



1



2

## Introducción y motivaciones

- *Importancia estadística:* masivo y constante aporte de información proveniente de los medios de comunicación en forma de resultados estadísticos.
- El ciudadano debe seleccionar lo que le interese y le sirva para tomar decisiones.
- Este proceso no siempre se realiza de forma correcta, puesto que existen carencias en la formación matemática y estadística.



3

## Introducción y motivaciones

- *¡Imprescindible!* Individuos críticos y con las herramientas y conocimientos adecuados en estadística para poder interpretar esas informaciones o detectar posibles sesgos de manera eficaz.
- La estadística se enseña como parte de las matemáticas en la E. Primaria, Secundaria y niveles superiores (incluso en Infantil).
- Pero los profesores encontramos que muchos estudiantes llegan a nuestro curso sin apenas comprensión de la materia.



4

## Aproximaciones al sentido estadístico

- **Cultura estadística** (Gal, Engel): conocimiento y comprensión de los conceptos y métodos estadísticos, capacidad de aplicarlos y valorarlos en la evaluación y toma de decisiones de información en la vida cotidiana.
- **Razonamiento estadístico** (Garfield, Ben-Zvi): forma en que las personas dan sentido a la información estadística, implica la toma de decisiones basadas en la evidencia estadística disponible (evaluar la calidad y relevancia de la información estadística, interpretar los resultados, comprender la incertidumbre y los errores asociados...).



5

## Aproximaciones al sentido estadístico

- **Pensamiento estadístico** (Wild y Pfannkuch): habilidades de pensamiento de orden superior, implica una comprensión de por qué y el cómo se realizan las investigaciones estadísticas.
- **Estadística cívica** (Engel, Gal): conjunto de conocimientos y disposiciones estadísticas necesarias para el compromiso activo con la sociedad.
- **Idea común**: dotar de significado (sentido) y comprensión al aprendizaje de la estadística.
- De las ideas anteriores nace el **sentido estadístico**.

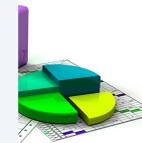


6

## Sentido estadístico

**Sentido estadístico** (Batanero, 2013, 2019): conocimientos, destrezas, razonamientos, intuiciones y actitudes sobre la estadística que ayuden a entender y evaluar críticamente los resultados estadísticos cotidianos.

- a) *Cultura estadística.*
- b) *Razonamiento estadístico.*
- c) *Disposiciones y actitudes.*



7

## Sentido estadístico

### a) *Cultura estadística:*

1. **Conocimiento estadístico:** comprensión de las ideas estadísticas fundamentales y los datos estadísticos en la vida cotidiana. Interpretar la información y el contexto. Modelos matemáticos y estadísticos.

2. **Habilidades y procesos:** capacidad de aplicar el conocimiento estadístico cuando sea necesario: búsqueda de información; habilidad para comunicar o expresar opiniones; habilidades numéricas; capacidad de evaluación crítica y reflexión...

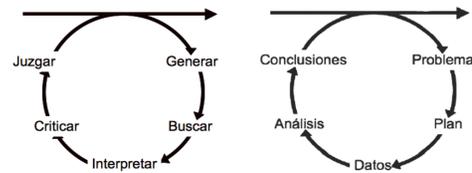


8

## Sentido estadístico

### b) Razonamiento estadístico:

1. Comprensión de los **ciclos de investigación e interrogación** estadística.



etapas de interrogación e indagación en estadística propuestas por Wild y Pfannkuch (1999).

## Sentido estadístico

### b) Razonamiento estadístico:

1. Comprensión de los **ciclos de investigación e interrogación** estadística.

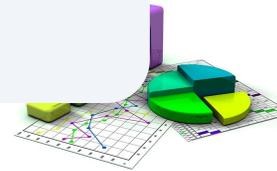
2. **Tipos fundamentales de pensamiento** (Wild y Pfannkuch, 1999):

- Reconocer la necesidad de los datos.
- *Transnumeración*: comprensión que surge al cambiar la representación de los datos.
- Percepción de la variabilidad: en los datos, muestra, distribución.
- Razonamiento con modelos estadísticos.
- Integración de la estadística y el contexto.

## Sentido estadístico

### c) Disposiciones y actitudes:

- Escepticismo
- Imaginación; Curiosidad
- Ser abierto a ideas nuevas
- Tendencia a buscar un significado más profundo
- Ser lógico
- Comprometerse; Perseverancia
- Valorar la estadística como herramienta



## Sentido estadístico: gráficos

- Los *gráficos estadísticos* : permiten interpretar y evaluar información de forma rápida y visual. Además, son autoexplicativos (Sharma, 2013).
- Suelen ser el tipo de representación matemática más utilizado en prensa.
- La creación de dichos gráficos en los medios puede venir de no matemáticos (infografistas) y poseer elementos ambiguos o erróneos o estar mal contruidos.



## Sentido estadístico: gráficos

- La posesión de un adecuado sentido estadístico implica que no se puede limitar a una lectura literal de cada una de las partes del gráfico.
- Se deben interpretar todos los aspectos presentes en él, para comunicar al resto las opiniones y conclusiones fundamentadas (Gal y Murray, 2011).
- El uso de gráficos de la prensa para la enseñanza es una forma atractiva de motivar a los alumnos y fijar las bases para las etapas de aprendizaje sobre el tema (Monteiro y Ainley, 2010).



## Investigaciones estadísticas en el aula

- Enseñanza tradicional estadística: basada en la resolución de tareas cerradas y bien estructuradas en contextos hipotéticos y controlados, datos seleccionados y preparados (mayoría no reales). Estudios estadísticos reales: problemas no estructurados y a menudo ambiguos (Makar y Fielding-Wells, 2011).
- Se pueden integrar algunas investigaciones básicas contextualizadas, según los gustos e inquietudes de los alumnos, ideales para trabajar las tres componentes del sentido estadístico.
- En la literatura existen algunos casos de puesta en práctica de investigaciones estadística en las aulas (Makar y Fielding-Wells, 2011; Zapata-Cardona, 2016).



## Propuesta de investigación en el aula mediante gráficos en medios de comunicación

- Recomendamos elegir gráficos con errores o inexactitudes en su construcción (pueden inducir a una interpretación errónea o sesgada si no se posee un adecuado sentido estadístico.)
- El uso de este tipo de diagramas también tiene un efecto motivador en el alumno y les plantea la necesidad de realizar una lectura crítica de las noticias e informaciones que les llegan (Garzón-Guerrero y Jiménez Castro, 2021).
- Trabajo previo del profesor: búsqueda para la elección de gráficos (medios de comunicación y redes sociales, espacios publicitarios o mensajes virales, cercanos al alumno y motivadores (Monteiro y Ainley, 2010).).

## Propuesta general de investigación estadística

- **Etapas de la propuesta:**

**1. Planteamiento de una situación problema:** se parte de un fenómeno o situación cotidiana, en forma de noticia o anuncio publicitario que contiene uno o varios gráficos estadísticos provenientes de algún medio de comunicación o red social.

- Temas seleccionados: de interés para los alumnos y para su formación personal y social. Fundamental el no aislar el gráfico del resto, importancia del contexto (Monteiro y Ainley, 2010).

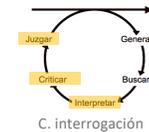


## Propuesta general de investigación estadística

**2. Analizar/Interpretar y Criticar/Concluir sobre el fenómeno:** puesta en común en la que se indaga acerca de la información relevante contenida en los gráficos y la noticia así como su fiabilidad.

- Componentes de razonamiento gráfico de *Friel et al. (2001)*: reconocer componentes estructurales, uso de elementos en la información representada, contextualizar y traducir entre datos y gráfico, y la capacidad para elegir el gráfico más adecuado.

- Incidir: detección de errores o mala construcción y posibilidad de usar otro tipo de gráfico más adecuado.



## Propuesta general de investigación estadística

**3. Generación de un nuevo problema, planificación y selección y recogida de datos:** originar la necesidad de resolver una situación relacionada de tipo **abierto**, en la que sea necesaria la exploración y tratamiento de datos estadísticos (por recogida in situ o por búsqueda en bases de datos de Internet...).

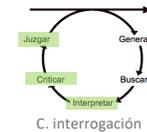
- El docente será el encargado de orientar a los alumnos, mediante las cuestiones convenientes, para la adecuada definición y planteamiento del problema.



## Propuesta general de investigación estadística

### 4. Análisis, interpretación y conclusiones del problema generado: análisis de datos mediante un software estadístico.

- Se daría por concluida la actividad cuando el estudiante comprenda el contexto global, la información mostrada en la noticia y las posibles implicaciones.
- Debería poder su razonamiento crítico para establecer conclusiones fundamentadas, ya sea para entender el fenómeno o para realizar un cambio en su estado actual de actuación y comportamiento ante el tema en cuestión.



## Propuesta general de investigación estadística

Así, esta propuesta contiene los elementos necesarios para el correcto desarrollo del *sentido estadístico*:

- Es necesaria una adecuada **a) cultura estadística**, conocimiento de los elementos y reglas de construcción de los gráficos, diferentes formas de representación y transformación de datos, el contexto; dominio de procesos y habilidades, como la búsqueda de información, cálculo de estadísticos, comunicación de los resultados, la evaluación crítica y reflexión sobre el tema...

## Propuesta general de investigación estadística

Así, esta propuesta contiene los elementos necesarios para el correcto desarrollo del *sentido estadístico*:

- Dentro del **b) razonamiento estadístico** los alumnos deben comprender el ciclo de investigación y de interrogación, aparte de percibir la variabilidad de los datos e integrar estadística y contexto. En muchos casos es necesaria la transnumeración. Es muy necesario interpretar los datos y gráficos de la noticia original para criticarla y juzgarla, para poder generar otra posibilidad interesante de investigación que necesite de una búsqueda de datos y un nuevo ciclo.

## Propuesta general de investigación estadística

Así, esta propuesta contiene los elementos necesarios para el correcto desarrollo del *sentido estadístico*:

- La elección de temas cercanos al alumno y contextos reales influye positivamente en la mejora de la **c) actitud** del alumnado. El trabajar con gráficos mal contruidos les hace ser escépticos y se fomenta su curiosidad. Los temas elegidos son cercanos y útiles y fortalecen su compromiso con la sociedad. Aprenden a valorar la estadística como herramienta útil en su vida.

## Ejemplos propuestos

- Orientados para un nivel de Enseñanza Secundaria, pero se pueden adaptar a Primaria sin más que cambiar el tipo de gráficos utilizado y el contexto.
- Se han elegido los cuatro tipos de gráficos más usuales en los medios de comunicación (*líneas, barras, sectores y pictogramas*) como punto de partida para las investigaciones.

## Ejemplo 1: gráfico de líneas

### 1. Planteamiento de una situación problema.



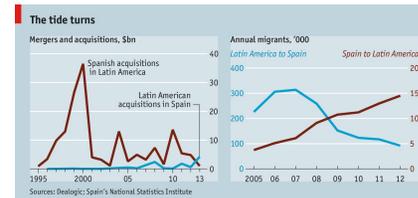
- Se ha seleccionado una noticia del diario estadounidense *The Economist* titulada "Shoe on the other foot" (25 de enero de 2014). Se proporciona la noticia original en idioma inglés.

## Ejemplo 1: gráfico de líneas

### 2. Analizar, Interpretar y criticar:

- Noticia sobre el cambio en las inversiones económicas y las migraciones desde Latinoamérica a España y viceversa.

- Se muestra que las inversiones españolas en América Latina han bajado mientras que aumentan en el sentido contrario. La inmigración de persona sufre el efecto inverso.



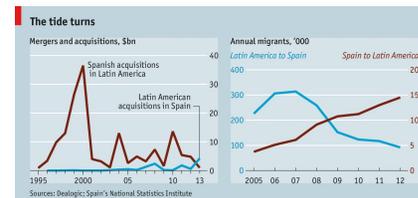
## Ejemplo 1: gráfico de líneas

### 2. Analizar, Interpretar y criticar:

- Se incluyen un par de gráficos de líneas de varias variables

- El gráfico de la derecha puede plantear algunas dudas.

- Se representan los migrantes en un sentido y en otro y su dependencia con la variable temporal. Ambas variables tienen escalas diferentes.

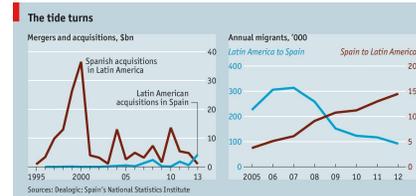


## Ejemplo 1: gráfico de líneas

### 3. Generación de un nuevo problema, planificación y selección de datos

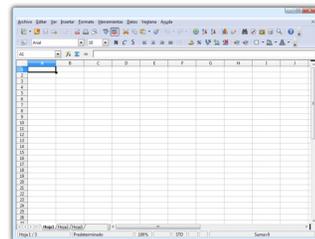
- Aspectos relacionados con las migraciones: podemos preguntar por cuáles son los destinos preferidos por los españoles para emigrar en los últimos años.

- Los datos pueden encontrarse abiertos y accesibles desde la web del Instituto Nacional de Estadística ([www.ine.es](http://www.ine.es)).



## Ejemplo 1: gráfico de líneas

### 4. Análisis, interpretación y conclusiones



- Los datos serán tratados mediante software estadístico tipo hojas de cálculo como LibreOffice, CODAP...

## Ejemplo 2: gráfico de barras

1. Planteamiento de una situación problema.

rtve RTVE @rtve  
 En [rtve.es](https://rtve.es) comparamos las caídas históricas del PIB por el coronavirus en Francia, España, Alemania e Italia  
[rtve.es/n/2033400](https://rtve.es/n/2033400)

| País     | Trimestre     | Caída (%) |
|----------|---------------|-----------|
| Alemania | 1er Trimestre | -0.5      |
|          | 2do Trimestre | -11.5     |
| España   | 1er Trimestre | -1.0      |
|          | 2do Trimestre | -11.5     |
| Francia  | 1er Trimestre | -0.5      |
|          | 2do Trimestre | -7.0      |
| Italia   | 1er Trimestre | -0.5      |
|          | 2do Trimestre | -9.0      |

- Se ha elegido un tweet de la cuenta de RTVE titulada "Caídas históricas del PIB por el coronavirus" (31 de julio de 2020).

29

29

## Ejemplo 2: gráfico de barras

2. Analizar, Interpretar y criticar:

- El PIB de Alemania, España, Francia y Portugal descendió bruscamente tras el comienzo de la crisis del COVID19.

- Se compara el PIB del primer trimestre del año con el segundo, para los cuatro países mencionados.

| País     | Trimestre     | Caída (%) |
|----------|---------------|-----------|
| Alemania | 1er Trimestre | -0.5      |
|          | 2do Trimestre | -11.5     |
| España   | 1er Trimestre | -1.0      |
|          | 2do Trimestre | -11.5     |
| Francia  | 1er Trimestre | -0.5      |
|          | 2do Trimestre | -7.0      |
| Italia   | 1er Trimestre | -0.5      |
|          | 2do Trimestre | -9.0      |

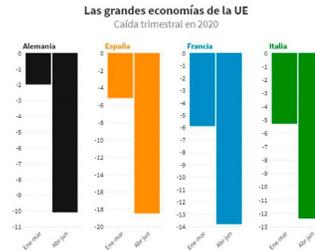
30

30

## Ejemplo 2: gráfico de barras

### 2. Analizar, Interpretar y criticar:

- Gráficos de barras verticales.
- La escala numérica de los diagramas no tiene unidades (es %).
- Puede parecer que la caída es parecida en todos los países. Pero el diagrama de cada país tiene una escala diferente, lo que puede llevar a error.

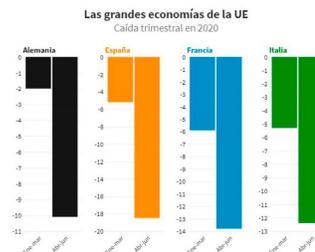


31

## Ejemplo 2: gráfico de barras

### 3. Generación de un nuevo problema, planificación y selección de datos

- Se empezaría con una definición práctica del PIB y cómo se calcula, incidiendo en la diferencia con la tasa de crecimiento y qué muestra cada una.
- Búsqueda por la red ([www.ine.es](http://www.ine.es)) de datos de PIB per cápita y de la población parada de su región para extraer posibles correlaciones y conclusiones.

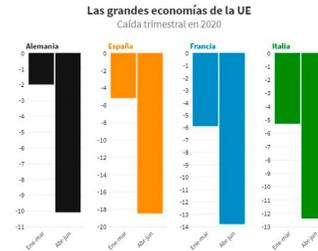


32

### Ejemplo 2: gráfico de barras

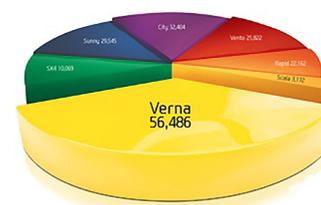
#### 3. Generación de un nuevo problema, planificación y selección de datos

- Un paso posterior (o posible variante) de investigación muy interesante es la búsqueda de las mayores caídas del PIB en España y qué eventos históricos se asocian a ellas.



### Ejemplo 3: gráfico de sectores

#### 1. Planteamiento de una situación problema.

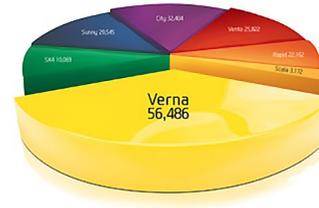


- Se ha seleccionado una anuncio publicitario de automóviles para originar el debate. Se proporciona la noticia original en idioma inglés.

### Ejemplo 3: gráfico de sectores

#### 2. Analizar, Interpretar y criticar:

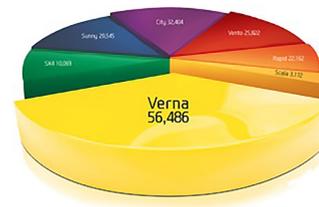
- Publicidad sobre un vehículo de un marca coreana (Fuente: [www.chandoo.org](http://www.chandoo.org), 12 de abril de 2013).
- Muestra el número de coches vendidos de éste modelo comparado con otros de la misma categoría pero de otras marcas. El texto que acompaña al anuncio reza que es “el número 1 de ventas en su segmento”



### Ejemplo 3: gráfico de sectores

#### 2. Analizar, Interpretar y criticar:

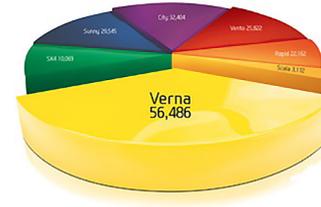
- Gráfico de sectores tridimensional
- Por el 3D y la perspectiva, el sector amarillo destaca más y parece de mayor tamaño de lo que realmente es.
- Los valores son ventas acumuladas, no sabemos cuánto tiempo lleva cada vehículo en el mercado y si la comparación es justa. Se pediría al alumnado que construyeran un gráfico más adecuado. ¿Qué pretende el publicista?



### Ejemplo 3: gráfico de sectores

#### 3. Generación de un nuevo problema, planificación y selección de datos

- Se parte de la cuestión de cuál es la marca de coche más habitual entre los miembros de la clase y si esa distribución se mantiene en el resto del país o región.
- Realizar una recogida de datos entre todos los compañeros (extensible a otras clases) y comparar posteriormente con datos de venta recogidos de Internet.



37

### Ejemplo 4: pictogramas

#### 1. Planteamiento de una situación problema.



- Se usa un anuncio publicitario como punto de partida, pero esta vez en forma de videoclip emitido en televisión por una compañía de telecomunicaciones.

38

## Ejemplo 4: pictogramas

### 2. Analizar, Interpretar y criticar:

- Anuncio de una empresa de telefonía móvil española (azul) comparando sus clientes con dos rivales, en color rojo y naranja.
- Aparece en el vídeo un gráfico en 3D animado, con pirámides compuestas de teléfonos móviles para representar cada cantidad.



## Ejemplo 4: pictogramas

### 2. Analizar, Interpretar y criticar:

- La pirámide se acompaña del valor numérico que es representado
- La "azul" tiene más clientes, 7 millones más que la siguiente.
- El gráfico no representa esa proporción: la cantidad de clientes está representada por la altura de las pirámides y no por su volumen, como correspondería a un pictograma..



## Ejemplo 4: pictogramas

### 3. Generación de un nuevo problema, planificación y selección de datos

- Se puede plantear la pregunta de qué compañías de telefonía tienen los estudiantes y cuál es la más contratada.
- Más interesante: pedir a los alumnos que accedan a las estadísticas de su móvil para comprobar cuanto tiempo utilizan el dispositivo y cada aplicación y compartirlo con los compañeros como parte del estudio. Averiguar qué aplicaciones son las más usadas por los estudiantes.



## Conclusiones

- El desarrollo de un sentido estadístico adecuado es fundamental para la adquisición del espíritu crítico de los estudiantes.
- En esta presentación se han definido y analizado las componentes que forman parte del sentido estadístico, unión de la cultura estadística, el razonamiento estadístico y unas actitudes positivas hacia la materia.
- Para alcanzar el pleno sentido estadístico se han propuesto ejemplos prácticos de investigaciones estadísticas que pueden ser implementados en las aulas.



$$\sigma^2 = \frac{1}{n} \sum (x_i - \bar{x})^2 \quad \sigma^2 = \frac{1}{n-1} \sum (x_i - \bar{x})^2$$

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum x_i \quad \sigma = \sqrt{\frac{1}{n} \sum (x_i - \bar{x})^2} \quad \chi^2 = \sum \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$$

$$S_x = \sqrt{\frac{1}{n} \sum (x_i - \bar{x})^2} \quad P(x = k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$$

$$\hat{y} = a + bx \quad \mu = np \quad z = \frac{x - \mu}{\sigma} \quad \sigma = \sqrt{np(1-p)} \quad \lambda = \frac{1}{\bar{x}}$$

$$b = r \frac{S_y}{S_x} \quad a = \bar{y} - b\bar{x} \quad \hat{p} = \frac{\sum x_i y_i}{\sum x_i} \quad \bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n}$$

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!} \quad SE = \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} \quad z = \frac{p - \hat{p}}{\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}}$$

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \quad P = 1 - P(A) \quad CI = (\hat{p} - z \cdot SE, \hat{p} + z \cdot SE) \quad S = \frac{1}{n-2} \sum (y_i - \hat{y}_i)^2$$

**¡Gracias por vuestra atención!**

- Grupo de Educación Estadística FQM-126 de la Universidad de Granada. Proyecto PID2019-105601GB-I00/AEI/10.13039/501100011033.