

O JOGO TORRE DE HANÓI PARA O ENSINO DE CONCEITOS MATEMÁTICOS

THE TOWER OF HANOI GAME FOR THE TEACHING OF MATHEMATICAL CONCEPTS

Sergiano Guerra de Oliveira

Universidade Cruzeiro do Sul, serguerra2009@gmail.com

Laura Marisa Carnielo Calejon

Universidade Cruzeiro do Sul, lcalejon@ig.com.br

Resumo

A primeira versão da reflexão contida neste artigo foi apresentada no XII Encontro nacional de Educação Matemática, constituindo-se no esforço de encontrar caminhos para tornar o ensino dos conteúdos da matemática mais atraentes e o ensino destes conteúdos mais eficiente. A avaliação nacional e internacional tem demonstrado as dificuldades dos alunos do ensino fundamental e ensino médio em relação à matemática e a aversão que estes conteúdos provocam. A utilização da Torre de Hanói para o ensino de conceitos da Matemática justifica-se pelo fato do jogo e possuir características, propriedades e regras específicas, capazes de contribuir significativamente para o aprendizado dos conteúdos mencionados. Os jogos e outros recursos que envolvem tecnologia mostram-se como auxiliares importantes para o professor na organização de contextos de ensino. A educação matemática tem demonstrado a necessidade de repensar as condições de ensino dos conteúdos matemáticos de modo que os alunos possam fazer destes recursos, instrumentos eficientes no manejo da vida. Assim, o artigo objetiva demonstrar as possibilidades que este recurso oferece para o ensino de conteúdos da Matemática veiculados no Ensino Médio, sugerindo uma sequência didática que envolve conceitos como Função Exponencial e Progressão Geométrica.

Palavras-chave: Torre de Hanói, Função Exponencial, Progressão Geométrica, Ensino.

Abstract

The first version of reflection in this article was presented at the XII National Meeting of Mathematics Education, becoming the effort to find ways to make teaching more attractive of math content and teaching these more efficient contente. National and international evaluation has shown the difficulties of elementary school students and high school in mathematics and disgust they provoke contente. Using the Tower of Hanoi for mathematics concepts of education is justified by the fact the game and own characteristics, properties and specific rules, can contribute significantly to the learning of said content. Games and other resources that involve technology show up as important aids for the teacher in the organization of teaching contexts. Mathematics education has shown the need to rethink the teaching conditions of mathematical content so that students can make these resources, efficient tools in the management of life. Thus, the article aims to demonstrate the possibilities that this feature provides for the math teaching content conveyed in high school.

Keywords: Tower of Hanoi, Exponential Function, Geometric Progression, Education.

1 Introdução

A primeira versão deste artigo foi apresentada no XII Encontro Nacional de Educação Matemática, realizado em julho de 2016, tendo como foco os desafios e as possibilidades que a educação matemática enfrenta na contemporaneidade. O ensino dos conteúdos da matemática pode ser repensado a partir da contribuição dos jogos e dos recursos da tecnologia, considerando a educação matemática como campo de reflexão sobre os desafios que o ensino desta disciplina.

A Educação Matemática constitui-se em um movimento reflexivo importante que procura repensar as condições de ensino dos conteúdos da matemática, objetivando ampliar o sentido dado a estes conteúdos pelos alunos, reduzir a aversão que a matemática produz, refletindo sobre o lugar que estes conhecimentos ocupam no cotidiano das pessoas. Observa-se neste campo uma diversidade de caminhos como os propostos por Allevato e Terto (2009) que sugerem a Resolução de Problemas como um campo que tem despertado interesse, constituindo-se como um meio de aprender matemática. Entre as várias interpretações dadas à Resolução de Problemas como estratégia ou método de ensino destacamos a interpretação de Alevato e Onuchic (2008) que a consideram como uma metodologia em que o problema constitui-se no ponto de partida para as atividades da aula, produzindo assim novos conhecimentos que contribuem para formação de conceitos, antes mesmo da formalização matemática. Paulo e Perez (2009), por sua vez, demonstram a modelagem matemática na sala de aula, a partir de uma análise fenomenológica.

Considerando a modelagem como a arte de transformar situações da realidade em problemas matemáticos cujas soluções devem ser interpretadas na linguagem usual, os autores descrevem os argumentos apresentados por Barbosa (2004) que justificam a inclusão da modelagem no currículo escolar, destacando a motivação, a facilitação da aprendizagem, a preparação para usar a matemática em diferentes áreas, o desenvolvimento de habilidades gerais de exploração e a compreensão do papel sociocultural da matemática. Silveira e Fernandez (2009) analisam a formação inicial de professores, fazendo um estudo das licenciaturas no Estado de São Paulo, a partir dos recursos da tecnologia da informação e da comunicação, com uma presença cada vez mais forte na sociedade, exigindo indivíduos com formação crítica e com a capacidade de usar estes recursos adequadamente para o bem da humanidade. Os dados apresentados evidenciam a multiplicidade de caminhos e recursos produzidos pelos pesquisadores preocupados em ampliar a qualidade do ensino e da produção de um conhecimento que permita ao sujeito lidar com os desafios que a vida lhe oferece, um conhecimento que faça sentido e lhe permita compreender o mundo em que vive e contribuir para seu aprimoramento.

Não faltam ainda menções na literatura às possibilidades dos jogos e da brincadeira como recursos que podem produzir uma aprendizagem de maior qualidade. A tarefa de transformar um jogo, uma brincadeira ou um recurso da tecnologia digital em um recurso pedagógico não é uma tarefa fácil. Assim, com a mesma preocupação que mobiliza os demais pesquisadores nosso interesse principal ao propor o jogo Torre de Hanói está em

demonstrar a possibilidade da utilização do mesmo para o ensino e aprendizagem de conteúdos da Matemática tais como, Função Exponencial, Progressão Geométrica e Sequência Recursiva, sobretudo, por tratar-se de conceitos que se relacionam estreitamente com as regras pertinentes ao jogo.

Torre de Hanói é considerada, por estudiosos, como um valioso recurso didático-metodológico para o ensino de conceitos matemáticos por induzir o aluno a perceber as leis matemáticas a ele relacionadas, sobretudo, trabalhar com o desenvolvimento de habilidades mentais, tais como: desenvolver um plano de ação durante as jogadas, capacidade de concentração, o trabalho com algoritmos matemáticos, estabelecer relações interpessoais em um trabalho colaborativo e promover o desenvolvimento da capacidade cognitiva.

Este artigo tem como objetivo a proposição de uma metodologia para ensinar conteúdo da matemática veiculados no Ensino Médio, almejando com esta proposição que professores, educadores e estudiosos do tema possam ampliar suas reflexões, de modo a contribuir didaticamente para a ampliação dos recursos necessários para a organização de contextos de ensino efetivos que possibilitem aos alunos maior domínio e maior apropriação dos conceitos matemáticos envolvidos, bem como ampliar as possibilidades de organização da atividade pedagógica, a partir da compreensão e domínio do jogo. O uso de jogos no ensino de conteúdos matemáticos reduz a formalidade existente em geral nestes contextos, ampliando a atratividade da tarefa. O uso dos jogos é analisado a partir das situações didáticas, discussão que antecede a exposição da metodologia que inclui a torre de Hanói como recurso pedagógico.

2 Situações Didáticas e Uso de Jogos

Tomando como ponto de partida várias pesquisas realizadas sobre o ensino e aprendizagem de conteúdos da matemática, veiculados no Ensino Médio, por meio de jogos, optamos por embasar nossa proposição para uma oficina, nas teorias das situações didáticas (TSD) sistematizadas por Guy Brousseau (1986).

Segundo esta teoria o aluno está posto como construtor do seu conhecimento, tendo que assumir a responsabilidade desta construção a partir de uma participação ativa, sendo que o professor assume o papel de mediador entre o saber e o aluno. Dessa maneira o aluno age, reflete, cria hipótese e constrói seu conhecimento. Podemos observar que diante de um jogo como este o aluno necessita de desenvolver estratégias e em que muitas vezes acaba tendo dificuldades para elaborar tais estratégias. Neste caso o jogo desempenha um papel fundamental neste processo, ou seja, de gerador de dificuldades. Neste momento, cabe ao aluno, analisar a situação para a elaboração e confirmação de hipóteses que resolvam a situação proposta. Trata-se de uma situação didática que, segundo Almouloud (2007), define-se como um conjunto de relações estabelecidas de maneira implícita ou explícita entre os estudantes, e que ao serem resolvidas implicam na elaboração de estratégias para a adequar-se à situação, seja pela linguagem verbal ou escrita, para a confirmação de suas hipóteses.

Neste caso o jogo 'Torre de Hanói' contém conceitos matemáticos implícitos, como Progressão Geométrica, Função Exponencial e Sequências Recursivas. Cabe a nós docentes propiciarmos situações para que o aluno aprenda. Segundo o autor parte essencial da situação didática é a situação adidática, em que o professor cria condições para ensinar, explorando os conhecimentos prévios, já adquiridos pelos alunos, não adotando uma postura expositiva que apresenta, fórmulas e resoluções prontas, como ocorre frequentemente na atividade didática.

Segundo Silva (2008), as situações didáticas e a-didáticas coexistem de forma harmônica, sem que de certo modo, uma venha alterar a outra, portanto uma complementa a outra. Para Brousseau (1996 a) toda atividade pedagógica ao ser planejada deve contemplar momentos de direcionar o aluno, assim entendemos que o trabalho do professor consiste em propor ao aluno uma situação de aprendizagem para que o aluno elabore a solução da situação e não simplesmente reproduza a ideia do professor.

No desenvolvimento das situações a-didáticas, pode ocorrer o que os autores denominam de devolução, ato em que o professor por meio de perguntas e questionamentos, leva o aluno a pensar, analisar o problema, fazendo com que cada um seja responsável pela construção do próprio conhecimento. Neste contexto o aluno tem uma participação ativa, em um contexto de relações interpessoais e de colaboração.

O processo de aquisição dos conhecimentos nas situações didáticas apresenta quatro fases fundamentais: *ação*, *formulação*, *validação* e *institucionalização*. Na fase de *ação*: momento em que os alunos retiram das situações todas as informações possíveis para começar a interagir em busca de respostas para solucionar o problema. Quando o jogo é proposto em grupo ou em dupla, eles desenvolvem a troca de informações entre si, buscando possíveis soluções para o problema em questão. Neste momento ocorre a devolução, oportunizada pelas relações interpessoais e colaborativas, tendo o aluno a possibilidade de mudar de opinião, em busca de respostas que satisfaçam a situação. Na fase da *validação* cabe ao aluno convencer os colegas de que a sua resposta está correta, pois é o momento em que ele pode expor o raciocínio usado na resolução da situação. Sua explicitação, pode ou não ser aceita pelos seus colegas e/ou professor, sendo informado de que ele pode estar certo ou errado.

O principal objetivo da validação são as afirmações que foram elaboradas na fase de *ação* e *formulação*. Nesta fase o aluno utiliza de provas para justificar suas respostas, contestá-las ou recusá-las. Até esta fase '*validação*' o aluno é sempre o responsável pela construção do seu próprio conhecimento. Nesta fase eles terão que apresentar respostas bem elaboradas em relação à fase de *formulação* e argumentar perante seus colegas e professor que suas respostas estarão corretas e suas estratégias foram verdadeiras e validá-las. Já na fase da *institucionalização*, momento que o professor revela ao aluno quais são os conhecimentos que estão sendo explorados na situação proposta, acontece o desfecho da situação, tornando o novo conhecimento explícito para todos de modo que possibilite cada participante compreender as dúvidas não esclarecidas no momento da realização do jogo. Neste momento o professor explica e analisa as possibilidades levantadas nas fases anteriores. Dessa forma, nota-se grande relação existente entre as atividades propostas e a (TSD) Teoria das Situações Didáticas, por permitir que os

participantes transitem pelas quatro fases, ação, formulação, validação e institucionalização.

3 Proposição da oficina

A oficina proposta destina-se aos professores que atuam no Ensino Médio, inclusive, pesquisadores e alunos da graduação em Matemática, tendo duração de 3 horas aproximadamente. Os participantes podem ser divididos em grupos, com 4 participantes em cada grupo. A metodologia proposta está constituída por diferentes atividades descritas na sequência deste texto. Após a apresentação do jogo, foram propostas atividades e resolução de problemas envolvendo conceitos matemáticos relativos a Função Exponencial, Progressões Geométricas e Sequências Recursivas.

No início da atividade sugere-se a leitura compartilhada da lenda do jogo Torre de Hanói (atividade 1), exposta em tela (data show). Depois da leitura apresenta-se o jogo, (material concreto) para manipulação e exploração, a partir de uma abordagem histórica, com a finalidade de facilitar a compreensão das regras do jogo, conta-se para os participantes quem o desenvolveu, quando e onde, bem como sua finalidade e seus principais aspectos físicos e metodológicos.

Atividade 1: A Lenda: Assim, Édouard Lucas anexou ao seu brinquedo à seguinte lenda romântica:

No tempo de Benares, cidade santa da Índia, sob a cúpula que marcava o centro do mundo, existia uma bandeja de bronze com três agulhas de diamantes, cada uma de um palmo de altura e da grossura do corpo de uma abelha. Durante a Criação, Deus colocou 64 discos de ouro puro em uma das agulhas, o maior deles imediatamente acima da bandeja e os demais, cada vez menores, por cima. Esta torre foi chamada de Torre de Brahma. Dia e noite os sacerdotes trocavam os discos de uma agulha para outra, de acordo com as leis imutáveis de Brahma. Essa lei dizia que o sacerdote do turno não poderia mover mais de um disco por vez, e que o disco fosse colocado na outra agulha, de maneira que o de baixo nunca fosse menor do que o de cima. Quando todos os 64 discos tivessem sido transferidos da agulha colocada por Deus no dia da Criação para outra agulha, o mundo deixaria de existir. Dizem os sábios que o mundo foi criado há 4 bilhões de anos aproximadamente e os monges, desde a criação, estão movendo os discos na razão de 1 disco por segundo. Será que veremos o mundo acabar? (FERRERO, 1991; MACHADO, 1992):

Araújo (2009), salienta que, ao abordar problemas que estejam relacionados à Matemática, é sempre necessário nos perguntarmos 'de que Matemática estamos falando? De que realidade estamos falando? E qual o papel da Matemática na realidade? Sabemos que ao expor a lenda do jogo, não nos referimos à realidade, mas, nesse contexto, fica evidente a urgência da necessidade de compreender a Matemática como espaço de Construção humana, proveniente de conhecimentos históricos, construídos pela humanidade, que de certa forma, evidencia extrema relação entre Contextualização e Modelagem Matemática, capazes de compreender a real situação em diferentes contextos de vida.

Assim sendo, jogo “Torre de Hanói” foi desenvolvido pelo Matemático Édouard Lucas, em 1883. É formado por uma torre com oito discos, inicialmente empilhados por tamanhos decrescentes, em uma base retangular ou triangular e em três pinos conforme proposto. A regra básica do jogo consiste em:

- A. Transferir todos os discos de um pino para o outro.
- B. Transferir apenas um disco por movimento.
- C. Utilizar um pino como auxiliar.
- D. Posicionar os discos menores sobre os maiores, ou seja, primeiro os maiores e em seguida os menores, nunca posicionar discos maiores sobre discos menores.
- E. Realizar o menor número de movimentos possíveis.

Ao realizar as jogadas, caso o participante realize movimentos errôneos durante suas ações, vale orientar que fica invalidado sua pontuação, tendo que recomeçar a jogar para dar continuidade às atividades. A atividade 1 consiste na apresentação inicial da lenda e da história do jogo seguidas da apresentação das regras do mesmo. A atividade proposta pelo professor configura uma situação didática na medida em que não trazem explicitamente o conhecimento em jogo, ou seja, o conhecimento que pretendíamos revelar, Função Exponencial e Progressões Geométricas.

A atividade 2 consiste em preencher a tabela auxiliar, como demonstrada na tabela 1, relacionando o número de peças com o número mínimo de movimentos necessários para o transporte dos discos. Como sugestão o participante poderá contar os movimentos e observar as regras, bem como anotar ou preencher enquanto os outros jogam.

Após entregar a tabela para que os alunos a preencham, é importante que o professor o oriente a iniciar as jogadas com o menor número de discos possíveis para que neste momento, os alunos possam compreender a sequência de números que serão produzidas à medida em que vão avançando.

Ao jogar com um disco, dois discos, três discos e assim sucessivamente, é esperado que o aluno perceba e anote nas colunas indicadas na tabela para cada peça denominadas, (Pç 1, Pç 2, Pç 3...) a quantidade de movimentos que estão sendo realizadas e na última coluna, faça o registro da quantidade total.

Tabela1 – Número mínimo de movimentos para 6 peças.

Quantidade de discos das torres	Quantidade de movimento de cada peça						Total de movimentos
	Pç 1	Pç 2	Pç 3	Pç 4	Pç 5	Pç 6	
1							
2							
3							
4							
5							
6							

Fonte: adaptado de ‘Torre de Hanói, uma Proposta de Atividade para o Ensino Médio’, autor: Alexandre da Costa. Acadêmico do 4º ano do curso de Licenciatura em Matemática – UNIOESTE.

A atividade 3 deve ser apresentada aos participantes depois da atividade 2 concluída e consiste em um conjunto de questões que devem ser respondidas por escrito, a partir da observação dos participantes do que foi produzido durante as jogadas e as discussões entre os participantes.

Atividade 3: O número de movimentos é alterado quando a torre é transportada para o outro pino?

Para responder esta questão, é esperado que durante as jogadas o sujeito faça a contagem do número de movimentos realizados com cada peça e preencha a tabela proposta, assim como perceba que qualquer alteração relacionada a quantidade de discos, altera a quantidade de movimentos.

A atividade 4 consiste nas seguintes perguntas: Acrescentando uma peça à torre, em quanto aumentaria o número de movimentos?

Quando se propõe atividade com esse questionamento, é esperado que o estudante realize a contagem do número de movimentos e faça as observações que se relacionam com a quantidade de peças e conseqüentemente perceba que a quantidade de movimentos se altera na medida em que se amplia o número de discos de uma jogada para outra.

Existe alguma relação matemática entre o número mínimo de jogadas necessárias para transportar uma torre, e o número necessário para transportar a torre acrescida de uma peça?

Para interpretar melhor essa situação didática, é esperado que o participante perceba que a relação matemática existente entre o número mínimo de jogadas necessárias ao transporte da torre acrescida de um disco será sempre o dobro da quantidade de peças utilizadas na jogada anterior.

Atividade 5: Existe alguma relação entre estes números e o que ocorre no jogo?

A relação existente entre os números produzidos com as jogadas e o que ocorre no jogo, verifica-se partir do momento em que o participante registra na tabela as sequências encontradas e explicita que o número de movimentos em relação a quantidade de peças utilizada será sempre o dobro em relação a quantidade utilizadas anteriormente.

Atividade 6: Você utiliza alguma ideia matemática para escolher suas jogadas? Em caso afirmativo, qual ou quais? Como você mobiliza essas ideias?

Ao responder essa atividade é esperado que o estudante entenda os processos sequenciais que ocorrem a partir de cada peça utilizada e posteriormente, entender a essência Matemática embutida em cada jogada. Assim entendida, acredita-se ficar evidente que o conhecimento em jogo estará sendo construído pelas ações dos participantes no envolvimento e nas ações com a situação.

Atividade 6: O que você observa na tabela, em especial às colunas Peça 1, Peça 2, Peça 3, Peça 4, Peça 5... E o que você nota nessas colunas e nas linhas?

Aqui é esperado que o participante, compreenda as regularidades existente em cada coluna e socialize suas respostas com os outros grupos, entendendo assim que, da forma

como está posta, a tabela, haverá repetições de coluna para coluna de acordo com o acréscimo de peças no jogo e sempre em ordem crescente.

Atividade 7: Escreva a sequência de movimentos encontrados no jogo com as seis peças. O que você pode nos dizer do termo seguinte em relação ao termo anterior?

Na corrida ao encontro da solução da atividade 7, momento de validação, é esperado que os participantes explicitem, de forma colaborativa, informações como por exemplo, uma das sequências numéricas, (2, 4, 8, 16, 32, 64...), produzida ao observar os números situados em cada coluna da tabela proposta na atividade 2. Considera-se esta sequência relevante para a exposição dos conceitos matemáticos em questão, sobretudo os conhecimentos relacionados aos conceitos que envolvem Progressões Geométricas. Nesta etapa do jogo cabe ao professor, conduzir os alunos a discutirem mais sobre a sequência encontrada e até mesmo a possibilidade de encontrar ou produzirem novas sequências.

Atividade 8: Qual é a lei de formação para sequência que você escreveu?

Nesta etapa, o professor pode circular entre os grupos de modo a observar, assim como registrar as discussões e oferecer ajudas necessárias para que o jogo aconteça de forma construtiva, ou seja, por meio da Indução Matemática, para que os participantes desenvolvam as soluções das situações que serão necessárias para a construção da fórmula matemática, $N = 2^n - 1$, envolvida no jogo, para essa fórmula, considera-se N , como sendo um número natural qualquer. Encontrada a fórmula, o professor poderá propor atividades complementares que permita calcular qualquer N (número de movimentos realizados) em função de um dado n (número de discos utilizados), por exemplo, se $n = 18$, então, sem ter calculado $n = 10, 11, 12$, etc... Será possível encontrar o valor para qualquer N .

Atividade 9: O que é progressão Geométrica?

A partir da atividade 9, os participantes deverão ser envolvidos pelo professor, por meio de questionamentos, de modo a conduzi-los no processo de construção de conceitos matemáticos intimamente relacionados ao jogo, aqui, trata-se da Progressão Geométrica e Função Exponencial, podendo o professor, propor outras atividades relacionadas ao conteúdo mencionado.

Esta é a fase considerada a fase da institucionalização, uma das mais importantes, pois é neste momento que faremos a revelação aos participantes de quais são os conhecimentos que estão sendo explorados na situação proposta, neste momento, é esperado tanto por parte do professor, quanto dos participantes, o desfecho da situação, de modo a tornar o conhecimento 'explícito', seja por parte dos participantes, ou da nossa como intermediadores na oficina.

Considerações Finais

O uso do jogo Torre de Hanói para o ensino de conteúdos da Matemática, constitui-se como uma das Tendências da Educação Matemática que visa promover um ensino pautado na participação ativa do aluno, numa perspectiva mais autônoma e fortemente comprometida com a construção do conhecimento. Tal como apresentamos no presente

trabalho, a utilização deste jogo nesta perspectiva, proporciona ao sujeito perpassar por quatro importantes fases na construção do seu conhecimento, são as fases da ação, formulação, validação e institucionalização.

Como parte essencial do nosso trabalho, considera-se a da situação didática na qual a nossa intenção de ensinar não seria revelada aos participantes com o propósito de possibilitar aos estudantes, condições favoráveis para a apropriação do novo saber que estava em jogo, Progressão Geométrica e Função Exponencial, durante cada uma das fases de resolução, esteve presente em nossa mente, proporcionar aos participantes momentos que o fizessem cumprir todas as atividade propostas de modo autônomo e participativo, pois, acreditamos que para haver aprendizagem, e construção do conhecimento, é necessário que o estudante seja atuante no processo.

Foi constatado durante a realização deste trabalho que uma sequência didática composta pelas atividades pautadas na teoria das situações didáticas de Guy Brousseau é capaz de produzir efeitos magníficos e relevantes no processo de Ensino Aprendizagem, sobretudo conteúdos relacionados a conceitos Matemáticos. Tais atividades contribuem significativamente na motivação e na redução das dificuldades atualmente enfrentadas pelos nossos alunos, ainda mais, por fazer referências ao ensino de Função Exponencial e Progressão Geométrica, conteúdos que demanda de algoritmos para sua solução.

Contudo, o ensino desses conceitos, assim como de outros conceitos que também podem ser ensinados por meio da utilização do jogo Torre de Hanói, quando inseridos em sala de aula nessa perspectiva, ou seja, de modo a possibilitar que o aprendiz atue de maneira mais autônoma perpassando por todas as fases da (TSD), acreditamos que é possível que os alunos aprendam significativamente tais conteúdo. Portanto salientamos para a necessidade de professores da Educação Básica apropriar-se desse valioso recurso afim de tornar mais eficiente e eficaz o ensino da Matemática.

Referências

ALLEVATO N. S. G; TERTO L. L. Funções Quadráticas nos Livros Didáticos: um estudo sobre a ótica da resolução de problemas. In CURI E; ALLEVATO N.S.G . **Pesquisas e Práticas em Educação Matemática, Física e Tecnologias Computacionais**. São Paulo: ED.Terracota, 2009

ALMOULOUD, S. A.. **Fundamentos da didática da matemática**. Paraná: UFPR, 2007.

ARAÚJO, J. L. Uma Abordagem Sócio-Crítica da Modelagem Matemática: a perspectiva da educação matemática crítica, **ALEXANDRIA** Revista de Educação em Ciência e Tecnologia, v.2, n.2, p.55-68, jul. 2009.

BROUSSEAU, G. Fundamentos e Métodos da Didática da Matemática. In: BRUN, Jean (Org.). **Didáticas das Matemáticas**. Tradução de Maria José Figueiredo. Lisboa: Instituto Piaget, 1986. Cap.1. p. 35-113. (Coleção Horizontes Pedagógicos).

FERRERO, L. El juego y la matemática. Madrid: **La Muralla**, 1991.

FERNANDES M. L; SILVEIRA I. F Informática na formação inicial de professores: um estudo das licenciaturas em matemática do Estado de São Paulo. In Curi E; ALLEVATO N.

S. G **Pesquisas e Práticas em Educação Matemática, Física e Tecnologias Computacionais**. São Paulo: ED.Terracota, 2009

PAULO R.M; PEREZ J.F. Modelagem Matemática em sala de aula: uma análise fenomenológica. In CURI E; ALLEVATO N. S. G . **Pesquisas e Práticas em Educação Matemática, Física e Tecnologias Computacionais**. São Paulo: ED.Terracota, 2009.

SILVA, M. de O. P. da, **As relações Didáticas Pedagógicas no Ensino de Geometria com o Software Cabre Geometre**". Curitiba, 2008.

WATANABE, R. Uma lenda: Torre de Hanói. In: Druck, S. (org.). **Explorando o ensino da Matemática: atividades**: v.2. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2004. p. 132-135.