

ANÁLISE DE ERROS EM GEOMETRIA: UMA INVESTIGAÇÃO COM ALUNOS DA EDUCAÇÃO DE JOVENS E ADULTOS (EJA)

ERROR ANALYSIS IN GEOMETRY: NA INVESTIGATION WITH STUDENTS OF YOUTH AND ADULT EDUCATION

Rafael Schilling Fuck

Universidade do Vale do Rio dos Sinos/rafaelschillingf@gmail.com

Resumo

Neste artigo, apresenta-se uma investigação qualitativa, a fim de responder ao seguinte problema: quais são os tipos de erros mais frequentes em questões de área e perímetro de quadrados e retângulos, cometidos por alunos de EJA e PROEJA? Para atender ao objetivo da pesquisa, aplicou-se um teste com 34 alunos e os principais resultados foram: ausência de relação dos conceitos de área e perímetro com o contexto; desconhecimento da característica dos quadrados referente à assertiva de que todos os lados do polígono apresentam a mesma medida; confusão nas operações matemáticas envolvidas nos cálculos de área e perímetro; equívocos conceituais das grandezas.

Palavras-chave: Análise de erros. Ensino de Geometria. Educação de Jovens e Adultos.

Abstract

In this article, it's presented a qualitative research, in order to respond to the following problem: what are the types of errors more frequent in questions about area and perimeter of squares and rectangles, committed by students in EJA and PROEJA? For reaching the objective of the research, it was applied a test with 34 students and the main results were: absence of relationship of the concepts of area and perimeter with the context; unknowledge of the property of the squares in that all sides of the polygon have the same measure; confusion of mathematical operations involved in the calculations of area and perimeter; conceptual errors of the area and perimeter.

Keywords: Error Analysis. Teaching Geometry. Youth and Adult Education.

Introdução

No ensino de Geometria, em especial de conceitos de área e perímetro de quadrados e retângulos, é comum a dificuldade de aprendizagem de alunos para esse ramo da Matemática. Apreender tais conceitos e estabelecer relações entre eles é um processo complexo que demanda tempo e metodologia adequada.

Considera-se que um dos entraves para o avanço dos alunos nesse ramo está na ausência de compreensão de seus erros por parte do professor. Frequentemente, o docente corrige suas avaliações, procurando somente identificar as questões certas e erradas, sem analisar o tipo de erro cometido. Tal atitude reduz as possibilidades de modificar o ensino de Geometria e, por

consequente, de orientar os alunos para o desenvolvimento de capacidades cognitivas que o estudo desse ramo proporciona.

Nesse sentido, realizou-se uma investigação de natureza qualitativa, em contexto brasileiro, a fim de responder ao seguinte problema: quais são os tipos de erros mais frequentes em questões de área e perímetro de quadrados e retângulos, cometidos por alunos de EJA e PROEJA? Assim, segue que o objetivo principal do estudo consistiu em identificar e analisar os erros de 34 estudantes¹ dessa modalidade educacional, obtidos por meio da aplicação de um teste.

Dentre os autores que foram estudados para compor o referencial teórico desta investigação, destacam-se, principalmente, Cury (2007), que aborda a teoria da Análise de Erros, Pavanello (1989, 1993, 2004) e Lorenzato (1995), que apresentam reflexões acerca do ensino e aprendizagem da Geometria.

Para a apresentação da pesquisa descrita neste artigo, inicialmente, apresentam-se algumas considerações sobre o ensino de Geometria e a Análise de Erros. Em seguida, descreve-se o método da investigação. Após, são apresentados os resultados do estudo empreendido. Por fim, tecem-se as considerações finais, seguidas de implicações educacionais.

O ensino de geometria

Considera-se inquestionável a relevância da Geometria para a formação do sujeito, inclusive na Educação de Jovens e Adultos. Além de contribuir para o desenvolvimento da percepção espacial, esse ramo da Matemática contribui para o desenvolvimento da capacidade de abstração, generalização, projeção, transcendência do que é imediatamente sensível. Assim, percorre-se “um caminho que, partindo de um pensamento sobre objetos, leva a um pensamento sobre relações, as quais se tornam, progressivamente, mais e mais abstratas” (PAVANELLO, 2004).

As contribuições do ensino de Geometria também são destacadas por Passos (2005), que considera essencial a apreensão de conceitos geométricos para o “crescimento da capacidade de aprendizagem, que representa um avanço no desenvolvimento conceitual” (p. 18).

Diante do reconhecimento dos benefícios da Geometria, diversas pesquisas vêm demonstrando a importância de incluir o ensino desse tópico no currículo escolar. Lorenzato (1995) defende que seu ensino deve começar na Educação Infantil de tal forma que estimule as crianças para a observação e exploração de formas geométricas presentes em seu mundo.

No entanto, há cerca de 20 anos, Pavanello (1989, 1993) realizou investigações que possibilitaram a configuração de um quadro de abandono do ensino de Geometria no Brasil. Segundo a pesquisadora, a promulgação da Lei de Diretrizes e Bases do Ensino de 1º e 2º Graus, no início da década de 70, permitiu que cada docente pudesse elaborar seu programa de ensino com

1 Os estudantes que participaram do estudo possuem faixa etária de 15 a 22 anos.

base nas necessidades do alunado. Assim, professores das séries iniciais da Educação Básica enfatizavam apenas o ensino de conteúdos de aritmética e de conjuntos (PAVANELLO, 1993). Daí, esse fato ter se constituído em elemento desencadeador do abandono da Geometria.

A identificação das razões que levaram a esse efeito é complexa. Dentre estas razões, pode-se citar que, com uma formação de má qualidade, os docentes não possuíam conhecimentos suficientes para desenvolver um significativo processo de ensino e aprendizagem desse conteúdo. De acordo com Lorenzato (1995), a precariedade da formação dos professores e a necessidade destes profissionais em uma prática constantemente orientada pelo livro didático são algumas das causas que levaram o ensino de Geometria a não ser efetivado satisfatoriamente. De acordo com as primeiras produções científicas acerca do ensino de Geometria, outra razão era a de que os livros didáticos, muito comumente, apresentavam conteúdos de Geometria somente nos últimos capítulos, o que acabava por conduzir o professor a ensiná-los, ou não, somente no final do ano letivo. Atualmente, observa-se que essa realidade vem se modificando, pois os livros didáticos vêm apresentando conteúdos de Geometria distribuídos ao longo dos capítulos.

Entretanto, vem-se observando uma tímida abordagem desse ramo no currículo escolar ao longo dos últimos anos. Por outro lado, pode-se constatar que uma considerável quantidade de trabalhos sobre o tema de geometria vem sendo comunicada em eventos da área de Educação Matemática, o que evidencia interesse e preocupação em como auxiliar o aluno na compreensão de conceitos geométricos por parte da comunidade de educadores matemáticos.

É possível, também, observar que em alguns livros didáticos, como os de autoria de Dante (2009), vêm enfatizando mais a abordagem de tópicos relacionados à geometria. Observa-se que “atualmente a distribuição dos conteúdos de geometria aparece de maneira mais diferenciada, bem distribuída ao longo dos capítulos dos livros” (CARNEIRO; DÉCHEN, 2007, p. 3).

Em suma, pode-se vislumbrar que o ensino de Geometria, recentemente, está recebendo mais atenção por parte da comunidade dos professores de Matemática. No entanto, não basta somente reconhecer os benefícios deste ramo do conhecimento, uma vez que a forma de como vem sendo ensinado não possibilita concretizar tais benefícios. O professor atua na mediação entre o aluno e o conteúdo e, nesse sentido, deve buscar alternativas para qualificar essa mediação. Para tal, considera-se que a Análise de Erros (CURY, 2007) possa se constituir em uma importante estratégia investigativa para o docente desenvolver métodos de ensino mais eficientes que promovam aprendizagem significativa dos conceitos geométricos.

Análise de Erros: alguns pressupostos teóricos

No estudo realizado, foi adotada a concepção de Análise de Erros preconizada por Cury (2007). A autora sustenta que a análise das respostas dos estudantes pode ser uma metodologia de pesquisa e, também, uma metodologia de ensino, se for utilizada em sala de aula como estratégia para

orientar os alunos a questionarem suas respostas e o processo que os levou a concluí-las (CURY, 2007).

Convergindo para as áreas da Educação, Educação Matemática e Matemática, o estudo dos erros dos alunos em Matemática pode auxiliar o professor a compreender o processo percorrido para chegar à resposta e não somente a resposta em si, o que comumente se procede nas avaliações dessa disciplina. Costa (1988, p. 16) salienta que

A análise do “erro” nos permite valorizar o processo subjacente às respostas, não apenas a resposta com um produto que se encerra em si mesmo. A análise dos processos utilizados pelas crianças nos leva a verificar o que há de positivo nela, a sua construção lógica, não apenas os seus supostos déficits.

Assim, esse método possibilita a investigação de como o aluno aprende Matemática. Inevitavelmente, quando o objetivo de uma pesquisa é analisar o processo de aprendizagem desse campo do saber, o pesquisador se deparará com erros, os quais não podem ser ignorados. “O erro deve ser encarado, caso apareça, não apenas como um obstáculo ou como uma dificuldade, mas sim como um mecanismo que auxilie e promova a aprendizagem” (DALTO, 2007, p. 22).

Considera-se que os erros podem indicar peculiaridades do raciocínio do estudante, que se constituem em importantes elementos para subsidiar a construção de práticas de ensino mais adequadas aos sujeitos, auxiliando-os a refletirem sobre seus erros e superá-los. Nesse sentido, Cury (1995, p. 10) destaca que

Se estamos interessados no processo de aprendizagem da Matemática, o erro pode ser visto como instrumento de identificação dos problemas do currículo e da metodologia, e, ao resolvê-los, os erros serão eliminados; se, no entanto, queremos explorar o erro, esse pode constituir-se em instrumento para a compreensão dos processos cognitivos.

De acordo com Cury (2007), há três fases pelas quais as pesquisas sobre os erros dos alunos podem ser caracterizadas. Na primeira fase, a preocupação estava voltada para os aspectos técnicos dos erros. Na segunda, sob influência da Teoria da Informação, o modo de pensar dos alunos se constituía como foco das pesquisas. Finalmente, na terceira fase, sob influência do Construtivismo, os erros são concebidos como forma de aprendizagem. É nesta última fase que se inserem pesquisas como a de Feltes (2007), Perego (2006) e Dalto (2007).

Feltes (2007) investigou os erros cometidos por alunos de Ensino Fundamental e Médio, ao resolverem questões sobre potenciação, radiciação e equações exponenciais. Além disso, a pesquisadora entrevistou professores de Matemática sobre os erros cometidos por seus alunos nos referidos conteúdos. Como resultado de sua investigação, que culminou em uma dissertação de Mestrado, observou-se que as maiores dificuldades dos alunos estão relacionadas a operações numéricas e às propriedades da potenciação. Quanto aos docentes entrevistados, estes afirmaram que os erros são

decorrentes da ausência de atenção e estudo. E, como alternativa para superação dos erros, sugeriram a repetição dos conteúdos e realização de exercícios de fixação.

A observação da pesquisadora referente aos docentes aponta para a pouca importância de analisar os erros cometidos por seus alunos. Segundo a pesquisadora, para tais professores, o erro não é investigado no sentido de identificar as causas que o produziram e estabelecer estratégias didáticas para superá-lo. Acredita-se que a realização de exercícios de fixação e sua repetição podem ser benéficas, mas é preciso que o aluno se conscientize o que o levou a cometer o erro. Caso contrário, o aluno até pode ter superado o erro, mas não terá desenvolvido a autonomia para resolver problemas e erros em outras situações de aprendizagem.

Na pesquisa de Perego (2006), que resultou em uma dissertação de mestrado, a autora investigou a produção escrita em Matemática de alunos da 8ª série do Ensino Fundamental, presente nas Provas de Questões Abertas da Avaliação Estadual do Rendimento Escolar do Paraná (AVA/2002). De cunho qualitativo, o objetivo da pesquisa foi analisar os acertos e erros dos estudantes e a estratégia empregada por eles para resolver cada questão.

Como resultados dessa investigação, a autora constatou que os alunos recorrem a diferentes procedimentos de resolução das questões e apresentam poucos erros relacionados aos algoritmos das operações. No entanto, o estudo apontou que a maior dificuldade dos alunos reside na interpretação dos enunciados.

Posteriormente, em sua dissertação de mestrado, Dalto (2007) estudou a produção escrita em Matemática presente na questão comum aplicada a alunos de 8ª série do Ensino Fundamental e 3ª série do Ensino Médio, da Prova de Questões Abertas de Matemática da Avaliação do Rendimento Escolar do Estado do Paraná (AVA/2002). Nessa investigação de natureza qualitativa, o pesquisador buscou responder aos seguintes problemas: quais as estratégias/procedimentos utilizados pelos alunos dessas séries para resolver uma questão comum? Tais estratégias/procedimentos são os mesmos? Que tipos de erros são encontrados? Esses erros são os mesmos, independentemente da série? Existe compatibilidade de marcas de conteúdos matemáticos na produção escrita encontrada?

A pesquisa de Dalto (2007) constatou que o desempenho dos estudantes da 3ª série do Ensino Médio é superior ao desempenho dos estudantes da 8ª série do Ensino Fundamental. Na maioria das Provas, o autor identificou a utilização de uma estratégia considerada aritmética, mesmo nas avaliações da 3ª série; identificou, ainda, que a maior dificuldade dos estudantes foi compreender o enunciado da questão; e, por fim, que as estratégias utilizadas pelos alunos para resolver a questão não diferem muito de uma série para outra.

A partir do exposto, as pesquisas relatadas acima evidenciam a relevância da Análise de Erros como metodologia de pesquisa e ensino. Por meio dessa metodologia, pode-se analisar o raciocínio do aluno e identificar suas dificuldades para a aprendizagem da Matemática. Dentro dessa perspectiva, o erro deixa de ser concebido pelo professor como um obstáculo

insuperável, passando a ser um elemento integrante do processo de aprendizagem do educando.

Nesse sentido, buscou-se realizar a investigação descrita neste artigo para identificar e analisar os erros em área e perímetro de polígonos retangulares, cometidos por alunos da EJA e PROEJA. A partir desses objetivos, considera-se que o professor poderá estabelecer estratégias didáticas mais eficientes para auxiliar o aluno a compreender o erro cometido e identificar alternativas de superá-lo.

Considerações Metodológicas

Com o intuito de identificar e analisar os tipos de erros cometidos por alunos na resolução de problemas envolvendo área e perímetro de figuras planas retangulares, optou-se por empreender uma investigação de cunho qualitativo. Considera-se pertinente pautar a pesquisa nessa abordagem, pois permite uma perspectiva dinâmica e sensível ao contexto no qual se inserem os sujeitos da investigação. Além disso, recorreu-se a esse tipo de pesquisa devido à necessidade de buscar a compreensão de um determinado problema, o que constitui uma característica fiel à abordagem qualitativa (BOGDAN; BIKLEN, 1994; LÜDKE; ANDRÉ, 1986).

A presente investigação pode ser considerada uma pesquisa de campo, pois esta ocorreu em ambiente escolar, onde o fenômeno dos erros em questões de Matemática se manifesta. Fiorentini e Lorenzato (2006, p. 106) definem a pesquisa de campo como

[...] aquela modalidade de investigação na qual a coleta de dados é realizada diretamente no local em que o problema ou fenômeno acontece e pode se dar por amostragem, entrevista, observação participante, pesquisa-ação, aplicação de questionário, teste, entre outros.

Ainda, como as ações do pesquisador nesse ambiente se desenvolveram naturalmente, sem a intenção de manipular os dados obtidos, a pesquisa assume a identidade de naturalística (LÜDKE, ANDRÉ, 1986) ou, como define Moraes (2007), naturalística-construtiva. Nessa abordagem, pretende-se atingir a compreensão dos fenômenos e problemáticas investigados, examinando-os no próprio contexto em que emergem (MORAES, 2007).

Para investigar o problema de pesquisa e atender aos propósitos desta, foram aplicados testes aos 34 estudantes de três turmas de uma instituição educacional localizada na região metropolitana de Porto Alegre, Rio Grande do Sul. Considerando que os sujeitos participantes, também, eram alunos do pesquisador, procurou-se um momento adequado para a coleta de dados em que a intervenção do professor/pesquisador não fosse necessária.

É importante salientar que os sujeitos participantes são alunos do professor que é o autor da investigação apresentada neste artigo. Nesse sentido, o pesquisador procurou, desde o início de sua investigação, intervir o mínimo possível no ambiente estudado.

Os testes foram aplicados a uma turma de EJA (9 alunos), uma de PROEJA/FIC² de IV etapa (12 alunos) e uma de PROEJA/FIC de V etapa (13 alunos). Neste estudo, para fins didáticos, as turmas serão designadas por A, B e C, respectivamente. Nas tabelas a seguir, tem-se uma breve descrição da relação de alunos de cada turma por idade e sexo (Tabela 1 e 2).

Tabela 1 – Relação por faixa etária

Idade	Turma A	Turma B	Turma C	Total
15 – 17	3	11	6	20
17 – 19	6	0	6	12
19 – 22	0	1	1	2
Total	9	12	13	34

Fonte: A escola

Tabela 2 - Relação por sexo

Sexo	Turma A	Turma B	Turma C	Total
M	5	7	6	18
F	4	5	7	16
Total	9	12	13	34

Fonte: A escola

Inicialmente, para subsidiar a construção dos testes, recorreu-se à consulta de alguns livros didáticos de Ensino Fundamental (GIOVANNI; CASTRUCCI; GIOVANNI JR; 2002; DANTE, 2004; GIOVANNI; BONJORNO; GIOVANNI JR, 2002). Após análise desses materiais, foi construído um instrumento constituído de quatro questões abertas abordando problemas de área e perímetro de figuras geométricas planas retangulares (Figura 1).

1. Quantos metros de tela são necessários para cercar um terreno que possui as seguintes medidas: 32 metros x 53 metros?
2. Márcio possui um terreno de 20 m por 36 m. Seu irmão Lúcio possui um terreno de 24 m por 30 m. Quem possui o terreno maior? Por quê?
3. Quantos quadrados de 1 metro de lado são necessários para cobrir um quadrado de 6 metros de lado?
4. O perímetro de um quadrado é 24 cm. Qual é a área desse quadrado?

Figura 1 – questões do teste

Tais questões foram elaboradas pelo próprio pesquisador e buscou-se elaborar questões que fossem adequadas ao nível cognitivo dos alunos no momento da investigação. À medida que se avança nas questões do teste, da primeira à última, o seu grau de complexidade aumenta. Nas duas primeiras questões, pretendeu-se verificar se o aluno demonstra saber qual dos tipos de cálculo – área ou perímetro – que deve utilizar para resolver o problema. Na terceira questão, esperou-se observar se o aluno utiliza o cálculo de área para encontrar o número de quadrados de 1 metro de lado.

2 Programa Nacional de Integração da Educação Profissional com a Educação Básica na Modalidade de Educação de Jovens e Adultos, Formação Inicial e Continuada com o Ensino Fundamental.

Finalmente, na última questão, intentou-se observar se o estudante identifica as medidas dos lados de um quadrado a partir de seu perímetro para que, em seguida, possa calcular sua área. Em outras palavras, pretendeu-se verificar se o aluno estabelece uma relação entre área e perímetro de um quadrado a partir do valor explícito para uma dessas grandezas.

Nesse estudo, enfatizou-se os resultados obtidos pelos dados de todas as turmas. Isto é, inicialmente, os dados provenientes de cada turma foram analisados individualmente e, em seguida, organizados em uma única classe, considerando as três turmas como uma única. Por fim, feito esse procedimento, os dados foram novamente analisados em direção à construção de categorias e ao estabelecimento de relações entre elas para a produção de argumentos que respondam a questão de pesquisa. A iniciativa de proceder dessa forma se deve ao fato de todos os alunos já terem estudado previamente o conteúdo do teste, possuir faixa etária semelhante e estarem em níveis escolares não significativamente distintos.

Após a aplicação dos testes, estes foram recolhidos pelo pesquisador e submetidos à correção pelo mesmo, a fim de construir uma tabela de distribuição de frequência de acertos, erros e questões não respondidas, a qual é apresentada na seção seguinte. Depois de realizado esse procedimento, deu-se ênfase às questões erradas para identificar os tipos de erros mais frequentes em área e perímetro de polígonos retangulares, cometidos pelos estudantes, perseguindo, dessa forma, o objetivo da investigação.

Para orientar a análise dos tipos de erros, foi empregada a Análise Textual Discursiva, preconizada por Moraes e Galiazzi (2007). Essa metodologia de análise de dados qualitativos, segundo os autores, pode ser entendida como o “processo de desconstrução seguido de reconstrução, de um conjunto de materiais lingüísticos e discursivos, produzindo-se a partir disso novos entendimentos sobre os fenômenos e discursos investigados” (MORAES; GALIAZZI, 2007, p. 112).

Desse modo, primeiramente, cada teste foi devidamente codificado, isto é, a cada resposta foi atribuído um código para identificá-la. Como ilustração, o código 2C5 se refere à resposta da questão 2 do aluno 5 da turma C. Em seguida, realizou-se a unitarização e a categorização dos erros mais relevantes, identificados no conjunto de respostas erradas. Na etapa denominada unitarização, o objetivo foi o de analisar e re-analisar as respostas consideradas incorretas para a definição de unidades de análise, as quais apresentam elementos de significado relacionados ao problema de investigação.

Depois de definidas as unidades de análise, ou seja, os tipos de erros mais frequentes, empreendeu-se a etapa de construção de categorias emergentes. Neste momento, realizou-se o exercício de estabelecer relações entre os tipos de erros semelhantes, agrupando-os e, assim, formando conjuntos deles denominados de categorias.

Finalmente, após a construção das categorias de erros, estas foram descritas, apresentando uma análise quantitativa dos tipos de erros, por meio de tabelas de distribuição de frequência, e qualitativa, ilustrando-a através da transcrição das respostas dos estudantes. Essa etapa representa um esforço

de articulação entre as categorias de erros no sentido de expressar novas compreensões sobre o fenômeno investigado.

Apresentação e análise dos resultados

Nesse tópico, serão apresentados e analisados os resultados da investigação, referentes às respostas dos 34 alunos. Para iniciar o processo de identificação e análise dos tipos de erros mais comuns, os testes foram corrigidos, permitindo a construção da tabela abaixo, a qual expressa a relação do número e porcentagem de acertos, erros e de questões não respondidas pelos sujeitos participantes (Tabela 3).

Tabela 3 – Distribuição de acertos, erros e questões não respondidas

Questões	Acertos		Erros		Não responderam	
1	20	59%	13	38%	1	3%
2	18	53%	15	44%	1	3%
3	18	53%	12	35%	4	12%
4	8	24%	24	71%	2	6%
Total	64	47%	64	47%	8	6%

Fonte: O teste

Conforme análise observa-se que os percentuais de acertos e erros se coincidem (47%). No entanto, verifica-se que os alunos obtiveram maior êxito na questão 1 e maior dificuldade na questão 4. Considera-se interessante a observação desse aspecto, pois o pesquisador formulou a hipótese de que os alunos apresentariam melhor desempenho na questão 4. Diferentemente do que ocorre em outras questões, na quatro, é explicitado o tipo de cálculo que deve ser executado, enquanto que nas outras não foi evidenciado se é cálculo de área ou perímetro que deveria ser realizado.

Depois de realizada essa etapa, e como o objetivo da pesquisa era analisar e categorizar os tipos de erros mais frequentes em questões de área e perímetro, focalizou-se apenas as respostas incorretas. De acordo com a tabela acima, observa-se que, das respostas dos estudantes, 64 estavam erradas.

É importante salientar que um aluno pode ter cometido mais de um erro para a mesma questão, o que, de fato, ocorreu nessa investigação. Dessa forma, a quantidade de erros cometidos é superior ao número de questões erradas e, para a construção das categorias de erros, considerou-se necessário uma nova contagem dos erros, a fim de se obter um quadro de frequência dos tipos de erros e, por conseguinte, uma análise quantitativa e qualitativa destes.

Assim, posteriormente à nova análise dos erros cometidos, obteve-se um conjunto de 91 deles cujos elementos possibilitaram a emergência das seguintes categorias: **Ausência de relação dos conceitos de área e perímetro com o contexto; Confusão das operações matemáticas envolvidas nos cálculos de área e perímetro; Equívocos conceituais das grandezas; Desconhecimento da propriedade dos quadrados referente à assertiva de que todos os lados do polígono apresentam a mesma medida.**

Antes de prosseguir, é importante salientar que nem todos os erros foram considerados, pois não foi possível compreender a resposta do aluno e alguns eram poucos relevantes para a análise, tais como erro no resultado final após o cálculo de área e perímetro.

Ausência de relação de área e perímetro com o contexto do problema

A análise das respostas possibilitou constatar que 42% dos erros foram cometidos devido à dificuldade na identificação de qual tipo de cálculo (área ou perímetro) que os alunos deveriam ter desenvolvido para resolver um determinado problema. Esse tipo de erro foi predominantemente identificado nas questões 1 e 2 do teste.

Na primeira questão, “*quantos metros de tela são necessários para cercar um terreno que possui as seguintes medidas: 32 metros x 53 metros?*”, esperava-se uma resolução por meio de cálculo de perímetro. No entanto, observou-se que 38% dos estudantes a resolveram aplicando cálculo de área. Para ilustrar essa observação, apresentam-se a seguir duas respostas selecionadas (Figuras 2 e 3).

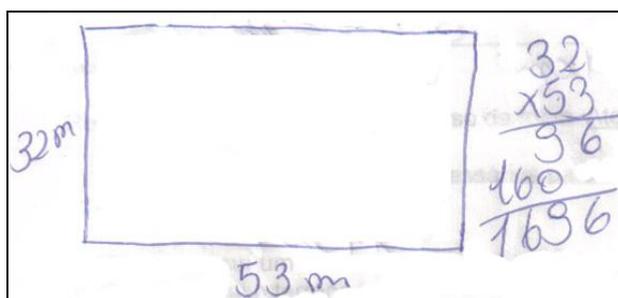


Figura 2 – resposta do aluno 10 da turma C (1PT10)

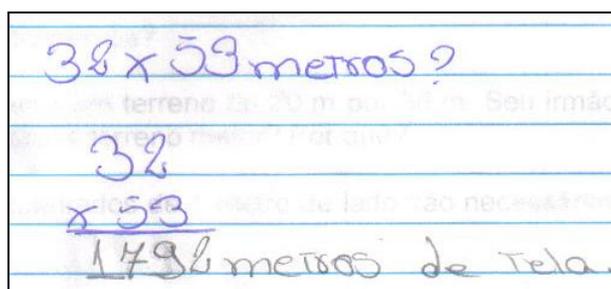


Figura 3 – resposta do aluno 7 da turma B (1PM7)

Para resolver a segunda questão, “*Márcio possui um terreno de 20 m por 36 m. Seu irmão Lúcio possui um terreno de 24 m por 30 m. Quem possui o terreno maior? Por quê?*”, identificou-se, coincidentemente, que 38% dos alunos aplicaram cálculo de perímetro. Pode-se observar a aplicação desse tipo de cálculo nas seguintes respostas (Figuras 4 e 5).

2. Menção	Menção
20	24
<u>36</u>	<u>30</u>
56	54

Figura 4 – resposta do aluno 11 da turma B (2PM11)

$$20 + 20 + 36 + 36 = 112$$

$$24 + 24 + 30 + 30 = 108$$

$$20 \times 36 = 720$$

$$24 \times 30 = 720$$

Figura 5 – resposta do aluno 4 da turma C (2PT4)

Assim, infere-se que 76% dos estudantes apresentaram solução contrária da que era esperada para as questões acima. Ao analisar suas respostas, observa-se que os alunos desenvolveram corretamente os cálculos de área e perímetro. No entanto, demonstraram dificuldade de relacionar o contexto do problema apresentado pela questão com o tipo de cálculo a ser desenvolvido para resolvê-lo. Nessa perspectiva, tais alunos sabem como calcular área e perímetro, mas não sabem quando utilizar cada um desses tipos de cálculos para resolver o problema.

A dificuldade de estabelecer relações entre um problema e a ferramenta para resolvê-lo é identificada por Nunes e Bryant (1997) em situações de contagem por crianças. Os autores afirmam que “as crianças sabem como contar, mas não sabem quando a contagem é uma boa estratégia de resolução de problemas. [...] elas aprenderam um procedimento que tem potencial para ser usado em uma ampla gama de situações, mas elas atribuem sentido limitado a ele” (p. 53).

Nesse sentido, as contribuições desses teóricos possibilitam enfatizar a constatação de que os alunos, cujos erros se enquadram nesta categoria, podem realizar satisfatoriamente cálculos de área e perímetro sem entender o sentido desses procedimentos.

Ao analisar seus erros, observa-se que a diferença conceitual entre área e perímetro não lhes está clara. Esses alunos não obtiveram êxito em demonstrar que, para uma situação em que é requerida a medida do comprimento total de um contorno de uma superfície retangular, a soma de todas as suas dimensões (perímetro) seria o procedimento mais adequado. Além disso, os alunos demonstraram não entender que área é a medida de uma região delimitada por seu perímetro.

Na questão 2, na qual os alunos a resolveram por meio de cálculo de perímetro, possivelmente os estudantes tenham cometido erro devido à falta de compreensão entre “tamanho” da extensão de um terreno e seu comprimento.

Dessa forma, o não entendimento dos conceitos de área e perímetro dificulta para o aluno estabelecer relação entre o tipo de cálculo e o contexto situacional.

De acordo com o estudo realizado, há outro fator importante que não pode ser desprezado. Considera-se que o erro dos alunos, também, pode estar relacionado à linguagem empregada na questão. É o que se observa na questão 1, na qual o significado do termo “cercar” pode não estar suficientemente elucidado para o discente. Possivelmente, este não associou “cercar” com a ideia de encontrar a medida total dos lados do terreno, ou seja, com seu perímetro. Acredita-se que o desconhecimento ou incompreensão do significado desse termo pode ter, também, influenciado a forma de pensar e resolver a questão proposta.

Em suma, a partir da análise das respostas dos estudantes, observa-se que, em geral, eles demonstraram saber calcular área e perímetro sem cometer erros relacionados aos algoritmos. No entanto, demonstraram não estabelecer qual tipo de cálculo que deveria ser utilizado para resolver o problema, evidenciando-se assim para a dificuldade de compreensão da questão que lhes foi apresentada. Essa observação pode ser apoiada pelas inferências obtidas por Dalto (2007) e Perego (2006), os quais constataram em suas pesquisas que a maior dificuldade dos alunos está na interpretação dos enunciados.

Decorrente da análise desta categoria, aponta-se para a necessidade de os alunos vivenciarem diversas situações contextualizadas para entender o sentido de uso de área e perímetro de figuras planas retangulares. Nunes e Bryant (1997, p. 53) também expressam essa iniciativa para situações de contagem em que crianças “que sabem como contar, mas não percebem o significado da contagem, o desenvolvimento conceitual envolverá aprender sobre situações novas nas quais a contagem é uma boa estratégia”. Ainda, tal iniciativa, também, é identificada em Fontes, Fontes e Fontes (2009). Os autores sugerem que um dos “caminhos para proporcionar um aprendizado eficiente e de qualidade pode ser a utilização de contexto nas aulas de geometria”.

Em seguida, a próxima categoria possibilitará avançar a análise empreendida nessa ocasião, pois discute pontos relacionados à confusão entre área e perímetro. Defende-se que, conforme discutido até esse momento, a falta de sentido de uso de área e perímetro pode ter sido ocasionada, dentre outros fatores, pela confusão de conceitos entre tais grandezas.

Confusão das operações matemáticas envolvidas nos cálculos de área e perímetro

Na categoria anterior, apresentou-se a análise de que os estudantes cometeram erros devido à dificuldade de relacionar o cálculo adequado com o contexto do problema. Além dessa observação, pode-se conjecturar que os alunos tenham cometido tais erros ao confundir-se com as operações matemáticas envolvidas nos cálculos de área e perímetro. Por exemplo, em um cálculo de área, ao invés de utilizar a operação da multiplicação, o aluno utiliza

a da adição, o que é própria de cálculo de perímetro. Assim, a presente categoria foi construída a partir da constatação de que 11% dos erros cometidos revelam para a confusão nas operações matemáticas envolvidas nos cálculos de área e perímetro. Mais especificamente, as respostas de 30% dos alunos configuraram nesta classe de erro.

Uma das questões do teste que melhor possibilitou essa inferência foi a de número 4: “O perímetro de um quadrado é 24 cm. Qual é a área desse quadrado?” Como resolução para essa questão, deve-se, primeiramente, encontrar a medida dos lados do quadrado. Em seguida, sabendo que o polígono possui os quatro lados iguais e seu perímetro é 24 cm, então, pode-se concluir que a medida de cada lado é igual a 6 cm. Por fim, encontrada a medida, é possível calcular a área do quadrado, a qual é igual a 36 cm².

Diferentemente de outras questões do teste, esta explicita claramente que o aluno deve realizar um cálculo de área para encontrar o resultado. Dessa forma, esta questão se apresentou como direta, sem impor a necessidade do aluno decidir qual dos tipos de cálculo desenvolver para respondê-la. Porém, o estudo identificou uma classe de erro em que o aluno confunde as operações matemáticas inerentes a cada tipo de grandeza. É o que se pode observar em algumas das respostas para a questão 4, a seguir (Figura 6 e 7):

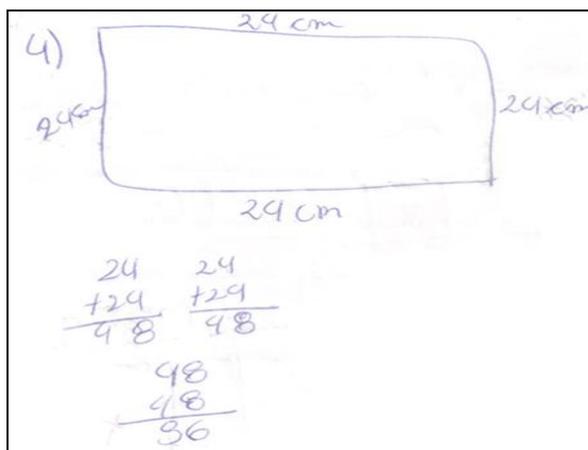


Figura 6 – resposta do aluno 10 da turma C (4C10)

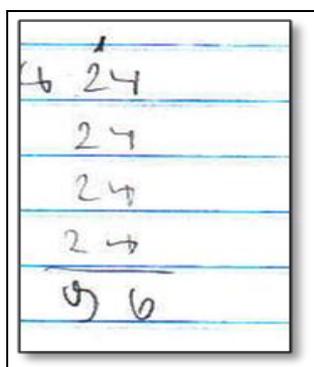


Figura 7 – resposta do aluno 11 da turma C (4B11)

É importante salientar que a análise de uma determinada resposta não conduz somente a uma única interpretação, como é o que ocorre nesses casos. As respostas expressas pelas figuras 6 e 7 revelam para a classe de

erro apresentada na categoria anterior. Entretanto, essas respostas sugerem, também, para a troca de operações. Considera-se que há a possibilidade de o aluno ter compreendido de que necessitava realizar cálculo de área, mas que pode ter se equivocado no momento da resolução, trocando as operações matemáticas entre os cálculos.

A análise dessa classe de erro conduziu para a observação de que os alunos podem cometer erros por não estabelecer o tipo de cálculo com o contexto, como também por desconhecer a operação matemática presente em tais cálculos. Nessa perspectiva, ambos os tipos de erros conduzem para a dificuldade de compreensão conceitual de área e perímetro.

Perotta & Perotta (2005) afirmam que os alunos apresentam dificuldades em dissociar as noções de área e perímetro. Nesse sentido, a dificuldade de dissociar os conceitos relativos às grandezas pode gerar confusão entre elas, pois o estudante não analisa suas diferenças entre si, levando-o a cometer equívocos.

Todavia, considera-se importante, também, que o aluno estabeleça relações entre área e perímetro, após compreender conceitualmente cada uma dessas grandezas. O estudante deve ter a oportunidade de verificar, por exemplo, se a área de um polígono se altera quando seu perímetro é modificado.

Perotta & Perotta (2005, p. 84), com base em investigações realizadas por outros pesquisadores acerca do ensino e aprendizagem de área e perímetro, afirmam que “os trabalhos que enfatizam isoladamente o perímetro de figuras mostram pouco significado e seus problemas mal selecionados podem provocar o estabelecimento de relações incorretas entre perímetro e ‘tamanho’ da figura”

Como sugestão para um trabalho significativo de área e perímetro, Franchi et. al. (1992, p. 12 apud PEROTTA & PEROTTA, 2005, p. 84) sugerem

atividades em que os conceitos de área e perímetro são discutidos e abordados, simultaneamente, como uma alternativa de ensino, cujo objetivo é minimizar as dificuldades encontradas pelos alunos, além de provocar uma reelaboração das concepções errôneas.

A sugestão proposta pelos autores indica que o trabalho articulado entre área e perímetro ainda não é comum no ensino de geometria, o que motiva as dificuldades de os alunos compreenderem os conceitos das grandezas e o sentido de uso de seus cálculos na resolução de problemas. Considera-se que a apreensão desses conceitos exige tempo e metodologia adequada que contemple uma abordagem integradora entre os rótulos “área” e “perímetro”, as operações matemáticas inerentes a cada grandeza e o contexto de uso dessas grandezas.

Em síntese, pretendeu-se nessa seção discutir um dos tipos de erro identificado no conjunto de respostas dos alunos. Observou-se que os estudantes cometem erros por confundir as operações que envolvem cada tipo de cálculo e essa dificuldade pode ser atribuída ao fato de o aspecto conceitual inerente a cada grandeza não lhes estar suficientemente claro. Considera-se

importante que o aluno construa significativamente o conceito de cada uma delas para que obtenha êxito na resolução de problemas e evite cometer outros tipos de erros, como os que serão discutidos na categoria, a seguir.

Equívocos conceituais das grandezas

A presente categoria se constituiu devido à constatação de que 19% dos tipos de erros analisados estão relacionados à equívoca associação dos conceitos de área e perímetro como medida do lado de uma superfície retangular. Isto é, 52% dos alunos associaram, por exemplo, o perímetro como valor dos lados da figura geométrica retangular. Esse tipo de erro foi predominantemente identificado na questão 4, o qual pode ser observado nas respostas transcritas a seguir:

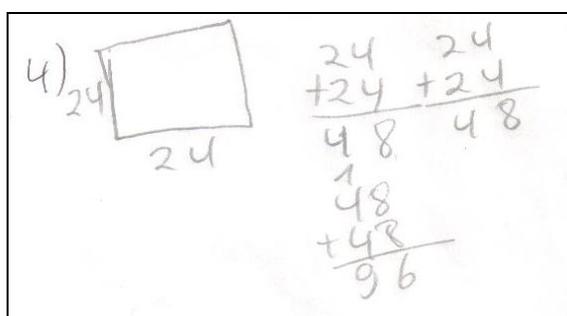


Figura 8 – resposta do aluno 6 da turma A (4A6)

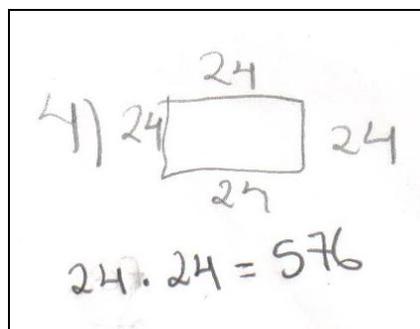


Figura 9 – resposta do aluno 5 da turma A (4A5)

$$\begin{array}{r} 24 \\ \times 24 \\ \hline 576 \end{array}$$

Figura 10 – resposta do aluno 12 da turma B (4B12)

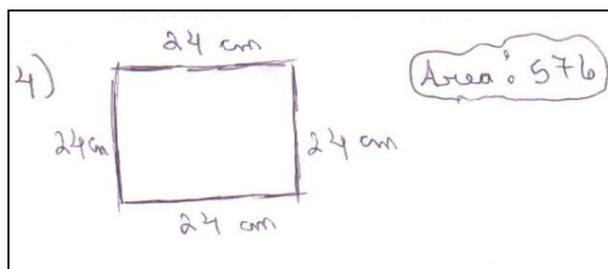


Figura 11 – resposta do aluno 1 da turma C (4C1)

Para as respostas que se inserem nessa categoria, observa-se que os alunos associaram o perímetro, igual a 24 cm, com a medida dos lados do quadrado. Essa observação sugere que o conceito de perímetro ainda não está satisfatoriamente apreendido por esses alunos, ressaltando assim a análise da categoria anterior. Decorrente dessa associação equivocada, o aluno acaba por obter resultado incorreto para a questão.

A análise de algumas das respostas para essa questão salientou, novamente, que os alunos sabem como calcular área e perímetro. Na figura 8, embora tenha associado o perímetro como medida do lado do quadrado, observa-se que o aluno demonstra saber que o cálculo de perímetro é obtido a partir da soma dos lados de um polígono retangular. Nas respostas dos alunos, expressas pelas figuras 9 e 10, pode-se identificar a demonstração do conhecimento do cálculo de área, isto é, tais alunos sabem que a área é a medida de uma figura retangular, obtida multiplicando-se o comprimento (ou base) pela largura (ou altura).

O erro relacionado com associação do perímetro como medida do lado do quadrado, também, foi identificado em cálculos envolvendo área. Observou-se que 12% dos alunos associaram a medida do lado do quadrado como área deste polígono. Essa observação, também, foi decorrente das respostas para a questão de número 4, das quais algumas são transcritas em seguida (Figuras 12, 13 e 14).

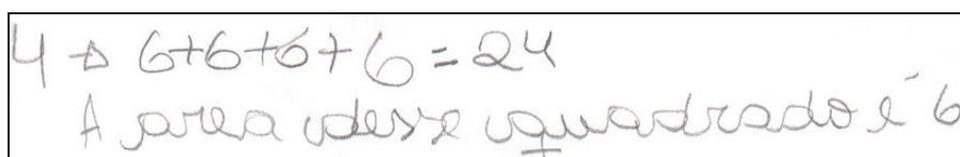


Figura 12 – resposta do aluno 2 da turma C (4C2)

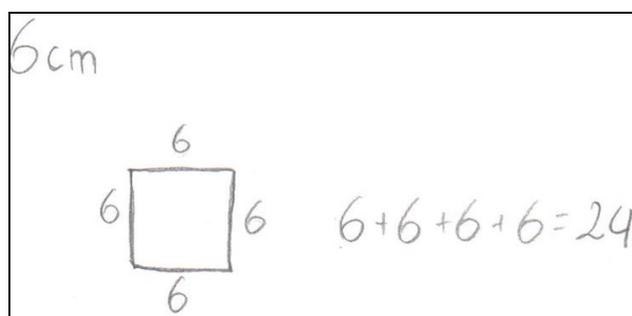


Figura 13 – resposta do aluno 8 da turma C (4C8)

De acordo com o problema da questão 4, no qual se esperava que o estudante encontrasse a medida dos lados do quadrado para, posteriormente,

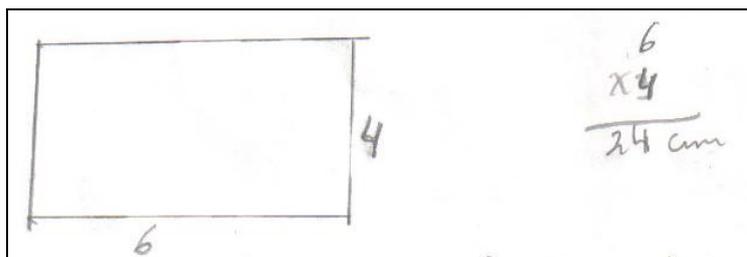


Figura 15 – resposta do aluno 4 da turma A (4A4)

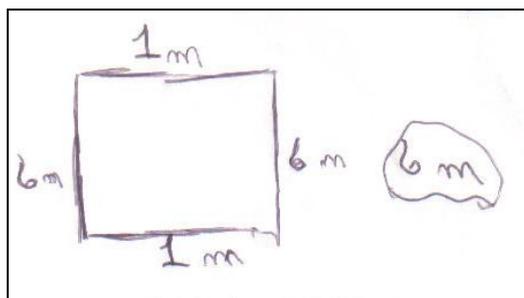


Figura 16 – resposta do aluno 1 da turma C (4C1)

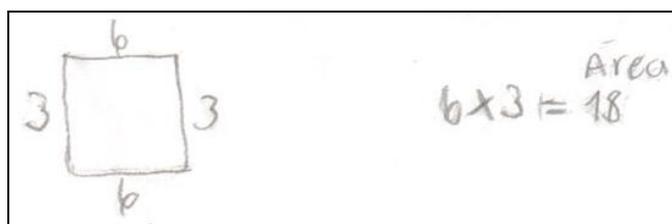


Figura 17 – resposta do aluno 9 da turma A (4A9)

As respostas apresentadas acima são provenientes da questão 4, “O perímetro de um quadrado é 24 cm. Qual é a área desse quadrado?”, na qual é explícito o tipo de figura geométrica presente, o quadrado. Assim, para a resolução desse problema, considera-se importante que o aluno saiba da igualdade dos lados de um quadrado.

No entanto, observou-se que essa informação parece ser desconhecida por esse grupo de alunos, pois, como se pode observar nas respostas acima, os lados dos quadrados estão expressos por valores diferentes. Portanto, os alunos que cometeram erro nessa questão desconhecem essa característica ou não sabem a diferença entre quadrado e retângulo.

Sintetizando, nesse tópico apresentou-se outro tipo de erro comum cometido pelos estudantes, referente ao desconhecimento da propriedade de que todos os lados de um quadrado são iguais. Dependendo do contexto do problema, o desconhecimento dessa informação pode conduzir o aluno ao erro, como o que ocorreu em algumas das respostas apresentadas nessa categoria. Nesse sentido, a análise empreendida nessa seção aponta para a necessidade de o aluno explorar as figuras geométricas, identificando as semelhanças, diferenças e características dos quadrados e retângulos. Atividades que envolvem área e perímetro podem auxiliá-lo a perceber a importância de distinguir quadrado de retângulo para obter a solução correta do problema.

Considerações finais

Pretendeu-se apresentar neste artigo uma investigação realizada no contexto da EJA e PROEJA, com o objetivo de identificar e analisar os erros de 34 alunos, cometidos em questões sobre área e perímetro de figuras geométricas retangulares.

Após submeter os dados coletados à metodologia da Análise Textual Discursiva, obtiveram-se as seguintes categorias de erros, que respondem ao problema de pesquisa, a saber: **ausência de relação dos conceitos de área e perímetro com o contexto** – os alunos demonstraram dificuldade de identificar qual dos conceitos deveriam ter mobilizado para resolver o problema; **confusão das operações matemáticas inerentes aos cálculos de área e perímetro**; **equívocos conceituais das grandezas** – associação das grandezas como medida dos lados do polígono; **desconhecimento da característica dos quadrados referente à assertiva de que todos os lados do polígono apresentam a mesma medida**.

A partir dos resultados do estudo, pode-se destacar a importância da Análise de Erros como uma metodologia de ensino e pesquisa para o professor de Matemática. Analisar os erros dos estudantes possibilita ao docente compreender o seu raciocínio e identificar os obstáculos que o impediram de chegar à resposta correta.

A identificação desses obstáculos, por sua vez, pode auxiliar o professor a definir estratégias mais adequadas para orientar o desenvolvimento de capacidades cognitivas que o estudo da Geometria proporciona. Isso significa propor uma variedade de situações didáticas que propiciem aos alunos a construção significativa dos conceitos de área e perímetro, de tal forma que possam estabelecer relações das grandezas entre si e com o contexto do problema.

Referências

- BOGDAN, R; BIKLEN, S. **Investigação qualitativa em educação**: uma introdução à teoria e aos métodos. Porto: Porto Editora, 1994.
- CARNEIRO, F. R; DÉCHEN, T. Tendências no Ensino de Geometria: um olhar para os anais dos Encontros Paulista de Educação Matemática. In: ENCONTRO PAULISTA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2007, São Paulo. **[Anais...]**.
- COSTA, D. A. F. A análise do Erro como caminho de Descoberta do Pensamento da Criança. **AMAE Educando**, v. 21, n.199, p. 14-20, 1988.
- CURY, H. N. **Análise de erros**: o que podemos aprender com as respostas dos alunos. Belo Horizonte: Autêntica, 2007.
- _____. Retrospectiva história e perspectivas atuais da análise de erros em educação matemática. **Zetetiké**, v.3, n.4, p. 39-50, 1995.
- DALTO, J. O. **A Produção Escrita em Matemática: análise interpretativa da questão discursiva de Matemática comum à 8ª série do Ensino**

- Fundamental e à 3ª série do Ensino Médio da AVA/2002.** 2007. 100 f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2007.
- DANTE, L. R. Tudo é Matemática. São Paulo: Ática, 2009.
- _____. Matemática: Contexto e Aplicações. São Paulo: Ática, 2004.
- FELTES, R. Z. **Análise de erros em potenciação e radiciação: um estudo com alunos de ensino fundamental e médio.** 2007. 136 f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) – Faculdade de Física, Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul – PUCRS, Porto Alegre, 2007.
- FIORENTINI, D; LORENZATO, S. **Investigações em educação matemática; percursos teóricos e metodológicos.** Campinas: Autores Associados, 2006.
- FONTES, D. J dos S; FONTES, M. de M; FONTES, M. de M. O uso de contextos no ensino de Geometria. In: SIMPOSIO NACIONAL DE ENSINO DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA, 1, 2009, Paraná.
- FRANCHI, A. et al. **Geometria no 1º grau:** da composição e decomposição de figuras às fórmulas de área. 1. ed. São Paulo: CRL Balieiro, 1992.
- GIOVANNI, R. J; BONJORNIO, R. J; GIOVANNI JR. R.J. **Matemática Fundamental.** Ensino Médio. São Paulo: FTD, 1994.
- _____. **Matemática Fundamental:** Uma Nova Abordagem. Ensino Médio. São Paulo: FTD, 2002.
- GIOVANNI, R. J; CASTRUCCI, B.; GIOVANNI JR. R. J. **A Conquista da Matemática.** São Paulo: FTD, 2002.
- LORENZATO, S.. Porque não ensinar Geometria? **A Educação Matemática em Revista.** Blumenau: SBEM, Ano III, n. 4, 1995.
- LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. **Pesquisa em educação:** abordagens qualitativas. São Paulo: EPU, 1986.
- MORAES, R. **Da noite ao dia:** tomada de consciência de pressupostos assumidos dentro das pesquisas sociais. Porto Alegre: s.ed., 2007. (mimeo)
- MORAES, R; GALIAZZI, M. do C. **Análise Textual Discursiva.** Ijuí: Ed. Unijuí, 2007.
- NUNES, T; BRYANT, P. **Crianças Fazendo Matemática.** Porto Alegre, Artmed, 1997.
- PASSOS, C. L. B. Que Geometria acontece na sala de aula? In: MIZUKAMI, M. da G. N; REALI, A. M. M. R. **Processos formativos da docência:** conteúdos e práticas. São Carlos: EDUFSCar, 2005, pp. 16-44.
- PAVANELLO, R. M. **O abandono do ensino da geometria:** uma visão histórica. 1989. 201 f. Dissertação (Mestrado) – Faculdade de Educação. Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1989.
- _____. O abandono do ensino da Geometria no Brasil: causas e conseqüências. **Revista Zetetiké.** Campinas: UNICAMP, Ano 1, n. 1, 1993.
- _____. Por que ensinar/aprender Geometria? In: ENCONTRO PAULISTA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2004, São Paulo. **[Anais...]**. Disponível em:

<www.sbempaulista.org.br/epem/anais/mesas.../mr21-Regina.doc>. Acesso em: 05 de mar. de 2011.

PEREGO, F. **O que a produção escrita pode revelar? Uma análise de questões de matemática.** 2006. 126 f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2006.

PEROTTA, R. C; PEROTTA, S. G. M. Considerações sobre o ensino de área e perímetro. **Dialogia.** São Paulo, v. 4, 2005, p. 81-88.