

## MANIPULAÇÕES VIRTUALIZADAS NA DEFINIÇÃO DO CONCEITO DE FUNÇÃO LINEAR: UMA REVISÃO SISTEMÁTICA DA LITERATURA

Yancel Orlando Soto Hernández  
Universidade Federal Juiz de Fora/ MG  
[yancel.orlando@estudante.ufjf.br](mailto:yancel.orlando@estudante.ufjf.br)

ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-8907-8530>

Marco Antônio Escher  
Universidade Federal Juiz de Fora/ MG  
[marco.escher@ufjf.br](mailto:marco.escher@ufjf.br)

ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-3188-0170>

**Eixo 10** (O papel e o uso de tecnologias digitais no ensino e na aprendizagem matemática)

### Resumo

Esta pesquisa surgiu do interesse por examinar processos relacionados à função linear no aprendizado da matemática escolar, auxiliados por ambientes virtualizados como uma tendência contemporânea, onde se utilizam recursos tecnológicos para a compreensão de estruturas no campo da matemática. O objetivo é identificar alguns padrões a propósito das percepções dadas em documentos sobre a função linear auxiliada por tecnologias digitais, já que ainda, seguem se apresentando inúmeras dificuldades por parte de estudantes e professores em sua abordagem e compreensão. A metodologia está baseada em seleção da informação, inclusão e análise destas informações, conhecida como RSL, que levaram à argumentação sobre o uso de aplicativos em sala de aula para apoiar processos de ensino e aprendizagem da função linear pensando na afinidade com manipulações virtualizadas no plano digital. Os resultados aqui descritos mostram a importância de conceber elementos da manipulação virtualizada com simulações da realidade que estejam articuladas com tecnologia e possam ser abordadas com recursos digitais com ênfase na definição estrutural.

**Palavras-chave:** Tecnologias Digitais; Funções Lineares; Manipulação Virtual; Representações e Aprendizagem; Revisão da Literatura.

### Abstract

This research arose from the interest of examining processes related to obtaining knowledge the linear function in the learning of school mathematics, aided by virtualized environments as a contemporary trend, where technological resources are used to understand structures in the field of mathematics. The objective is to identify some patterns regarding the perceptions about the concept of linear function aided by digital technologies, since there are still numerous difficulties on the part of students and teachers in their approach and understanding. The methodology is based on the selection of information, inclusion and analysis of this information, known as RSL, which led to the argumentation about the use of applications in the classroom to support processes of teaching and learning of the linear function thinking about affinity with virtualized manipulations. The results described here show the importance of conceiving elements of virtualized manipulation with simulations of reality that are articulated with technology and can be addressed with digital resources, with emphasize the structural definition.

**Keywords:** Digital Technologies; Linear Functions; Virtual Manipulation; Representations and Learning; Literature Review.

## **Introdução**

O processo acadêmico desenvolvido em disciplinas do Programa do Mestrado em Educação Matemática, permitiram distinguir tópicos relacionados à tecnologia no campo da Educação Matemática com questões associadas ao aprendizado do conceito de função linear e dispositivos virtualizados que podem ser indispensáveis quando estudantes precisam favorecer processos no plano educacional em similitude ao uso de recursos, sistemas digitais e disponibilidade num espaço interativo. Este interesse surgiu pela necessidade de estudar resultados obtidos no uso de procedimentos no ensino e aprendizagem do tópico função linear, e que podem ser auxiliados por ambientes virtualizados, software educacional e objetos de aprendizagem empregando aplicativos móveis (CUBILLO, et al., 2021). Distinguem-se ainda aspectos sobre manipulações virtualizadas para a compreensão de conceitos da matemática em espaços de sala de aula utilizando tecnologia como ponto de inquietação nas dinâmicas atuais deste contexto.

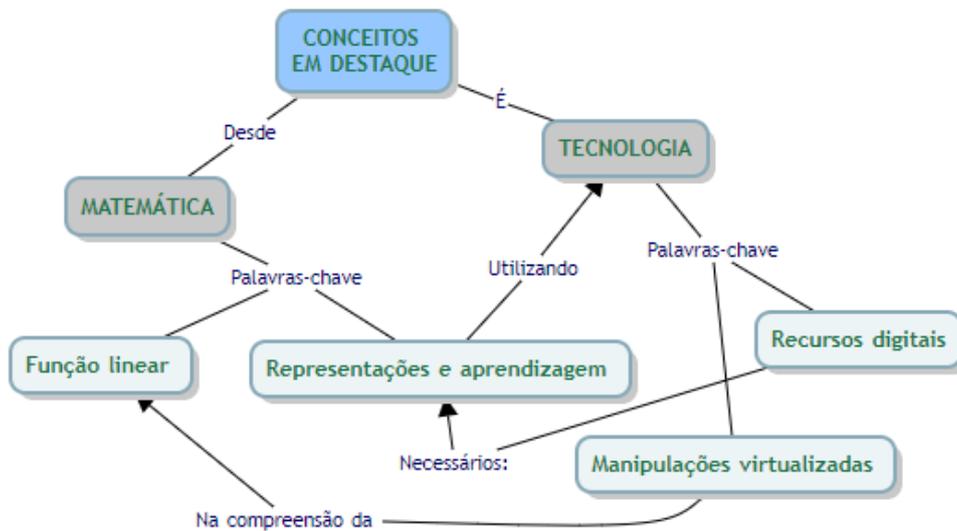
Priorizou-se então uma revisão bibliográfica para o cumprimento do objetivo projetado, seguindo uma linha de sistematização (BOGDAN; BIKLEN, 2013). O foco principal tem relação com tecnologia digital, manipulação virtualizada e função linear na área de pesquisa em Educação Matemática, orientado a identificar inclusões documentais e padrões entre os aspectos de interesse mencionados com busca de dissertações, teses, artigos e comunicações científicas que permitiram organizar um design de análise com argumentos para a compreensão de alguns fenômenos com maior profundidade em acedência de conceitos que garantam obtenções de resultados positivos no processo de ensino e aprendizagem. Na análise de informações e documentos seguindo método de procedência (Quadros 1 e 2) se deu suporte dos significados e relações entre palavras-chave selecionadas para desenvolvimento e contribuição sobre manipulações virtualizadas como alternativa central para novas formas de conceber aspectos tecnológicos com matemática.

## **Referencial Teórico**

A Revisão Sistemática da Literatura (RSL) é definida segundo autores como Melo (2019) e Cubillo et al. (2021) como uma análise em relação à categorização e integração de decorrências de pesquisas sobre uma temática de estudo da área que

possibilita a organização de elementos relacionados que nesta ocorrência são da tecnologia e sua influência na aprendizagem de conceitos associados à função linear com manipulações virtualizadas. Na figura a seguir, os conceitos são organizados e relacionados com as palavras-chave (Figura 1) projetando a RSL com incorporação em bases de dados.

**Figura 1:** Relação estabelecida entre as palavras-chave para a abordagem sistemática.



Fonte: Elaborado pelo autor

O percurso da RSL tem a intencionalidade de identificar critérios para a compreensão de registros e contribuições em sala de aula que podem levar a possíveis levantamentos sobre o que fazer e como aperfeiçoar algumas práticas com estudantes em aula de matemática (BALDINO, 1991). Estas práticas podem estar relacionadas com estudo de situações e incorporação de tecnologia e aplicativos em espaços digitais que permitam na frente aprofundar sob ideias da matemática desde estudos e manipulações digitais. No contexto da Educação Matemática é necessário este aprofundamento para manípulo de saberes em ambientes educacionais, avaliação de realidades com discursos de estudantes e estabelecimento de conteúdos que uteis com aplicações práticas no contexto social e tecnológico (BICUDO, 2011).

Sendo assim, o contexto deveria levar “acompanhamento e a estimativa de atividades de produção de conhecimento matemático onde as pesquisas indagam sobre interações discursivas, aprendizagem da matemática e avaliação para a formação dos estudantes” (BICUDO, 2011, p. 281). Portanto, se poderão oferecer alguns indícios ou

indicações de pertinência e representatividade ao momento da leitura e documentação da temática que em detalhe, adotou ações específicas que foram dadas no quadro a seguir com categorizações iniciais para classificação de documentos (BARDIN, 1977).

**Quadro 1:** Critérios de classificação para a delimitação sistemática de documentação.

Critério	Descrição do critério
C1	Documentos com data de publicação com vigência de 15 anos máximo.
C2	Integração de pelo menos duas palavras-chave das inseridas no processo de estudo.
C3	As variáveis principais têm que estar encaminhadas ao sucesso de atividades matemáticas utilizando recursos digitais ou manípulo virtualizado em ensino fundamental ou médio.
C4	Trabalhos que estejam relacionados com as palavras manipulação virtualizada e matemática em seu título e desenvolvimento.
C5	É descartado o estudo de artigos, dissertações, livros eletrônicos e documentos que estejam orientados à formação de professores.

Fonte: Elaborado pelo autor

A revisão bibliográfica contém como ponto de partida um conjunto de termos que permitiram diante exploração e estudos primários em plataformas reconhecidas pela comunidade acadêmica como *Google Acadêmico*, *Semantic Scholar*, *Scopus* e *Redalyc* (que foram selecionadas por sua relevância no campo de pesquisa e facilidade de utilização), identificar aproximações teóricas para manipulações virtualizadas em sala de aula apontando à compreensão do conceito de função linear com documentos datados desde 2009 até 2020 orientados sobre aspectos da percepção da função, interpretação da manipulação virtualizada e utilização de aparelhos tecnológicos empregados no processo de aprendizagem.

**Figura 2:** Exemplo de organização de palavras para fazer *strings* de busca em plataformas acadêmicas.

*“Appareils Mobiles” OR “Tablet” OR “Tablette” OR “Smartphone” OR “Celular” OR “Cell phone” OR “Téléphone portable” OR “Téléphone” OR “Phone” OR “Telefone”) AND (“Matemática” OR “Mathematics” OR “Mathématiques”) AND (“Classificação” OR “Ratings” OR “Classification” OR “apps” OR “aplicativos”).*

Fonte: Melo (2019, p.3)

Do levantamento bibliográfico seguindo o *strings* de busca combinando as palavras (**“Virtual Manipulation”** **“Linear Funtions”** **“Representations and Learning”** **“Digital Technologies”**) baseado no exemplo apresentado por Melo (2019)

com mudanças de termos idiomáticos (utilizando principalmente espanhol e português), combinações e quantidade de palavras (Figura 2), foram identificados vinte (20) projetos ligados aos cinco critérios determinados em relação a: data de publicação, palavras-chave, variáveis, manipulação virtualizada com matemática e ensino fundamental (Quadro 1). Os documentos estão organizados em uma tabela por número, autor (es), ano de publicação, título e tipo de trabalho apresentado. A análise referencial contém artigos de pesquisa, dissertações, comunicações científicas e teses de pós-graduação.

### Metodologia de Pesquisa

O percurso metodológico está baseado na RSL que contém elementos de busca, elaboração de critérios e sistematização acomodados na estrutura proposta por Kitchenham (2004) seguindo uma etapa inicial de planejamento e uma etapa de realização que tem afinidade com a descrição e diagnóstico de dados ante uma comprovação, estudo e síntese dos documentos, classificando o nível de relevância por: idioma, palavras relacionadas, manipulação tecnológica- matemática, percepção da função e uso de software que desde o parecer de Ballesteros et al. (2022) é importante pelo interesse, desenvolvimento e integração de novos dispositivos que estão associados aos rendimentos dos discentes sobre a temática de estudo na área de matemática.

### Descrição e Análise de Dados

Os artigos, dissertações, comunicações e teses (Quadro 2) retratam diretamente o resultado da aplicação dos critérios considerando documentos em espanhol, português e inglês pela abrangência que podem oferecer em termos exploratórios e experimentais.

**Quadro 2:** Mapeamento e revisão da literatura partindo das palavras-chave escolhidas.

ID	Autor(es)	Título	Tipo de trabalho
1	Carreira (2009)	Matemática e tecnologias — Ao encontro dos “nativos digitais” com os “manipulativos virtuais”	Artigo
2	García (2012)	Las representaciones semióticas en el aprendizaje del concepto de función lineal	Dissertação
3	Petit (2013)	Comparing Concrete to Virtual Manipulatives in Mathematics Education	Artigo
4	Ciriquián (2014)	Uso de GeoGebra como recurso didáctico para la enseñanza de funciones gráficas	Dissertação
5	Sánchez (2015)	Estrategia para el aprendizaje de las funciones reales con la plataforma Moodle	Artigo
6	Peña (2016)	Conceptualización de la función lineal y afín, una experiencia de aula	Dissertação
7	Pires (2016)	As influências das Tecnologias da Informação e Comunicação nas estratégias de ensino e aprendizagem de cálculo diferencial e integral	Dissertação

8	Romanello e Maltempi (2016)	A utilização do Smartphone no ensino de função: A visão dos alunos	Comunicação científica
9	Sátiro (2016)	Mapeamento do uso de tecnologias digitais no ensino de matemática nas escolas municipais de Juiz de Fora- MG e Três Rios- RJ	Dissertação
10	Becerra, Bermúdez e Ochoa (2018)	Ingeniería didáctica para el aprendizaje de la función lineal mediante la modelación de situaciones	Artigo
11	Contreras (2018)	La construcción del concepto de función lineal, utilizando herramientas tecnológicas, en la escuela secundaria	Dissertação
12	Duarte (2018)	Resolución de problemas con la función lineal a través de una secuencia didáctica utilizando el programa GeoGebra	Dissertação
13	Gutiérrez e Llinares (2018)	Metodologías didácticas para la enseñanza de funciones en educación secundaria	Artigo
14	Lucero e Naranjo (2018)	El software GeoGebra como recurso para la enseñanza de la función lineal: una propuesta didáctica	Artigo
15	Ordóñez (2018)	Uso del programa GeoGebra para interpretar algunos modelos matemáticos para facilitar la apropiación del concepto de función lineal	Dissertação
16	Silva (2018)	Modelação Matemática como Ambiente de Aprendizagem: O uso de manipulativos virtuais no desenvolvimento dos sentidos da adição e da subtração	Dissertação
17	Amorim, Souza, Lourenço e Medeiros (2019)	Ensino de funções definidas por mais de uma sentença: uma experiência com o Software GeoGebra	Comunicação científica
18	Basniak (2020)	A construção de cenários animados no GeoGebra e o ensino e a aprendizagem de funções	Artigo
19	Campos (2020)	Salas ambiente: Os laboratórios de ensino da matemática	Artigo
20	Hernández (2020)	Elaboración de un AVA para la enseñanza del concepto de función a partir de situaciones problema	Dissertação

Fonte: Elaborado pelo autor

Desta classificação, *a priori* os vinte (20) trabalhos possuem uma relação com o termo tecnologia sendo abordada em sua totalidade já que:

[...] sabe-se que as Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação (TDIC) são grandes aliadas nos processos de ensino e aprendizagem da Matemática, principalmente, por permitir abordagens que extrapolam os limites alcançados pelas tecnologias tradicionais (lousa, giz, canetões, lápis e papel). Ou seja, a inserção das TDIC no ensino da Matemática propicia novas formas de percepção a determinados conteúdos que não poderiam ser desenvolvidos apenas com as tradicionais tecnologias (CASTRO, 2016, p.2).

Relacionando funções lineares à aprendizagem da matemática no campo de uso de tecnologias e aplicativos dinâmicos, se identificou que o GeoGebra é uma tendência alternativa para alguns dos trabalhos abordados pelo título ocupando quase a metade dos documentos selecionados pela integração de dispositivos móveis com experiências positivas prévias (BALLESTEROS, et al., 2022).

O quadro com a documentação apresentada (Quadro 2), foi analisado seguindo os critérios organizados na metodologia de estudo em um *design de análise* baseado na

estruturação de Leonardini e Tovar (2020) que permitiu visibilizar cada uma das informações obtidas em relação os aspectos positivos de representar uma abordagem sobre as funções lineares com auxílio de tecnologias em suas diversas representações e manipulações virtualizadas. No quadro a seguir, deixa-se um exemplo da organização e mapeamento elaborado com cada item selecionado segundo o quadro e dados.

**Figura 3:** Conteúdo do design de análise em relação à revisão elaborada.

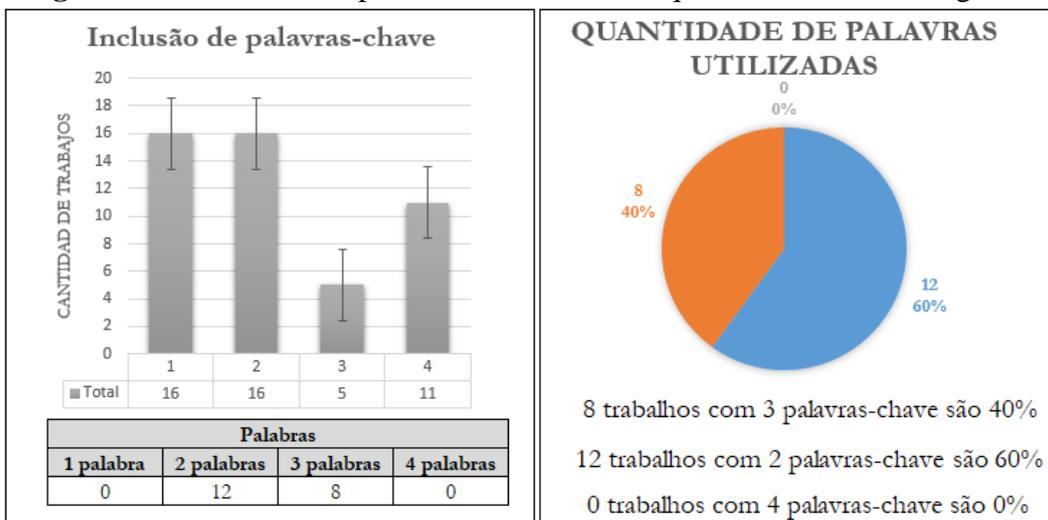
ID	Idioma	Manipulação e função linear	Palavras				Função linear e Tecnologia	Definição	Software GeoGebra
			TD	FL	MV	RA			
1	P	Parcial	X	X	X		Parcialmente	Estrutural	Não se faz
2	E	Não		X		X	Não	Estrutural	Não se faz
3	I	Não	X		X		Não	N/R	Não se faz
4	E	Não		X		X	Sim	Operacional	OK
5	E	Não	X	X		X	Parcialmente	Semiestrutural	Não se faz
6	E	Não		X		X	Não	Histórica	Não se faz
7	P	Não	X			X	Não	N/R	Não se faz
8	P	Não	X		X		Não	N/R	Não se faz
9	P	Parcial	X	X	X		Parcialmente	Operacional	Não se faz
10	E	Não		X		X	Não	Operacional	Não se faz
11	E	Não	X	X			Sim	Estrutural	Não se faz
12	E	Não	X	X		X	Sim	Estrutural	OK
13	E	Não	X	X		X	Parcialmente	Estrutural	Não se faz
14	E	Não	X	X			Sim	Operacional	OK
15	E	Não	X	X		X	Parcialmente	Operacional	OK
16	P	Não	X		X	X	Não	N/R	OK
17	P	Não	X	X			Parcialmente	Estrutural	OK
18	P	Não	X	X			Parcialmente	Histórica	Não se faz
19	P	Não	X	X		X	Parcialmente	Operacional	OK
20	E	Não	X	X			Parcialmente	Estrutural	OK
TD= Tecnologia		FL= Função Linear	MV=Manipulação Virtual				RA= Representações e aprendizagem		

Fonte: Elaborado pelo autor

Este mapeamento e organização das informações (Figura 3), permitiu esclarecer discições em relação à utilização de funções lineares que nem sempre estiveram como um saber individual porque os documentos faziam abordagem com funções de vários tipos como por exemplo em Sánchez (2015), Carreira (2009) e Basniak (2016); obtendo uma boa abordagem para aprendizagem com utilização de tecnologias digitais. Caso com a utilização de palavras-chave, existem poucas relações aperfeiçoadas já que, os documentos acabam por incluírem de forma parcial ou não incluírem alguma terminologia da RSL (Figuras 3 e 4). Sendo assim, as escritas não possuem as quatro palavras de forma conjunta aclarando que os trabalhos com ID 1 e 9 fizeram abordagem parciais sobre as manipulações virtualizadas esclarecendo paradigmas da abordagem tecnológica com cálculo diferencial e estudo de gráficas sem aproximar-se a função linear

de forma particular ou questão de aprendizagem de discentes. Somente a escrita ID 16 conseguiu relacionar a tecnologia com as manipulações num contexto de aprendizado sem obter sucesso na temática sobre a matemática e uma escrita relacionou manipulação com tecnologia e aprendizagem sem conceber as funções lineares. Em relação às palavras função linear e tecnologia (Figura 3), sete (7) escritas tem uma visão estrutural das funções, cinco (5) escritas tem um enfoque operacional e somente um (1) documento oferece uma definição abordando ambas visões (KIERAN; FILLOY, 1989, p.233).

**Figura 4:** Gráficos dos aspectos considerados no quadro de análise da figura 3.



Fonte: Elaborado pelo autor

As figuras da última parte apresentam a relação principal dada pela inclusão de tecnologia e função de qualquer tipologia (Figura 4) com dezesseis (16) documentos simultaneamente. Somente cinco (5) escritas estabelecem uma abordagem sobre a manipulação, mas sem uma conexão direta com uso de funções lineares e tecnologia porque as experiências estão baseadas em matemática, nativos digitais ou papel de artefatos tecnológicos para inserir aquelas manipulações virtualizadas em forma de simulados. Percebe-se que os documentos têm duas ou três palavras-chave (Figura 4) sem sucesso em obter informações sob manipulações e tecnologias de forma separada.

**Figura 5:** Tabelas por idioma e uso dos aplicativos tecnológicos nas escritas.

Língua	Total	Porcentagem
Espanhol	11	55%
Português	8	40%
Inglês	1	5%
Total	20	100%

Uso de GeoGebra	Total	Porcentagem
Sim	8	40%
Não	12	60%
Total	20	100%

Fonte: Elaborado pelo autor

Para encerrar, a organização por esquema tecnológico e idioma (Figura 5) amostra dados mediáticos em português e espanhol que foram bem distribuídas com um 40% de escritas utilizando o programa GeoGebra como guia no emprego de tecnologias digitais e que tem justificativa pelo controle de seguimento em sala de aula com avaliação de aprendizagem de forma flexível de diversos conteúdos (TORRES; RODRÍGUEZ, 2019).

## **Conclusões**

Baseado na RSL utilizada no planejamento e análise de dados, os resultados mostram a importância de empregar elementos da manipulação virtualizada com simulações da realidade física que estejam articulados com tecnologia e possam ser abordados com aplicativos já estes são fonte de benefício nas práticas educativas para “interagir de forma criativa na contribuição das atividades matemáticas” (CARO; MONTALVO, 2020, p.52). A similaridade entre a palavra tecnologia e manipulação e sua relação com as funções lineares dão elementos teóricos e empíricos para estabelecer uma abordagem separada e com categorias diferenciadas entre noções de manipulações como ações simuladas e tecnologias digitais como aplicativos, aparelhos e elementos físicos bons nas práticas de aula abordando relações de ensino e aprendizagem exclusivamente com as funções lineares (CARREIRA, 2009).

Os aplicativos tecnológicos, segundo apareceram na RSL, podem ser variáveis e deveriam ser equilibrados na sua utilização (Figura 5), reforçando de forma criativa uso de GeoGebra. Os textos considerados oferecem ênfase na definição estrutural dada por Kieran e Filloy (1989) da função linear onde se concebe a construção de conjuntos, relação entre grandezas e geração de padrões que devem ser encaminhados e relacionados também com estruturas operacionais e históricas que darão ampliação na compreensão deste conceito com diversas manipulações virtualizadas. Uma revisão onde se abordam o conceito de função integrado a tecnologia apresentada sendo inicial é aquela da dependência com variações que se estudam com tabulação e gráficos que podem ser visualizados e movimentados. Ainda não existe uma relação concreta entre manipulações virtualizadas, função linear, tecnologia e ensino de aprendizagem (Figuras 3 e 4) porque são parciais e nesta continuidade é uma temática que pode ser desenvolvida em processos de estudo.

## Referências

- BALLESTEROS, V. et al. La integración de dispositivos móviles en el aula para la enseñanza del álgebra: el caso de la función lineal. **Revista Educación y Humanismo**, v. 24, p. 1-20, 2022.
- BARDIN, L. **Análise de conteúdo**. Tradução de Luís Antero e Augusto Pinheiro. Lisboa– Portugal: Edições 70 LTDA, 1970.
- BICUDO, M. Um Exercício Filosófico sobre a Pesquisa em Educação Matemática no Brasil. **Revista Bolema**, Rio Claro, v. 25, n. 41, p. 251-298, ago. 2011.
- BOGDAN, R. C; BIKLEN, S. K. **Investigação Qualitativa em Educação**. Tradução de Maria João Alvarez, Sara Bahia dos Santos e Telmo Mourinho Baptista. Porto – Portugal: Porto Editora, 2013.
- CARO, J; MONTALVO, J. El software educativo como estrategia didáctica en matemática. **Revista Tecnológica Ciencia y Educación**, v. 5, p. 48-55, 2020.
- CARREIRA, S. Matemática e tecnologias. Ao encontro dos nativos digitais com os manipulativos virtuais. **Revista de Investigação em Educação Matemática**, v. 18, p. 53-86, 2009.
- CASTRO, A. A formação de professores de matemática para uso das tecnologias digitais e o currículo da era digital. In: XII Encontro Nacional de Educação Matemática, 2016, São Paulo/SP. **Anais do XII Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM): SBEM**, 2016. v. 1. p. 01-12.
- CUBILLO, M; CASTILLO, H; MARTÍNEZ, B. El uso de aplicaciones móviles en el aprendizaje de las matemáticas: una revisión sistémica. **Revista de la Facultad de Educación de Albacete (Ensayos)**, v. 36, p. 17-34, 2021.
- KIERAN, C; FILLOY, E. **El aprendizaje del álgebra escolar desde una perspectiva psicológica**. Enseñanza de las Ciencias, 7(3), 229-240. 1989.
- KITCHENHAM, A. **Procedures for Undertaking Systematic Reviews. Technical report, Computer Science Department, Keele University**. 2004.
- LEONARDINI, M; TOVAR, M. Desempeño docente en el desarrollo de competencias matemáticas en educación preescolar: una revisión sistemática. **Revista Científica HACEDOR (AIAPAEC)**, v. 5, p. 80-92, 2021.
- MELO, E. Classificação de *Apps* educativos para dispositivos móveis com potencial para matemática: uma revisão sistemática de literatura. In: XIII Encontro Nacional de Educação Matemática, 2019, Cuiabá/MT. **Anais do XIII Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM): SBEM**, 2019. v. 1. p. 01-15.
- TORRES, C; RODRÍGUEZ, M. **Experiencias y efectos del uso de la aplicación móvil Calculadora Gráfica de GeoGebra en el aprendizaje de la función lineal en los estudiantes de undécimo grado**. 247f. Tese (Mestrado em Educação) –Fundación Universitaria Los Libertadores, Bogotá, 2019.