

UTILIZANDO ANIMAÇÃO COMPUTACIONAL NO ESTUDO DE FUNÇÕES

USING COMPUTER ANIMATION FOR THE STUDY OF FUNCTIONS

Norma Suely Gomes Allevato

Universidade Cruzeiro do Sul, CETEC, norma.allevato@cruzeirosul.edu.br

Resumo

O presente artigo apresenta uma alternativa para o estudo de funções, no âmbito da Educação Matemática, com a utilização do computador, em particular, do software *Winplot*. Destina-se, especialmente, a professores de Ensino Médio e Superior, níveis em que este conteúdo é ministrado; alunos de licenciatura em Matemática e pesquisadores da área de Educação Matemática. O objetivo é promover uma reflexão sobre as possibilidades pedagógicas de utilização deste *software*, particularmente através da exploração dos seus recursos de animação na representação gráfica de funções.

Palavras-chave: Educação Matemática, funções, computadores.

Abstract

This article presents an alternative for studying functions, in the sphere of mathematics education, using computers, and the Winplot software, in particular. It is aimed especially at high school and college teachers, levels at which this content is taught, future mathematics teachers, and researchers in the field of mathematics education. The objective is to promote reflection on the pedagogical possibilities of the use of this software, particularly through the exploitation of its animation resources for the graphic presentation of functions.

Key-words: Mathematics education, functions, computers.

Introdução

A renovação das práticas docentes e a instituição de novos objetivos e funções da educação escolar, inegavelmente incluem, atualmente, considerar instrumentos tecnológicos. Temos presenciado a oferta de uma grande quantidade de novos produtos para computadores (*softwares*, jogos, etc), os quais ampliam as possibilidades de seu uso no ensino de Matemática. Entretanto, cabe salientar que sua simples introdução no ensino não pressupõe renovação: é preciso trabalhar com a consciência das possibilidades e implicações a que eles conduzem em termos de repensar as finalidades, o papel, a prática e a eficiência do ensino.

Nesse contexto inserem-se alguns estudos em Educação Matemática, os quais têm contribuído substancialmente para o aprimoramento e aprofundamento das

compreensões de questões relativas à aprendizagem em ambientes em que são utilizados os computadores. Nestes estudos são exploradas e analisadas as potencialidades educativas que se manifestam, entre outras, pela sua enorme capacidade de cálculo numérico ou algébrico, de produção recursiva de dados, de modelação e de geração rápida e precisa de imagens.

Este artigo técnico tem o objetivo de apresentar uma alternativa para o estudo de funções, no âmbito da Educação Matemática, com a utilização do computador, em particular, do software *Winplot*. Para isso, serão exploradas as possibilidades de utilizar recursos de animação, considerando, em particular, três tipos de abordagens possíveis: a animação de curvas na forma cartesiana, de pontos também na forma cartesiana e de curvas na forma paramétrica.

O texto está organizado de modo que, após esta Introdução, há uma seção discutindo teoricamente alguns aspectos relacionados à utilização das TIC na Educação Matemática. A seção 2 fornece informações sobre o software *Winplot* e seus recursos básicos para a representação gráfica de funções. A forma de construir animações de curvas e pontos está na seção 3, onde as funções são tratadas a partir de suas representações algébricas em duas formas: cartesiana e paramétrica. Na última seção são enunciadas algumas considerações finais, seguidas das referências bibliográficas.

1. As Tecnologias na Educação Matemática

Muitas e variadas pesquisas já foram realizadas envolvendo a utilização da informática na Educação Matemática. Elas trazem exemplos de situações de ensino com alunos utilizando calculadoras, softwares gráficos, softwares algébricos, objetos de aprendizagem, blogs e outros recursos.

Nesses ambientes, verifica-se com frequência uma forma de aprendizagem na qual o aluno constrói conhecimento a partir da própria experiência. Dependendo do tipo e do modo como são realizadas as atividades, os estudantes vivenciam experiências de aprendizagem bastante significativas e intensas e, certamente, diferentes das que são possíveis apenas com lápis e papel.

As novas relações e as implicações da utilização do computador no ensino têm conduzido educadores e pesquisadores a reverem padrões, metodologias e, até mesmo, currículos de ensino. Entre os aspectos que têm sido apontados como emergentes da utilização das tecnologias informáticas na Educação Matemática, no presente trabalho, serão destacadas a visualização e as representações múltiplas.

1.1. Visualização

Os estilos de saber e pensar, característicos da cultura informática, podem ser condenados, ignorados ou não ser percebidos por não satisfazerem aos critérios e definições típicos de um tempo em que prevalecia a escrita. É o caso da imagem, recurso fundamental das tecnologias informáticas, das quais o computador ocupa, neste trabalho,

posição de destaque. A abordagem visual de um conceito ou objeto, em Matemática ou em qualquer outra área do conhecimento, pode ser considerada, hoje, como um dos elementos que caracterizam novos estilos de construção do conhecimento.

Encontramos em Villarreal (1999) e Borba e Villarreal (2005), valioso estudo sobre visualização que, embora seja um processo bastante privilegiado pelo ambiente computacional, é, muitas vezes, menosprezado dentro da Educação Matemática. Relatos e análises de episódios de ensino, em vários níveis, evidenciam o pensamento matemático das estudantes em relação a ele. Esses estudos sugerem que a abordagem visual proporcionada pelo computador não é natural, entretanto as imagens fornecidas por ele permitiram aos alunos questionar suas concepções e, então, pensar nos conceitos de maneira mais ampla. Na realidade, o computador privilegia o pensamento visual sem implicar na eliminação do algébrico.

A possibilidade de manipular expressões algébricas e, deste modo, gerar uma grande variedade de gráficos dinâmicos, pode ser explorada em prol da aprendizagem de conteúdos e conceitos matemáticos. Gráficos produzidos por animações ficam muito presentes nas mentes dos estudantes, mesmo quando os computadores são desligados. Além disso, a interação com os gráficos do computador ajuda os estudantes a superar confusões causadas por idéias e imagens equivocadas a respeito do conceito de limite.

A forma de conduzir as atividades, entretanto, assim como o tipo de problemas matemáticos propostos, condiciona fortemente as formas de resolução e apresentação dos resultados obtidos pelos alunos para as atividades realizadas. Na pesquisa desenvolvida por Allevato (2005), há registros de dados mostrando que os problemas propostos fizeram com que os alunos repetissem as instruções dadas ao *Winplot* e esboçassem inúmeros gráficos sem, contudo, pensar sobre ou compreender o que estavam fazendo. Nos problemas apresentados, faltavam itens que solicitassem ao aluno que analisasse o comportamento dos gráficos ou que descrevesse as transformações ocorridas ao variar os parâmetros das funções.

De fato, a utilização dos computadores no ensino pode trazer dificuldades para a compreensão de conteúdos quando as representações múltiplas e imagens visuais são usadas concomitantemente, especialmente se o aluno tem preferência ou apresenta formas de pensamento predominantemente algébrico. Os professores devem estar conscientes e atentos a isso.

1.2. Representações Múltiplas

As investigações já realizadas indicam que, se os recursos tecnológicos assim o permitem, os alunos "movem-se" livremente entre representações algébricas e gráficas de funções e que, familiarizados com este ambiente, demonstram preferência pelas representações gráficas. Entre as justificativas considere-se aquela baseada no fato de que alguns *softwares* permitem passar de representações algébricas para representações gráficas com muita facilidade e rapidez.

A possibilidade de coordenar representações múltiplas (gráficas, numéricas e algébricas), foi também assinalada por Borba (1995), que afirma que a Matemática visual ou discreta pode ser utilizada como recurso para atrair aqueles estudantes que rejeitam, explícita ou implicitamente, a hegemonia da Álgebra.

Benedetti (2003, p. 6) concorda que a visualização é um aspecto relevante a ser considerado:

[...] o que se deseja aqui, concordando com esse autor, não é destacar esta ou aquela representação, mas proporcionar, aos estudantes, a possibilidade de uma interligação entre elas, que pode ocorrer de diversas maneiras, dependendo da forma como são encaminhadas as atividades com essas mídias.

O trabalho de Allevato e Onuchic (2003) discute as justificativas e desenvolve reflexões sobre as implicações da utilização da resolução de problemas como uma metodologia de ensino de Matemática, bem como sobre a associação do computador ao processo de construção do conhecimento e de formalização de conteúdos matemáticos. No episódio relatado, a diversidade de meios escolhidos pelos alunos para a resolução (algebricamente, pela tabela ou pelo gráfico) e a coordenação de mais de um desses meios (representações múltiplas), permitiu uma compreensão mais ampla do conteúdo em questão. Estes aspectos têm sido destacados como potencialmente favoráveis ao ensino, pois desobrigam os alunos de tarefas essencialmente mecânicas ou operacionais, proporcionando mais tempo a reflexões de natureza interpretativa e conceitual.

Aspinwall e Shaw (2002a, 2001b) posicionam-se quanto aos processos geométrico e analítico afirmando que não se trata de um processo ser superior ao outro, mas de que os estudantes freqüentemente constroem representações bastante diferentes e idiossincráticas, as quais conduzem a diferentes compreensões de um conceito. Os autores defendem que os alunos devem desenvolver a habilidade de selecionar, aplicar e transladar entre as representações para resolver um problema matemático. E afirmam que, ao invés de serem apresentados à forma representacional que o professor prefere e terem que adotá-la, os estudantes devem ser levados a criar e ver objetos matemáticos a partir de diferentes perspectivas. “O desafio, então, para nós professores, é criar ambientes que exijam dos estudantes tornarem-se fluentes com uma variedade de representações.”¹ (p. 439)

2. O *Winplot* e a Construção de Gráficos

O *software Winplot* é um programa de domínio público, ou seja, é distribuído gratuitamente e pode ser obtido via Internet através do endereço <http://math.exeter.edu/rparris/winplot.html>. Deste modo, pode ser utilizado sem restrições em escolas e em computadores individuais. Sua versão original (em língua inglesa) foi desenvolvida por Richard Parris, da Phillips Exeter Academy (USA), mas também está

¹ Tradução de *The challenge then for us as teachers is to create learning environments that require students to become fluent with a variety of representations.* (p.439)

disponível uma versão em português, preparada com a assistência do Prof. Adelmo Ribeiro de Jesus.

É um programa para plotagem de gráficos especialmente simples de ser utilizado pois dispensa o conhecimento de qualquer linguagem de programação; utiliza pouca memória do computador. Dispõe de muitos recursos que o tornam um programa atraente, poderoso, e apropriado tanto ao nível médio como superior de ensino, uma vez que está voltado ao estudo de funções de uma ou mais variáveis, equações diferenciais e outros conteúdos matemáticos.

Nesta seção serão apresentados os principais comandos necessários ao estudo de funções de uma variável (duas dimensões)².

Para esboçar o gráfico de uma função desejada, na janela inicial do *Winplot*, utiliza-se a opção **Janela**, da barra de menu, e em seguida a opção **2-dim**, na coluna de comandos:

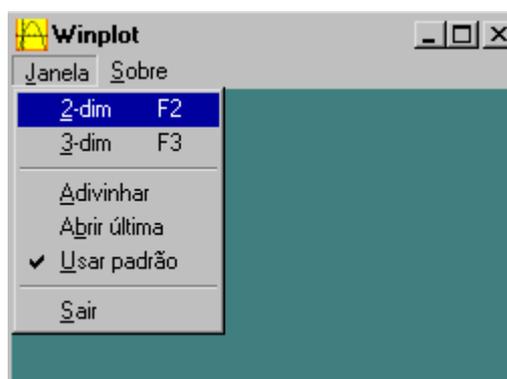


Figura 1: Janela inicial do *software*

A janela a seguir será apresentada. Para funções de uma variável, clicando em **Equação → Explícita** será apresentada a janela onde entraremos com a fórmula da função desejada. Para obter, por exemplo, o gráfico da função $f(x) = x^2$, a expressão a ser digitada será:

² Neste texto, a fim de evitar repetições, com frequência será utilizada a expressão “função de uma variável” para designar “função real de uma variável real”.

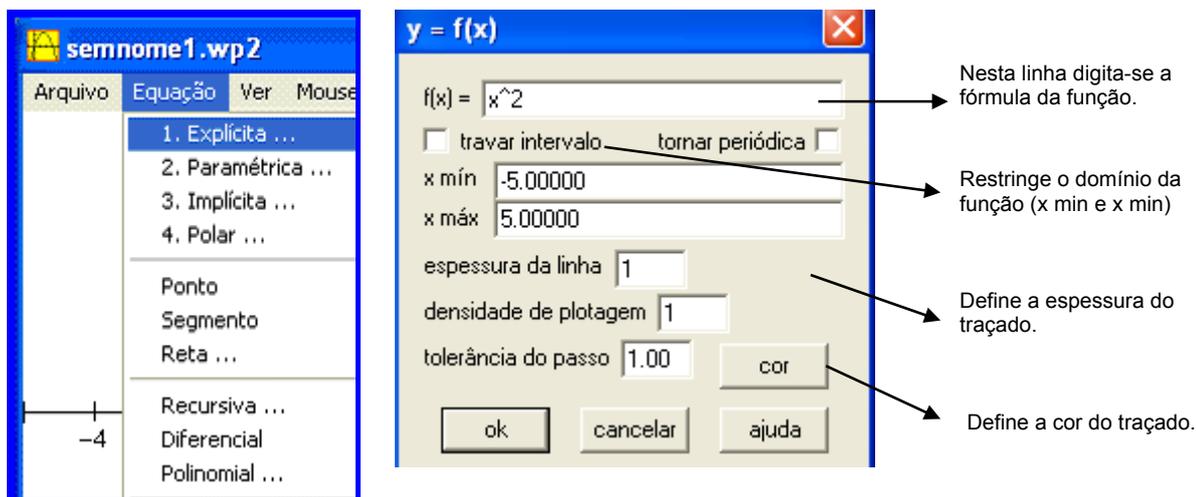


Figura 2: Janelas para escolha da forma de equação e para digitação da expressão da função.

Ao digitar a fórmula de uma função é preciso obedecer às regras de sintaxe:

Função	Sintaxe	Função	Sintaxe
potência n	x^n	seno	$\sin(x)$
exponencial	a^x	cosseno	$\cos(x)$
logaritmo natural	$\ln(x)$	tangente	$\tan(x)$
logaritmo decimal	$\log(x)$	cotangente	$\cot(x)$
raiz quadrada	$\text{sqr}(x)$	secante	$\text{sec}(x)$
módulo	$\text{abs}(x)$	cossecante	$\text{csc}(x)$

Tabela 1: Sintaxe para digitação das funções.

Para outros tipos de funções, o *Winplot* fornece a sintaxe na opção **Equação** → **Biblioteca**.

Ao selecionar **Ver** → **grade**:

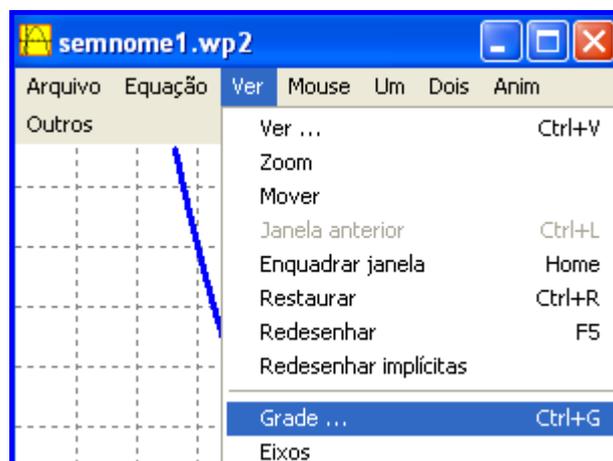


Figura 3: Coluna de opções do menu “Ver”.

encontramos opções para a apresentação da área de gráfico, entre elas:

Setas	Exibe os eixos com setas.
Rótulos	Exibe os nomes das variáveis nos eixos.
Escala	Exibe a escala nos eixos.
Grade	Exibe linhas de grade no plano do gráfico.

Tabela 2: Opções da janela “Grade”.

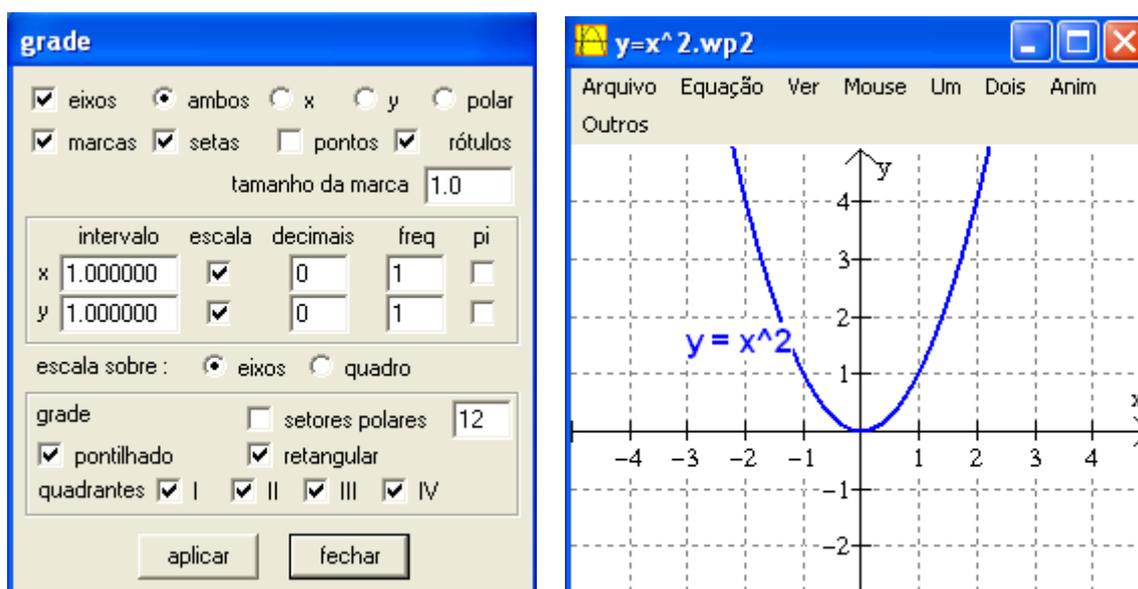


Figura 4: Janela “grade” e gráfico de $y=x^2$ esboçado pelo Winplot.

Ao esboçar o gráfico, normalmente abre-se a janela de **inventário** onde se encontram, entre outras, as opções:

editar	Atera a apresentação do gráfico: cor, espessura, fórmula da função.
apagar	Apaga o que está selecionado na janela de inventário.
ocultar/mostrar	Ocultar ou mostra o gráfico e sua fórmula.
tabela	Ocultar ou mostra a tabela correspondente à função desenhada.

Tabela 3: Opções da janela “Inventário”.



Figura 5: Janela “inventário” e tabela de valores da função $y=x^2$.

3. Animações de Curvas no Winplot

Neste *software*, as funções podem ser representadas e estudadas através de animações que serão visualizadas na tela do computador. Segundo Sawaya (1999), animação computacional é a “simulação de movimento pela representação de uma série de imagens sucessivas na tela”. As animações são um recurso computacional bastante eficiente para compreender a construção de gráficos de funções.

Na construção de animações é possível utilizar tanto a forma cartesiana como a forma paramétrica de representação algébrica de uma equação. Por meio delas temos a possibilidade de realizar atividades mais interativas com o computador, mostrando a trajetória de uma curva, ou como foi obtida. Para visualizar dinamicamente o desenho de uma curva que liga dois pontos, inserem-se parâmetros de animação nas equações introduzidas no *Winplot*. Estes parâmetros constituem a principal ferramenta na construção de animações aplicadas às funções de uma variável, que são o foco deste artigo.

A fim de organizar didaticamente o conteúdo a seguir, as animações serão classificadas em três tipos:

Tipo 1 – Animação de curvas na forma cartesiana

Para mostrar este processo de animação utilizaremos como exemplo a própria função quadrática $f(x) = x^2$. Introduzimos a equação $f(x) = x^2 + a$, para a construção da curva em sua forma cartesiana, onde a é o parâmetro de animação. O *Winplot* assume como valor inicial $a=0$ e apresenta o gráfico $f(x) = x^2$. Contudo, para conseguirmos animar a curva, ou seja, para conseguirmos visualizá-la sendo traçada dinamicamente, vamos à opção **Anim** → **Individuais** e escolhemos o parâmetro, que no caso do nosso exemplo é a letra a :

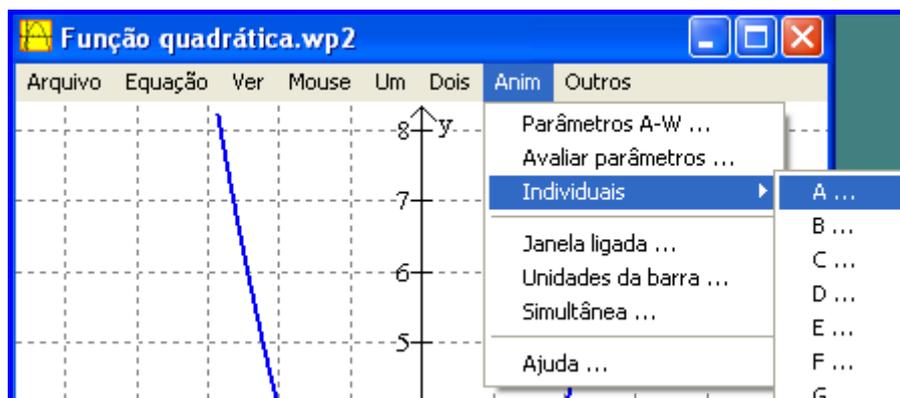


Figura 6: Coluna de opções do menu “Anim”

Assim, abre-se a janela **Valor usual de A** onde, movendo o botão de rolagem, outros valores serão atribuídos ao parâmetro de animação a ocasionando alterações instantâneas no gráfico da função:

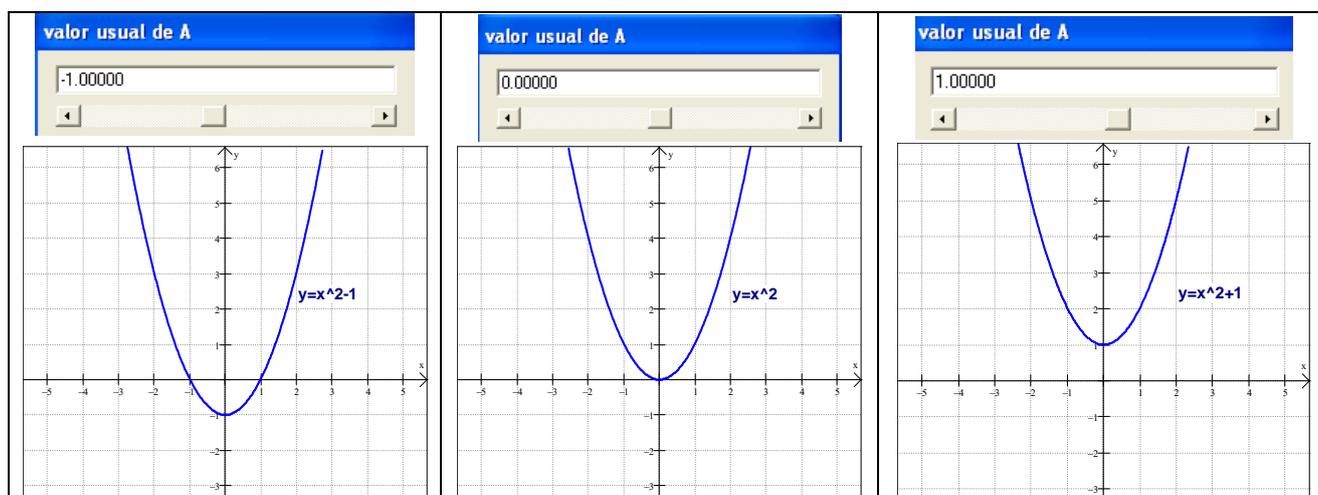


Figura 7: Gráficos da função $y=x^2$ para $a=-1$, $a=0$ e $a=1$.

Este recurso permite que os alunos visualizem as transformações que ocorrem nos gráficos das funções a partir de alterações nos parâmetros presentes na expressão algébrica da função. A instantânea apresentação do gráfico para quaisquer valores de a permite aos alunos experimentar inúmeras possibilidades e associar, em cada uma delas, a expressão algébrica e a representação gráfica correspondente. Buscando um tratamento mais abrangente onde estaria incluída a representação numérica, se poderia, ainda, visualizar as tabelas de valores de cada uma dessas funções.

Para um estudo completo da função quadrática, se poderia considerar, também, o parâmetro inserido em outros lugares na expressão da função, tais como $f(x) = (x + a)^2$, $f(x) = ax^2$, etc. Certamente, o trabalho com outros tipos de função também se torna bastante interessante e eficiente: com a função exponencial $f(x) = 2^x + a$, $f(x) = 2^{x+a}$, $f(x) = 2^{ax}$; com a função modular $f(x) = |x| + a$, $f(x) = |x + a|$; com a função logarítmica $f(x) = \ln x + a$, $f(x) = \ln(x + a)$; ou outras. É possível, ainda, inserir mais de um parâmetro de animação, o que seria bastante apropriado ao estudo, por exemplo, da função seno $f(x) = a \cdot \text{sen}(bx + c)$ e das demais funções trigonométricas.

Tipo 2 – Animação de pontos na forma cartesiana

Utilizaremos para este tipo de animação, o caso da função $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$. Seguimos, no *Winplot*, a seqüência de opções: **Janela** → **2-dim** → **equação** → **ponto** → **(x, y)**. Na janela **ponto (x,y)** digitamos $x=a$ e $y=(1/2)^a$. Neste caso é interessante selecionar, nesta janela, a opção **âncoras**, uma vez que elas correspondem à indicação das projeções dos pontos nos eixos coordenados, ou seja, da abscissa e da ordenada de cada ponto representado na área de gráfico. Novamente a letra a é o parâmetro de animação, mas se poderia empregar qualquer outra, com exceção de x e y (e z, no caso de funções de duas variáveis) que são indicadas exclusivamente para representar as coordenadas cartesianas.

Selecionando a opção **Anim** → **Individuais**, escolhe-se o parâmetro a. Então, movendo a barra de rolagem na janela **valor usual de a**, pode-se observar pontos se movendo pela área de gráfico do *Winplot*, obtidos para cada valor específico do parâmetro de animação. Para entender melhor este tipo de animação pode-se esboçar o gráfico da função correspondente $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ (forma explícita) na mesma área de gráfico em que está sendo feita a animação, e será possível observar o ponto “mover-se” sobre a curva.

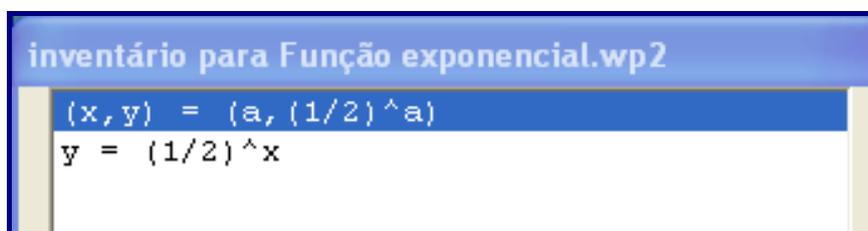


Figura 8: “Inventário” mostrando o ponto para animação e a expressão da função

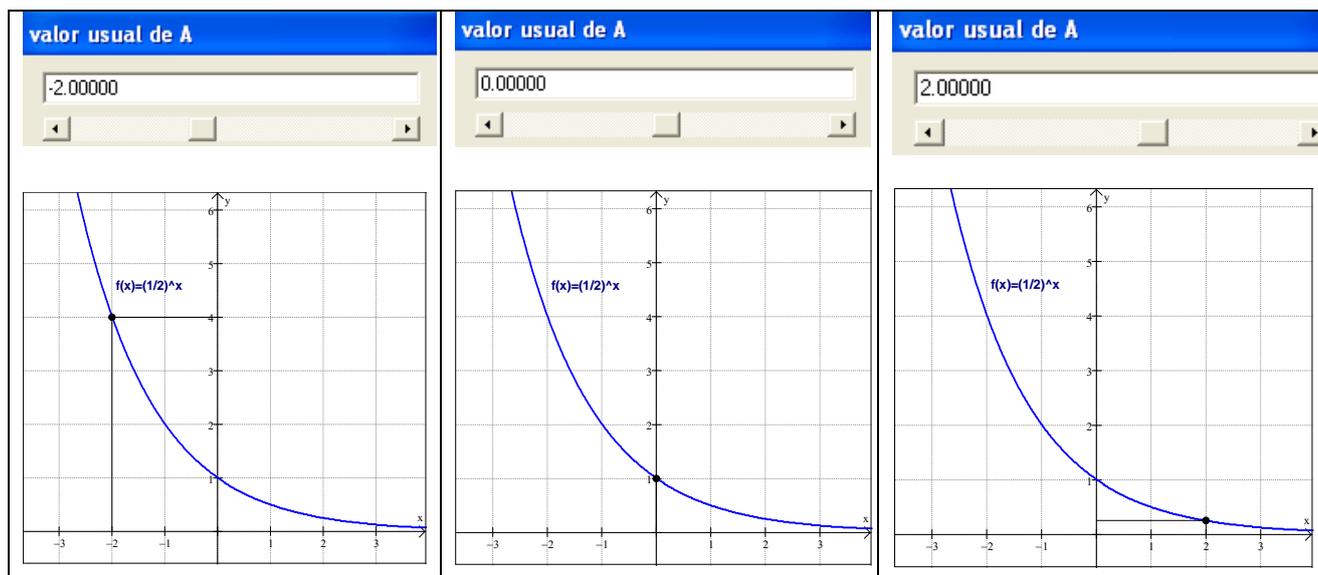


Figura 9: Gráficos da função $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ e dos pontos $\left(a, \left(\frac{1}{2}\right)^a\right)$ para $a=-2$, $a=0$ e $a=2$.

Assim como no tipo anterior de animação, isto pode ser feito com qualquer função. Este caso, em particular, permite ao aluno observar como variam os valores da variável dependente y em consequência de variações nos valores da variável independente x e, a partir daí, perceber como estas variações geram pontos que descrevem curvas no plano com formatos (retas, parábolas, exponenciais, etc) e comportamentos específicos (crescente ou decrescente, côncava para cima ou para baixo, etc).

Tipo 3 – Animação de curvas na forma paramétrica

Utilizamos a forma paramétrica das equações, ou seja, para funções $y = f(x)$, $a \leq x \leq b$, teremos:

$$\begin{cases} x = f(t) = t \\ y = g(t) \end{cases}, a \leq t \leq b$$

No *Winplot*, a opção para esse tipo de representação pode ser encontrada por meio da seqüência **Janela** → **2-dim** → **equação** → **paramétrica** → **f(t)=...** e **g(t)=...**

Tomando a função $y = \sin x$ para exemplificar este tipo de animação, digitamos $f(t) = t$ e $g(t) = k \sin(t)$. Observe que a letra que indica a variável independente da função, agora, precisa ser \underline{t} , que é o padrão na Matemática e no *Winplot* para a representação de curvas na forma paramétrica. A letra \underline{k} é o parâmetro de animação que, aqui, também poderia ser qualquer letra com exceção de \underline{t} . Na mesma janela onde se digitam as equações, é possível fixar o intervalo em que se pretende que a função seja considerada. O padrão (*default*) do *Winplot* é $0 \leq t \leq 2\pi$, mas é possível alterar esse intervalo inserindo outros valores para **t min** e **t máx**.

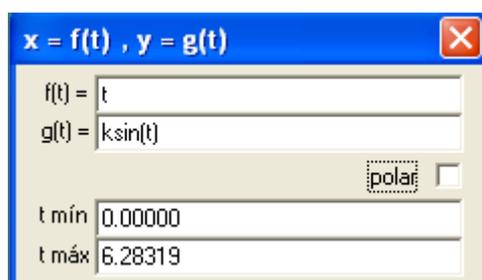


Figura 10: Janela para a forma paramétrica.

No caso de funções trigonométricas é conveniente alterar, também, a escala no eixo das abscissas, para que ela seja dada em radianos. Para fazer esta alteração utilizamos as opções **Ver** → **grade**, selecionamos a opção **pi** e indicamos a escala desejada para cada eixo:

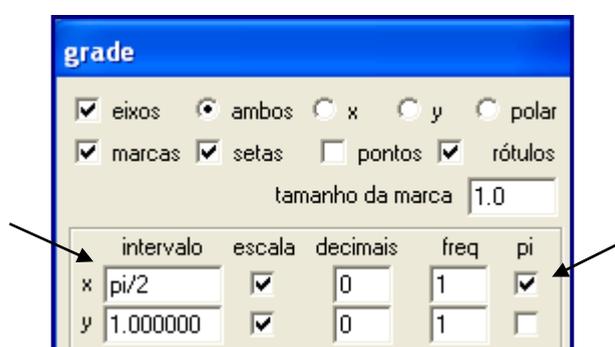
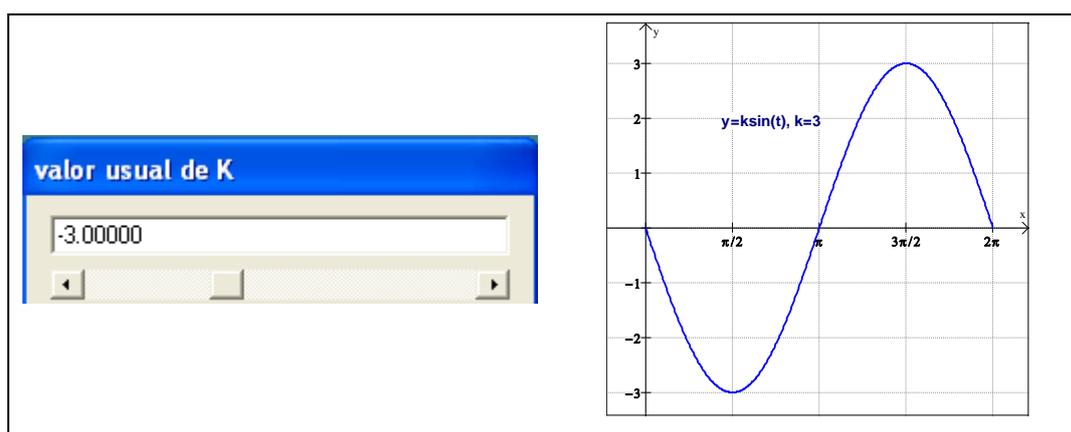


Figura 11: Janela “grade”.

Desse modo, selecionando o parâmetro k e variando seus valores na janela de animação, veremos o seguinte:



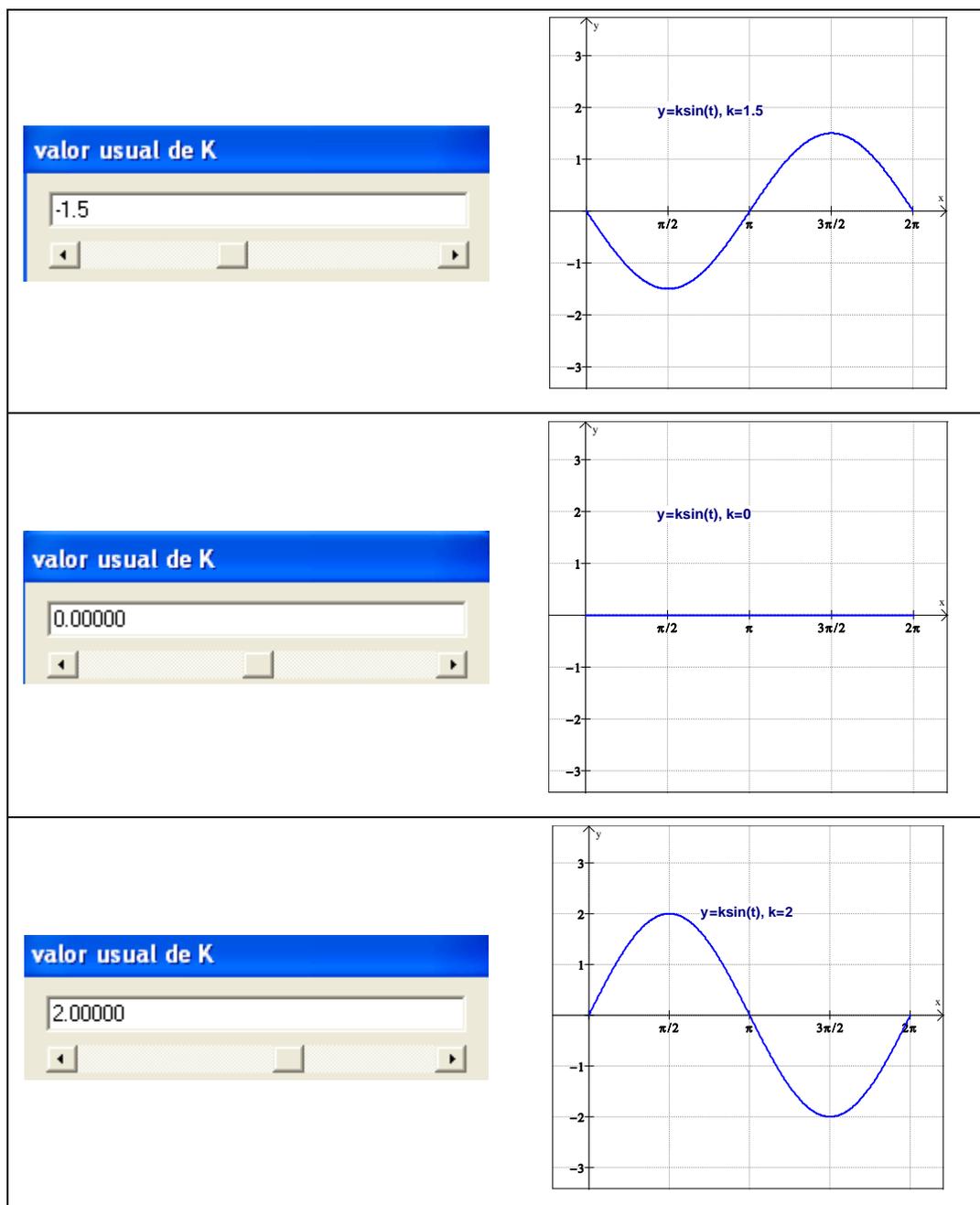


Figura 12: Gráficos das funções $y = a \cdot \text{sen}x$, para $k = -3$, $k = -1.5$, $a = 0$ e $a = 2$.

As animações apresentadas neste trabalho representam apenas 3(três) entre vários outros tipos que podem ser realizados com este *software*. De acordo com o conteúdo que se pretende trabalhar com os alunos, determinados tipos podem ser mais ou menos adequados. Referências indicadas para o trabalho como animações no *Winplot* são os trabalhos de Jesus (2005, 2006) e Jesus, Soares e Mascarenhas (2004).

Considerações Finais

Atualmente são bastante numerosos os estudos, em andamento ou já concluídos, que analisam as implicações da inserção das Tecnologias de Informação e Comunicação

(TIC) no ensino ou no estudo de temas específicos. Em particular, na área de Matemática, várias pesquisas sobre sua utilização vêm sendo realizadas e é bastante extensa e variada a produção (ALLEVATO; 2005, 2007).

No caso específico do computador, observa-se que a maneira de utilizá-lo foi gradualmente modificada. Em linhas gerais, as pesquisas trazem evidências de que a utilização dos computadores conduz pesquisadores, professores e estudantes a modos de pensar e construir conhecimento que são típicos do ambiente informático e, por vezes, favoráveis à aprendizagem mais efetiva de conteúdos ou à compreensão mais profunda de conceitos matemáticos. Destacam-se aspectos como o uso regular de representações múltiplas, a construção do conhecimento como rede de significados, as discussões desses significados, entre outros.

A exploração das possibilidades de representação algébrica, numérica e gráfica (representações múltiplas) que o computador oferece, a coordenação dessas representações e a compreensão das relações que as vinculam permitem ao aluno conectar conhecimentos que, de outra forma, permaneceriam separados; porém, se conectados, geram compreensões matemáticas mais amplas e completas.

Há estudos indicando que as já destacadas possibilidades de representação numérica, algébrica e gráfica dos computadores permitem que os alunos, ao se "moverem livremente" e coordenarem representações, apropriem-se de noções visuais que os auxiliam nos processos algébricos formais e reciprocamente. Cabe destacar que a visualização tem ocupado posição de destaque nos estudos referentes à associação do computador ao ensino de Matemática (BORBA; VILLARREAL, 2005).

O presente texto mostrou ao leitor uma possibilidade de utilização do computador no ensino e aprendizagem de funções e desenvolveu breves reflexões sobre os objetivos, implicações, possibilidades e formas de implementação dessa tecnologia em sala de aula. Que ele represente uma contribuição em direção ao aprimoramento das formas de utilização do computador na Educação Matemática.

Referências

ALLEVATO, N. S. G. Aspectos Emergentes da Utilização do Computador na Educação Matemática. FRANZONI, M.; ALLEVATO, N. S. G. (Org.). **Reflexões sobre a Formação de Professores e o Ensino de Ciências e Matemática**. Campinas: Editora Alínea, 2007. p. 75-96.

ALLEVATO, N. S. G. **Associando o Computador à Resolução de Problemas Fechados: Análise de uma Experiência**. 2005. 370 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista Julio de Mesquita Filho, Rio Claro, 2005.

ASPINWALL, L.; SHAW, K. L. Representations in Calculus: Two Contrasting Cases. **Mathematics Teacher**. Reston, v. 95, n. 6, p. 434-439, 2002a.

ASPINWALL, L.; SHAW, K. L. When Visualization Is a Barrier to Mathematical Understanding. **Mathematics Teacher**, Reston, v. 95, n. 9, p. 714-717, 2002b.

BENEDETTI, F. C. **Funções, Software gráfico e Coletivos Pensantes**. 2003. 316 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2003.

BORBA, M. C. Funções, representações múltiplas e visualização na Educação Matemática. In: Seminário Internacional de Educação Matemática do Rio de Janeiro, 1., 1995, Rio de Janeiro. **Anais...** Rio de Janeiro: IM - UFRJ, v. 1, p. 71-90, 1995.

BORBA, M. C.; VILLARREAL, M. E. **Humans-with-Media and the Reorganization of Mathematical Thinking**. EUA: Springer, 2005, 226p.

JESUS, A. R. Gráficos animados no Winplot. **Revista do Professor de Matemática**. Rio de Janeiro: SBM, n. 56, p. 34-44, 2005.

_____. Equações Paramétricas e Animação. In: BIENAL DA SOCIEDADE BRASILEIRA DE MATEMÁTICA. 3., 2006, Goiânia. **Apostila de Mini-curso**. Disponível em: <<http://www.mat.ufg.br/bienal/2006/mini/adelmo.conf.pdf>>. Acesso em 7 abr. 2008.

JESUS, A. R. SOARES, E. P.; MASCARENHAS, M. F. Animação de Curvas e Superfícies Utilizando Software Livre. In: BIENAL DA SOCIEDADE BRASILEIRA DE MATEMÁTICA. 2., 2004, Salvador. **Apostila de Mini-curso**. Disponível em: <<http://www.bienasbm.ufba.br/C12.pdf>>. Acesso em 07 abr. 2008.

SAWAYA, R. S. **Dicionário de Informática & Internet**. São Paulo: Nobel, 1999. 543p.

VILLARREAL, M. E. **O pensamento matemático de estudantes universitários de Cálculo e tecnologias informáticas**. 1999. 402 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 1999.