

REFLEXÕES SOBRE OS ERROS EM ESTATÍSTICA: UM ESTUDO DE CASO EM UM CURSO DE ADMINISTRAÇÃO¹

Reflections on statistical errors: a case study in a Business Administration Graduation Course

Denise Helena Lombardo Ferreira

PUC-Campinas – CEATEC, lombardo@puc-campinas.edu.br

Otávio Roberto Jacobini

PUC-Campinas – CEATEC, otavio@puc-campinas.edu.br

Celso Ribeiro Campos

PUC-São Paulo, crcampos@pucsp.br

Maria Lúcia Lorenzetti Wodewotzki

UNESP-Rio Claro - DEMAC, mariallw@rc.unesp.br

Resumo

Embora os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) proponham nos ensinamentos fundamental e médio a abordagem de conteúdos estatísticos e de probabilidade em uma perspectiva prática e aplicada em cenas do cotidiano, os estudantes continuam chegando à universidade com pouco conhecimento sobre eles. Identificar os erros cometidos na aprendizagem é uma estratégia importante a ser adotada e pode auxiliar na superação de dificuldades. O objetivo desta pesquisa é identificar e analisar alguns erros cometidos por alunos frequentando a disciplina Estatística Aplicada à Administração de um curso de Administração com Ênfase em Logística e Serviços. Os erros identificados são provenientes da interpretação do problema, aplicação das fórmulas e interpretação dos resultados alcançados.

Palavras-chave: Conteúdos estatísticos; Análise de erros; Ensino superior.

Abstract

Although the Brazilian Curricular Parameters propose in primary and secondary education the approach of statistical content and probability in a practical and applied approach in everyday scenes, students keep coming to college with little knowledge about them. Identifying the mistakes made during learning is an important strategy to be adopted and can assist in overcoming difficulties. The objective of this research is to identify and analyze some mistakes made by students attending the Statistics Applied to Business Administration in a Business Administration with emphasis in Logistics and Services. The identified errors are from the problem interpretation, application of the formulas and interpretation of results.

Keywords: Statistical contents; Error analysis; College education.

¹ Um recorte desta pesquisa foi apresentado no VII CIBEM – VII Congreso Iberoamericano de Educación Matemática, Montevideo, 2013.

Introdução

A nossa experiência em sala de aula tem mostrado que, em geral, os estudantes universitários apresentam muitas dificuldades na aprendizagem de conteúdos matemáticos e estatísticos. Como temos apontado em diversos outros trabalhos, com destaque em Ferreira; Jacobini (2010) e Ferreira *et al.* (2013), as fontes dessas dificuldades envolvem, dentre outras, tensões vivenciadas por estudantes nos anos iniciais. Recordamos Ferreira e Brumatti (2009) para quem a Matemática costuma ser responsável por um alto grau de apreensão nos estudantes, independentemente do nível em que eles se encontram, desencadeando, como consequência, altos índices de reprovação e até mesmo de evasão escolar. Afirmamos, com base em estudos de nosso grupo de pesquisa, GPEE – Grupo de Pesquisa em Educação Estatística da UNESP de Rio Claro, que essa mesma problemática ocorre com a aprendizagem de conteúdos estatísticos.

Embora os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN (BRASIL, 1998) – proponham a abordagem de conteúdos estatísticos e de probabilidade nos ensinos fundamental e médio, os estudantes continuam chegando à universidade com pouco conhecimento sobre eles.

Entendemos que atividades didáticas diferenciadas (abordagem de aspectos históricos relacionados com a Estatística, aplicações da Estatística em cenas do cotidiano, inserção da tecnologia no ambiente de ensino) podem contribuir para minimizar os efeitos negativos desse desconhecimento. Incluímos nesse leque de atividades a preocupação com as concepções errôneas dos estudantes, pré-concebidas ou adquiridas na aprendizagem, relacionadas com conceitos estatísticos. Chick e Baker (2005) apontam que a compreensão dos erros cometidos e a identificação dos pontos de tensão na aprendizagem são condutas importantes que, quando adotadas, podem auxiliar na superação das dificuldades apresentadas pelos estudantes. Tensões pedagógicas foram objeto de estudo de Miranda (2015), que cita Freud (2006) acerca da origem dos fatores que a causam:

Pode tratar-se da percepção de uma pressão interna (Andrängens) – causada por pulsões insatisfeitas – ou da percepção de elementos oriundos do mundo externo – que, ou são desagradáveis em si, ou desencadeiam expectativas desprazerosas no aparelho psíquico e são reconhecidas por ele como ‘perigo’ (FREUD, 2006, p. 138, apud Miranda, 2015, p. 29-30).

A autora menciona ainda que as tensões no âmbito escolar podem tanto afetar os alunos como os professores e busca respostas, ou ações, que possam neutralizar seus efeitos. Nesse sentido, entendemos que a análise de erros pode, em um sentido amplo, contribuir para amenizar possíveis tensões geradas na dimensão da aprendizagem de conteúdos estatísticos.

Nessa direção, Pinto (2000) destaca que o estudo do erro configura-se como uma oportunidade para o professor, já que pode oferecer novos elementos para sua reflexão didática e, como consequência, contribuir para o redirecionamento de sua prática

pedagógica. Cury (2013) destaca a importância de discutir os erros, de buscar estratégias para superá-los e de planejar atividades em que esses erros possam se tornar observáveis.

Encontramos na literatura diversos exemplos de erros em conceitos matemáticos e estatísticos cometidos pelos estudantes nos diferentes graus de formação. Santos-Wagner, Bortoloti e Ferreira (2013) fizeram um estudo com estudantes universitários com o objetivo de identificar os erros cometidos nas estratégias de resolução de arranjos e combinação. Sebastiane e Viali (2011) investigaram os erros cometidos na realização de teste de hipóteses por alunos de cursos de engenharia. Já Viali e Cury (2009), analisaram os erros cometidos por professores de Matemática em formação continuada na resolução de uma questão sobre probabilidade, enquanto Fuck (2013), Zang, Metzen e León (2013), investigaram erros de Matemática cometidos por alunos em diversos níveis de ensino.

Encontramos na literatura diversas razões para que tais erros ocorram. Bachelard (1938), em seus estudos, ligou o erro à ideia de obstáculo epistemológico e, da mesma forma, Brousseau (1982) avançou nessa teoria discutindo essa ideia no campo da Educação Matemática. Além disso, Brousseau (1996) afirmou também que grande parte das dificuldades manifestadas pelos alunos no processo de aprendizagem deve-se a efeitos nocivos provocados pelas relações estabelecidas entre professor, aluno e saber. Para Pochulu (2004), os erros decorrem de estratégias de ensino inadequadas e da falta de reflexão sobre os resultados de uma tarefa realizada, enquanto para Cury (2006) eles se manifestam na vida adulta como reflexos das deficiências no ensino nas séries iniciais. Além de apontar causas para os erros, os pesquisadores alertam com propriedade que, sem serem corrigidos, esses erros podem ser repetidos.

Contudo, Pochulu (2004) observa também que a correção sistemática dos erros não necessariamente contribui para a sua eliminação, a não ser que essa correção esteja acompanhada de estratégias em sala de aula que discutam as causas e as consequências dos erros cometidos. Nessa direção, Borasi (1996) acrescenta que a investigação dos erros pode ser útil para identificar dificuldades de aprendizagem e para propor mudanças no currículo. Para a autora, é necessário que professores e alunos analisem de forma consciente e crítica as causas da ocorrência dos erros para, conjuntamente, encontrarem alternativas para a sua superação. Del Puerto, Minnaard e Seminara (2006) destacam complementarmente que uma biblioteca de erros típicos pode auxiliar o professor na elaboração de suas atividades didáticas.

Apesar das diversas pesquisas realizadas sobre análise de erros, temos percebido que poucos professores têm usado o erro para auxiliar em suas atividades didáticas. Como diz Cury (2007, p. 80) “[...] o erro é um saber que o aluno possui, construído de alguma forma, e é necessário elaborar intervenções didáticas que desestabilizem as certezas, levando o estudante a um questionamento sobre as suas respostas”.

No que se refere à Educação Estatística, a análise de erros com base na ideia de raciocínio estatístico é bastante elucidativa. Garfield (2002) define o raciocínio estatístico como a maneira com a qual uma pessoa raciocina com ideias estatísticas e faz sentido com as informações estatísticas. Isso envolve fazer interpretações baseadas em conjuntos de dados, representações ou sumários estatísticos dos dados na forma de

gráficos e de tabelas, etc. Em muitos casos, o raciocínio estatístico envolve idéias de variabilidade, distribuição, chance, incerteza, aleatoriedade, probabilidade, amostragem e testes de hipóteses, o que leva a interpretações e inferências acerca dos resultados. O raciocínio estatístico pode ainda envolver a conexão de um conceito com outro (centro e variabilidade, por exemplo), ou pode combinar ideias sobre dados e chance. Raciocínio estatístico também significa entender um processo estatístico e ser capaz de explicá-lo, além de interpretar por completo os resultados de um problema baseado em dados reais.

Garfield e Gal (1999) identificam alguns tipos específicos de raciocínio que são desejáveis que os estudantes desenvolvam enquanto aprendem Estatística, quais sejam raciocínio sobre dados, sobre representação dos dados, raciocínio sobre medidas estatísticas, sobre amostras, associações e incertezas. Acerca desses tipos de raciocínio, Garfield (2002) identifica alguns níveis de seu desenvolvimento, que foram sintetizados por Campos, Wodewotzki e Jacobini (2011):

Tabela 1: Níveis de raciocínio estatístico.

nível	designação	característica
1	Idiossincrático	Usa palavras e símbolos sem entendê-los completamente, misturando informações não relacionadas.
2	Verbal	Verbaliza conceitos corretamente mas não aplica isso em seu comportamento.
3	Transicional	Identifica uma ou duas dimensões de um processo estatístico mas não integra completamente essas dimensões.
4	Processivo	Identifica as dimensões de um conceito ou processo estatístico, mas não entende o processo por completo.
5	Processual integrado	Completo entendimento sobre um processo estatístico, coordenando as regras e o comportamento da variável e explicando o processo com suas próprias palavras.

Fonte: Campos, Wodewotzki e Jacobini (2011, p. 34).

Nessa perspectiva, a compreensão do raciocínio utilizado, aliada ao entendimento dos erros cometidos pelos estudantes em suas tarefas, pode auxiliar o professor na elaboração das suas atividades pedagógicas de forma a contribuir para os alunos superarem suas dificuldades.

Ademais, concordamos com Fuck (2013), que afirma que a simples correção das tarefas realizadas pelos alunos, apenas com a identificação das questões certas e erradas, sem a análise do tipo de erro cometido, é insuficiente no processo de aprendizagem.

Interessados nessa perspectiva de considerar a análise do erro como instrumento pedagógico nas aulas de Estatística, apresentamos neste artigo algumas dificuldades de um grupo de alunos relacionadas com as medidas de tendência central e de dispersão, a análise de regressão e algumas distribuições de probabilidade. Com base na análise dessas dificuldades buscamos compreender os tipos de obstáculos à aprendizagem enfrentados pelos alunos quando eles se vêem frente a frente com os conteúdos mencionados. Embora nossa pesquisa tenha envolvido um número pequeno de

estudantes, ainda assim acreditamos que ela possa contribuir para instigar professores a refletirem sobre a sua prática.

Metodologia

Os sujeitos dessa pesquisa foram 22 alunos do 3º semestre do curso de Administração, matriculados na disciplina Estatística Aplicada. Entrevistados, a maioria desses alunos declarou ter cursado escola pública nos ensinamentos fundamental e médio e ter tido dificuldades com a aprendizagem de conteúdos matemáticos.

Analisando as provas realizadas pelos alunos no meio e no final do período em que a disciplina foi ministrada, elencamos alguns erros específicos cometidos por eles e os classificamos em três categorias: (C1) erros provenientes da interpretação dos resultados, (C2) erros provenientes da aplicação das fórmulas e (C3) erros provenientes da interpretação do problema. Os erros incluídos na categoria C1 referem-se aos tópicos coeficiente de correlação linear de Pearson (r) fora do intervalo de validade ($0 \leq r \leq 1$); coeficiente angular da reta negativo quando $r > 0$; probabilidade negativa; probabilidade do espaço amostral menor que 1; ordenação dos valores de x e de y na análise de regressão (causando perda do pareamento dos dados). Já os erros incluídos na categoria C2 dizem respeito aos assuntos distribuição de frequência; média aritmética para dados agrupados; quartil, percentil e mediana; moda; coeficiente de correlação linear; reta de regressão; distribuição binomial. E os erros incluídos na categoria C3 relacionam-se com distribuição binomial para questões de *pele menos* (mínimo) ou *no máximo*; definição do cálculo da área da distribuição normal; distribuição normal quando, dados os parâmetros média e desvio padrão, pede-se o valor de z crítico.

Os conteúdos estatísticos abordados na primeira prova foram distribuição de frequência, média aritmética, moda, mediana, percentil, histograma, desvio padrão, coeficiente de correlação linear e reta de regressão linear. Na segunda prova avaliamos os tópicos probabilidade, distribuições de probabilidade (binomial e normal). Na Tabela 2 apresentamos os conteúdos estatísticos abordados nas avaliações e as porcentagens de questões acertadas e de erradas.

Tabela 2: Conteúdos estatísticos, questões corretas, erradas e não respondidas.

Conteúdo estatístico	Questões corretas		Questões com erros		Questões sem respostas	
	#	%	#	%	#	%
Histograma	20	91	2	9	0	0
Distribuição de frequência	19	86	3	14	0	0
Probabilidade	15	79	3	16	1	5
Moda	7	32	4	18	11	50
Distribuição de probabilidade	11	58	5	26	3	16
Média aritmética	16	72	6	28	0	0
Mediana	1	5	7	31	14	64
Distribuição Normal	12	63	6	32	1	5
Desvio padrão	6	28	8	36	8	36
Percentil	3	14	9	41	10	45
Reta de regressão	6	28	9	41	7	31
Distribuição Binomial	8	42	8	42	3	16
Coeficiente linear de Pearson	5	23	12	54	5	23

Fonte: Dos autores, 2015.

Observamos que na primeira avaliação todos os alunos estavam presentes, enquanto que na segunda avaliação três deles não compareceram.

A maior parte dos erros, conforme a Tabela 2, refere-se aos conteúdos relacionados com coeficiente de correlação linear, reta de regressão, percentil, desvio padrão, distribuição binomial, distribuição normal e mediana, todos eles com porcentagem de erros superior a 30%. Questões sem resposta também apresentaram porcentagem significativa, evidenciando dificuldades principalmente no cálculo da mediana, da moda e do percentil.

Análise dos erros cometidos nas duas avaliações

Ambas as avaliações foram organizadas com base nas listas de exercícios propostas aos alunos ao longo do semestre. No entanto, apesar das explicações da professora durante a resolução dos exercícios dessas listas, observamos, com as avaliações, que alguns alunos, ao cometerem determinados erros, demonstraram que não compreenderam diversos conteúdos ministrados. Relatamos em cada avaliação alguns desses erros, classificando-os de acordo com as categorias que apresentamos.

Erros na primeira avaliação:

- Na construção da distribuição de frequência, utilizando amplitudes de tamanhos diferentes para uma mesma distribuição (C1).
- Na obtenção do valor modal para dados agrupados, tomando-o igual à maior frequência da variável e não o valor da variável correspondente à maior frequência (C1).
- Nos cálculos do quartil, do percentil e da mediana para dados agrupados em classes, obtendo, respectivamente, os valores das posições das classes e não os valores resultantes da aplicação das fórmulas apropriadas (C1 e C2).
- Na análise de regressão:
 - ✓ Com a ordenação dos valores x e y , perdendo assim a identidade dos pares (C1).
 - ✓ No cálculo do coeficiente de correlação linear, obtendo-o positivo (ou negativo), quando o diagrama de dispersão apontava para o ajuste de uma reta de regressão decrescente (ou crescente) (C1 e C2).
 - ✓ No cálculo do coeficiente de correlação linear, obtendo-o fora do intervalo de validade de -1 a 1 (C1 e C2). Esse erro é mostrado na Figura 1 correspondente à questão 1 da primeira avaliação.
 - ✓ No cálculo do coeficiente angular da reta, obtendo-o positivo (ou negativo) quando o coeficiente de correlação linear deu negativo (ou positivo) (C1 e C2).

Erros na segunda avaliação:

- No cálculo da probabilidade do espaço amostral, obtendo-a com valor diferente de 1 (C1).

- A probabilidade assumir um valor negativo (C1). A Figura 2 mostra o erro cometido pelo aluno na questão 2 da segunda avaliação ao efetuar o cálculo da probabilidade, resultando um valor negativo.
- Na construção da distribuição binomial, muitos alunos apresentaram dificuldades nas interpretações dos quesitos “pelo menos”, “no mínimo”, “no máximo” (C3).
- No trabalho com a distribuição normal os alunos que erraram, em geral, demonstraram não compreender a diferença entre o z-escore e a área da região sob a curva normal (C3). Eles também não conseguiram associar a área da região sob a curva normal e a probabilidade do evento (C3). A Figura 3, correspondente à questão 3 da segunda avaliação, mostra o erro cometido pelo aluno ao assumir a probabilidade do evento como sendo aquela obtida na tabela da distribuição normal padrão diretamente para o z-escore correspondente.

1. Os dados abaixo relacionam o valor da fatura mensal de um cartão de crédito e os números de transações.

Número de transações	12	10	9	13
Valor da fatura (R\$)	1200	1380	1080	1150

a) Construa um diagrama de dispersão para os dados.
 b) Calcule e interprete o coeficiente de correlação linear de Pearson.
 c) Encontre a reta de regressão e estime qual será o valor da fatura se o número de transações for igual a 12?

$$r = \frac{21149000 - 1972100}{\sqrt{1976 \cdot 1936.62333200 - 23.136.100}}$$

$$r = \frac{14.270}{15.913.000}$$

$$r = 0.896$$

$$r = 5.868 \text{ ou } 58\%$$

Figura 1: Registro do erro no cálculo do coeficiente de correlação linear.

Fonte: Dados de pesquisa, 2013.

A Figura 1 destaca a questão referente ao conteúdo de Análise de Regressão e parte de sua resolução feita por um aluno. O valor do coeficiente de correlação linear obtido foi de 5,868, quando o correto deveria ser um valor entre -1 e 1. Isso mostra a ausência de conhecimento conceitual e o manuseio incorreto da aplicação da fórmula. Além disso, na passagem para porcentagem, mesmo não tendo sentido esta operação por se tratar de coeficiente de correlação linear, o aluno transforma 5,868 em 58% ao invés de 586%. Este erro, comum em transformações desta natureza, expõe as dificuldades dos alunos tanto na percepção do significado de porcentagem quanto na compreensão da sua relação com o formato decimal. Como aponta Pochulu (2004), os

estudantes não costumam refletir sobre os resultados obtidos em seus afazeres escolares.

A Figura 2 apresenta a questão e a resolução obtida por um aluno sobre o conteúdo de distribuição de probabilidade. Para obter $f(200)$ o aluno efetuou a conta incorretamente, atribuindo o valor de $-0,15$, ignorando que a probabilidade de um evento é um valor entre 0 e 1, demonstrando falta de compreensão do significado de probabilidade. Assim, podemos perceber que há um problema de raciocínio transacional (nível 3), identificado por Garfield (2002), pois o aluno entende que a soma das probabilidades deve resultar em 1, mas não percebe que não é possível conceber uma probabilidade negativa, ou seja, não integra um conhecimento com o outro. Adicionalmente, esse tipo de erro vai ao encontro do que Viali e Cury (2009) relataram sobre erros em questões envolvendo noções de probabilidade.

2. [1.0] A tabela seguinte é uma distribuição de probabilidade parcial referente ao lucro projetado da MRA Company (X = lucro em milhares de dólares) para o primeiro ano de operação (o valor negativo denota um prejuízo).

X	$f(X)$
-100	0,10
0	0,20
50	0,30
100	0,15
150	0,10
200	0,15

a) Qual a probabilidade da MRA ser rentável?
b) Qual a probabilidade da MRA alcançar pelo menos US\$ 50 mil?

a)

$$P(X > 0) = P(X=50) + P(X=100) + P(X=150) + P(X=200)$$

$$= 0,30 + 0,15 + 0,10 + (-0,15) = 0,4$$

b) $P(X \geq 50) = 0,4$

$f(200) = 1 - (0,10 + 0,20 + 0,30 + 0,11 + 0,14)$
 $f(200) = 0,15$

Figura 2: Registro do erro no cálculo da distribuição de probabilidade.

Fonte: Dados de pesquisa, 2013.

A Figura 3 destaca a questão referente ao conteúdo de distribuição normal. Percebemos, em primeiro lugar, que o aluno ignora a formalidade na escrita. Adicionalmente, o aluno toma valores incorretos do enunciado e, além disso, ele informa o valor da probabilidade como sendo aquele obtido na tabela para o z-escore correspondente, ignorando a adição de 0,5 para os itens a) e b) da questão. Percebemos, nesse caso, a respeito da não adição de 0,5 nos itens a) e b), um erro de raciocínio estatístico, como definido por Garfield (2002), pois o aluno não foi capaz de interpretar o problema como um todo ao não esboçar o gráfico da distribuição normal padronizada.

4. A média de preço das ações das empresas que compõem a S&P500 é US\$ 30, e o desvio padrão é US\$ 8,20. Suponha que os preços das ações se distribuam normalmente.

a) Qual é a probabilidade de uma empresa ter um preço de, no máximo, US\$ 40 para suas ações?

b) Qual é a probabilidade de uma empresa ter um preço no mínimo US\$ 20 para suas ações?

c) Qual deve ser o preço das ações para que a empresa seja incluída entre as 10% maiores?

$$4) z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

$$a) P(X < 40) = z = \frac{40 - 30}{8,20} = 1,2197 \approx 0,8879$$

$$b) P(X > 20) = z = \frac{20 - 30}{8,20} = -1,2197 \approx -0,61 \approx 0,2791$$

Figura 3: Registro do erro na distribuição normal.

Fonte: Dados de pesquisa, 2013.

Considerações Finais

Em geral, muitos alunos chegam ao ensino superior com uma formação básica em Matemática e/ou Estatística inadequada ou insuficiente, necessitando apoio extraclasse, o qual incentivamos e para o qual disponibilizamos atividades na forma de problemas de aplicação e aprofundamento (séries de exercícios). Embora conscientes desse fato, pouco fazem para vencer essa barreira, pois os estudantes, principalmente aqueles do período noturno, priorizam o trabalho para pagar os seus estudos e, conseqüentemente, destinam pouco tempo para investir em atividades acadêmicas. Observamos que a maioria dos alunos do grupo analisado apresentava muitas dificuldades no trabalho com os conteúdos matemáticos necessários para a abordagem estatística.

Como Bortoli (2011) ressalta, muitos dos erros cometidos pelos estudantes são relacionados à falta de compreensão de conceitos estudados no Ensino Fundamental e Médio. Adicionalmente, o autor afirma ainda que alguns erros são tão frequentes que parecem padronizados pelos alunos, mesmo quando alertados pelos professores, e foi exatamente isso que vivenciamos ao fazer nossa análise.

Se de um lado os estudantes precisam modificar seus hábitos de estudo e empenhar-se na recuperação dos conteúdos que não foram apreendidos em séries anteriores, de outro lado cabe aos professores e à escola buscarem alternativas que possam contribuir para que essas significativas barreiras na aprendizagem possam ser superadas. Entendemos a análise dos erros dos alunos e as discussões sobre eles como uma dessas alternativas. Essa nossa visão é compartilhada por Cury (2007, p. 93), para

quem “o erro é fonte de saberes, é um saber, enquistado, resistente, apontando para algum problema que exige atenção”.

Acreditamos que o processo de análise e discussão dos erros em conteúdos estatísticos cometidos pelos alunos pode auxiliar o professor no reconhecimento das causas desses erros e na compreensão do raciocínio usado. Nesse sentido, uma articulação dos tipos de erros que verificamos com as dimensões do raciocínio estatístico identificadas por Garfield (2002) pode trazer uma compreensão mais aprofundada sobre a origem das dificuldades dos alunos.

Entrevistados, os alunos afirmaram que não têm o hábito de estudar e de fazer as listas de exercícios sugeridas pela professora. Além disso, muitos deles apenas se limitavam a copiar a explicação da professora, não se preocupando com o entendimento da solução. É mais confortável ao aluno apenas copiar a explicação e deixar a compreensão dos conteúdos para depois da aula, entretanto, muitas vezes não disponibilizam tempo para os afazeres extraclasse. Confrontados com seus erros, alguns alunos até verbalizavam corretamente alguns conceitos, mas como não foram capazes de colocá-los em prática, entendemos que eles demonstravam estar no nível 2 da hierarquia de raciocínio estatístico definida por Garfield (2002).

Neste artigo destacamos alguns erros cometidos pelos estudantes com a manipulação de conteúdos estatísticos, remetendo ao docente a importância na compreensão do raciocínio usado pelo estudante. Assim, entendemos que é possível identificar alguns obstáculos que impossibilitaram o aluno a chegar na resolução e no raciocínio corretos. Consequentemente, essa prática, se acompanhada de um *feedback* qualificado aos alunos, pode ajudá-los a superar algumas de suas dificuldades.

Adicionalmente, entendemos que o professor pode fazer uso de estratégias alternativas, tais como aliar o ensino dos conceitos estatísticos com aplicações reais; fazer uso da tecnologia em suas atividades pedagógicas; e realizar diversas avaliações parciais, tendo em vista que os alunos muitas vezes não resolvem as listas de exercícios propostas. Dessa forma, entendemos que é necessário que o professor se liberte da sua zona de conforto para que essas ações sejam consolidadas.

Concluindo, pesquisas sobre os erros cometidos em conteúdos estatísticos pelos alunos de graduação podem contribuir em discussões relacionadas com metodologias de ensino e também para refletir sobre o ensino desses conteúdos no ensino fundamental e médio. Ações dessa natureza podem contribuir com mudanças positivas no ambiente acadêmico e até aliviar tensões e evitar algumas evasões na disciplina.

Referências

BACHELARD, G. **La formation de l'esprit scientifique seizième tirage**. Paris, Librairie Philosophique J. Vrin, 1938.

BORASI, R. **Reconceiving mathematics Instruction: a Focus on Errors**. Norwood, NJ: Ablex Publishing Corporation, 1996.

BORTOLI, M. F. **Análise de erros em Matemática**: um estudo com alunos de ensino superior, 2011, 95 f. Dissertação em Curso de Mestrado Profissionalizante de Ensino de Física e Matemática – Centro Universitário Franciscano, Santa Maria, 2011.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais Matemática**. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. – Brasília: MEC/SEMTEC, 1998. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro03.pdf>>. Acesso em: 17 set. 2012.

BROUSSEAU, G. Ingénierie didactique. D'un problème à l'étude à priori d'une situation didactique. In: **Deuxième école d'été de didactique des mathématiques**. Paris: Olivet, 1982.

_____. Os diferentes papéis do professor. In: PARRA, C.; SAIZ, I.. **Didática da Matemática**: reflexões psicopedagógicas. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996.

CAMPOS, C. R.; WODEWOTZKI, M. L. L.; JACOBINI, O. R. **Educação estatística** – teoria e prática em ambientes de modelagem matemática. Belo Horizonte: Autêntica, 2011.

CHICK, H. L.; BAKER, M. K. Investigating Teacher's Responses to Students Misconceptions. IN: Chick, H. L.; Vicent, J. L. (eds.). Proceedings of the 29th Conference of the International Group for Psychology of Mathematics Education, **Anais...** 2, p. 249-256, Melbourne: PME, 2005.

CURY, H. N. Análise de erros em disciplinas matemáticas de cursos superiores. IN: III Seminário de Pesquisa em Educação Matemática, Águas de Lindóia, 2006, **Anais ...** CD-ROM. Águas de Lindóia: SBEM, 2006.

_____. **Análise de erros**: o que podemos aprender com as respostas dos alunos. Coleção Tendências em Educação Matemática. Ed. Autêntica, 2007.

_____. Uma proposta para inserir a análise de erros em cursos de formação de professores de matemática. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 15, n. 3, p. 547-562, 2013.

DEL PUERTO, S. M.; MINNAARD, C. L.; SEMINARA, S. A.. Análisis de los errores: una valiosa fuente de información acerca del aprendizaje de las matemáticas. **Revista Iberoamericana de Educación**, v. 38, n. 4, 10 abril 2006. Disponível em: <<http://www.rieoei.org/1285.htm>>. Acesso em: 30 abr. 2014.

FERREIRA, D. H. L.; BRUMATTI, R. N. M. Dificuldades em Matemática em um curso de Engenharia Elétrica. **Horizontes**, 27, 1, 51-60, 2009.

FERREIRA, D. H. L.; JACOBINI, O. R. Modelagem matemática e ambiente de trabalho: uma combinação pedagógica voltada para a aprendizagem. **RENCIMA: Revista de Ensino de Ciências e de Matemática**. Universidade Cruzeiro do Sul, v. 1, p. 09-26, 2010.

FERREIRA, D. H. L.; JACOBINI, O. R.; CAMPOS, C. R.; WODEWOTZKI, M. L. L. Recursos tecnológicos e modelagem matemática: três experiências na sala de aula. **Rematec – Revista de Matemática, Ensino e Cultura**, ano 8, n. 14, p. 160-178, 2013.

FUCK, R. S. Análise de erros em geometria: uma investigação com alunos da educação de jovens e adultos (EJA). **RENCIMA: Revista de Ensino de Ciências e de Matemática**, v. 4, n. 2, p. 16-36, 2013.

GARFIELD, J. The challenge of developing statistical reasoning. **Journal of Statistics Education**, v. 10, n. 3, 2002.

GARFIELD, J.; GAL, I. Teaching and assessing statistical reasoning. In: Developing Mathematical Reasoning in Grades k-12. **National Council of Teachers of Mathematics**, p. 207-219. Reston: Ed. L. Staff, 1999.

MIRANDA, F. O. **A inserção da Educação Matemática Crítica na escola pública: aberturas, tensões e potencialidades**, 2015, 179 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2015.

PINTO, N. B. **O erro como estratégia didática: Estudo do erro no ensino da matemática elementar**. Campinas: Papirus, 2000.

POCHULU, M. D. Análisis y categorización de errores en el aprendizaje de la matemática en alumnos que ingresan a la universidad. **Revista Iberoamericana de Educación**, v. 35, n. 4, 2004. Disponível em: <<http://www.campusoei.org/revista/deloslectores/849Pochulu.pdf>>. Acesso em: 14 abril 2014.

SANTOS-WAGNER, V. M. P.; BORTOLOTTI, R. A. M.; FERREIRA, J. R. Análise das resoluções corretas e erradas de combinatória de futuros professores de Matemática. **Educação Matemática Pesquisa**. São Paulo, v. 15, n. 3, p. 606-629, 2013.

SEBASTIANE, R. G.; VIALI, L. Testes de Hipóteses: uma Análise dos Erros Cometidos por Alunos de Engenharia. **Bolema. Boletim de Educação Matemática**, v. 24, p. 47-60, 2011.

VIALI, L.; CURY, H. N. Análise de erros em probabilidade: uma pesquisa com professores em formação continuada. **Educação Matemática Pesquisa**, v. 11, n. 2, p. 373-391, 2009.

ZANG, C. M.; METZEN, G. A. F. V.; LEÓN, M. N. Un estudio de los errores de alumnos de ingeniería sobre ecuaciones diferenciales. **Educação Matemática Pesquisa**. São Paulo, v. 15, n. 1, p. 83-100, 2013.

Submissão: 09/11/2015

Aceite: 11/03/2016