

# ÁLGEBRA E SEU ENSINO: DANDO ECO ÀS MÚLTIPLAS “VOZES” DA EDUCAÇÃO BÁSICA<sup>1</sup>

## ALGEBRA AND ITS TEACHING: GIVING ECHO TO MULTIPLE "VOICES" OF BASIC EDUCATION

**Alessandro Jacques Ribeiro**

Universidade Federal do ABC (UFABC), [alessandro.ribeiro@ufabc.edu.br](mailto:alessandro.ribeiro@ufabc.edu.br)

### Resumo

O que se entende por Álgebra e seu Ensino tem sido combustível para o projeto de pesquisa “Conhecimento Matemático para o Ensino de Álgebra: uma abordagem baseada em perfis conceituais” (OBEDUC/Capes), cujo objetivo geral é investigar os conhecimentos algébricos desenvolvidos por professores, ao ensinar Álgebra na Educação Básica com uma abordagem de ensino baseada em perfis conceituais. A pesquisa é desenvolvida por um grupo heterogêneo que trabalha em colaboração, para elaborar, desenvolver e analisar atividades matemáticas que contemplem diferentes significados de conceitos algébricos. Numa outra dimensão, investiga-se se e como a abordagem de perfis conceituais pode contribuir para constituir e/ou ampliar conhecimentos algébricos de professores e futuros professores. O objetivo específico deste artigo é apresentar e discutir as múltiplas “vozes” da Educação Básica em torno das diferentes compreensões da Álgebra e de seu Ensino. Dentre os principais resultados, revela-se como essas diferentes compreensões podem levar professores formadores e professores da escola básica a tomar essa importante área do conhecimento matemático “apenas” como um amontado de símbolos e procedimentos, na maior parte das vezes, desprovidos de significados.

**Palavras-chave:** Formação de professores de Matemática. Ensino de Álgebra. Compreensões de Álgebra e seu Ensino. Perfil conceitual.

### Abstract

What is understood about algebra and its teaching has been the fuel for our research project "Mathematical Knowledge for Teaching Algebra: an approach based on conceptual profiles" (OBEDUC/Capes). The general purpose of this project is to investigate the algebraic knowledge developed by teachers to teach algebra in basic education, using a teaching approach based on conceptual profiles. This is a project developed by a heterogeneous group, working in collaboration, all engaged in designing, developing and analyzing mathematical activities that address different meanings of algebraic concepts. On another

---

<sup>1</sup> Esse artigo é uma versão ampliada e aprofundada de um texto organizado com o intuito de subsidiar uma palestra proferida no XII Encontro Nacional de Educação Matemática (XII ENEM), realizado em São Paulo em julho de 2016.

dimension, we have been investigating whether and how the approach of conceptual profiles can contribute to the establishment and / or expansion of the algebraic knowledge of teachers and future teachers. In this paper, the aim is to present and discuss the many "voices" in Basic Education that echo around the different understandings of what is meant by algebra and its teaching. Among the main results, we present the different understandings about what is algebra and its teaching which may be causing teachers educators and elementary school teachers to treat this important area of mathematical knowledge "only" as a bunch of symbols and procedures, in most part, devoid of meanings.

**Key words:** Mathematics Teacher Education. Teaching of Algebra. Understandings of Algebra and its Teaching. Conceptual profile.

### **Introdução: contextualizando nossas pesquisas e nosso grupo<sup>2</sup>**

O presente artigo busca apresentar e colocar em discussão alguns resultados que compõem as investigações desenvolvidas no âmbito de um projeto de pesquisa intitulado "Conhecimento Matemático para o Ensino de Álgebra: uma abordagem baseada em perfis conceituais", vinculado ao Programa Observatório da Educação (OBEDUC), financiado pela Coordenadoria de Aperfeiçoamento de Pessoal do Ensino Superior (CAPES), coordenado pelo autor do presente artigo e desenvolvido na Universidade Federal do ABC (UFABC), no estado de São Paulo, Brasil. O principal objetivo do referido projeto é "investigar os conhecimentos algébricos desenvolvidos por professores, ao ensinar Álgebra na Educação Básica, utilizando-se de uma abordagem baseada em perfis conceituais". O interesse em Álgebra provém tanto da ênfase dada a ela na Educação Básica, como dos resultados das avaliações em larga escala, que "explicitam as deficiências dos estudantes em seus conhecimentos algébricos".

Em nosso entendimento, compreender o que os professores pensam e declaram conhecer em relação à Álgebra que se aprende e à Álgebra que se ensina pode nos fornecer indícios de como suas práticas em sala de aula são, efetivamente, desenvolvidas e levadas a cabo, quando tais professores estão ensinando Matemática, seja na Educação Básica, seja no Ensino Superior. Para tal, ao longo dos dois primeiros anos de trabalho do grupo envolvido no projeto, as investigações foram feitas, dentre outras atividades, através de estudos da literatura, como as publicações dos autores Fiorentini, Miorim e Miguel (1993), Lee (2001), Lins e Gimenez (2001) e Usiskin (1995), que abordam diferentes concepções de Álgebra, a partir de visões pautadas em fundamentos teóricos distintos. Esses estudos subsidiaram as entrevistas realizadas com professores de matemática da Educação Básica e do Ensino Superior, cujos resultados são apresentados no presente trabalho.

O interesse pelas concepções de Álgebra de professores de diferentes níveis de ensino advém de nossa necessidade de identificar e compreender o que pensam e como pensam tais professores, quando se discute o que é Álgebra e seu ensino. Para isso,

---

<sup>2</sup> "FORMATE - Formação Matemática para o Ensino: conhecimento profissional docente e desenvolvimento curricular", grupo de pesquisa cadastrado no CNPq e disponível em <http://dgp.cnpq.br/dgp/espelhogrupo/8814738426604861>

buscamos identificar, nos formadores de professores de matemática, quais concepções de Álgebra são mais comuns entre eles; que relações percebem e constroem no ensino de Álgebra para os licenciandos; quais as relações entre tais resultados e o que pensam professores formados, que atuam na educação básica, a respeito de questões semelhantes.

Este tipo de investigação tem sido recorrente em diversos trabalhos em Educação Matemática, uma vez que investigar os conhecimentos docentes dos formadores de professores significa, por extensão, conhecer a formação desses futuros professores (SHULMAN, 1986). Entendemos por conhecimento docente o conjunto de diferentes tipos de conhecimentos elencados por Shulman (1986) e, posteriormente, desenvolvidos e ampliados, especificamente na área de educação matemática, por Deborah Ball e seus colegas (BALL; THAMES; PHELPS, 2008). Tais referenciais serão apresentados e discutidos na revisão de literatura.

Assim, com o intuito de relacionar as concepções estudadas na literatura àquelas trabalhadas nos cursos de licenciatura e nas salas de aula da educação básica, identificadas pelo que os professores de diferentes níveis de ensino exteriorizam quando falam sobre Álgebra e sobre prática educacional, foram realizadas entrevistas com professoras de diferentes universidades públicas e particulares, e com professores que atuam na Educação Básica da rede pública, no estado de São Paulo, Brasil. Dentre os resultados aqui discutidos, observaremos encontros e desencontros, na visão dos professores universitários e daqueles que atuam na Educação Básica.

Iniciaremos o artigo trazendo algumas discussões da literatura nacional e internacional acerca de diferentes concepções de Álgebra e de seu ensino. E situaremos o leitor em relação ao que o nosso grupo compreende por conhecimento profissional docente. Em seguida, apresentaremos a metodologia de nosso estudo, indicando os procedimentos e os instrumentos de coleta de dados utilizados em nossa pesquisa. Passaremos, então, para a análise dos dados, parte central de nosso artigo, na qual discutiremos como os professores formadores e os professores que atuam na escola elementar compreendem a Álgebra e seu Ensino. Por fim, apresentaremos encaminhamentos e desdobramentos de tais resultados para as investigações que temos levado a cabo em nosso projeto de pesquisa.

## **Álgebra e seu ensino, conhecimentos profissionais docentes: o que a literatura nos informa**

Nossa revisão de literatura inicia-se com a discussão das ideias de quatro textos de autores que discutem diferentes compreensões de Álgebra em seus trabalhos: *Contribuição para um repensar a educação algébrica elementar*, de Fiorentini, Miorim e Miguel (1993); *Concepções sobre a álgebra da escola média e utilizações das variáveis*, de Usiskin (1995); *Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI*, de Lins e Gimenez (2001); *Uma iniciação à cultura algébrica por meio de atividades que envolvem generalizações*, de Lee (2001). Além disso, também tomamos por base – para estudar o trabalho desses autores – a pesquisa de Figueiredo (2007), na qual são apresentados quadros síntese das diferentes concepções de Álgebra de cada autor. Numa outra vertente teórica, trazemos os resultados de Shulman (1986) sobre o Conhecimento Pedagógico do Conteúdo e o trabalho de Ball,

Thames e Phelps (2008) acerca do que se entende por Conhecimento Matemático para o Ensino.

Iniciamos pelo trabalho de Fiorentini, Miorim e Miguel (1993): os autores apresentam concepções, tanto de Álgebra como de educação algébrica, constituídas como reflexo de alguns aspectos do desenvolvimento histórico da própria Álgebra e também das práticas escolares. Três são as concepções de educação algébrica indicadas pelos autores:

1. **Linguístico-pragmática:** a Álgebra está relacionada a atividades pedagógicas que visam à resolução de problemas, prevalecendo a aquisição mecânica das técnicas requeridas pelo transformismo algébrico. Esse transformismo passa a ser fundamental para a Álgebra, segundo essa concepção.
2. **Fundamentalista-estrutural:** recebe este nome, uma vez que são enfatizadas as propriedades estruturais das operações, como forma de justificar logicamente cada passagem presente no transformismo algébrico, capacitando o estudante a identificar e a aplicar essas estruturas nos diferentes contextos subjacentes.
3. **Fundamentalista-analógica:** a Álgebra também tem o caráter pedagógico de instrumento para resolver problemas, mas mantém-se o caráter fundamentalista, fazendo uma síntese das concepções anteriores.

A partir dessas concepções, os autores identificam duas tendências no ensino de Álgebra: priorizar a construção da linguagem em detrimento do pensamento ou priorizar o ensino da linguagem algébrica já constituída, em detrimento da construção do pensamento algébrico. Ao final, os autores concluem que, com isso, há uma redução do pensamento algébrico à linguagem algébrica, pois, ao tomar como ponto de partida a existência de uma Álgebra simbólica já constituída, reduzem-se os processos de ensino e de aprendizagem da Álgebra ao transformismo algébrico.

O próximo autor a discutirmos é Usiskin (1995), o qual parte do pressuposto de que, na escola básica, a Álgebra se relaciona com a compreensão das letras, as variáveis, que estão sendo apresentadas pela primeira vez. Como as letras têm diferentes papéis e significados, o entendimento da criança pode ser comprometido quando ela não tem claras essas diferentes concepções. Assim, para Usiskin (1995), o ensino de Álgebra e a utilização das variáveis são pontos que estão relacionados e, dessa relação, surgem quatro concepções de Álgebra:

1. **Aritmética generalizada:** segundo esta concepção, o estudante da escola básica deve conseguir traduzir e generalizar situações. Um exemplo é a propriedade comutativa: o aluno deve ser capaz de perceber que a igualdade  $3 + 5 = 5 + 3$  vale sempre, quaisquer que sejam os números reais.
2. **Estudo de procedimentos para resolver certos tipos de problemas:** esses problemas envolvem incógnitas, com a finalidade de simplificar e de resolver problemas utilizando-se da linguagem algébrica. A incógnita aparece como um valor a ser descoberto e, com isso, o aluno pode apresentar dificuldade no momento de passar de um exercício de aritmética para um problema de Álgebra, já que terá que desenvolver a capacidade de equacionar um problema.

3. **Estudo de relações entre grandezas:** atividades que envolvem variáveis, como argumentos e parâmetros. Por exemplo, em uma atividade sobre área de figuras geométricas com fórmulas, podem-se relacionar linguagem e pensamento algébricos.
4. **Estudo das estruturas:** nesse caso, a variável deixa de representar um número e passa a significar qualquer símbolo abstrato. Esse tipo de tratamento é aplicado em questões que priorizam a manipulação e a justificativa, como fatoração e dedução de uma identidade.

Enquanto Usiskin (1995) dá ênfase ao papel das letras para distinguir suas concepções, Lins e Gimenez (2001), por sua vez, trazem uma abordagem mais pedagógica e preocupada com o pensamento algébrico e suas construções. Apesar de os autores afirmarem não haver consenso a respeito do que seja pensar algebricamente, consideram existir certa concordância sobre os aspectos dos quais a Álgebra se ocupa: equações, cálculo literal, funções e outros, mas destacam que ainda há outros tópicos que podem ou não ser incluídos nessa lista, como, por exemplo, os gráficos.

Em um levantamento geral, os autores identificam dois enfoques dados à atividade algébrica: a caracterização pelo uso de notações ou pelo uso de conteúdos. Dentro desses enfoques, a atividade algébrica é frequentemente descrita, segundo eles, como “fazer ou usar Álgebra” ou, de forma ainda mais banal, “calcular com letras”. Em razão desse aspecto, os autores concluem que “caracterizações por conteúdo ou por notação deixam de fora coisas que gostaríamos de caracterizar como atividade algébrica” (LINS; GIMENEZ, 2001, p. 99). Portanto, são indicadas três concepções de educação algébrica, e as diferenças encontradas entre elas têm raízes em diferentes conceitualizações da atividade:

1. **Letrista:** é uma visão restrita ao “cálculo com letras”, muito presente nos livros didáticos brasileiros e, portanto, comum na prática escolar, pois é possível que esta visão corresponda à visão de atividade algébrica de que os professores já dispõem.
2. **Letrista facilitadora:** considera que a capacidade de lidar com as expressões literais é alcançada pela abstração decorrente de situações concretas, ou seja, uma certa estrutura que é manipulável em situações concretas e depois, por um processo de abstração, é formalizada. Essa abordagem é insuficiente, pois os estudantes não estabelecem relação entre o que haviam desenvolvido no concreto e o que transpõem para o formal.
3. **Modelagem Matemática:** essa concepção, segundo os autores, também apresenta como ponto de partida uma situação concreta. Contudo, o concreto na modelagem não é visto como ilustrativo, e sim como um problema real, e as atividades de investigação propostas são referentes a situações reais. Para os autores, nessa perspectiva, “a Educação Algébrica se dá na medida em que a produção de conhecimento algébrico serve ao propósito de iluminar ou organizar uma situação, como ferramenta e não como objeto primário do estudo” (LINS; GIMENEZ, 2001, p. 109).

Por fim, Lee (2001) apresenta visões de Álgebra mais abrangentes. Em sua pesquisa, a autora discute a importância de exercícios de generalização para introdução da Álgebra, os quais auxiliam no desenvolvimento dos alunos, na elaboração de estratégias de resolução e de argumentação, no momento de relacionar os conhecimentos, desenvolver uma comunicação e até habilidades técnicas mais rápidas. Embora nesse seu trabalho a autora não aborde as concepções algébricas, encontramos, na tese de Figueiredo (2007), seis concepções de educação algébrica que Lee propõe. São elas:

1. **Como linguagem:** em exercícios que envolvem a evolução da linguagem da Álgebra elementar, desenvolvendo a comunicação em uma linguagem algébrica.
2. **Como caminho de pensamento:** essa concepção trata do pensamento sobre as relações matemáticas, e não dos objetos matemáticos. Um exemplo são os exercícios de raciocínio sobre padrões e que trabalham o desconhecido.
3. **Como atividade:** atividades que envolvam modelagem matemática e pensamento sobre as relações matemáticas. Está relacionada à linguagem e ao pensamento algébrico.
4. **Como ferramenta:** está associada à linguagem e ao pensamento algébrico, surgindo em problemas, de modo a conduzir e transformar mensagens, seja para a própria matemática ou para outras ciências.
5. **Como aritmética generalizada:** caracterizam esta concepção as relações do pensamento algébrico e da linguagem, como Álgebra das generalizações dos números e Álgebra como estudo de expressões simbólicas com letras.
6. **Como cultura:** envolve valores, crenças, práticas, tradições históricas e processo para sua transmissão. Entrelaça o currículo de Álgebra com o de geometria, no intuito de usar ferramentas, criando um pensamento algébrico.

Com isso, entendemos que, apesar de partirem de motivações diferentes, as concepções apresentadas pelos autores têm intersecções significativas. Por exemplo, identificamos relações entre a concepção de modelagem matemática de Lins e Gimenez (2001) e as concepções de Álgebra como atividade e como ferramenta, de Lee (2001)<sup>3</sup>.

Assim posto, entendemos ser fundamental discutir os fundamentos teóricos que subsidiaram a análise dos dados de nossa investigação, a saber, os conceitos de Conhecimento Pedagógico do Conteúdo (*Pedagogical Content Knowledge – PCK*), de Shulman (1986) e Conhecimento Matemático para o Ensino (*Mathematical Knowledge for Teaching – MKT*), de Ball, Thames e Phelps (2008).

Não obstante a diversidade de pesquisas desenvolvidas por Ball e seus colaboradores, optamos por explorar, neste projeto de pesquisa, o artigo de Ball, Thames e Phelps (2008), no qual os autores sistematizam diversos resultados das investigações até então desenvolvidas pelo grupo da Universidade de Michigan.

---

<sup>3</sup> Para conhecer um estudo mais aprofundado e amplo sobre a temática, consultar o artigo “Mapeamento de concepções de álgebra: uma alternativa para compreender seus diversos significados”, de Ribeiro, Bezerra e Silva (2016), no prelo.

Segundo Ball, Thames e Phelps (2008, p. 308), a introdução do termo “conhecimento pedagógico do conteúdo” (SHULMAN, 1986) sugere a necessidade de um “conhecimento do conteúdo que é exclusivo para o ensino”. Em continuidade aos seus estudos, ao apresentar a noção de conhecimento pedagógico do conteúdo, Shulman discute a ligação entre o conhecimento do conteúdo e a prática de ensino. Ball, Thames e Phelps (2008) contestam que, embora o termo “conhecimento pedagógico do conteúdo” esteja amplamente divulgado, seu potencial tem sido pouco explorado, pois muitos assumem que sua natureza e seu conteúdo são óbvios. Entretanto, o que se quer dizer por “conhecimento pedagógico do conteúdo” ainda é pouco especificado, sem uma definição e sem fundamentos empíricos, o que acaba por limitar a sua utilidade.

Na intenção de aprofundar e de ampliar o trabalho de Shulman (1986), Ball, Thames e Phelps (2008) apresentam dois importantes e amplos projetos que focam o ensino de matemática e a matemática usada para o ensino. Os autores declaram que os dois estudos acima citados os levaram a construir novas hipóteses a respeito de refinamentos para o “popular” conceito de conhecimento pedagógico do conteúdo e a ampliar o conceito de conhecimento do conteúdo para o ensino. Sendo assim, passam a focar a teorização da noção de conhecimento matemático para o ensino e as habilidades necessárias para os professores ensinarem. Com esse propósito, acabam por identificar e definir três subdomínios do conhecimento pedagógico do conteúdo. Além disso, eles se surpreenderam, quando começaram a descobrir e a articular um domínio pouco reconhecido do conhecimento do conteúdo para o ensino, que não está contido no conhecimento pedagógico do conteúdo, mas, segundo eles, é essencial para um ensino eficiente – o conhecimento especializado do conteúdo.

Fundamentadas nos resultados obtidos com os dois projetos desenvolvidos pelo grupo de Deborah Ball, as análises da prática dos professores revelaram que as demandas matemáticas para o ensino são consideráveis. O conhecimento matemático necessário para o ensino não é menor do que aquele de que outros adultos e outros profissionais necessitam. Com isso, Ball, Thames e Phelps (2008) conjecturam que (1) o conhecimento do conteúdo (SHULMAN, 1986) poderia ser subdividido em conhecimento comum do conteúdo e conhecimento especializado do conteúdo; e (2) o conhecimento pedagógico do conteúdo (SHULMAN, 1986) poderia ser subdividido em conhecimento do conteúdo e de estudantes e conhecimento do conteúdo e de ensino.

Em síntese, eles definem: reconhecer uma resposta errada é um conhecimento comum do conteúdo; dimensionar rapidamente a natureza de um erro, especialmente aqueles que não são familiares, é um conhecimento especializado do conteúdo; ter familiaridade com os erros comuns e saber por que diversos alunos os cometem é um conhecimento de conteúdo e de estudantes; selecionar uma abordagem de ensino que seja eficiente para superar certas dificuldades e/ou explorar certos aspectos de um conteúdo é um conhecimento do conteúdo e de seu ensino. Ball, Thames e Phelps (2008) chamam atenção para a “alocação” provisória da terceira categoria de Shulman, conhecimento curricular, dentro do conhecimento pedagógico do conteúdo.

Com isso, construímos as bases teóricas para analisar as compreensões de professores formadores que atuam na licenciatura e também daqueles que ensinam na

Educação Básica. Nossas análises se fundamentam tanto nas diferentes concepções de Álgebra discutidas nesta secção como no que se entende por conhecimento profissional docente, segundo os autores que tomamos por base em nosso estudo.

### **Da metodologia à análise dos dados: o que os professores podem nos dizer**

Para a produção dos dados dessa etapa de nosso projeto, ou seja, nas entrevistas com professores do ensino superior e da educação básica, a fim de guiar as conversas com os professores participantes, optamos pelas *entrevistas semiestruturadas*, que propiciam um diálogo mais aberto em torno das “inquietações” da pesquisa, mas ao mesmo tempo permitem um diálogo guiado por análises já elaboradas a partir dos dados da etapa anterior.

A condução das entrevistas foi precedida pela elaboração, por todo o grupo de pesquisa, de dois questionários, os quais possuíam algumas questões comuns, que seriam respondidas tanto pelos professores de Ensino Superior como pelos da Educação Básica. As questões abordaram assuntos pertinentes à elaboração da compreensão de Álgebra que nosso grupo estava desenvolvendo, bem como aspectos que nos permitissem extrair a compreensão que tais professores tinham de Álgebra e de seu ensino. A seguir, foram indicados para serem entrevistados professores de diferentes instituições de Ensino Superior que atuassem na formação de professores de matemática e professores da Educação Básica de escolas públicas da região vizinha à nossa universidade. Após estabelecer contato com os professores, agendamos os dias, os horários e os locais que melhor se adequassem à disponibilidade dos entrevistados. As entrevistas foram realizadas geralmente por dois integrantes do grupo, munidos de gravador, para que registrássemos o áudio e, posteriormente, fizéssemos a transcrição de suas falas. Nas Figuras 1 e 2 apresentamos as questões utilizadas nas entrevistas.

- 1) Se você fosse explicar em poucas palavras para um estudante de licenciatura o que é Álgebra, como você faria? E para um estudante de outro curso?
- 2) Em sua opinião, quando uma atividade pode ser caracterizada como sendo do campo da Álgebra?
- 3) Qual o seu entendimento sobre o currículo de Álgebra na educação brasileira?
- 4) Você poderia citar algumas abordagens de ensino que considera adequadas para o ensino de Álgebra?
- 5) Em que momento da vida escolar do aluno você acredita que deveriam ser apresentados conceitos de Álgebra? E quais conceitos?
- 6) Você poderia apresentar algumas dificuldades recorrentes no ensino de Álgebra? E na aprendizagem?
- 7) Qual a sua compreensão de Álgebra?
- 8) Qual é a distinção que você faz entre a Álgebra, a Geometria e a Análise?
- 9) De que forma o ensino de Álgebra na licenciatura instrumentaliza os futuros professores para ensinarem (i) simetria/conceitos algébricos, (ii) equação/função, (iii) números?

Figura 1: Questionário utilizado nas entrevistas com os professores formadores

Fonte: Elaborado pelo autor e seu grupo de pesquisa



- 1) O que você entende por Álgebra?
- 2) Você acredita que a Álgebra ensinada na Licenciatura lhe trouxe facilidades para ensinar a Álgebra Escolar?
- 3) Você acredita que os anos de atuação permitiram o aprimoramento da sua prática docente em Álgebra? Se sim, como? Se não, por quê?
- 4) Em que momento da vida escolar você identifica que o ensino da Álgebra é iniciado?
- 5) Como você entende o desenvolvimento da Álgebra ao longo do currículo da Educação Básica?
- 6) Você poderia citar algumas dificuldades que os alunos normalmente apresentam em Álgebra?
- 7) E para você? Quais são as suas dificuldades ao ensinar Álgebra?
- 8) Você estabelece relações entre a Álgebra ensinada na educação básica e outras áreas da Matemática?

Figura 2: Questionário utilizado nas entrevistas com os professores da Educação Básica  
 Fonte: Elaborado pelo autor e seu grupo de pesquisa

Em relação à caracterização dos perfis dos professores participantes de nosso estudo, apresentamos inicialmente os resultados referentes aos 4 professores formadores, na Figura 3. Os professores da Educação Básica estavam em número significativamente maior de participantes: 26. Selecionamos 3 desses professores, os quais, segundo nossas análises, representam 3 perfis diferentes. Os dados informados no questionário sobre o perfil acadêmico-profissional nos possibilitaram fazer tal caracterização. Apresentamos o perfil desses 3 professores na Figura 4.

(PES1): Doutora em Educação Matemática. Professora na Pós-Graduação em uma instituição particular. Tem artigos publicados sobre Educação Matemática, Álgebra Linear e Educação Algébrica.

(PES2): Doutora em Matemática Aplicada. É professora de uma instituição pública de Ensino Superior e duas instituições particulares. Suas áreas de atuação são Teoria Fuzzy, Sistemas Dinâmicos, Educação Matemática e Metodologias de Ensino.

(PES3): Mestre em Matemática e Doutora em aplicações em tecnologia nuclear. Tem experiência nos ensinos Fundamental, Médio e Superior e, atualmente, é professora na Licenciatura em Matemática em uma instituição particular.

(PES4): Licenciada, Mestre e Doutora em Matemática na área de Álgebra. Possui mais de vinte anos de experiência com docência no Ensino Superior, em cursos de bacharelado e licenciatura em universidades públicas. Pesquisa na área de Matemática Pura, particularmente em Álgebra.

Figura 3: Perfil dos quatro professores formadores<sup>4</sup>  
 Fonte: Elaborado pelo autor e seu grupo de pesquisa

<sup>4</sup> PES significa “Professor do Ensino Superior”

Em nossas análises, procuramos estabelecer algumas relações e comparações entre as respostas dos professores entrevistados e entre suas respostas e as concepções de Álgebra dos autores anteriormente apresentados.

(PEB1): Licenciado em Matemática, em Instituição de Ensino Superior (IES) pública, em 2002; participou de cursos de formação continuada; estudante de Mestrado; experiência no Ensino Fundamental (EF) e no Ensino Médio (EM) em torno de dez anos; na Educação Básica (EB), prefere temas relacionados à Aritmética.

(PEB2): Licenciada em Matemática, em IES privada, em 1974; participou de cursos de formação continuada; tem experiência no EF e no EM há mais de 20 anos; na EB, prefere temas relacionados à Geometria.

(PEB20): Licenciado em Matemática, em IES privada, em 2010; participou de cursos de formação continuada; estudante de Mestrado; experiência no EF e no EM em torno de 5 anos; na EB, prefere temas relacionados à Álgebra.

Figura 4: Perfil de três professores da Educação Básica (PEB)<sup>5</sup>

Fonte: Elaborado pelo autor e seu grupo de pesquisa

Observamos, ao longo de nossas análises, que os professores – tanto os do Ensino Superior, como os da Educação Básica – apresentam visões bem diferentes do que entendem por Álgebra: alguns fazem distinção entre como ensinar num curso de licenciatura e em demais cursos de Graduação ou na Educação Básica; outros, por sua vez, pouco se referem a aspectos distintos na forma de trabalho dos diversos cursos. Apenas destacam, em diversos momentos, que consideram, por exemplo, a Aritmética como parte da Álgebra.

As quatro PES apresentam diferentes visões do que é a Álgebra. PES1 enfatiza que *“a Álgebra permeia todo o ensino. [...] A Álgebra não é só linguagem da matemática, mas ela **estuda as estruturas**”*. Contrapõe-se à visão apresentada pela PES4, que diz: *“A Álgebra, ela surgiu como uma linguagem, como assim, um socorro pra geometria, por exemplo”*. PES4 ainda destaca, em diversos momentos de sua fala, que considera **a aritmética como parte da Álgebra**. PES3 também menciona a aritmética, mas enfatiza que, para aprender Álgebra é necessário primeiro uma base sólida na prática aritmética, e que o que caracteriza a **Álgebra é a presença de um valor desconhecido**. Por fim, PES2 afirma que *“o sentido da Álgebra é esse, de **resolver problemas**”*.

Ainda sobre a compreensão de Álgebra dos professores formadores, PES2 e PES3 dizem que **a incógnita caracteriza uma atividade como sendo especificamente do campo da Álgebra**. PES3, de forma mais ampla, afirma: *“a matemática, na minha opinião, a matemática não se separa”*, no sentido de que **“qualquer atividade matemática tá no campo da Álgebra”**, uma vez que problemas aritméticos podem ser resolvidos algebricamente, e os conteúdos matemáticos são interdependentes. PES2, por sua vez, elenca conteúdos como a resolução de matrizes, sistemas, equações de segundo grau, todos como especificamente algébricos e conclui, ainda, que **“muita coisa é Álgebra,**

<sup>5</sup> PEB significa “Professor da Educação Básica”

**tirando geometria e trigonometria**". Esta visão é muito semelhante à de PES1, que afirma que **"a matemática escolar é Álgebra ou Geometria"** e também traz uma visão abrangente de Álgebra, chegando a dizer que todo é Álgebra na matemática, e o objetivo principal da matemática escolar é chegar ao conceito algébrico de função. PES4, respondendo à pergunta, é enfático, ao dizer que **"a Álgebra é a linguagem da equação"**. E afirma que uma atividade é do campo da Álgebra quando apresenta uma equação.

O objetivo nesse momento era identificar a compreensão que esses professores possuíam sobre Álgebra, por meio dos conceitos e das atividades que eles entendem ser pertencentes à Álgebra Escolar. As análises pautaram-se no subdomínio do *Specialized Content Knowledge*. Identificamos conceitos característicos do campo da Álgebra Escolar, como: função, incógnita e equação. Aparecem ainda os conceitos de matrizes e sistemas de equações. Entretanto, por exemplo, não observamos evidências de que considerassem como característicos da Álgebra Escolar (i) a habilidade de justificar procedimentos algébricos ou (ii) o trabalho com as propriedades dos números.

No que se refere aos professores da Educação Básica (PEB), os três PEB por nós selecionados como "representantes" dos demais professores participantes de nossa pesquisa apresentam diferentes visões do que é a Álgebra. PEB1: Entende-a como parceira da aritmética. PEB2 considera que **"a Álgebra é a Matemática"**. PEB20 acha complicado definir [...]. Embora afirme que **Álgebra é uma grande área da matemática que envolve uso de letras e operações**, acredita que essa definição é curta. O que aprendeu na graduação não é ensinado aos alunos e pensa que não deveria ser mesmo, mas afirma que esse conteúdo dá suporte pros conteúdos que tem que passar aos alunos.

Complementando a visão que tais professores têm acerca da Álgebra e seu ensino, trazemos a seguir novas evidências de sua compreensão sobre a relação entre a Álgebra que vivenciaram em sua formação inicial e aquela que ensinam, atualmente, na Educação Básica: PEB1: **"Eu acredito que o professor tem mais base, mais respaldo, mais conhecimento para abordar os assuntos, mas, [ainda assim é] distante do que nós trabalhamos"**. PEB2: **"Não, ... eu fui aprender na sala de aula"**. PEB20: Acha que sim. Nos **conjuntos numéricos, noção de corpo e anel** ajudam na hora de ensinar aos alunos. Definições implícitas de Álgebra são importantes para ter clareza e passar segurança para o que está dizendo e também auxiliam a sanar dúvidas complexas de maneira mais simples, sem, necessariamente, pôr o aluno em contato com o conteúdo da graduação.

Expor aqui as questões respondidas pelos professores teve por objetivo compreender o que eles entendem por Álgebra e procurar desvelar seu entendimento acerca das (possíveis) relações entre a Álgebra que aprenderam na Licenciatura em Matemática e a que ensinam na Educação Básica. Nesse sentido, PEB1 e PEB20 entendem que a Álgebra aprendida auxilia na Álgebra a ser ensinada. PEB20 aponta duas Estruturas Algébricas como exemplos disso. Neste último caso, observa-se uma convergência em direção ao *Specialized Content Knowledge*. PEB2 não observa relações entre a Álgebra aprendida e aquela a ser ensinada. Aponta a "prática" como espaço onde "aprendeu" a Álgebra Escolar. Em nossa compreensão, parece ratificar a importância da "prática" para a constituição do *Specialized Content Knowledge*.

De maneira geral, tomando para análise agora todos os professores participantes de nossa investigação – sejam os formadores, sejam os da Educação Básica –, identificamos que alguns deles mencionam ainda a importância da aritmética e destacam que, para aprender Álgebra, é necessário primeiro uma base sólida na prática aritmética. Isso ocorre, tanto com professores do Ensino Superior como com os da Educação Básica. Outro ponto importante é o fato de os professores, principalmente aqueles da Educação Básica, caracterizarem a Álgebra como uma atividade que necessita da presença de um valor desconhecido a ser determinado.

Entre os professores do Ensino Superior, há uma forte incidência, em suas falas, da necessidade de compreender o que é e como usar as estruturas algébricas, suas técnicas e manipulações. Essa última assertiva parece-nos conduzir à importância que eles dão ao conhecimento específico do conteúdo (SHULMAN, 1986), embora alguns enfatizem a importância de diferenciar o que se ensina de Álgebra em cursos de licenciatura, do que é ensinado em outros cursos. Ao distinguir esses conhecimentos, parece-nos que tais professores destacam que os futuros docentes precisam ter um conhecimento diferenciado do conteúdo, o que podemos relacionar ao conhecimento pedagógico do conteúdo apresentado por Shulman (1986) e por Ball, Thames e Phelps (2008). Não se trata de um conhecimento do conteúdo, por si, mas de uma distinção importante para o ensino.

De um outro ponto de vista de análise, ou seja, tomando como fundamento as diferentes compreensões acerca da Álgebra, já discutidas neste artigo, pudemos ainda destacar três concepções distintas, as quais se relacionam com os autores discutidos em nossa revisão de literatura: (i) **Álgebra como estudo de estruturas**, relacionada às concepções “fundamentalista-estrutural” (FIORENTINI; MIORIM; MIGUEL, 1993) e “estudo das estruturas” (USISKIN, 1995); (ii) **Álgebra como forma de resolver problemas**, a qual parece relacionar as concepções “linguístico-pragmática” e “fundamentalista-analógica” (FIORENTINI; MIORIM; MIGUEL, 1993) aos “estudos de procedimentos para resolver certos tipos de problemas” (USISKIN, 1995) e à “letrista facilitadora” (LINS; GIMENEZ, 2001); (iii) **Álgebra como uma extensão da aritmética**, a qual relacionamos às concepções de “Aritmética generalizada” (LEE, 2001; USISKIN, 1995). Também a visão de **Álgebra como linguagem**, relacionada apenas à concepção de “Álgebra como linguagem” de Lee (2001), foi bastante destacada pelos professores. Assim, tais análises parecem nos indicar que a linguagem é uma característica que permeia fortemente as concepções dos professores por nós investigadas.

### **Algumas conclusões e considerações finais: encaminhamentos e desdobramentos para nossas pesquisas**

A partir das análises das entrevistas, pudemos perceber que a maior parte das concepções de Álgebra (ou de educação algébrica) encontradas na literatura aparece nas falas/nas concepções dos professores por nós investigados, convergindo em alguns momentos, divergindo em outros, quando comparamos as compreensões que têm os professores do Ensino Superior e os da Educação Básica.

Assim, a partir dos resultados apresentados na seção anterior, tomamos algumas conclusões como fundamentais para nosso estudo e para a continuidade de nossas

investigações. Por exemplo: no que diz respeito à linguagem algébrica e ao pensamento algébrico, observamos dissonância nas “vozes” dos professores, uma vez que, para uns, a Álgebra é uma linguagem, enquanto, para outros, a Álgebra transcende a própria linguagem, a qual, de fato, é componente de um todo mais amplo e robusto, compreendido como pensamento algébrico. Isso nos leva a refletir e a inferir sobre a importância de discutir diferentes significados da Álgebra e de seus conceitos, como o de equação, por exemplo (RIBEIRO, 2013).

Um outro ponto a destacar refere-se às possíveis relações entre a Álgebra da Licenciatura e a Álgebra da Educação Básica. Entendemos que, tanto para os professores formadores como para aqueles que atuam na Educação Básica, embora a primeira seja fundamental para a consolidação da segunda, nem sempre tais conexões são feitas de maneira clara e objetiva. Assim, como um possível caminho para conectar tais campos do conhecimento do professor, entendemos ser necessário pensar uma formação inicial (e mesmo continuada) que tome conceitos da Álgebra da Educação Básica, como os de equação, função, número, para discuti-los à luz da prática dos professores que ensinam na escola elementar, mas sem deixar de conectar e buscar fundamentos e subsídios nas estruturas algébricas, por exemplo, amplamente discutidas nos cursos de Licenciatura em Matemática.

Por fim, socializamos neste artigo os encaminhamentos e os desdobramentos de nossas investigações, as quais se complementam com as análises de questões de macroavaliações, como o Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) e o Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB), aliadas às análises do que sabem e pensam os estudantes dos Ensinos Fundamental e Médio sobre a Álgebra por eles aprendida em suas salas de aula. Em nosso entendimento, somente assim, ouvindo todas as “vozes” que circulam pela Educação Básica, seremos capazes de compreender a complexidade dos processos de ensino e de aprendizagem da Álgebra, de modo a romper com modelos tecnicistas e prioritariamente mecânicos e desprovidos de significados (RIBEIRO; CURY, 2015).

Atualmente nosso grupo está envolvido em um processo de formação continuada de professores que ensinam na Educação Básica, com o objetivo de ressignificar o conhecimento matemático para o ensino de Álgebra, buscando estabelecer vínculos e conexões das estruturas algébricas de corpo, anel e grupo com conceitos de equação, função e número. Tomamos por ponto de partida, ora a Matemática da Licenciatura, ora a Matemática da Educação Básica, mas sempre tendo como foco o trabalho desses professores nas salas de aula da escola básica. Resultados futuros poderão apontar para uma reorganização curricular dos cursos de Licenciatura, no que se refere ao ensino de Álgebra para os futuros professores de Matemática.

## **Agradecimento**

O presente artigo é fruto de um trabalho coletivo e colaborativo desenvolvido por todos os integrantes do projeto de pesquisa “Conhecimento matemático para o ensino de Álgebra: uma abordagem baseada em perfis conceituais” na Universidade Federal do ABC (UAFBC). Por isso, queremos agradecer a todos os integrantes do grupo, que contribuíram

efetivamente para os resultados aqui apresentados. E ainda à Capes, pelo apoio ao projeto e ao grupo, por meio de recursos financeiros e bolsas de estudo/pesquisa a vários integrantes do grupo.

## Referências

BALL, D. L.; THAMES, M. H.; PHELPS, G. Content knowledge for teaching: what makes it special? *Journal of Teacher Education*, New York, v. 59, n. 5, p. 389-407, 2008.

FIGUEIREDO, C. A. **Saberes e concepções de educação algébrica em um curso de licenciatura em Matemática**. 290 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2007.

FIORENTINI, D.; MIORIM, M. A.; MIGUEL, A. Contribuição para um repensar ... a Educação Algébrica Elementar. **Pro-Posições**, Campinas, v.4, n.1 (10), p. 78-91. mar. 1993.

LEE, L. **Early – but which algebra?** The future of the teaching and learning of algebra. In: ICM STUDY CONFERENCE, 2001, Melbourne (Austrália).

LINS, R. C.; GIMENEZ, J. Sobre a Álgebra. In: LINS, R. C.; GIMENEZ, J. **Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI**. Campinas: Papyrus, 2001. cap. III, p. 89-157.

RIBEIRO, A. J. Elaborando um perfil conceitual de equação: desdobramentos para o ensino e a aprendizagem de matemática. **Ciência e Educação**, Bauru, v.19, n.1, p. 55-71, 2013.

\_\_\_\_\_. A Álgebra que se aprende e a Álgebra que se ensina: encontros e desencontros na visão dos professores. **Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática**, Sam Jose, v. 15, p. 127-136, 2016.

RIBEIRO, A. J.; BEZERRA, F. J. B; SILVA, R. L. Mapeamento de concepções de Álgebra: uma alternativa para compreender seus diferentes significados. **Acta Scientiae**, Canoas, v. 18, n. 2, 2016. (no prelo).

RIBEIRO, A. J.; CURY, H. N. **Álgebra para a formação do professor**: explorando os conceitos de equação e de função. Belo Horizonte: Autêntica, 2015.

SHULMAN, L. S. Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, Boston, v. 15, n. 2, 4-14, 1986.

USISKIN, Z. Concepções sobre álgebra da escola média e utilização das variáveis. In: COXFORD, A. F.; SHULTE, A. P. (Org.). Tradução de Hygino H. Domingues. **As ideias da álgebra**. São Paulo: Atual, 1995. p. 9-22.