales [sic]” (p. 498) y cuando los estudiantes no los manejan integradamente fracasan al trabajar con esos objetos matemáticos.

El triángulo rectángulo y su representación tradicional

El lenguaje matemático es un idioma universal; según Álvarez et al. (2015) la población mundial, no importa el lugar, podrá entender lo escrito con él; presentan una breve historia de su evolución y mencionan algunos ejemplos, entre ellos el del papiro de Rhind, siglo XVII A.C. “Un triángulo de 10 jet en su orilla y 4 jet en su base, ¿cuál es su área?” (p. 11) el uso del vocablo base incita al estudiante a pensar en un triángulo vertical como se muestra en



la figura 1; todos ellos tomados del navegador Google. Esto afecta a los estudiantes porque están sobreexpuestos a esta representación.

La geometría es parte importante en el proceso educativo del ser humano; en sus primeros años de escolaridad el niño juega con objetos que le permiten aprender sobre ella. Deben aprender significativamente sobre esta área de matemática y como lo menciona Camargo Uribe (2011) es importante “prestar atención a la identificación de una serie de propiedades de las figuras, tales como la existencia de esquinas y curvas, la simplicidad y la familiaridad de los estudiantes con ellas” (p.47).

El profesor también debe incluir la rotación de figuras porque el aprendiz se enfrentará a problemas relacionados con ello en su vida cotidiana; de allí la necesidad que menciona Rodríguez et al. (2008) de “la adquisición y retención a largo plazo de cuerpos organizados de conocimiento” (p. 9). Aquí inicia la disgregación del aspecto de la figura, los conceptos y el vocabulario matemático; como ejemplo el término esquina utilizado por profesores de primeros años de escolaridad, pero hasta varios años adelante el estudiante es introducido al uso del término vértice. El concepto de curva que se maneja en preprimaria y el cambio conceptual al inicio de la secundaria.

Lenguaje cotidiano en relación con geometría y trigonometría.

Es común dentro de las aulas escuchar a los estudiantes decir “el área de esa figura es base por altura” aunque no sea un triángulo; ni siquiera se toma en cuenta la posición del objeto, horizontal o vertical, ni un punto de referencia que permita una relación adecuada entre el vocabulario con la situación; esto provoca falencias en identificar las figuras geométricas con base en sus propiedades, especialmente un triángulo rectángulo.

Para superar esta situación, es necesario retomar los “saberes útiles, al principio: primero contar, luego medir, después calcular —que no es sino conocer sin contar ni medir— [sic] “(Álvarez et al., 2015, p. 7) en relación con las figuras geométricas, sus partes y algunas definiciones que se consideran base para un adecuado vocabulario matemático, similar al termino esquina y vértice analizado con anterioridad. Además, relacionar la terminología con el lenguaje cotidiano y sus aplicaciones dentro del ámbito escolar requiere del profesor la generación de distintas situaciones sobre un mismo objeto matemático. Se deben presentar figuras geométricas en diferentes posiciones, rotaciones y reflexiones que

solidifiquen el conocimiento en cada uno de los estudiantes y abrirá la oportunidad a nuevas experiencias.

Es importante mencionar que “Una de las partes de la matemática que más palabras da al lenguaje cotidiano, quizás porque suele ser la que más domina o recuerda el hombre corriente de su relación con ella, es la Geometría” (Muñoz, 2010, p. 91) lo cual provoca “situaciones en que el número de palabras matemáticas, utilizadas correctamente o no, son apabullantes” (Muñoz, 2010, p. 92) y esto debe ser tomado en cuenta por parte del profesor de matemáticas en cualquier nivel educativo.

Si el maestro de matemáticas es consciente de ese bagaje idiomático; entonces provocará situaciones donde los estudiantes además de lo abstracto que se da dentro del aula, aprenderán que lo geométrico y trigonométrico son parte de la vida. Esto implica que: los aprendices deben identificar las figuras geométricas en su entorno, manipularlas al trabajar con material concreto, utilizar los instrumentos adecuados para dibujarlas y medirlas, además; debe manejar el vocabulario acorde al problema o situación dada.

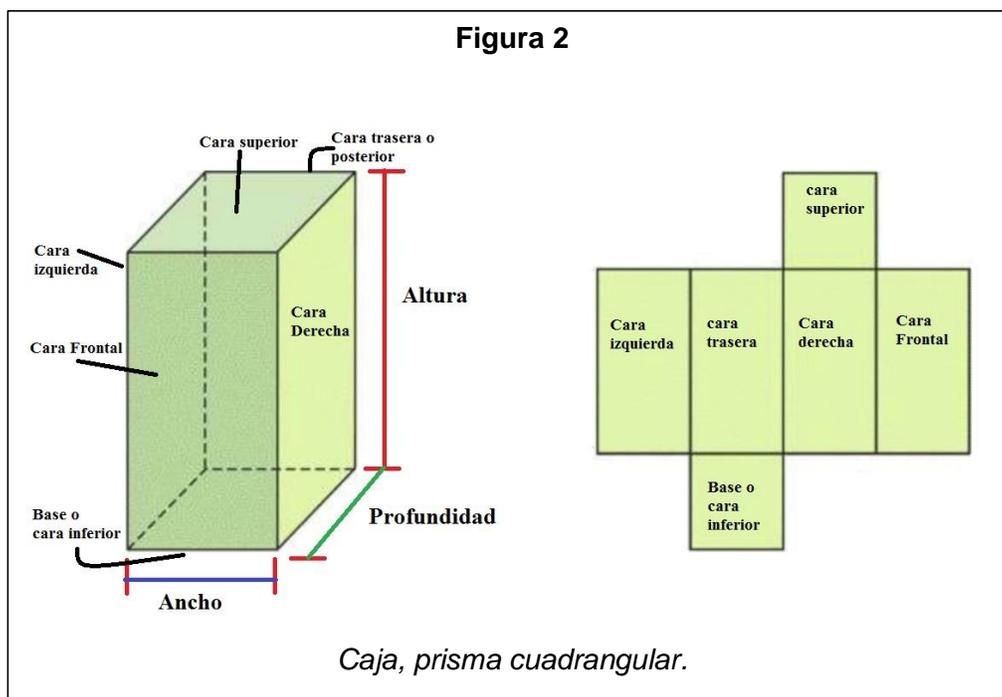
Dos términos que las personas asocian a la ligera es geometría y trigonometría, “Geometría, etimológicamente, es la medición de la tierra. Como rama de las matemáticas, estudia la extensión, forma y posición de las figuras, a grandes rasgos” (Melchor, 2013, p.14).

Por otro lado, para Melchor (2013) la trigonometría es la medición de los triángulos; otros mencionan que es medir tres ángulos y esto se relaciona con esa figura. También Caro y Zamudio (2011) describen que; el ángulo es la unión de dos semirrectas llamadas lados y que tienen un punto extremo en común, denominado vértice. El hombre común le llama esquina, en especial si es un ángulo recto.

Castellanos (2014, p. 1) sobre la geometría agrega “estudia las propiedades intrínsecas de las figuras (las que no se alteran con el movimiento de las mismas)”; la misma figura puede estar en diferente posición; haber rotado y/o trasladado lo que implica la necesidad de un punto de observación como referencia para aplicar el vocabulario correcto. El estudiante al interiorizar este aprendizaje podrá ser más eficiente en la solución de problemas que se le presenten.

Idéntica figura, postura diferente

Para Benavides y Riaño (2012) es importante la medición e identificación en el espacio, sobre todo porque se maneja profundidad, altura y ancho. Es necesario que los estudiantes identifiquen de los triángulos su forma, posición, tamaño y propiedades en las actividades del aula. Si el profesor utiliza el triángulo rectángulo sólo en su posición tradicional limita la experiencia de aprender del estudiantado.

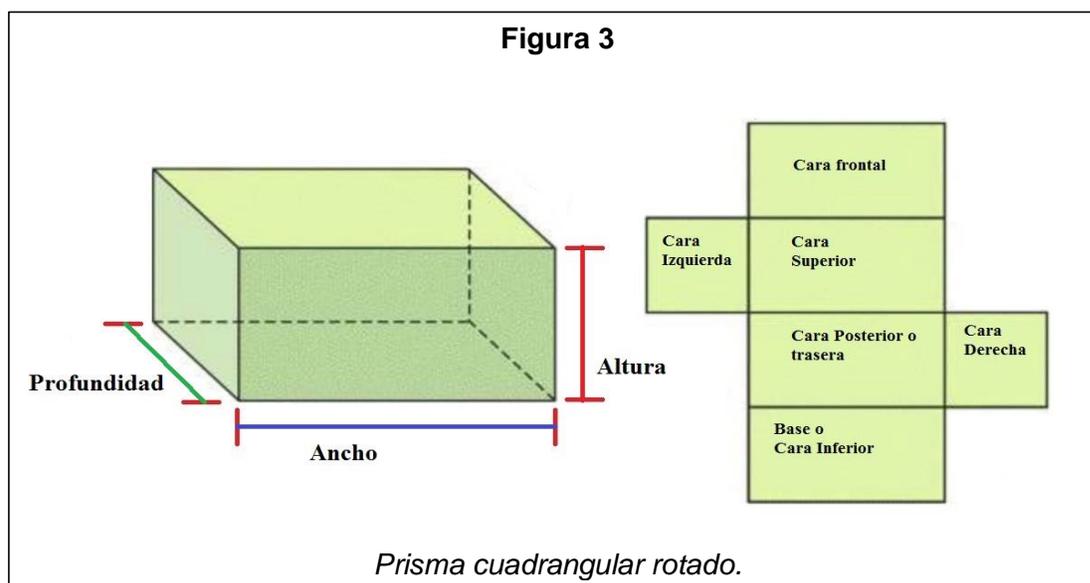


Es importante que el profesor presente el tema del triángulo rectángulo en el aula, pero con material concreto y los instrumentos necesarios para su aprendizaje. Para ejemplificar esta situación, se presenta en la figura 2 una caja, prisma cuadrangular, colocado verticalmente y en la figura 3, la parte mayor se encuentra ubicada de manera horizontal. La figura está en diferente postura, se encuentra rotada.

El profesor al momento de trabajar en el aula puede presentar figuras geométricas con material concreto y que el estudiante manipule, observe y comprenda las diferentes posiciones en que puede colocarse ese objeto y mantener sus propiedades intactas.

Se requiere que el docente utilice los nombres adecuados a cada lado y medida; necesita recalcar que para el objeto de la figura 3, según el contexto es posible que al ancho algunos lo denominen largo o base y a la profundidad grosor.

Los ejercicios que el estudiante resuelva tienen que incluir esos nombres y el contexto para utilizar un vasto vocabulario matemático. Esto redundará en un aprendizaje significativo del triángulo rectángulo, sus partes, propiedades y aplicación a la vida cotidiana.



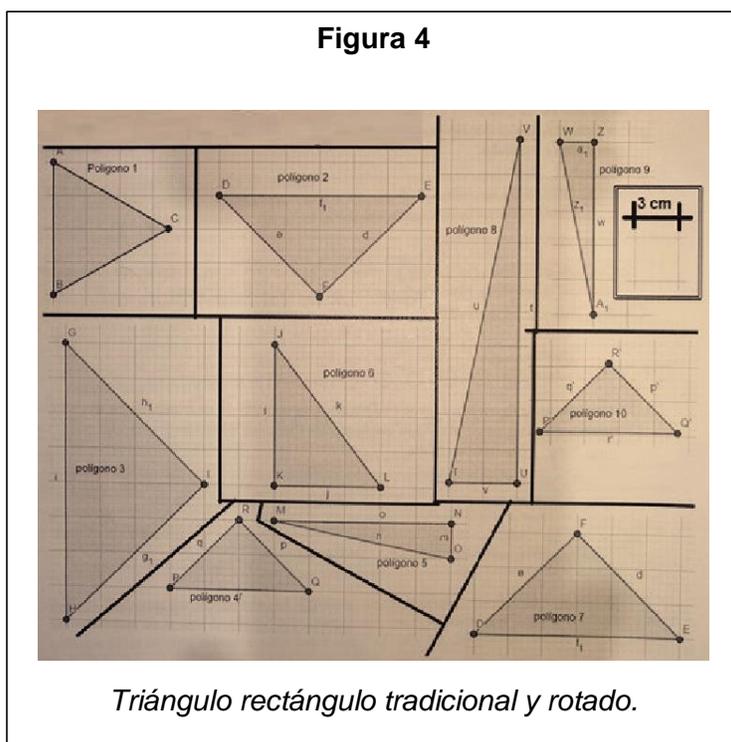
Se ve inocua la instrucción del triángulo rectángulo con exclusividad de la postura tradicional y por eso pocas veces se trabaja con rotaciones y reflexiones. Los aprendices centran su aprendizaje en esa posición, lo memorizan y al llegar a niveles donde la rotación y reflexión se aplican, es inminente el fracaso y la frustración. Es allí donde esta investigación se propone motivar al docente para trabajar el aprendizaje del triángulo rectángulo de manera diferente y variada.

Se considera esencial que el profesor realice actividades en papel, con objetos concretos y actividades fuera del aula para que todos observen cómo el triángulo rectángulo se encuentra inmerso en diferentes actividades de la vida diaria. Es también importante que el profesor utilice sus instrumentos, asigne tareas para utilizarlos en el aula y además puedan trabajar rotaciones, traslaciones y reflexiones para un aprendizaje significativo del triángulo rectángulo. Es importante también abordar la temática de semejanza y congruencia para enriquecer el conocimiento.

Manuales de fórmulas y textos, otra sobre exposición a la postura tradicional.

Otra fuente de error es el mal uso o indiscriminado de los formularios, manuales de fórmulas y textos; el docente tiene que ser cuidadoso al emplearlos y no sólo para facilidad del estudiante; esto y memorizar es peligroso, porque en sus páginas pueden existir errores; él debe conocerlos, revisarlos, corregirlos y aplicarlos correctamente.

Al consultar el manual de Gieck y Gieck (2000) se observa que en las formulas aplicadas se hace uso de las letras a, b, c para los lados, d para diagonal y h para indicar la longitud entre el borde inferior y el borde superior; en el caso de los triángulos entre el borde inferior y el vértice opuesto que se encuentra en la parte superior, pero mantienen la postura tradicional.



Es necesario también que el catedrático utilice la simbología adecuada para nombrar los triángulos, en el caso de la figura 4 se utilizó el nombre polígono para verificar si los estudiantes podían nombrar a esos triángulos con el vocabulario adecuado; nadie escribió ABC , donde A , B y C son los vértices, ni ΔABC o \widehat{ABC} ; los estudiantes tampoco manejan este vocabulario.

Con estos pocos ejemplos se desea llamar al docente a una reflexión profunda sobre el uso de los formularios y libros de texto que utiliza. El afán es no sobre estimarlos, que pueda realizar actividades diferentes y que junto a la contextualización matemática permita mejorar, ampliar y usar adecuadamente los triángulos rectángulos para tener un aprendizaje significativo de este objeto.

Metodología.

La pregunta general planteada al inicio fue ¿Cuáles son los triángulos rectángulos que identifican los estudiantes que inician un bachillerato en Sololá? Y con base en esa pregunta se organizó una prueba que incluía en uno de los cuestionamientos 10 triángulos; uno equilátero y los otros 9 triángulos rectángulos en diferentes posiciones.

Por accesibilidad se trabajó con estudiantes de la Escuela en Ciencias de la Computación; específicamente del primer año de bachillerato, décimo grado o como se le conoce en Guatemala, cuarto grado de diversificado. La selección fue no probabilística, pero cumpliendo el requisito de estar en el primer año de estudios de diversificado o bachillerato.

La prueba se realizó por la mañana durante 75 minutos; incluía 13 preguntas, de todas ellas las que interesaban al estudio fueron las relacionadas con los nombres de los triángulos desde el aspecto matemático; es decir, nombrarlos ΔABC o \widehat{ABC} pero para confrontar ese conocimiento se les denominó polígono 1, polígono 2 hasta polígono 10.

También se presentaron preguntas sobre semejanza y congruencia de triángulos, pero con términos comunes y no matemáticos en geometría, tales como triángulos iguales o triángulos ampliados; la intención nuevamente es comprobar el manejo de vocabulario matemático en relación con el triángulo rectángulo.

Otras preguntas incluyeron la relación entre el triángulo rectángulo por sus ángulos y designarlo por sus lados, tales como el escaleno, isósceles o equilátero. En otras palabras, identificar el triángulo rectángulo escaleno y el triángulo rectángulo isósceles.

Todos los triángulos se dibujaron sobre un espacio cuadrículado, cada cuadro se sub dividió en 5 cuadros más pequeños por cada lado. Cada cuadro mayor contenía 25 cuadros más pequeños; esto con el objetivo de que los discentes pudiesen identificar los ángulos de 45°

en cada uno de los triángulos y por ende reconocer el triángulo rectángulo por su ángulo de noventa grados.

Análisis y discusión de resultados.

Con base en la tabla 1, los resultados son preocupantes. Se infiere que los estudiantes han trabajado ejercicios y/o problemas en el aula con los triángulos rectángulos tradicionales. El aprendizaje y dominio del objeto matemático apenas alcanza un 61% cuando el triángulo rectángulo tiene su hipotenusa en el cuadrante 1; disminuye al 53% cuando ella está ubicada en el cuadrante 2 y por muy poco sobrepasa el 15% cuando el triángulo rectángulo se presenta en posturas que contienen rotaciones. **El triángulo rectángulo rotado es desconocido.**

Polígono a clasificar	Cantidad	Porcentaje
Consideran triángulo rectángulo a la figura 1	1	2.78%
Consideran triángulo rectángulo a la figura 2	6	16.67%
Consideran triángulo rectángulo a la figura 3	4	11.11%
Consideran triángulo rectángulo a la figura 4	4	11.11%
Consideran triángulo rectángulo a la figura 5	17	47.22%
Consideran triángulo rectángulo a la figura 6	22	61.11%
Consideran triángulo rectángulo a la figura 7	4	11.11%
Consideran triángulo rectángulo a la figura 8	19	52.78%
Consideran triángulo rectángulo a la figura 9	17	47.22%
Consideran triángulo rectángulo a la figura 10	3	8.33%
No pudieron identificar triángulos rectángulos	9	25.00%
Identificaron de manera invertida los triángulos	1	2.78%
TOTAL	36	100.00%

Triángulos rectángulos reconocidos por los participantes en la figura 2. Polígonos 5, 6, 8 y 9 en la figura 4 son triángulos rectángulos tradicionales.

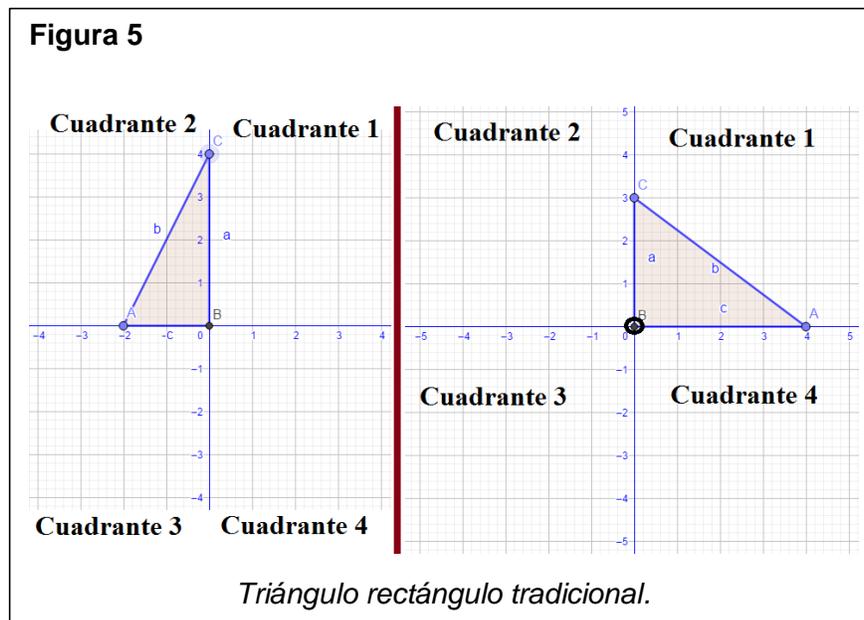
En la figura 4, el polígono 1 es el único triángulo que no cumple con las propiedades del triángulo rectángulo. Debiera ser fácil identificarlos al notar que sus lados dividen el cuadrado de medida 3 cm. por la mitad porque indica que forma un ángulo de 45° , sin embargo, sólo 11.11% de los sujetos fueron capaces de reconocerlos como tales. Se entrevistó a uno de ellos y su respuesta coincide con la observación de los 45° . En el caso de las 7 mujeres, 19.44% de los participantes, ninguna reconoció los triángulos rectángulos distintos a los tradicionales.

El triángulo rectángulo tradicional y sus efectos en el aprendizaje

De acuerdo a lo escrito por Bernabeu y Llinares al respecto de su investigación sobre geometría con niños del ciclo de educación fundamental, CEF que comprende de primero a tercero primaria, “En el caso de los triángulos, de segundo a tercero mejoró la capacidad de clasificar considerando la longitud de lados, pero si querían considerar la amplitud de los ángulos, seguían cometiendo errores” (Bernabeu y Llinares, 2017, p. 21) y las fallas aumentan al utilizar los dos atributos para clasificar triángulos.

Estos mismos errores lo cometieron estudiantes del décimo grado, cuarto grado de diversificado; se presentó a los 36 estudiantes de ese grado la imagen mostrada en la figura 4 y se les pidió que anotaran el nombre de todos los triángulos rectángulos.

Los resultados evidencian que los estudiantes identifican, en su gran mayoría, como triángulo rectángulo solamente a aquellos que se presentan en su postura tradicional y que son como los mostrados en la figura 1 y figura 5. Ellos, a pesar de que han cursado 6 años más desde su tercer grado de primaria o grado 3.



Ellos persisten en la deficiencia de identificar un triángulo por sus lados y ángulos, en general por sus propiedades. Aquí se denomina triángulo rectángulo tradicional a aquellos que, al asociar el ángulo recto con el punto de origen en un plano cartesiano, sus catetos se ubican sobre los ejes y la hipotenusa ocupa el cuadrante 1 o el cuadrante 2; ver figura 5.

Esto ha sido observado por otros investigadores; Clemente y colaboradores (2017) por ejemplo mencionan que “La imagen prototípica de las figuras geométricas que los estudiantes han generado a lo largo de su experiencia escolar influye en su capacidad de reconocerlas” (p. 499). Ellos también encontraron que si el triángulo rectángulo ya no tiene sus lados perpendiculares en paralelo con los márgenes del papel los estudiantes no pueden reconocerlo. Ellos llaman figura prototípica a la que respeta esta forma tradicional de uso y que en esta investigación se denomina triángulo rectángulo tradicional.

Resultados llamativos, incoherencias entre el concepto y la figura

Un participante recuerda “Porque si lo boletamos o ponemos la misma figura al revés tendríamos un rectángulo [sic]”; indica básicamente que dos triángulos rectángulos unidos forman la figura de un rectángulo, pero no utiliza las demás propiedades de nuestro objeto de estudio. En la figura 6 se presentan las respuestas dadas por este estudiante.

Figura 6

8. Con base en la figura No. 1 anote los nombres de todos los triángulos que son rectángulos y justifique su respuesta, recuerde que es con base al curso de matemática.

Polígono 5. Porque si lo volteamos o ponemos la misma figura al revés tendríamos un rectángulo.
Polígono 6. Porque es equivalente a un rectángulo si lo volteamos o ponemos otro triángulo igual al revés.
Polígono 8. Si ponemos otro igual al revés tendríamos un rectángulo.
Polígono 9. Igual equivale a un rectángulo cortado a través.

Respuesta llamativa 1

Una de las señoritas indicó que se lo habían enseñado pero que no se recordaba ver figura 7 y en la figura 8, otro individuo identificó todos los triángulos no tradicionales como triángulos rectángulos y aquellos que más utilizan los profesores, figuras 5, 6, 8 y 9 no pudo reconocerlos como triángulos rectángulos. Se considera posible la influencia de su creencia que el primer triángulo es rectángulo; lo trabaja por percepción y no por las propiedades de la figura.

Figura 7

8. Con base en la figura No. 1 anote los nombres de todos los triángulos que son rectángulos y justifique su respuesta, recuerde que es con base al curso de matemática.

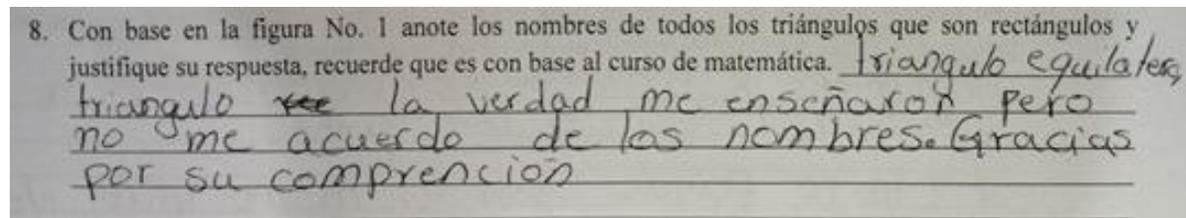
polígono 1, polígono 2, polígono 3, polígono 4, polígono 7 y polígono 10.
Ej: Equilátero, isósceles, rectángulo, escaleno.

TRIA
ojo los rect visibles no los identifica como tal y los otros si es posible que influyan. del cual es también dec.

Respuesta llamativa 2

Otra de las señoritas expresa que las figuras 5, 6, 8 y 9 son triángulos rectángulos porque con ellos se pueden formar rectángulos; esta definición presenta el inconveniente de no asociar los triángulos rectángulos con los cuadrados; muestra una carencia en conceptos por la simpleza de la respuesta y es necesario profundizar en esta situación dentro de otras investigaciones.

Figura 8



8. Con base en la figura No. 1 anote los nombres de todos los triángulos que son rectángulos y justifique su respuesta, recuerde que es con base al curso de matemática. Triángulo equilatero, triángulo ~~ree~~ la verdad me enseñaron pero no me acuerdo de los nombres. Gracias por su comprensión

Respuesta llamativa 3

Conclusiones

En términos generales los estudiantes del cuarto grado de diversificado en Sololá, han sido sobre expuestos al triángulo rectángulo tradicional y muy poco han trabajado con triángulos rectángulos en otras posiciones, posturas o rotados por lo que presentan falencias en el dominio de este objeto matemático.

La rotación de triángulos y para esta investigación en especial, los triángulos rectángulos son un tema no aprendido en el décimo grado, primer grado de bachillerato o como le llaman en Guatemala el cuarto grado de diversificado.

Los estudiantes han memorizado este objeto matemático y utilizan mecánicamente las fórmulas que permiten resolver problemas con ello. Al resolver y/o aplicar triángulos rectángulos en otras posiciones se encuentran con grandes dificultades y por falta de conocimiento, práctica y aprendizaje significativo del triángulo rectángulo se les imposibilita identificarlo.

Recomendaciones al profesor.

Fuentes de Aprendizaje e Innovación

Todo profesor de matemática pretende que sus estudiantes alcancen un nivel óptimo, la excelencia en esta ciencia y este documento con base en los resultados hace un llamado a la reflexión para no abusar del triángulo rectángulo tradicional; que utilicen otros triángulos rectángulos y finalmente

En el programa del curso

Incluir la temática de construcción, dibujo y medición del triángulo rectángulo con otras posturas; rotación, traslación y reflexión.

En el encuentro educativo o clase

Aquí es donde se da el mayor impacto de la clase de matemática y se recomienda que el profesor explique que por los instrumentos y material que utiliza, él dibuja el triángulo rectángulo en el pizarrón de forma vertical. Que a ellos les pida que lo dibujen en el cuaderno con las mismas medidas, pero en otras posiciones.

Se recomienda que el profesor utilice material concreto al presentar a los estudiantes el tema de triángulos rectángulos. Ellos podrán colocarlo en diferentes posiciones y al proceder a dibujarlo con instrumentos se verán en la necesidad de trabajar rotaciones y reflexiones.

Utilizar en sus dibujos y esquemas el triángulo rectángulo en diferentes posiciones y rotaciones para que los discentes amplíen su conocimiento en el manejo del triángulo rectángulo.

Realizar dentro del aula ejercicios y resolución de problemas de aplicación contextualizada; incluir rotación, traslación y/o reflexión en ellos para que los estudiantes descubran y aprendan que las propiedades no se pierden, dispersan o cambian, es decir, se mantienen.

En las hojas de trabajo y tareas

Al momento de que los aprendices trabajen con las hojas de tareas, tendrán contacto con varias situaciones; es necesario variar la posición y postura de los triángulos rectángulos en los problemas presentados para que ellos identifiquen las propiedades y fórmulas en la misma figura, pero con rotación o reflexión.

El docente puede dibujarlos en posición vertical; anotar las medidas y pedirles que la dibujen en forma horizontal o con alguna rotación. Es necesario que cada aprendiz utilice la herramienta adecuada (reglas, compas, transportador y otros) para dibujarlos, rotarlos y

reflejarlos. Se les debe pedir que indiquen todas las medidas acordes al nuevo punto de vista, rotación o reflexión. Importante siempre marcar el punto de referencia.

Es importante que los estudiantes puedan andar el camino del aprendizaje en sentido inverso; si se enseña el cambio desde lo vertical a lo horizontal es importante que lo puedan hacer al revés.

En resumen y a manera de colofón se sugiere que el profesor de matemática revise los formularios, libros de texto y otros que utiliza al impartir su clase y con base a sus observaciones generar actividades que eviten la sobreexposición a una sola forma del triángulo. Elaborar actividades diferentes al construir el objeto matemático o analizar problemas de la vida cotidiana con diferentes puntos de vista o referencia para alcanzar el aprendizaje significativo de esta figura.

Referencias bibliográficas

- Álvarez, F., Martín, Ó., & Pareja, C. (2015). *La lengua de las matemáticas y otros relatos exactos* (Vol. 3). Los Libros de la Catarata.
- Barredo, D. (2006), *La geometría del triángulo*. (Instituto de educación secundaria Luis de Camoens, Productor).
<http://ficus.pntic.mec.es/dbab0005/triangulos/Geometria/pdf/Global.pdf>
- Benavides, N., & Riaño, A. (2012). *El paso de lo tridimensional a lo bidimensional en grado segundo*. (Universidad distrital Francisco José de Caldas, Productor).
<http://repository.udistrital.edu.co/bitstream/11349/2179/6/anexo2.1CastilloHern%C3%A1ndezVivian%2CMoralesVargasAndrea2015.pdf>
- Bernabeu, M. y Llinares, S. (2017). Comprensión de las figuras geométricas en niños de 6-9 años. *Educación Matemática*, 29(2), 9-35. <https://doi.org/10.24844/EM2902.01>
- Camargo Uribe, L. (2011). El legado de Piaget a la didáctica de la Geometría. *Revista Colombiana de Educación*, (60), 41-60. <https://doi.org/10.17227/01203916.840>
- Caro, M. M., y Zamudio, V. (2011). *Matemática básica*. Arica.
http://sb.uta.cl/libros/Matematica_basica.pdf
- Castellanos, L. (2014). *Conceptos básicos de Geometría y Trigonometría*.
<https://luiscastellanos.files.wordpress.com/2014/01/geometria-y-trigonometria-luis-castellanos.pdf>

- Clemente, F., Llinares, S. y Torregrosa, G. (2017). Visualización y Razonamiento Configural. *Bolema*, 31(57), 497-516. <https://doi.org/10.1590/1980-4415v31n57a24>
- Gieck, K., & Gieck, R. (2000). *Manual de fórmulas técnicas* (75 ed.). Alfaomega.
- Melchor, L. (2013). *Conceptos básicos de Geometría y Trigonometría*. https://www.uaeh.edu.mx/docencia/P_Presentaciones/prepa3/Conceptos%20B%C3%A1sicos%20de%20Geometr%C3%ADa%20y%20Trigonometr%C3%ADa.pdf
- Muñoz, J. (2010). Las matemáticas en el lenguaje cotidiano. *Números*, 75, 89-95. <http://funes.uniandes.edu.co/3559/1/Mu%C3%B1oz2010LasNumeros75.pdf>
- Rodriguez, M. L., Moreira, M. A., Caballero, M. C. y Greca, I. M. (2008). *La teoría del aprendizaje significativo en la perspectiva de la psicología cognitiva*. Octaedro. https://campusvirtual.univalle.edu.co/moodle/pluginfile.php/1187873/mod_folder/content/0/DIG003.pdf