SITUAÇÕES SURPRESA NO ENSINO DE GEOMETRIA UTILIZANDO SOFTWARE DE GEOMETRIA DINÂMICA

SURPRISE OF SITUATIONS IN TEACHING GEOMETRY USING DYNAMIC GEOMETRY SOFTWARE

Mário Wedney de Lima Moreira

IFCE/Campus Aracati, mario.wedney@ifce.edu.br

José Rogério Santana

UFC/UFC Virtual, rogerio@virtual.ufc.br

Resumo

Este artigo enfatiza o papel de destaque que a geometria dinâmica tem adquirido no contexto do ensino de Geometria assistida por computador. Consiste também em compreender ações inesperadas, denominadas situações surpresa, segundo a teoria de Santana (2002) em softwares educacionais de geometria dinâmica. A partir destas situações, decorrentes de restrições computacionais, queremos levantar hipóteses que nos permitam a observação de problemas antigos sobre novas perspectivas, bem como, o surgimento de problemas autênticos de demonstração. O objetivo deste trabalho é buscar compreender o papel do computador no ensino da Matemática, através da análise de situações que surgem no processo de manipulação de programas de computador voltados ao ensino, verificando os tipos de limitação que podem ocorrer ao se tentar usar o computador no processo de validação matemática. São analisados os aspectos relativos ao software de geometria dinâmica GeoGebra para uma reflexão prática sobre as situações surpresa, considerando os limites e possibilidades das tecnologias computacionais no ensino atual de Matemática.

Palavras-chave: geometria dinâmica, situações surpresa, educação.

Abstract

This article emphasizes the important role that geometry has gained momentum in the context of teaching computer-aided geometry. Is also to understand unexpected actions, called scenarios surprise, according to the theory of Santana (2002) in educational software for dynamic geometry. From these situations, due to computational constraints, we hypotheses that allow us to observe new perspectives on old problems, as well as the emergence of authentic problems demonstration. The objective of this study is to understand the role of computers in teaching mathematics through the analysis of situations that arise in the process of manipulating computer programs aimed at teaching, checking the types of limitations that may occur when attempting to use the computer in mathematical validation process. We analyze aspects of the dynamic geometry software GeoGebra for a practical reflection on the situations surprising, considering the limits and possibilities of computer technology in current teaching of Mathematics.

Keywords: dynamic geometry, surprise situations, education.

Introdução

Podemos definir a geometria dinâmica como sendo a geometria tradicional de régua e compasso implementada no computador. Ela é dinâmica em contraposição com a estática geometria tradicional da régua e compasso, pois ao realizarmos uma construção, podemos alterar a posição dos objetos e o programa preserva as suas propriedades originais.

O uso da geometria dinâmica como ferramenta para o ensino da geometria fornece possibilidades de mudança em uma área praticamente negligenciada no ensino de matemática. Gravina (1996) em relação aos estudantes que ingressam no Ensino Superior nos diz:

> Constatamos que chegam a universidade sem terem atingido os níveis mentais superiores de dedução e rigor, apresentando até mesmo pouca compreensão dos objetos geométricos, confundindo propriedades do desenho com propriedades do objeto; axiomas, definições, propriedades e teoremas são conceitos confusos, sem hierarquização e dificilmente estes alunos conseguem estruturar uma demonstração (GRAVINA, 1996, p. 1).

O ensino de geometria recebe pouca atenção nas diversas modalidades de ensino. Além disso, a geometria é frequentemente ensinada de forma mecânica, sem a preocupação em destacar os conceitos envolvidos.

Podemos comparar os softwares de geometria dinâmica a laboratórios virtuais nos quais os estudantes manipulam, investigam e aprendem matemática. O uso destes softwares contribui para o desenvolvimento de ambientes que facilitam a construção e a constatação de hipóteses, além de proporcionar uma variedade de exemplos que dificilmente seriam possíveis com régua e compasso. Podemos introduzir o conceito matemático dos objetos a partir da resposta gráfica oferecida pelos programas de geometria dinâmica, conduzindo ao processo de argumentação e dedução.

Segundo Gravina (1996, p. 13), “a geometria dinâmica proporciona uma nova abordagem ao aprendizado geométrico, onde conjecturas são feitas a partir da experimentação e criação de objetos geométricos”. Desta forma, podemos introduzir o conceito matemático dos objetos a partir da resposta gráfica oferecida pelo software de geometria dinâmica.

Como principais aplicações de um sistema computacional de geometria dinâmica destacam-se a prova de teoremas, a precisão e variedade na construção de objetos geométricos, a explorações e descobertas, a Visualização ou Representação Mental de Objetos Geométricos bem como as transformações e lugares geométricos.

A geometria dinâmica possibilita a visualização de uma construção de diversas maneiras, facilitando a compreensão do comportamento geométrico dos elementos envolvidos. Podemos utilizar um software de geometria dinâmica para nos mostrar relações geométricas que poderiam passar de forma despercebida numa representação construída de forma estática com régua e compasso.

Durante a construção destes elementos geométricos podem ocorrer em atividades rotineiras situações de exploração e manipulação com uso do computador, proporcionando aos estudantes formular proposições com respeito ao saber matemático em questão. “As respostas de rotina apresentam uma situação surpresa que é um resultado não esperado, independente de ser ou não agradável, mas que não se encaixa na categorização do conhecer-na-ação” (SCHÖN, 2000).

Surge uma situação inesperada na manipulação e/ou simulação computacional que não se encaixa nas respostas esperadas pelos alunos e pelo professor.

Este tipo de situação pode ser visto como uma forma de propor aos professores e estudantes o desenvolvimento de abordagens distintas sobre um tipo de saber, que neste caso é o saber matemático, viabilizando possibilidades na construção de conhecimentos e saberes novos por meio do processo reflexivo que uma situação surpresa pode gerar.

Apresentamos então o seguinte impasse: Trata-se de um problema computacional ou a construção está correta e não se está compreendendo adequadamente às transformações no plano através do *software* GeoGebra?

Diante destas questões discutiremos acerca destes problemas, sendo que as tentativas de responder as questões centraram-se no processo de manipulação no computador.

Os ambientes de geometria dinâmica

O termo geometria dinâmica foi usado inicialmente por Nick Jakiw e Steve Rasmussen, com o objetivo de diferenciar este tipo de software geométrico dos demais. Frequentemente ele é utilizado para nomear programas interativos que permitem a criação de figuras geométricas e sua manipulação a partir de suas propriedades.

Os programas de geometria dinâmica resgatam o estudo da geometria por meio das técnicas utilizadas em construções geométricas.

> Os ambientes de geometria dinâmica são ferramentas informáticas que oferecem régua e compasso virtuais, permitindo a construção de objetos geométricos a partir das propriedades que os definem. São micromundos que concretizam um domínio teórico, no caso a geometria euclidiana, pela construção de seus objetos e de representações que podem ser manipuladas diretamente na tela do computador (GRAVINA, 2001, p. 82).

Os avanços nos recursos de *hardware* dos computadores pessoais tornaram possível o desenvolvimento destes *softwares*. Com o crescimento na capacidade de memória e na velocidade de processamento das informações dos computadores, além do surgimento do mouse como meio de comunicação com a interface gráfica, estes softwares começaram a ser desenvolvidos.

Além de importantes ferramentas para o ensino da geometria plana, estes *softwares* também costumam ser usados em pesquisas e em outras áreas da geometria, como as não-euclidianas, analítica e descritiva, assim como podem ser explorados em outras áreas.

Por realizarem construções em que podem ser utilizados régua e compasso, programas de geometria dinâmica são conhecidos como régua e compasso virtuais.

Ao utilizar qualquer programa de geometria dinâmica, o usuário se depara com uma um grande conjunto de recursos que possibilitam a construção do seu conhecimento em diversas áreas.

Estes recursos vão desde o uso de cores nos desenhos até a possibilidade de medir de ângulos, distâncias e áreas, com a atualização em tempo real dos valores a partir da movimentação dos elementos da figura.

Se for requerido o uso de sistemas de coordenadas em um determinado problema, estes softwares disponibilizam coordenadas cartesianas e polares, porém alguns são mais detalhados visualmente e mais fáceis de manipular que outros.

Outra possibilidade é o arquivamento de construções que podem ser utilizadas numa outro momento através de macros ou *scripts*.

Por serem responsáveis pela diferenciação dos softwares de geometria dinâmica dos demais relacionados ao ensino da Geometria, existem recursos que devem ser destacados de forma separada.

O principal entre todos estes recursos é o "arrastar". Goldenberg, Scher e Feurzeig (2008, p. 53-88) destacam que "o arrastar permite ao usuário mover livremente certos elementos de um desenho e observar outros elementos que correspondem às condições alteradas". Desta forma, Silva (2011, p. 20-21) comenta que "a tela fornece a impressão de que o desenho está sendo deformado continuamente em todo o processo de arrastar, enquanto mantém as relações que foram especificadas como essenciais da construção original." Isso permite agilidade na investigação, pois figuras que demorariam muito tempo para serem construídas no papel são criadas em segundos na tela do computador.

Utilizando o mouse é possível clicar sobre um ponto do objeto geométrico e depois arrastá-lo pela tela, criando um movimento que provoca mudanças na construção geométrica. Permitindo diferenciarmos entre construir uma figura ou simplesmente desenhá-la. Quando se constrói uma figura, podemos fazer apenas uma aproximação e ter clareza sobre as relações entre seus diferentes elementos, caso contrário ao ser arrastada ela não mantém seu formato original.

Por outro lado, quando utilizamos as propriedades geométricas na construção de forma correta, a dinâmica dos movimentos nos possibilita que percebamos o que permanece sem variações, mostrando determinados padrões e motivando a levantar e testar conjecturas.

Clements *et. al* (2008, p.109-154), citados por Silva (2011, p. 13), declaram que "ambientes baseados em geometria dinâmica podem beneficiar estudantes no entendimento de formas e figuras geométricas". Silva (2011, p. 13) nos afirma, com base nestes autores, que "em muitas ocasiões estudantes passam de um nível visual de entendimento geométrico para níveis de descrição/análise ou até mesmo abstração/relação". Um exemplo disso é a análise apresentada por Dixon (1997), que ressalta que o trabalho em ambientes de geometria dinâmica auxilia estudantes da escola fundamental e média na construção de conhecimento sobre reflexão e rotação de figuras geométricas.

Hollbrands, Laborde e Sträber (2008, p.155-206), citados por Silva (2011, p. 13), mostram que "o modo arrastar em um *software* de Geometria Dinâmica possui três modalidades diferentes para o desenvolvimento de atividades", a saber: arrastar sem um objetivo específico; lugar geométrico pelo arrastar e arrastar para testar hipóteses.

O primeiro se refere, ao tipo aleatório de arrastar no qual o estudante busca por regularidades ou por comportamentos interessantes. Ocorre num momento de exploração da situação. O segundo tipo se refere ao arrastar de forma a preservar certa propriedade e visualizar o lugar geométrico dos pontos que a satisfazem. O terceiro tipo pressupõe que o estudante já conheça a propriedade do objeto, arrastando-o sistematicamente apenas para testá-la.

A geometria computacional e visualização

Para exemplificar o funcionamento de um ambiente de geometria dinâmica consideraremos o *software* GeoGebra, que foi desenvolvido em 2001 pelo austríaco Markus Hohenwarter, que atualmente é professor e pesquisador da Universidade de Salzburg na Áustria na área de Informática Aplicada à Educação Matemática.

O GeoGebra é um aplicativo de matemática dinâmica que combina conceitos de geometria e álgebra em uma única interface gráfica. Sua distribuição é livre e é escrito em linguagem Java, o que lhe permite estar disponível em várias plataformas. Ele pode ser encontrado no *site* http://www.geogebra.org/cms/.

O programa permite realizar construções geométricas com a utilização de pontos, retas, segmentos de reta, polígonos etc., assim como inserir funções e alterar todos esses objetos dinamicamente, após a construção estar finalizada. Equações e coordenadas também podem ser diretamente inseridas.

O GeoGebra é capaz de lidar com variáveis para números, pontos, vetores, derivar e integrar funções, e ainda oferecer comandos para se encontrar raízes e pontos extremos de uma função. Com isto, o programa reúne as ferramentas tradicionais de geometria com outras mais adequadas à álgebra e ao cálculo. Isto tem a vantagem didática de representar, ao mesmo tempo e em um único ambiente visual, as características geométricas e algébricas de um mesmo objeto.

Utilizando o GeoGebra consideraremos a construção geométrica da soma de dois segmentos AB e CD conforme a Figura 1 apresentada a seguir.

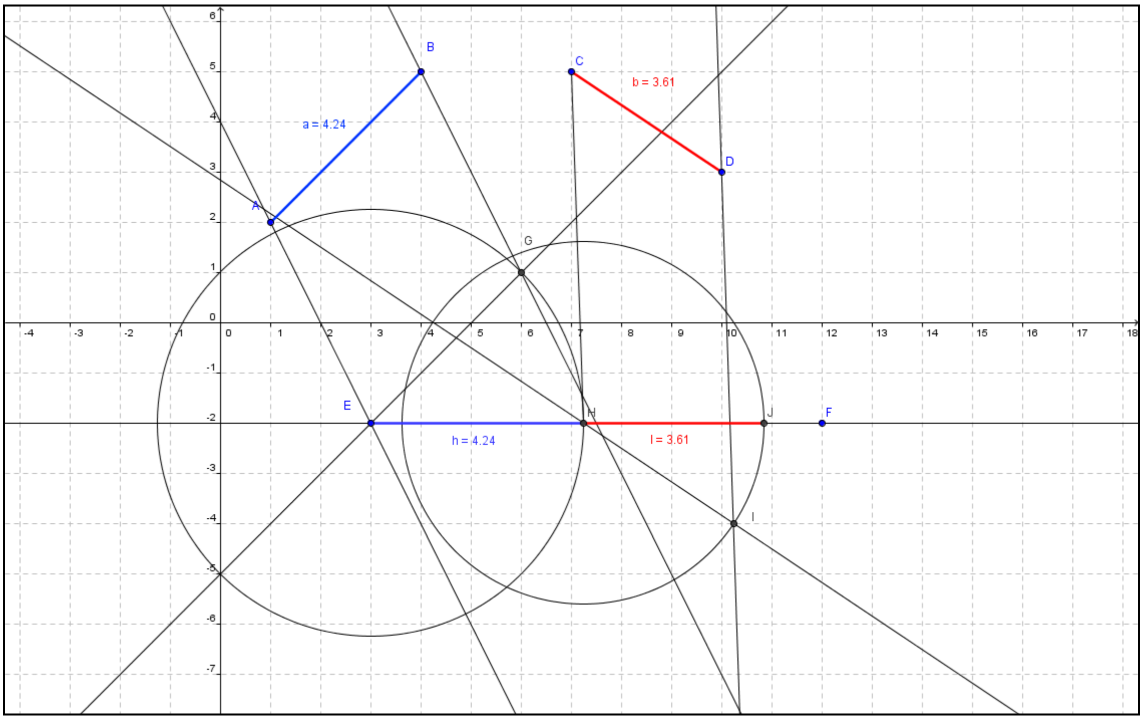

Figura 1 - Construção geométrica da soma de dois segmentos

Os estudantes desenvolveram esta construção geométrica usando recursos do *software* e após discussão apresentaram a figura geométrica da soma de dois segmentos. Em princípio o questionamento constituiu em propor aos estudantes descobrir se esta construção era válida para quaisquer segmentos. Foi recomendado que eles sistematizassem o que haviam realizado a fim de se produzir o algoritmo da construção. É possível compreender melhor como uma construção geométrica é realizada em um ambiente de geometria dinâmica através de seu protocolo de construção no menu "Exibir". A sequência resultante é apresentada na Tabela 1 (Apêndice A).

Com o procedimento descrito pelos estudantes, foi possível obter o algoritmo da Tabela 1, e por esta sequência de comandos é possível a construção da Figura 1. Obter a construção não é suficiente para ser dito que ela corresponde ou não à soma de dois segmentos, e nem mesmo as evidências visuais obtidas por meio do computador devem ser consideradas como prova definitiva, sendo exigido tanto aos estudantes quanto ao professor um processo investigativo que poderia confirmar ou não o questionamento que se apresentou inicialmente.

Após realizar a sistematização da construção, orientados pelo professor e com auxílio de livros de Geometria Euclidiana, Geometria Analítica e Construções Geométricas, os estudantes averiguaram as propriedades da figura e sua construção, realizando análises sobre suas características e propriedades.

É de fundamental importância que uma atividade não se resuma, em hipótese alguma, à simples visualização dos gráficos na tela do computador. Assim, a atividade deve ser correlacionada com a compreensão das propriedades geométricas trabalhadas com base na soma de dois segmentos.

Devemos ter cuidado e atentarmos para o fato de que a verificação da validade das propriedades não pode ser feita com base na visualização dos gráficos da tela, mas sim nos axiomas e propriedades geométricas. A visualização no computador serve para dar uma nova interpretação para essas propriedades e também fornecer uma intuição geométrica para a posterior verificação.

A construção de uma figura geométrica através do software Geogebra

O primeiro passo deve ser mostrar a maneira de proceder para a construção geométrica baseando-nos no protocolo de construção da Tabela 1.

Iniciando o aplicativo GeoGebra, encontramos na barra de botões diversas ferramentas que podem ser utilizadas. Em todos os botões aparece uma seta no canto inferior direito, que permite visualizar as opções existentes. No menu “Exibir”, devemos selecionar a opção “Malha”.

Para construirmos os segmentos AB e CD clicamos no botão “Novo Ponto” e em seguida na janela de visualização. Com a ferramenta “Segmento definido por Dois Pontos” clicamos no ponto A e no ponto B e logo após repetimos o mesmo procedimento para os pontos C e D.

Para uma melhor visualização e diferenciarmos os segmentos, podemos clicar com o botão direito nos segmentos e na ferramenta “Propriedades ...” modificar sua cor, espessura, etc.

Construindo uma reta suporte, para que possamos transferir os segmentos AB e CD. Utilizando a ferramenta “Reta definida por Dois pontos” construímos uma reta suporte c, formada pelos pontos E e F, que será a reta que conterá o segmento-soma que desejamos.

Feito isto, construiremos um novo segmento com extremidades em A e E. Com a ferramenta “Reta Paralela”, construiremos agora uma reta paralela ao nosso segmento AB e clicando sobre o ponto E fazemos com que ela passe sobre ele. Da mesma forma utilizamos esta mesma ferramenta para construir uma reta paralela ao segmento AE passando por B.

Com a ferramenta “Interseção de Dois Objetos” Encontramos o ponto G, formando o paralelogramo ABEG.

Com a ferramenta “Círculo dados Centro e Um de seus Pontos” clicamos no ponto E e logo em seguida no ponto G. Clicando na interseção da reta c com a circunferência g de centro E e raio EG com a ferramenta “Interseção de Dois Objetos”, temos em nossa reta suporte o segmento EH de mesmo comprimento de EG e AB, ou seja, transferimos o segmento AB para a nossa reta suporte.

Para observamos melhor a construção, criaremos um novo segmento usando a ferramenta “Segmento definido por Dois Pontos”, clicando nos pontos E e H. Clicando com o botão direito do *mouse* neste novo segmento, selecionamos “Propriedades ...”. Podemos no menu “Básico” selecionar a ferramenta “Exibir Rótulo” e escolher a opção “Nome & Valor”. Concluímos que EG = AB.

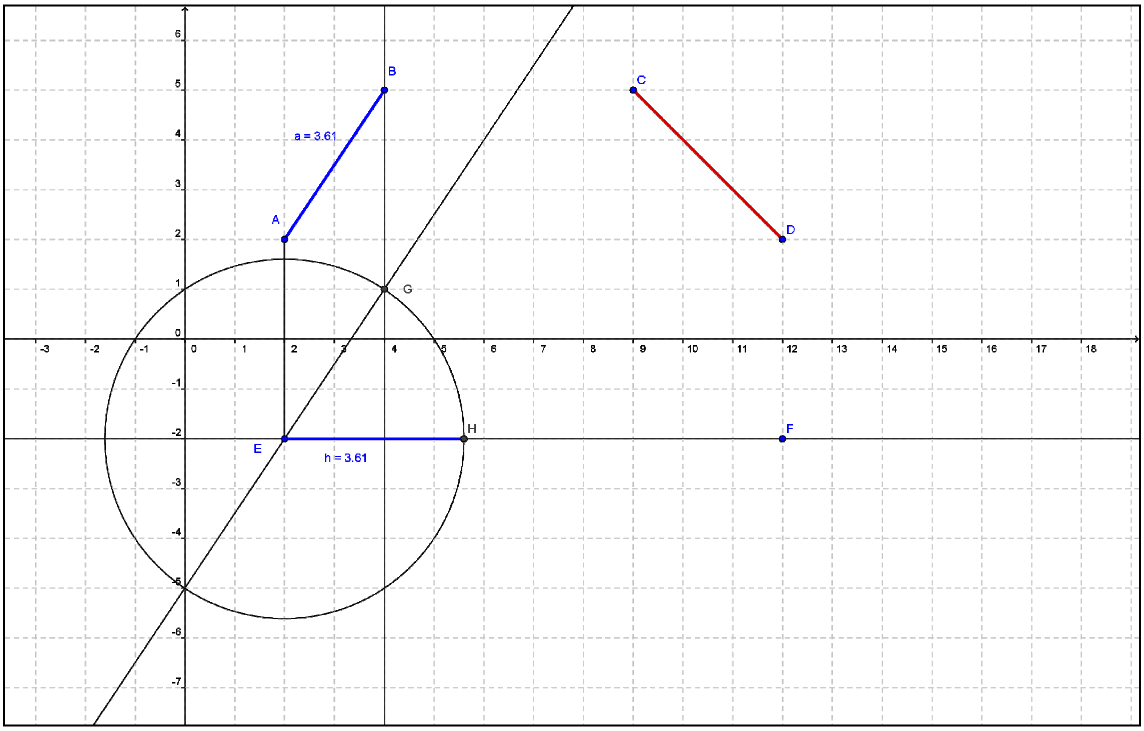

Figura 2 – Transferência do segmento AB para a reta suporte c

De forma análoga à construção do segmento EH, transferiremos agora o segmento CD para a reta suporte construindo um novo segmento com extremidades em C e H. Seguindo os mesmos passos, chegaremos ao gráfico mostrado na Figura 1.

Utilizando a opção “Mover” e clicando em qualquer um dos pontos A, B, C ou D, observamos que as características dos objetos são mantidas. Em alguns casos, como coincidir o ponto A com o ponto B, os objetos tornam-se indefinidos.

Fez-se necessário realizar uma discussão sobre esta situação denominada situação surpresa, bem como suas causas, o que nos possibilitou testarmos várias hipóteses, vindo de encontro a alguns dos objetivos deste artigo.

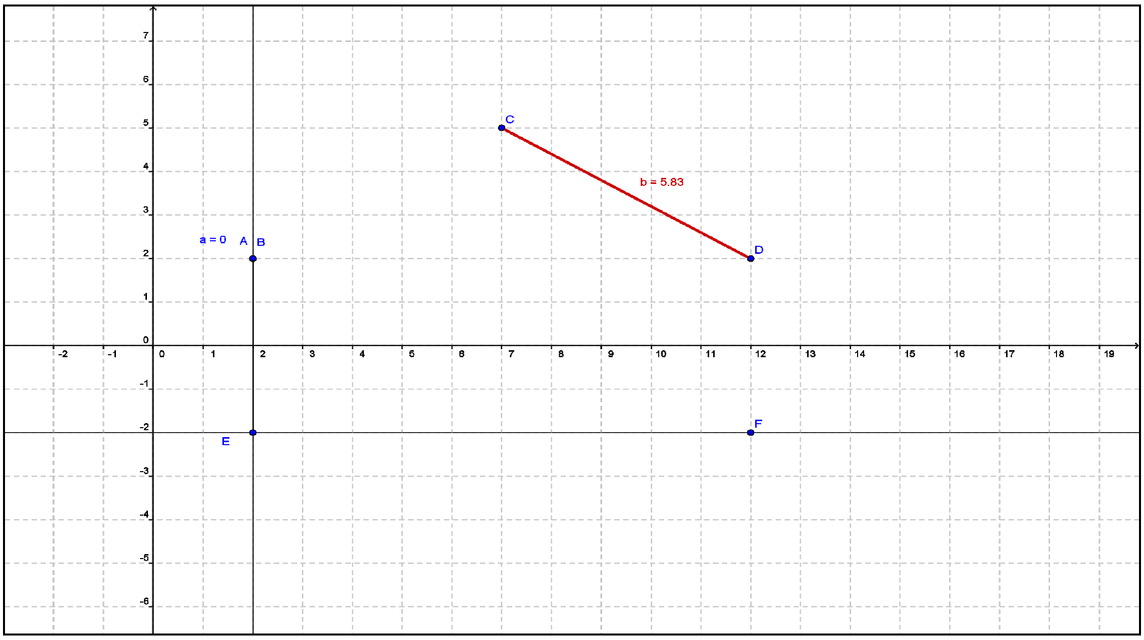

Figura 3 – Situação surpresa na construção geométrica da soma de dois segmentos no *software* GeoGebra

Esta é uma oportunidade para testarmos hipóteses para solucionar problemas e desenvolver a capacidade de investigação e de perseverança na busca de resultados.

Em certos momentos da manipulação, ocorreram resultados inesperados em um momento tido como simples, e nesta situação o indivíduo está diante de um elemento surpresa que não estava em suas expectativas.

> As situações surpresa decorrente das limitações instrumentais relativas a manipulação em software educativo de matemática, se originam quando o usuário de um programa seja professor ou aluno, cometem falhas no uso do software. Seja pela falta de uma formação para uso dos recursos computacionais, ou ainda, pelo desconhecimento dos comandos de um programa. Nestes casos surgem situações surpresa que contradizem concepções e ideias já estabelecidas, e nessas ações o professor pode apresentar algumas intervenções para averiguar o conhecimento dos estudantes, bem como, para favorecer o processo investigativo (SANTANA, 2006, p. 97).

A atividade experimental que exploramos neste artigo permitiu encontrar problemas de implementação e *bugs*[1] computacionais, possibilitando obter situações surpresa que podem constituir na construção de material para atividades utilizadas em cursos de formação para professores e/ou alunos, bem como, conhecer os problemas computacionais que podem influir no ensino por meio de um programa.

As situações surpresa constituem um elemento de investigação com respeito à engenharia de *software*, onde temos a necessidade em entender a Matemática como um modelo a ser implementado no computador.

A situação que apresentamos destaca características e peculiaridades no processo de ensino aprendizagem, levantando elementos de compreensão sobre as dificuldades e as possibilidades da proposta em questão.

Segundo Santana (2002, p. 135) “o processo de validação por demonstração a partir de situações surpresa, permitiria confrontação de problemas antigos sob uma nova perspectiva conceitual mediante as limitações matemáticas da ferramenta computacional”.

Tipos de limitação decorrentes das situações surpresa

É possível identificar três tipos de limitações que apresentam paradoxos conceituais.

Podemos encontrar divergências conceituais em *software*: Quando dois ou mais programas abordam a mesma temática no ensino de matemática, podem existir funções correlatas que usam pressupostos teóricos matemáticos diferentes, de tal modo que seja possível obter resultados diferenciados em uma mesma sequência de construção.

[1] Erro no funcionamento comum de um programa de computador, também chamado de falha na lógica de programação de um *software*, podendo causar discrepâncias no objetivo, ou impossibilidade de realização de uma ação na utilização de um programa de computador ou apenas uma trava no sistema.

Por outro lado, ocorrem divergências conceituais em *software*, quando o usuário ao tentar resolver um problema proposto, pode estruturar um esquema mental que lhe permita usar um ou mais comandos de um programa dado para um determinado fim, com outros objetivos, de modo que em certos casos seja possível solucionar um problema.

Entretanto, pode ocorrer o afastamento do usuário, dos objetivos didáticos estabelecidos para o estudo.

Outra limitação são os erros de manipulação do usuário: São situações em que ocorre algum tipo de imperícia no manuseio de um comando que exige mais habilidades que outros comandos. Nos programas de geometria dinâmica, estes erros estão relacionados aos procedimentos de medição, assim como, em procedimentos de digitação.

A terceira limitação são os erros computacionais ou *bugs*: São situações decorrentes das limitações computacionais e/ou dos erros em procedimentos de programação.

Santana (2006) identifica quatro categorias de *bugs*, que provavelmente estão mais relacionados aos *softwares* de geometria dinâmica, e estes são:

a) Incompatibilidade de funções: São erros computacionais relacionados às falhas em comandos de um determinado programa;
b) Limitação Numérica: São erros decorrentes das limitações computacionais no cálculo numérico;
c) Restrição de Manipulação: São erros decorrentes da incompatibilidade de um comando enquanto o mesmo é manipulado;
d) Limitação Gráfica: Ocorre quando a representação gráfica de uma situação não corresponde de nenhum modo às construções do ponto de vista matemático.

Testamos no *software* de geometria dinâmica Régua e Compasso se era possível observar os procedimentos correspondentes do protocolo de construção.
Ocorreu neste *software* que quando A coincide com B temos que os elementos da construção geométrica não se tornaram indefinidos.

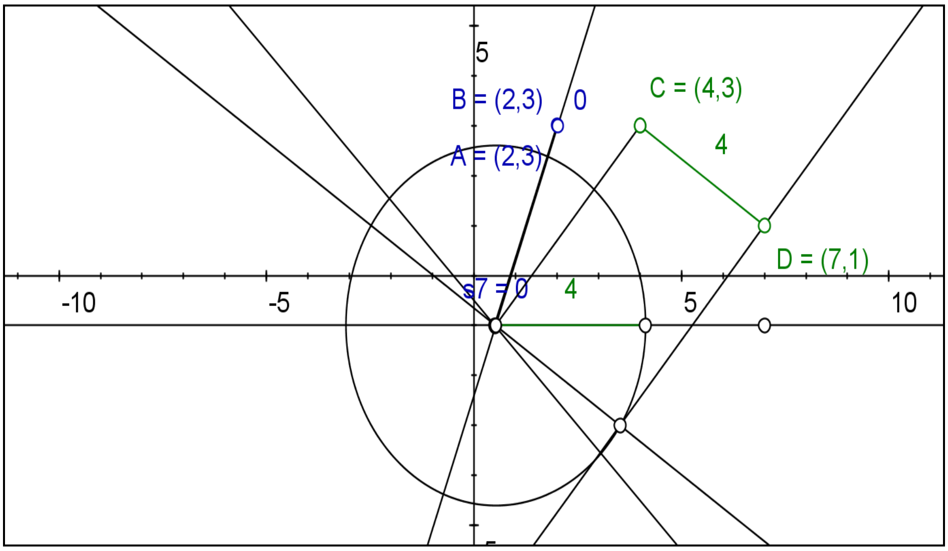

Figura 4 – Construção geométrica da soma de dois segmentos no *software* Régua e Compasso

Com base em nossas observações, podemos dizer que ocorreu um *bug* na construção geométrica do *software* GeoGebra.

Desta forma, a construção geométrica não pode ser a soma de dois segmentos, pois um dos requisitos para isto é continuidade da figura, fato que não ocorre na situação apresentada no software GeoGebra, visto que, ao ocorrer elementos indefinidos não poderia existir esta construção, bem como, não pode ocorrer, em termos matemáticos, a continuidade desta construção geométrica, mesmo que o programa induza ao contrário em termos gráficos.

Considerações finais

Cury (2004) ressalta que a inserção das Tecnologias na escola insere novos papéis, tanto para professores e alunos quanto para os locais nos quais eles se movimentam, fazendo-se necessário que, principalmente, os professores sejam preparados para essas mudanças. O uso dos computadores na escola não se consolidará apenas com a elaboração de cursos de capacitação, sendo preciso motivar o professor a organizar e desenvolver atividades com o computador na própria instituição, em parceria com pesquisadores, técnicos em informática, pais, alunos e demais educadores a fim de criar soluções para problemas locais.

Essa preparação do professor deve ser pautada também em teorias de aprendizagem. A esse respeito:

> Os recursos computacionais em si mesmos, quando amplamente dominado pelo professor, não são suficientes para garantir uma ação educacional diferenciada, se não estiverem claras e fundamentadas as teorias. Assim, além da necessidade de saber lidar com o computador, o professor deve entregar-se ao processo de construir para si mesmo um novo conhecimento, incorporando não somente os princípios que estão sendo atualmente desenvolvidos sobre informática e educação, mas acima de tudo, passando pelas considerações teóricas sobre a aprendizagem que melhor explicam a aquisição do conhecimento e o desenvolvimento cognitivo. Trata-se de dominar o conhecimento científico de uma maneira ampla e necessária para o seu próprio aprimoramento intelectual. (OLIVEIRA, 2007, p. 59)

Enfim, e como ressalta Valente, citado por Dullius e Quartieri (2007), o uso do computador na educação objetiva a integração do processo de aprendizagem dos conceitos curriculares em todas as modalidades e níveis de ensino, podendo desempenhar um papel de facilitador entre o aluno e a construção do seu conhecimento. O autor defende a necessidade do professor da disciplina curricular atentar para os potenciais do computador e ser capaz de alternar adequadamente atividades não informatizadas de ensino-aprendizagem e outras passíveis de realização via computador. Enfatiza, ainda, a necessidade dos docentes estarem preparados para realizar atividades computadorizadas com seus alunos, tendo em vista a necessidade de determinar as estratégias de ensino que utilizarão, Conhecer as restrições que o *software* apresenta e ter bem claro os objetivos a serem alcançados com as tarefas a serem executadas.

As situações surpresa, como a apresentada ao longo deste artigo, surgem em diversas atividades e pode se dizer que elas são encontradas durante todo um curso.

Quando estas situações são apresentadas em forma de conjecturas, as estratégias de demonstração têm por base a manipulação e a simulação. No entanto, é com base na mediação docente que os estudantes conseguem assumir uma postura investigativa em matemática. Pela experimentação junto aos estudantes:

> Foi possível compreender o ato de demonstrar como a busca por evidências fundamentadas no saber matemático, e pela análise das situações surpresas são identificados tais processos, pois estas situações, surgem a partir da ruptura conceitual que tem origem na interação homem-*software*-máquina (SANTANA, 2002, p. 136)

As situações surpresa exibem a importância dos desenvolvedores de *softwares* educativos voltados ao ensino de matemática, pois é devido às diversas divergências conceituais que temos diversas situações inesperadas em termos matemáticos.

No entanto, não devemos considerar apenas este aspecto, pois cabe também aos desenvolvedores compreender mais sobre o processo de ensino-aprendizagem para diminuir estas divergências e compreender os processos de mediação envolvidos na relação homem-computador.

A análise dos protocolos dos alunos revela que os estudantes foram, gradativamente, elaborando seus conhecimentos em relação ao uso da informática, e desta como meio de auxiliar a aprendizagem da matemática. As atividades com auxílio do computador contribuem para uma aprendizagem significativa, através do diálogo e da reflexão. Os estudantes evoluíram em relação às suas concepções sobre o uso do computador para o ensino, sobretudo quando perceberam que conteúdos ministrados estão ligados ao seu campo de interesse, no caso ensino da matemática.

A partir desses dados, compreendemos a importância de se repensar cursos de formação em informática para educação, sobretudo para educação matemática. Estes devem estar integrados ao interesse do professor, contribuindo na sua formação continuada, possibilitando reflexões importantes sobre conteúdos e práticas pedagógicas de forma efetiva para sua formação integral.

Por fim, este artigo pode colaborar no sentido de desenvolver investigações e ideias, que posteriormente poderão levar a um maior aprofundamento deste assunto.

Referências

Clements D.H., Sarama, J., Yelland N.J. e Glass, B. *Learning and Teaching Geometry With Computers in the Elementary and Middle School.* Em: Blume G.W. e Heid, M.K., (Eds). ***Research on technology and the teaching and learning of matematics: Research Systheses****, (vol.1), 2008.* Charlotte, North Carolina, USA, 2008.

Cury, H. N.; Oliveira, A. M. Da Saliva e pó de giz ao Software de Computação Algébrica: a difícil adaptação dos professores de matemática às exigências da sociedade informatizada. Em: Cury, H. N. **Disciplinas Matemáticas em Cursos Superiores: reflexões, relatos e propostas**. EDIPUCRS: Porto Alegre, 2004.

Dixon, J. K. *Computer use and visualization in students' construction of reflection and rotation concepts*. ***School Science and Mathematics***, 97, p. 352-358, 1997. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1111/j.1949-8594.1997.tb17376.x>. Acesso em: 13 ago. 2012.

Dullius, M. M.; Quartieri, M. T. Recursos Computacionais nas aulas de Matemática. Em: **Encontro Nacional de Ensino de Matemática**, 9, 2007. Anais do congresso. ENEM: Belo Horizonte, 2007.

Goldenberg, E.P., Scher, D. e Feurzeig, N. *What lies behind dynamic interactive geometry software?* Em: Blume G.W., Heid, M.K., (Eds). ***Research on Technology and the Teaching and Learning of Matematics: Cases and Perspectives***, (vol.2), 2008. Charlotte, North Carolina, USA, 2008.

Gravina, M. A. Geometria Dinâmica: uma nova abordagem para o aprendizado da Geometria. Em: **VII Congresso Brasileiro de Informática na Educação**, 1996. Anais do Congresso, Belo Horizonte, 1996.

__________. **Os ambientes de geometria dinâmica e o pensamento hipotético-dedutivo**, 2001. Tese de Doutorado – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2001.

Hollbrands, K., Laborde, C. e Sträber, R. *Technology and the Learning of Geometry at the Secondary Level*. Em: Blume G. W. e Heid, M. K., (Eds). ***Research on Technology and the Teaching and Learning of Matematics: Research Systheses***, (vol.1), 2008. Charlotte, North Carolina, USA, 2008.

Oliveira, E. M. Metodologia para o uso da Informática na Educação. Em: **Revista da Sociedade Brasileira de Educação Matemática**. SBEM. Ano 13. n. 23. dez. 2007.

Santana, J. R. **Do novo PC ao velho PC – a prova no ensino de matemática a partir do uso de recursos computacionais**, 2002. Dissertação de Mestrado – Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2002.

__________, J. R. **Favorecendo investigações matemáticas através do computador**, 2006. Tese de Doutorado – Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2006.

Schön, D. A. **Educando o profissional reflexivo: Um novo design para o ensino e a aprendizagem.** 2000. Porto Alegre: Artes Médicas Sul, 2000.

Silva, G. H. Atividades investigativas em um ambiente de geometria dinâmica. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, v. 2, n. 1, p. 9-29, 2011. Disponível em: <http://revistapos.cruzeirodosul.edu.br/index.php/rencima/article/download/48/35>. Acesso em: 14 jun 2013.

APÊNDICE A

Tabela 1 – Protocolo de construção da soma de dois segmentos

N.	Nome	Definição	Valor
1	Ponto A		A = (1, 2)
2	Ponto B		B = (4, 5)
3	Segmento a	Segmento [A, B]	a = 4.24
4	Ponto C		C = (7, 5)
5	Ponto D		D = (10, 3)
6	Segmento b	Segmento [C, D]	b = 3.61
7	Ponto E		E = (3, -2)
8	Ponto F		F = (12, -2)
9	Reta c	Reta EF	c: y = -2
10	Reta d	Reta AE	d: 2x + y = 4
11	Reta e	Reta passando por E e paralela a a	e: -x + y = -5
12	Reta f	Reta passando por B e paralela a d	f: 2x + y = 13
13	Ponto G	Ponto de interseção de e, f	G = (6, 1)
14	Círculo g	Círculo por G com centro E	g: $(x - 3)^2 + (y + 2)^2 = 18$
15	Ponto H	Ponto de interseção de g, c	H = (7.24, -2)
16	Segmento h	Segmento [E, H]	h = 4.24
17	Segmento i	Segmento [C, H]	i = 7
18	Reta j	Reta passando por D e paralela a i	j: 7x + 0.24y = 70.73
19	Reta k	Reta passando por H e paralela a b	k: 2x + 3y = 8.49
20	Ponto I	Ponto de interseção de j, k	I = (10.24, -4)
21	Círculo p	Círculo por I com centro H	p: $(x - 7.24)^2 + (y + 2)^2 = 13$
22	Ponto J	Ponto de interseção de p, c	J = (10.85, -2)
23	Segmento l	Segmento [H, J]	l = 3.61