

# **SOBRE A PRODUÇÃO DE SIGNIFICADOS PARA ÁREA E PERÍMETRO NO ENSINO FUNDAMENTAL**

## **ABOUT THE PRODUCTION OF MEANING FOR AREA AND PERIMETER IN ELEMENTARY SCHOOL**

**Marcílio Dias Henriques**

Universidade Federal de Juiz de Fora/Colégio de Aplicação João XXIII, mdhenriques@oi.com.br

**Amarildo Melchiades da Silva**

Universidade Federal de Juiz de Fora/ICE/Departamento de Matemática,  
xamcoelho@terra.com.br

### **Resumo**

Neste trabalho, apresentamos nossa investigação que teve como objetivo levantar possíveis dificuldades de aprendizagem das noções de área e perímetro de figuras geométricas planas. Para atender a esta finalidade, dedicamo-nos à elaboração de um conjunto de tarefas que nos possibilitasse identificar a produção de significados de estudantes do Ensino Fundamental para perímetro e área. Utilizando uma abordagem qualitativa de pesquisa, adotamos como base teórica o Modelo dos Campos Semânticos, que nos serviu também de instrumento de análise da produção de significados dos sujeitos de pesquisa, quando estes resolviam as tarefas propostas. Estas foram elaboradas atendendo a características específicas, com embasamento teórico, e foram aplicadas a alunos do 9º ano do Ensino Fundamental (EF) de uma escola pública da cidade de Juiz de Fora, no estado brasileiro de Minas Gerais. Após serem testadas, reaplicadas e analisadas, a série de tarefas que elaboramos atende também ao objetivo de servir de apoio ao trabalho de professores que lecionam para classes do quarto ciclo do EF. Este estudo nos propiciou, ainda, avaliar a importância da perspectiva da produção de significados, para o educador matemático, seja na pesquisa ou na prática docente, envolvendo temas geométricos.

**Palavras-chave:** Geometria escolar, dificuldades de aprendizagem, produção de significados.

### **Abstract**

This work aims at presenting our investigation which had as its objectives the diagnosis of possible learning difficulties related to the notions of area and perimeter of plane geometric figures. In order to achieve this aim, we decided to develop a set of tasks that allowed us to identify the production of meanings to perimeter and area by elementary school students. Making use of a qualitative approach to research, our study had as its theoretical basis the Model of Semantic Fields, which has also been used as an analysis tool for the research subjects' meaning production, when they solved the proposed tasks. These were developed following specific characteristics and were applied to students of elementary

school, in a state school in Juiz de Fora, Minas Gerais state, Brazil. After being tested, analyzed and reapplied, the elaborate series of tasks that also serves the purpose of serving as a support the work of teachers who teach classes for the grades 7 and 8 of elementary school. This work has also allowed us to evaluate the importance of the perspective of the meaning production to the mathematics educator, both in the research as well as in the educational practice, involving geometric themes.

**Keywords:** School geometry, learning difficulties, meaning production.

## Introdução

Há uma complexidade subjacente ao processo de aprendizagem de medidas geométricas, que torna necessária uma busca por identificarmos os elementos característicos de tal processo, não somente relativos aos seus condicionantes pedagógicos, mas especialmente no que se refere aos aspectos cognitivos que o constituem (BATTISTA, 2007; OWENS; OUTHRED, 2006; CLEMENTS; STHEFAN, 2004). Não raro, pesquisadores, como Usiskin (1994), trouxeram a lume a existência de fortes desacordos sobre objetivos, conteúdos e métodos para o ensino de *medidas* e *geometria*, em diferentes níveis. Esta constatação é corroborada por trabalhos mais recentes, como os de Jones (2010), de Alsina (2010) e Houdement, 2007.

O trabalho com medidas na escola básica, embora muitas vezes seja iniciado através de atividades em contextos espaciais, frequentemente é abandonado com muita rapidez, e é provavelmente vivido pelas crianças como *mais uma forma de fazer cálculos*. Para evitar esta situação, as primeiras experiências dos alunos com a geometria escolar deveriam enfatizar o estudo informal das formas físicas e suas propriedades, com o objetivo central de desenvolver a *intuição geométrica* e o *conhecimento dos estudantes* sobre o seu ambiente espacial (JONES; MOONEY, 2003).

Tanto em sugestões práticas como a de Alsina i Pasttels (2009), quanto em estudos como o Jones e Mooney (2003), há um grande número de aspectos teóricos e epistemológicos a serem considerados, na análise do processo de aprendizagem de tópicos de geometria escolar, possivelmente também ligados ao seu ensino e às concepções docentes sobre ambos os processos e sobre a própria natureza da geometria que se pretende ensinar.

Alguns destes aspectos estão relacionados à questão norteadora da presente pesquisa, que apresentaremos mais adiante. A partir de uma extensa revisão da literatura, discutimos as dificuldades de aprendizagem das noções de área e perímetro, tendo como aporte teórico o Modelo dos Campos Semânticos (LINS, 1999, 2001, 2004) e os trabalhos de Vygotsky (1993) e Leontiev (2006). Na base dessa discussão estão os nossos esforços em compreender as razões de alguns *obstáculos* e *limites epistemológicos* discentes (LINS, 1993), aspectos constituintes da aprendizagem da geometria escolar que têm se mostrado muito frequentes em nossas aulas de Geometria, ao lecionar para turmas da educação básica.

Após a revisão, lançamo-nos à elaboração de um conjunto de tarefas que nos possibilitasse identificar a produção de significados de estudantes do Ensino Fundamental para tais noções. Após essa elaboração e o pré-teste, as tarefas foram aplicadas a quatro alunos, registradas e analisadas, tendo o Modelo dos Campos Semânticos (MCS) como instrumento de análise da produção de significados dos sujeitos de pesquisa.

### **Aprendizagem de Área e Perímetro: Algumas Características e Dificuldades**

D'Amore e Fandiño Pinilla (2006) sustentam que dificuldades estabelecidas na escola básica, acerca de questões ligadas a área e perímetro, persistem para muitos estudantes, até mesmo entre aqueles que já estão na universidade. Após a análise de tarefas aplicadas e entrevistas realizadas, em sua investigação (Ibidem), estes pesquisadores concluíram que os alunos revelam obstáculos na construção de um conhecimento das relações entre *perímetro* e *área* que não são apenas epistemológicos, mas apresentam também uma natureza didática.

Os *Princípios e Normas* (NCTM, 2007) apontam dificuldades que muitos alunos do ensino fundamental apresentam na compreensão das idéias de perímetro e de área, fato que tais pesquisadores entendem ser decorrente da utilização, pelos alunos, de fórmulas como  $P = 2c + 2l$  ou  $A = c \times l$ , sem que estes tenham compreendido de que modo estas fórmulas se relacionam com a grandeza a ser medida ou com a unidade de medida utilizada.

Uma das dificuldades dos estudantes, que com muita frequência temos observado em salas de aula do ensino fundamental e do ensino médio, é a confusão entre as ideias de área e de perímetro, quando eles resolvem problemas usuais de geometria plana (por exemplo, Henriques e Silva, 2009). Mas não há ineditismo nesta nossa constatação. Trabalhos como os de French (2004), Baldini (2004), Owens e Outhred (2006) e Hernández (2008) apontam tal dificuldade e procuram identificar suas características e sua gênese.

Ao analisar alguns destes e outros trabalhos relacionados ao estudo de dificuldades dos estudantes na aprendizagem de perímetro e de área de figuras planas, buscamos identificar características que nos favorecessem na elaboração das tarefas aplicadas em nossa pesquisa de campo, da unidade de análise destas tarefas e do enfoque que daremos à execução desta análise, ligado aos objetivos da presente investigação.

Baltar (1996), ao estudar a aquisição da relação entre comprimento e área na escola, relata as dificuldades que estudantes dos anos finais da educação básica encontram, em primeiro lugar, em reconhecer *medidas* de uma figura como um de seus elementos constituintes e, em segundo, em distinguir as medidas de área e de perímetro.

Segundo French (2004), a dificuldade de dissociar área e perímetro pode surgir de uma simples confusão de palavras ou mesmo originar-se de conceitos profundamente errôneos, os quais fazem os estudantes pensarem que perímetro e área estão ligados de um modo tão elementar, que o aumento de uma dessas grandezas conduz

necessariamente ao aumento da outra. Não concordamos com a perspectiva de avaliar *pelo erro* ou *pela falta*, pois tal postura envolve um perigoso juízo de valor da capacidade cognitiva dos estudantes em função de sua faixa etária, muito comum às teorias piagetianas, como discute Lins (1999), fundamentando-se na hipótese de Vygotsky (1993) que afirma que a *aprendizagem*, que se dá pela apropriação das formas social e culturalmente produzidas, leva ao *desenvolvimento* das estruturas mentais de quem aprende, ou seja, o desenvolvimento cognitivo é precedido pela aprendizagem, e não o contrário.

Santos (2008), em sua pesquisa de mestrado, cuja metodologia se baseou em uma análise qualitativa sob a ótica da Didática da Matemática francesa, concluiu que a não resolução de certas tarefas – propostas aos estudantes por autores de certos livros didáticos e que envolvem as noções de área e perímetro – indica dificuldades que podem estar associadas à forma como se dá a passagem entre os *níveis de conhecimento*, às mudanças de *registros de representação semiótica* e às *mudanças de quadros* envolvidas nas tarefas. Embora não tenhamos interesse em trabalhar com estas noções da Didática francesa, consideramos pertinente levantar a questão da influência das abordagens trazidas pelos livros didáticos.

Para construir a noção geométrica de *área*, é preciso estabelecer relações entre as fórmulas de área e de perímetro e os invariantes geométricos das figuras; é necessário, também, desenvolver um trabalho geométrico sobre o tratamento destas figuras em casos não prototípicos ou não padronizados, isto é, um tratamento diverso do que encontramos na maioria dos livros didáticos de Matemática (BALTAR, 1996). No documento de divulgação da matriz de referência e dos resultados da Prova Brasil (BRASIL, 2008), encontramos sugestões de modos com os quais os professores podem trabalhar a habilidade discente de calcular a área de figuras planas poligonais, como o encadeamento de perímetro e área, a utilização de figuras geométricas que permitam a contagem das unidades de área e a seleção de contextos artísticos apropriados a este fim.

Clements e Steffan (2004) defendem que, para o desenvolvimento dos processos de aprendizagem de áreas, o professor não deve focar os procedimentos de cálculo, mas sim os significados que tais processos trazem para os alunos. Para estes pesquisadores, pode ser um exagero o argumento básico de Piaget, de que as crianças devem aprender antes a conservar comprimentos para que possam produzir sentido para os sistemas de medições, como as réguas (físicas) ou ferramentas computacionais. De acordo com a perspectiva vygotskiana, as réguas são vistas como instrumentos culturais, dos quais as crianças podem se apropriar, ou seja, os alunos podem usar as réguas, apropriarem-se delas e assim construir novas ferramentas mentais (CLEMENTS; STEFFAN, 2004). Concordamos com esta perspectiva, entendendo, porém, que outros instrumentos de medida de área e de comprimento podem ser apropriados pelos alunos, mesmo que não se lhes sejam oferecidos, como pudemos observar em uma de nossas pesquisas anteriores (HENRIQUES; SILVA, 2009).

## Produção de Significados e Aprendizagem de Área e Perímetro

A diferença fundamental que se estabelece entre a nossa pesquisa e todas as outras citadas anteriormente – que também investigam um caminho para a solução da reconhecida confusão entre as ideias de perímetro e área – está na perspectiva que adotamos, a partir do nosso referencial teórico, o Modelo dos Campos Semânticos (MCS). Este referencial nos permite um olhar diferente das teorias piagetianas e do modelo de Van Hiele, que analisam os processos cognitivos *pela falta* (com já citamos anteriormente), mas também diferente dos trabalhos baseados no arcabouço da Didática Francesa, na qual as caracterizações epistemológicas são distintas daquelas trazidas pelo modelo teórico que adotamos. Pelo prisma da produção de significados, este modelo nos possibilita identificar que significado cada sujeito produz, no interior de certa atividade, para um determinado objeto que está sendo constituído por este sujeito (LINS, 1999, 2008; SILVA, 2003).

Segundo o MCS, “conhecimento é entendido como uma crença – algo que o sujeito acredita e expressa, e que se caracteriza, portanto, como uma afirmação – junto com o que o sujeito considera ser uma justificação para a sua crença-afirmação” (LINS, 1993, p. 88). Esta concepção epistemológica é um dos principais elementos do MCS, pois que a torna diversa de todas as outras teorias epistemológicas vigentes. A ela está fortemente ligada à idéia, defendida por Lins (1999), de que conhecimento é algo do domínio da *enunciação*, e assim entendendo que não há conhecimento nos livros (objetos físicos), mas ali há apenas *enunciados*.

Dar legitimidade a uma enunciação é um dos papéis da justificação, no estabelecimento do conhecimento (de um sujeito do conhecimento), sendo que ela não tem a função de explicar a crença-afirmação do sujeito; outro papel da justificação é integrar o processo de constituir objetos, ou seja, produzir conhecimento (LINS, 1999). E como concluiu Silva (2003, p. 19), estudando o MCS, que “produzir conhecimento é produzir justificações no processo de enunciação das crenças-afirmações”.

Da caracterização de conhecimento, citada acima, decorre a noção de que diferentes justificações para uma mesma crença-afirmação constituem conhecimentos diferentes (LINS, 1999). Por exemplo, consideremos que uma criança observa dois desenhos feitos num quadro. Ela acredita e afirma que são dois triângulos “iguais”. E justifica afirmando que as figuras são muito parecidas. Uma outra pessoa, ao se deparar com os desenhos, também acredita e afirma o mesmo, ou seja, que são dois triângulos congruentes, mas justifica de outra forma: medindo os lados e os ângulos das figuras, com certa precisão; e então admite que elas são congruentes. Embora ambos os sujeitos compartilhem a mesma crença-afirmação, as justificações da criança e da outra pessoa são distintas. Portanto, de acordo com a formulação de conhecimento que apresentamos, elas produziram conhecimentos distintos.

Uma razão para nos lançarmos, como professores-pesquisadores, a uma investigação guiada pelo prisma da produção de significados, foi oferecida por Lins (1999, p. 86), quando afirmou: “Para mim, o aspecto central de toda aprendizagem humana – em

verdade, o aspecto central de toda cognição humana – é a produção de significados”. De acordo com o MCS, *significado* é aquilo que o sujeito pode e efetivamente diz sobre um objeto, no interior de uma *atividade* – assumimos para este termo o sentido proposto por Leontiev (2006, p. 68). Assim, *produzir significados* é produzir ações enunciativas a respeito do objeto, no interior da atividade (Silva, 2003).

Acerca dos processos de aprendizagem e de ensino, Lins (2001, p. 45) afirmou que “se aprendizagem é entendida – corretamente, eu penso – como aprender a produzir significado, ensinar deve também apontar para uma discussão explícita dos limites criados nesse processo”. E, desta forma, o MCS abre tal discussão, ou seja, permite que sejam tratadas as dificuldades de aprendizagem que os alunos apresentem.

De acordo com Clements e Stehhan (2004), existem cinco conceitos básicos envolvidos no processo de aprender a medir áreas: *i)* partição, *ii)* interação de unidades, *iii)* conservação de medidas, *iv)* estrutura de malha, e *v)* medição linear. Tal como a medição linear, a partição é uma ação mental de dividir o espaço bidimensional com unidades bidimensionais. Muitos docentes frequentemente assumem que, para os alunos, o produto de dois comprimentos estrutura uma região em unidades bidimensionais de área. Contudo, a construção de uma malha bidimensional não é algo trivial para os estudantes. As primeiras experiências discentes com área deveriam incluir a partição de um região com unidades bidimensionais escolhidas e, nesse processo, discutir questões como os espaços que restaram, a sobreposição de unidades e a precisão de medidas. As discussões destas ideias podem orientar os alunos para fazerem mentalmente a partição de uma região em sub-regiões enumeráveis. Ao cobrirem regiões com unidades de área, sem deixar quaisquer lacunas ou sobreposições, as crianças podem desenvolver o conceito de interação de unidades para medir áreas. (CLEMENTS; STEFHAN, 2004)

Embora este trabalho de Clements e Stehhan (Ibidem) aponte para características importantes dos processos cognitivos de crianças que aprendem a medir área, dando pistas para as intervenções e modos de proceder do professor, a respeito da produção de significados para as noções de área e de comprimento, não compartilhamos o estabelecimento do que chamaram de conceitos básicos envolvidos na aprendizagem de medição de área. Esta predefinição ou antecipação do que pode acontecer na produção de significados para cada sujeito é o mesmo que estabelecer uma “maneira correta” de operar, por exemplo, uma multiplicação de dois números inteiros com dois ou mais algarismos cada, como é muito comum se observar na prática de professores afeitos ao *ensino tradicional vigente* (expressão de BALDINO, 1998), nos 2º e 3º ciclos do Ensino Fundamental, no Brasil.

Nossa perspectiva não quer privilegiar, em momento algum, esse ou aquele modo de produção de significados, mas objetiva expandir sempre as possibilidades de surgimento distintos conhecimentos sobre um mesmo tema, e do desenvolvimento de modos de leitura destes conhecimentos dos sujeitos pelos professores, no momento em que as produções ocorrem, permitindo intervenções didáticas *ao vivo*, ou seja, quando surjam as dificuldades que demandam tais intervenções.

Na seguinte seção, apresentaremos a nossa questão de investigação e passaremos a tratar da metodologia que adotamos na presente pesquisa.

## **A Metodologia e a Pesquisa de Campo**

O problema de pesquisa que orientou nosso trabalho pode ser expresso na seguinte questão: *Que conjunto de tarefas nos possibilitaria identificar a produção de significados de alunos do 9º ano do Ensino Fundamental para área e perímetro de figuras planas, com o objetivo de levantar possíveis dificuldades de aprendizagem acerca dessas noções?*

Com o objetivo de responder a esta questão, damos continuidade às nossas investigações anteriores sobre a produção de significados para a Geometria Escolar. Em uma destas investigações (HENRIQUES; SILVA, 2009), tivemos a oportunidade de concluir, por exemplo, que estudantes de ensino médio produzem diferentes significados para área de figuras geométricas planas. A partir dos resultados desse e de outros estudos, iniciamos nossa busca por investigar mais detidamente os processos de produção de significados de estudantes para elementos da Geometria Escolar, notadamente para área e perímetro de figuras planas e para as relações entre estas grandezas. Nesta direção, assumimos uma posição central em nossa investigação: defendemos que *objetivos orientam conteúdos*.

Nossa intenção foi produzir um conjunto de tarefas orientadas por objetivos e pressupostos teóricos bem definidos. E, no caminho de produzir tal *protótipo de tarefas*, nosso principal interesse reside em entender como elaborar tarefas geradoras de produção de significados, que permitam aos estudantes associarem os conhecimentos prévios aos novos conhecimentos que estão sendo produzidos a eles, de modo que o que é *dado* para o sujeito seja alicerce para o *novo*, isto é, aquilo que é ainda desconhecido para ele.

Nossa pesquisa é qualitativa com as características descritas por Bogdan e Biklen (1994). O campo de observação são alunos do 9º ano do ensino fundamental de escola pública federal e de uma escola pública estadual. Embora realizada com apenas dois sujeitos de pesquisa, a pesquisa de campo revelou-nos uma grande riqueza de informações, através das discussões travadas, das dúvidas e dificuldades surgidas, da diversidade da produção de significados e das mudanças dos modos com os quais estes sujeitos operaram (cognitivamente). Em todo registro audiovisual da aplicação das tarefas e das entrevistas, utilizamos uma câmera de vídeo com captação de áudio direto.

A primeira etapa da pesquisa de campo foi um pré-teste ou teste piloto, no qual algumas tarefas foram aplicadas a quatro alunos do 9º ano de uma escola pública estadual de Juiz de Fora, Minas Gerais. Este pré-teste foi filmado e analisado, o que permitiu refazermos algumas tarefas, eliminar outras e criar mais algumas, de modo que o conjunto de tarefas, tal qual aplicamos na pesquisa de campo derradeira, estivesse coerente com as perspectivas, pressupostos e objetivos que assumimos. Em etapa seguinte, aplicamos o novo conjunto de seis tarefas a quatro sujeitos de pesquisa, alunos

do 9º ano de uma escola pública federal da cidade de Juiz de Fora. Fizemos o registro audiovisual de todas as sessões, totalizando quatro encontros.

Tal leitura da produção de significados dos alunos por nós pesquisados, neste trabalho, é feita também através de outras noções-categorias do MCS, isto é, através da análise dos objetos que estão sendo constituídos, das operações (e suas lógicas) que estão em jogo, da constituição de um núcleo e das coisas que são legítimas os sujeitos dizerem, segundo eles próprios. O método de análise ou leitura da produção de significados, descrito por Silva (2003) e denominado *Método de Leitura Positiva (ou Leitura Plausível)*, permite-nos identificar os significados que são produzidos por sujeitos humanos, a partir da análise dos resíduos de suas ações enunciativas.

### **Característica das Tarefas e da Pesquisa de Campo**

Com base nas perspectivas que assumimos e com foco nos objetivos que levantamos anteriormente, procedemos à elaboração das tarefas a serem aplicadas na pesquisa de campo. Em termos mais particulares, estas tarefas devem conter questões que tragam à tona dificuldades dos sujeitos de pesquisa, envolvendo área e perímetro de polígonos, sobre as quais discutimos na revisão da literatura.

De uma forma mais abrangente, uma boa tarefa deveria permitir ao professor e ao pesquisador: *a)* observar a multiplicidade dos significados produzidos pelos alunos, para os elementos constituintes das tarefas; *b)* explicitar o fato de que os significados produzidos pelos estudantes, pelo professor ou pelos autores de livros didáticos são alguns entre outros tantos significados que podem ser produzidos a partir daquelas tarefas; *c)* dar o mesmo tratamento a significados matemáticos e a significados não-matemáticos que surjam no contexto das tarefas, sem juízo de valor.

Na prática, não nos preocupamos com o ineditismo das tarefas que propusemos no trabalho de campo, pois as entendemos por *resíduos de enunciação*, porquanto a produção de significados dos sujeitos de pesquisa é o nosso foco de atenção.

Apresentaremos, na seguinte seção, apenas as duas primeiras tarefas da série que elaboramos, por questão de espaço. Em seguida, apresentaremos nossas conclusões, baseando-nos nas produções de significados dos sujeitos de pesquisa para estas tarefas, citando apenas algumas de tais produções.

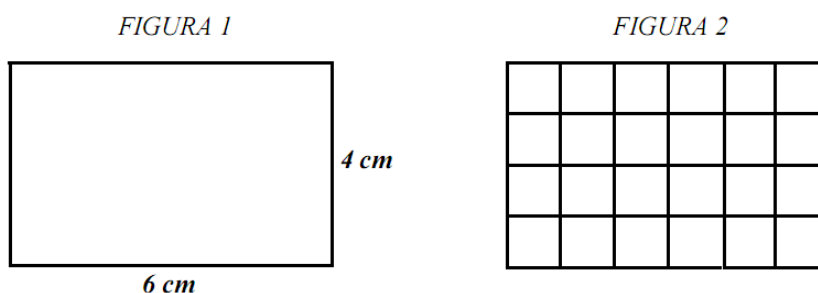
### **Algumas Tarefas e Produções de Significados**

Eis, a seguir, a Tarefa 1, tal qual apresentamos aos alunos na pesquisa de campo, estando ausentes aqui apenas os espaços em branco que deixamos para a sua resolução.



### Tarefa 1

Os dois retângulos abaixo são iguais. Observe.



Considerando as Figuras 1 e 2, responda às seguintes perguntas:

- c) Qual é a medida da área do retângulo?
- d) Qual é a medida do perímetro do retângulo?

**Figura 1:** Tarefa 1 da pesquisa

Os objetivos específicos da Tarefa 1 foram: obter dois modos de apresentar o retângulo para gerar possíveis dualidades ou para permitir enunciações dos alunos que exibam diferentes modos de *operar* com área e com perímetro (por exemplo, com a multiplicação de grandezas lineares e com a contagem de unidades de área); vislumbramos a perspectiva de, através de uma intervenção orientada, fazer com que os sujeitos pensem e falem a partir das duas figuras, caso não o façam espontaneamente.

Através da videografia, podemos perceber que Ortência (pseudônimo de um sujeito de pesquisa) não opera com a estrutura de malhas (matrizes) para medir a área de um retângulo. Pois o modo de operar a partir da estrutura de malhas é comumente revelado quando o sujeito multiplica uma linha pelo número de unidades (quadradas) dessa linha, ou uma coluna pelo número de unidades dessa coluna, em se tratando de um retângulo desenhado sobre uma malha quadriculada ou que foi dividido em unidades de área, pela tesselação do retângulo. E ao aceitar a negociação, Ortência se utiliza das unidades de área *apenas* como *instrumento para medir* os lados do retângulo, dentro da atividade de encontrar a área da figura.


Marte (pseudônimo de outro sujeito de pesquisa) parece operar com a ideia uma única grandeza, a área. Assim, embora calcule da maneira que podemos observar em suas fichas abaixo – talvez por influência de Ortência –, ela utiliza o mesmo modo para calcular a área e o perímetro, ou seja, tomando as medidas dos lados dados e operando-os, com a única diferença de trocar as operações (matemáticas), sendo ora a multiplicação, ora a adição.

A Tarefa 2, apresentada a seguir (Fig. 2), teve como objetivo buscar uma aproximação da relação área-perímetro, segundo possíveis significados produzidos pelos sujeitos. Vislumbramos a ideia de fixar o perímetro (com um exemplo que tenda ao físico, como uma corda, embora desenhada), com a intenção de gerar nos sujeitos o desconforto de obter medidas diferentes de área para uma mesma medida de perímetro,

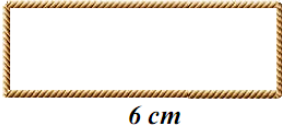
colocando em cheque a noção (bastante comum) da linearidade da variação destas grandezas.

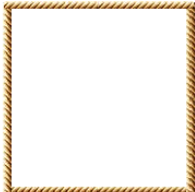
Tarefa 2

Você possui uma corda com a medida de 16 centímetros, quando está totalmente esticada, como mostra a figura abaixo.

  
16 cm

Com esta corda, você construiu um retângulo e depois um quadrado, conforme o que podemos observar nas seguintes figuras. Veja.

  
2 cm                      6 cm

  
4 cm

a) Estas duas figuras têm a mesma área? Quais são suas áreas?  
b) Estas duas figuras têm o mesmo perímetro? Quais são seus perímetros?

**Figura 2 - Tarefa 2 da pesquisa**

A confusão entre área e perímetro aparece novamente na enunciação inicial de Marte, quando o fato de ela considerar que as figuras foram feitas com a mesma corda a levou a associar, imediatamente, que as figuras teriam a mesma área. Mas, observamos ainda, na interação com Ortência, aquela dificuldade parece ter sido superada, ao menos para esta atividade de Marte (comparar as áreas e os perímetros das figuras).

Observamos, ao final da pesquisa, que Ortência parece continuar operando com a noção multiplicativa, segundo sua fala (registro audiovisual da pesquisa): “Eu nem cheguei a pensar nisso que você falou, porque antes de pensar que eram feitos com a mesma corda, eu pensei: dois vezes seis, doze; quatro vezes quatro, dezesseis”.

### Considerações Finais

Toda a análise que desenvolvemos, nesta investigação, permitiu-nos, efetivamente, levantar algumas dificuldades dos sujeitos de pesquisa, quando estes produziam significados para os objetos *área* e *perímetro de figuras geométricas planas*. Entre as dificuldades que identificamos, destaca-se a confusão entre área e perímetro, que aparece na análise da produção significados de Marte para todas as tarefas propostas na pesquisa de campo, com exceção da Tarefa 6. Pois, tanto pela transcrição quanto pelos registros escritos (fichas e caderno de campo) para esta tarefa, pareceu-nos que Marte não mais confundia as noções de perímetro e de área. Talvez possamos avaliar que a ordem escolhida para apresentação desta série de tarefas, aos sujeitos de pesquisa, tenha permitido à aluna superar tal dificuldade, produzindo significados distintos aquelas noções geométricas.

Outra dificuldade que observamos, na produção de significados de Ortência para a Tarefa 1, foi o seu insucesso em operar com a noção de malhas ou ladrilhamento de figuras geométricas, como o retângulo. No entanto, a estudante não apresentou essa dificuldade em sua produção de significados para as demais tarefas, o que pode nos informar quais sejam as características de uma tarefa que coloque os alunos frente a uma situação incomum (não usual ou nova, para eles), de modo a favorecer-lhes a expressão de dificuldades relacionadas ao aprendizado desta ou de outras noções.

Entendemos que a ação de levantar tais dificuldades, a partir de uma série de tarefas elaboradas com este propósito, é um elemento-chave para que orientemos o nosso trabalho, em sala de aula, de modo coerente com os pressupostos do Modelo dos Campos Semânticos (MCS), que nos oferece uma perspectiva nova para compreendermos os processos de aprendizagem de temas geométricos ou de outro tema qualquer.

A partir do presente trabalho, identificamos, dentre outras, uma importante consequência do MCS na prática do educador matemático: a possibilidade de uma permanente mudança de direcionamento do trabalho docente, em função da identificação e da análise de produção de significados dos estudantes para os objetos de aprendizagem.

## Referências

ALSINA, C. Three-dimensional citizens do not deserve a flatlanders' Education: curriculum and 3-D geometry. In: Usiskin, Z.; Andersen, K.; Zotto, N. (Eds.). **Future Curricular Trends in School Algebra and Geometry: Proceedings of a Conference**. Charlotte, NC: Information Age Pub. Inc.. p. 147-154, 2010.

ALSINA, C.; PASTELLS, A. **Desenvolvimento de competências matemáticas com recursos lúdicos-manipulativos para crianças de 6 a 12 anos**. Trad. de V. L. O. Dittrich. Curitiba, Brasil: Base Editorial, 2009.

BALDINI, L. A. F. **Construção do conceito de área e perímetro**: uma seqüência didática com o auxílio do software de Geometria dinâmica. Londrina, Brasil: Universidade Estadual de Londrina, 2004.

BALDINO, R. R. Assimilação Solidária: escola, mais-valia e consciência cínica. **Educação em Foco**, Editora da UFJF, Juiz de Fora, Brasil, v. 3, n. 1, p. 39-65, 1999.

BALTAR, P. M. **Enseignement et apprentissage de la notion d'aire de surfaces planes: une étude de l'acquisition des relations entre les longueurs et les aires au collège**. Tese de Doutorado em Didática da Matemática. Université Joseph Fourier, Grenoble, 1996.

BATTISTA, M. The development of Geometric and spatial thinking. In: F. K. Lester, Jr. (Ed.). **Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning**. NCTM/Information Age Publishing, pp.843-908, 2007

BRASIL. Ministério da Educação. **Plano de desenvolvimento da Educação: Prova Brasil: ensino fundamental**: matrizes de referência, tópicos e descritores. Brasília: MEC, SEB; INEP, 2008.

\_\_\_\_\_. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. (Terceiro e Quarto Ciclos). Brasília: MEC/SEF.1998.

BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. **Investigação qualitativa em educação matemática: uma introdução à teoria e aos métodos**. Porto, Portugal: Porto Editora, 1994.

CLEMENTS, D.; STEFHAN, M. Measurement in Pre-K to Grade 2 Mathematics. In: Clements, D.; Sarama, J.; DiBiasi, A.-M. (Eds.). **Engaging Young Children in Mathematics: Standards for Early Childhood Mathematics Education**, Lawrence Erlbaum Associates. Mahwah, NJ. p. 299-320, 2004.

D'AMORE, B.; FANDIÑO PINILLA, M. I. Relationships between area and perimeter: beliefs of teachers and students. **Mediterranean journal for research in mathematics education** (Cyprus Mathematical Society). v. 5, n. 2. p.1-29, 2006. Disponível em: <<http://www.dm.unibo.it/rsddm/it/articoli/damore/590%20Area%20and%20Perimeter.pdf>>. Acesso em: 20 jan. 2011.

FRENCH, D. **Teaching and learning geometry**. London: Continuum, 2004.

HENRIQUES, M. D.; SILVA, A. M. Significados producidos por estudantes secundários brasileiros para área de figuras planas. In: Congresso Iberoamericano de Educación Matemática, 6., 2009, Puerto Montt. **Actas...** Puerto Montt, Chile: FISEM. v.1, p. 580-58, 2009.

HERNANDEZ, B. **Creative ideas for teaching area and perimeter**: ideas for teaching math. Disponível em:

<<http://homeschooling.about.com/od/basicmath/qt/teachingarea.htm>>. Acesso em: 21 nov. 2009.

HOUEMENT, C. Geometrical working space, a tool for comparison. In: Conference of the European Society for the Research of Mathematics Education, 5., Chipre. **Proceedings...** University of Cyprus, 2007. p. 972-981, 2007.

JONES, K. Linking geometry and algebra in the school mathematics curriculum. In: Usiskin, Z.; Andersen, K.; Zotto, N. (Eds.). **Future Curricular Trends in School Algebra and Geometry**. Charlotte, NC: Infoage. p. 203-216, 2010.

JONES, K; MOONEY, C. Make Space for Geometry in Primary Mathematics. In: THOMPSON, I. (Ed.). **Enhancing Primary Mathematics Teaching**, London: Open University Press. p 3-15, 2003

LEONTIEV, A. N. Uma contribuição à teoria do desenvolvimento da psique infantil. In: Vigotsky, L. S. (Dir.), **Linguagem, desenvolvimento e aprendizagem**. São Paulo: Ícone. p. 59-83, 2006

LEUNG, A. **Mathematics lesson on perimeter and area**. In: *Learning Study 5*. 2001. Disponível em: <[www.iediis4.ied.edu.hk/cidv/webdata/](http://www.iediis4.ied.edu.hk/cidv/webdata/)>. Acesso em 16 jan. 2010.

LINS, R. C. A diferença como oportunidade de aprender. In: Encontro Nacional de Didática e Prática De Ensino, 14., 2008, Porto Alegre. **Anais...** Porto Alegre, Brasil: PUCRS. p. 530-550, 2008

\_\_\_\_\_ Matemática, monstros, significados e educação matemática. In: Bicudo, M.A.V. (Ed.). **Pesquisa em Educação Matemática: concepções e perspectivas.** São Paulo, Brasil: EDUNESP. p. 92-120, 2004

\_\_\_\_\_ The production of meaning for algebra: a perspective based on a Theoretical Model of Semantic Fields. In: Sutherland, R.; Rojano, T.; Bell, A.; Lins, R. (Eds.). **Perspectives on School Algebra.** Dordrecht, Holanda: Kluwer Academic Publishers. p. 37-60, 2001.

\_\_\_\_\_ Por que discutir teoria do conhecimento é relevante para a Educação Matemática. In: Bicudo, M. A. V. (Org.). **Pesquisa em Educação Matemática: concepções e perspectivas.** p. 75-94, 1999.

\_\_\_\_\_ O modelo teórico dos campos semânticos: uma análise epistemológica da álgebra e do pensamento algébrico. **Revista Dynamis.** abril/junho. v.1, n. 7, p. 29-39., 1994.

\_\_\_\_\_ Epistemologia, História e Educação Matemática: Tornando mais Sólidas as Bases da Pesquisa. **Revista de Educação Matemática da SBEM-SP,** Ano 1, n.1, São Paulo: SBEM-SP, 1993.

National Council of Teachers of Mathematics. **Princípios e Normas para a Matemática Escolar.** 2007 Lisboa: APM (Trabalho original, em Inglês, publicado em 2000).

OWENS, K; OUTHRED, L. The complexity of learning Geometry and Measurement. In: Gutiérrez, A.; Boero, P. (Eds.). **Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education: Past, Present and Future.** Rotterdam: Sense Publishers, p.83-115, 2006.

SANTOS, C. A. B. **Formação de professores de matemática: contribuições de teorias didáticas no estudo das noções de área e perímetro.** 152 p. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática). São Paulo: Universidade Cruzeiro do Sul, 2008.

SILVA, A. M. **Sobre a dinâmica da produção de significados para a Matemática.** Tese de Doutorado. Rio Claro, Brasil: UNESP. 2003.

USISKIN, Z. Resolvendo os dilemas permanentes da geometria escolar. In: Lindquist, M. e Shulte. A. P. **Aprendendo e ensinando geometria.** (Trad. H. H. Domingues), São Paulo: Atual. p.21-37. 1994.

VYGOTSKY, L. S. **Pensamento e Linguagem.** São Paulo, Martins Fontes, 1993.