ABORDAGEM DADA AOS LOGARITMOS NO MATERIAL DE APOIO DO ESTADO DE SÃO PAULO, À LUZ DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS E DO CURRÍCULO

THE APPROACH GIVEN TO LOGARITHMS IN THE SUPPORT MATERIAL OF SÃO PAULO STATE, IN THE LIGHT OF PROBLEM SOLVING AND CURRICULUM

Alessandra Carvalho Teixeira
Universidade Cruzeiro do Sul, prof_alecarvalho@yahoo.com.br

Norma Suely Gomes Allevato
Universidade Cruzeiro do Sul, norma.allevato@cruzeirodosul.edu.br

Aline Franco de Brito
Universidade Cruzeiro do Sul, alinegfb@hotmail.com.br

Resumo

O ensino dos Logaritmos deve permitir ao aluno perceber sua universalidade e distinguir as especificidades de seus usos, além de ser uma operação que pode dar origem a funções matemáticas. O presente trabalho tem como objetivo analisar como o Material de Apoio ao Currículo do Estado de São Paulo – Caderno do Aluno, Volume 2, de Matemática para a 1ª série do Ensino Médio, aborda o conteúdo Logaritmos à luz de teorias acerca da Resolução de Problemas e do Currículo, visto que o rede possui o Currículo do Estado de São Paulo (SÃO PAULO, 2010). A metodologia de pesquisa adotada foi a qualitativa com uso de técnica de análise documental. Constatamos que a Situação de Aprendizagem analisada atende às prescrições curriculares em termos de habilidades e conteúdos a serem desenvolvidos. Os problemas evidenciam a relação da Matemática e, particularmente, dos Logaritmos com outras áreas do conhecimento. Apesar disso, em geral, os problemas propostos não permitem que o aluno elabore suas próprias estratégias de resolução e há uma quantidade significativa de problemas fechados, o que limita o aluno apenas à reprodução de procedimentos prescritos, sem que possa explorar as diferentes possibilidades de resolução.

Palavras-chave: Educação Matemática; Ensino Médio; Currículo; Resolução de Problemas; Logaritmos.

Abstract

The teaching of Logarithms must enable the student to understand its universality and distinguish the especificities of its uses, besides being an operation that can give rise to mathematical functions. The purpose of the present work is to analyse how the Support Material to Curriculum of São Paulo State – Mathematics Student Book, volume 2, for first year Middle School addresses the content Logarithms in the light of theories about Problem

Solving and Curriculum, since the network holds São Paulo State Curriculum (SÃO PAULO, 2010). The adopted research methodology is qualitative involving the technique of document analysis. We have realized that the analysed Learning Situation reaches the curricular prescriptions regarding skills and contents to be developed. The problems emphasize the relationship of Mathematics, especially Logarithms, to other areas of knowledge. In spite of that, in general, the proposed problems do not enable the students to devise their own strategies for resolution and there is a significant amount of closed problems, which limits the students solely to reproduce prescribed procedures without exploring different possibilities of resolution.

Keywords: Mathematics Education; Middle School; Curriculum; Problem Solving; Logarithms.

Introdução

A rede estadual de ensino do Estado de São Paulo tem seu currículo prescrito (SÃO PAULO, 2010), que discrimina os conceitos e conteúdos a serem ensinados, e as habilidades e competências a serem desenvolvidas em cada ano de escolaridade. Uma forma utilizada para aproximar professores e alunos dessa prescrição é o Material de Apoio ao Currículo do estado de São Paulo – Caderno do Aluno (SÃO PAULO, 2014a) e Caderno do Professor (SÃO PAULO, 2014b) – Matemática, distribuído para toda a rede de ensino. O Material de Apoio é semestral, organizado em Situações de Aprendizagem que, por sua vez, são organizadas em Situações de Aprendizagem com atividades sequenciais que objetivam o desenvolvimento de habilidades relacionadas aos conteúdos que são prescritos para aquele ano de escolaridade.

A necessidade de investigar sobre o conteúdo Logaritmos surge de nossa experiência profissional, na qual percebemos algumas dificuldades que tanto professores quanto alunos apresentam sobre o assunto.

A Resolução de Problemas, por outro lado, considerada como metodologia de ensino, permite a construção do conhecimento matemático, e tanto os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1999) quanto o Currículo do Estado de São Paulo (SÃO PAULO, 2010) destacam a importância de se trabalhar com essa metodologia. Desse modo, considerando essa prescrição, analisaremos neste trabalho como **os Cadernos do Aluno e do Professor**, Volume 2, de Matemática para a 1ª série do Ensino Médio, fornecidos pelo governo do estado São Paulo, desenvolvem o ensino de logaritmos, sob a perspectiva da Resolução de Problemas.

Analisaremos, ademais, se **este Material de Apoio** favorece o desenvolvimento das habilidades relacionadas a esse conteúdo, conforme as indicações dos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio – PCNEM (BRASIL, 1999), dos PCN+ Ensino Médio – Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 2002) e do Currículo do Estado de São Paulo (SÃO PAULO, 2010). Estamos utilizando esses documentos oficiais como referência, por que eles prescrevem tanto o ensino de Logaritmos, no Ensino Médio, como o uso da Resolução de Problemas.

Verificaremos se a abordagem dada aos Logaritmos promove a construção do conhecimento pelos próprios alunos, e como a Resolução de Problemas é inserida nas atividades, a qual pode propiciar uma abordagem mais atraente e cativante para os estudantes.

Para estruturar de maneira coerente o presente artigo e alcançarmos nosso objetivo, primeiro discutiremos o significado de Currículo e Currículo Prescrito, apresentando as prescrições utilizadas para fundamentar as análises que desenvolveremos. Em seguida, abordaremos o Currículo Apresentado, na figura do Material de Apoio ao Currículo do estado de São Paulo – **Caderno do Aluno e do Professor** de Matemática. A segunda seção fundamentará a Resolução de Problemas quanto aos seus tipos e formas de implementação. Na terceira seção apresentaremos a metodologia de pesquisa utilizada, seguida por uma seção com as análises. Finalizamos com as considerações finais e as referências.

1 Currículo

As formas e funções que o currículo adota não são fáceis de ordenar numa linguagem única e coerente, pois são inúmeras as heranças culturais que precederam e se mesclaram aos fenômenos educativos. Entretanto, é primordial que educadores e pesquisadores busquem aprimorar suas compreensões acerca dos diferentes aspectos que se apresentam nos currículos, pois uma das formas de ter acesso ao conhecimento é por seu intermédio.

O currículo não pode ter seu significado findado em algo sem movimento, estanque, hermeticamente situado dentro de cada nível de ensino, ou seja, em algo estático. Ele deve estar em contato com a cultura, mesmo que de forma particular, de acordo com as condições em que se realiza. Segundo Sacristán (2000), "as funções que o currículo cumpre como expressão do projeto de cultura e socialização são realizadas através de seus conteúdos, de seu formato e das práticas que cria em torno de si" (IBIDEM, p. 16). O autor afirma que é através dessas práticas que se moldam e se expressam formas e conteúdos, podendo ser estes últimos culturais ou intelectuais ou formativos.

Ou seja, o currículo é algo que se constrói e seus conteúdos e formas finais não podem ignorar os contextos nos quais esse mesmo currículo se configura. A construção do currículo deve estar relacionada às condições reais em que se desenvolve. O currículo deve ser modelado dentro de um sistema escolar concreto, em condições reais para que, assim, possa ser construído a partir da missão da escola e da sua função social. Caso o contexto não seja real, o currículo pode passar a ser "utópico" e constituído a partir de algo muito abrangente.

Assim, considera-se que o fenômeno escolar expressa as determinações que se situam entre as experiências pessoais e culturais dos sujeitos, podendo ser prévias e paralelas às escolares. Entende-se, desse modo, que se pode identificar o currículo como a interseção de diferentes práticas, convertidas em um caracterizador da prática pedagógica desenvolvida nas escolas. E, reciprocamente, o currículo constrói seu significado concreto através das atividades que compõem as práticas de ensino. Dessa forma, esse significado está relacionado à comunicação entre teoria e prática, a qual deve transpor o limite da sala de aula.

Considerando o exposto até o momento, podemos afirmar que o currículo emerge de um conjunto temático, que pode ser abordado de diversas formas, servindo de contribuição para a educação e como um imã que agrega vários conhecimentos, práticas, instituições, entre outros. Portanto vemos ter em mente que o como ensinar e o que se deve ensinar devem ser questionados simultaneamente. Se forem feitos separadamente, ambos ficam vazios visto que os mesmos se complementam.

Sacristán (2000) propõe um modelo de interpretação do currículo, dividido em níveis, os quais terão seu significado apresentado de modo breve:

1. Currículo Prescrito – Ordena o sistema curricular, servindo de referência para elaboração de materiais didáticos, planejamento da aula a ser dada e, até mesmo, para controle das práticas de ensino. É regulado por instâncias políticas e administrativas, e obedece às determinações dessas instâncias.
2. Currículo Apresentado – É a interpretação dada ao currículo prescrito, ou seja, uma forma de tradução do que é prescrito para a prática de ensino, sendo apresentada pelos livros didáticos, caderno do aluno e caderno do professor.
3. Currículo Moldado pelos professores – O plano de ensino é a tradução que o professor faz de qualquer proposta que lhe é feita, ou seja, é uma forma de moldar o currículo para a concretização dos seus significados e conteúdos.
4. Currículo em Ação – Manifesta-se na ação pedagógica do professor, onde podemos notar o real significado das propostas curriculares.
5. Currículo Avaliado – Forma de ressaltar aspectos do currículo manifestados pela instância que o prescreveu, visto que é um corte do currículo prescrito que pode ser avaliado, atuando como uma pressão modeladora da prática curricular. Esse recorte se faz necessário, pois nem tudo pode ser avaliado em um instrumento, como por exemplo, o cálculo mental.

Nas próximas seções, aprofundaremos as definições do currículo prescrito e currículo apresentado, pois são os níveis utilizados no desenvolvimento da pesquisa apresentada no presente artigo.

1.1 Currículo Prescrito

Embora o currículo retrate uma seleção cultural estruturada de elementos para a instituição escolar, existem diretrizes políticas e administrativas que o ordenam. Esta ordenação é a prescrição do currículo, ou seja, o direcionamento do que precisa ser desenvolvido em cada modalidade de ensino. O currículo prescrito é regulado por instâncias políticas e administrativas, sendo definido para os sistemas educativos e para os professores, fornecendo orientações pedagógicas e relativas aos seus conteúdos, propriamente ditos.

Entretanto, embora a escola tenha um currículo prescrito, é preciso levar em consideração a forma como o professor desenvolve seu trabalho em sala, com base em sua formação e relacionado com o modo como constituiu seus saberes docentes. Sacristán

(2000) afirma que nem todos os professores têm ao seu alcance a possibilidade de, a partir de orientações muito amplas, planejar sua prática curricular, considerando as condições nas quais esse trabalho é realizado, sua formação, as habilidades muito diversas no que se refere ao conteúdo da competência profissional dos mesmos, e às demandas sociais e culturais às quais a escola deve responder com o currículo, o que faz com que exista uma dependência do currículo prescrito.

Dentre os níveis curriculares prescritos, utilizamos em nossa pesquisa os que, de algum modo, enfatizam o ensino de Logaritmos no Ensino Médio e o uso da Resolução de Problemas no processo de ensino e aprendizagem, os quais serão apresentados na próxima seção.

1.1.1 Documentos oficiais

Os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio - PCNEM (BRASIL, 1999) recomendam criar um currículo baseado em competências, que capacite os jovens para a inserção no “mundo dos adultos”. Esta inserção deve ser fruto de uma interdisciplinaridade que permita e contribua para a construção do raciocínio lógico, a busca selecionada e a análise de informações, resultando na capacidade de produzir abstrações matemáticas e evitando a memorização indiscriminada de algoritmos. Dentro desse raciocínio, observamos indicações de que a Matemática deve promover no aluno a capacidade de resolver problemas; fazer inferências; construir, criar e aperfeiçoar conhecimentos.

Focando a aprendizagem, observamos a importância do ensino da Matemática através da Resolução de Problemas, quando verificamos que os PCNEM expressam essa necessidade. O documento apresenta uma nova “exigência”, que é a de aprender continuamente em um processo não mais solitário. Selecionar informações, analisar as informações obtidas e, a partir disso, aprender Matemática; aprender deve ser mais do que memorizar resultados. A aquisição do conhecimento matemático deve estar vinculada ao domínio de saber fazer Matemática e de um saber pensar matemático. Passa por um processo lento, trabalhoso, cujo começo deve ser uma prolongada atividade sobre resolução de problemas de diversos tipos. (BRASIL,1999)

Verificamos que os PCNEM incentivam o trabalho do docente baseado na resolução de problemas, permitindo aos alunos desenvolverem a capacidade de compreenderem conceitos e procedimentos matemáticos por meio do hábito de investigação que resultará na construção de novos conceitos, estratégias e conteúdos.

Também os PCN+ Ensino Médio – Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 2002) consideram que o que se espera é que o aluno seja competente em resolução de problemas e que através destes consiga, por si mesmo, formular estratégias e argumentos, relacionando conhecimentos já adquiridos com outros diferentes a fim de obter uma solução para o que foi proposto e construir conhecimento.

Neste enfoque, os PCN+ citam o conteúdo que é nosso objeto de pesquisa, os Logaritmos, dando um exemplo de como a linguagem matemática atrelada a disciplinas correlatas (Ciências, Química, Física ou outra) permite que o aluno possa visualizar a praticidade, a aplicação e a especificidade dos conteúdos que o professor está trabalhando. Desse modo, os PCN+ referem-se aos logaritmos como operação que dá origem a funções matemáticas, que possui uma linguagem matemática envolvente e que pode ser utilizada em conexão com outras disciplinas de modo a tornar esse conteúdo mais claro para os alunos, levando-os a compreendê-lo e aplicá-lo adequadamente, conscientes da Álgebra utilizada.

Assim, podemos inferir que o entendimento adequado dos logaritmos auxilia na valorização da Matemática. Consideramos importante destacar que todos os documentos analisados sugerem o uso de resolução de problemas como recurso que facilita e promove a construção do conhecimento, pelos alunos, dos temas matemáticos abordados pelos professores.

No Currículo do Estado de São Paulo, o ensino de logaritmos está previsto para o 3º bimestre da 1ª série do Ensino Médio, conforme disposto na Tabela 1:

Quadro 1 – Prescrições para o ensino de logaritmos na 1ª série do Ensino Médio

	CONTEÚDOS	**HABILIDADES**
3º Bimestre	Relações Funções exponencial e logarítmica • Crescimento exponencial • Função exponencial: equações e inequações • Logaritmos: definição e propriedades • Função logarítmica: equações e inequações	• Conhecer a função exponencial e suas propriedades relativas ao crescimento ou decrescimento. • Compreender o significado dos logaritmos como expoentes convenientes para a representação de números muito grandes ou muito pequenos, em diferentes contextos. • Conhecer as principais propriedades dos logaritmos, bem como a representação da função logarítmica, como inversa da função exponencial. • Saber resolver equações e inequações simples, usando propriedades de potências e logaritmos.

Fonte: São Paulo (2010, p. 66)

1.2 Currículo Apresentado

Algumas razões fazem com que o professor dependa do currículo prescrito para o planejamento da sua aula. Uma delas refere-se às funções social e cultural da escola, que são desenvolvidas através do currículo, fazendo com que seja necessário tratar com diversos conteúdos, de modo a atingir os diferentes objetivos do ensino obrigatório.

Entretanto, ao planejar sua aula, ao pensar sua prática, o professor acaba pensando em elaborações “concretas” do currículo prescrito. Uma das formas de que isto aconteça é pesquisando e utilizando o material que lhe é apresentado (livros didáticos, cadernos de apoio, entre outros), o qual é um detalhamento e uma tradução do que foi prescrito. Assim, observa-se que, certamente, existe certa dependência dos professores em relação a esses instrumentos/recursos que lhe apresentam o currículo.

Para Sacristán (2000, p. 149):

> [...] Recomendar a eliminação de qualquer meio que proporcione ao professor modelos pré-elaborados do currículo, como são os livros-texto, supõe deixar boa parte deles sem saída alguma. [...] Para o professor não é fácil passar de princípios ideais para a prática coerente com os mesmos, a não ser à medida que possa planejar uma estrutura de tarefas adequadas na qual se conjuguem conteúdos curriculares e princípios pedagógicos.

A citação salienta a necessidade, para os professores, dos materiais curriculares. No momento em que o currículo está sendo construído, os elementos mediadores entre a prática docente e o que foi prescrito devem ser levados em consideração, em função da necessidade citada. A existência desses elementos mediadores é necessária para o pleno funcionamento no sistema curricular e da prática docente.

O Currículo do Estado de São Paulo (SÃO PAULO, 2010) é regulado por níveis de duração anual, dividindo-o em numerosas porções abordáveis com materiais diferenciados. Todos os alunos de um mesmo grupo, curso ou escola têm atribuído para cada ano os mesmo assuntos. Na rede estadual paulista, são exemplos de recursos que apresentam o currículo aos professores: os livros didáticos, o Caderno do Aluno e o Caderno do Professor.

Desse modo, os Cadernos do Aluno e do Professor devem abordar os conteúdos prescritos no Currículo (SÃO PAULO, 2010), através dos quais os alunos terão acesso aos conteúdos necessários para seu ano de escolaridade. O Caderno do Professor fornecerá subsídios pedagógicos para a prática docente, dando orientações sobre como o professor pode desenvolver as Situações de Aprendizagem disponíveis no Caderno do Aluno.

2 Resolução de Problemas

Com o progresso humano e tecnológico que presenciamos em todas as camadas da sociedade, novas demandas para o ensino e a aprendizagem da Matemática se configuram de modo que não cabe mais apenas ensinar regras e algoritmos e fixá-los por meio de extensas listas de exercícios; para adequar-se às mudanças, o ensino da Matemática precisa formar alunos pensantes, críticos e criativos e a resolução de problemas constitui-se numa possibilidade nesse sentido.

Então, torna-se relevante definir problema:

> [...] qualquer atividade na qual os estudantes não tenham nenhum método ou regra já receitados ou memorizados e nem haja uma percepção por parte dos estudantes de que haja um método “correto” especifico de solução. (VAN DE WALLE, 2009, p. 57)

Cabe destacar que uma atividade pode ser um problema para um aluno e não ser para o outro, a depender do interesse e dos conhecimentos que cada aluno possui. Esses elementos condicionarão que o resolvedor tenha ou não condições de se colocar em “movimento” para resolver um problema, buscando os recursos de que precisa para obter a solução.

Desse modo, em sala de aula de Matemática, também o professor deverá estar preparado e consciente dos objetivos que pretende atingir ao implementar a Resolução de Problemas com seus alunos.

Além disso, cabe citar os apontamentos de Schroeder e Lester (1989), que destacam três formas diferentes, de se trabalhar Matemática em sala de aula, todas com base na resolução de problemas: (1) ensino **sobre** resolução de problemas, (2) ensino **para** a resolução de problemas e (3) ensino **através** da resolução de problemas.

George Polya, considerado o “pai” da resolução de problemas, criou orientações que ajudariam os interessados na resolução de problemas a realizá-la com eficácia. Orientou para a importância de compreender o problema a ser trabalhado, de criar um plano para resolvê-lo, de executar o plano e de verificar a validade da solução obtida (POLYA, 1945). Essas recomendações ainda hoje são aceitas como diretrizes que, ao serem transmitidas pelos professores aos seus alunos, configuram o ensino **sobre** Resolução de Problemas. Nessa concepção, a Resolução de Problemas constitui-se como um novo conteúdo pedagógico, que fornece regras gerais e processos aos alunos permitindo-os resolverem qualquer situação problema, independente da disciplina envolvida.

A segunda forma destacada por Schroeder e Lester (1989), o ensino **para** a resolução de problemas, tem como base o ensino da Matemática na forma dita tradicional, em que a resolução de problemas funciona como contexto de aplicação e como termômetro da aprendizagem dos alunos. Nessa abordagem, conceitos matemáticos são ensinados no início do processo de aprender um novo conteúdo e só depois o professor propõe problemas para verificar se os alunos conseguem empregar corretamente uma teoria matemática. Nessa visão os problemas são vistos como meio de aplicar e dar significado à teoria matemática “aprendida”, reduzindo a resolução de problemas a uma ferramenta de aplicação e de verificação da aprendizagem, em que o aluno, repetida e exaustivamente, reproduz o raciocínio de seu professor.

Diferentemente das abordagens anteriores, o ensino **através** da resolução de problemas apresenta o ensino da Matemática acontecendo simultânea e paralelamente à resolução de problemas, um dando sentido ao outro. Essa visão consolidou-se no Brasil, por Allevato e Onuchic (2014) a partir dos trabalhos desenvolvidos pelo NTCM, especialmente os *Standards 2000* (NTCM, 2000) e de Van de Walle (2009). Essa concepção também é percebida, no Brasil, nas orientações curriculares, propondo aos professores que partindo de problemas, propostos por eles mesmos ou pelos alunos, o ensino promova a construção de conhecimento e o desenvolvimento da competência matemática dos alunos. Assim, no ensino da Matemática através da Resolução de Problemas, conceitos e habilidades matemáticas são desenvolvidos no momento em que os alunos estão resolvendo os problemas. (BRASIL, 1999, 2002)

Não menos importante que compreender as diferentes concepções sobre Resolução de Problemas que podem nortear as práticas de sala de aula, é o fato de que os objetivos delineados para o ensino devem determinar os tipos de problemas a serem propostos aos estudantes. E, reciprocamente, o tipo de problema proposto possibilita a consecução de determinado objetivo.

Dante (2009) classifica os problemas em diferentes tipos a partir de seus objetivos específicos:

1. **Exercícios de reconhecimento** – permitir que um conceito, definição, propriedade sejam lembrados ou identificados pelos alunos.
2. **Exercícios de algoritmos** – tem como objetivo desenvolver a habilidade de executar um algoritmo.
3. **Problemas padrão** – a fixação de algoritmos e sua utilização no dia a dia, passando da linguagem usual para a linguagem matemática.
4. **Problemas processo ou heurísticos** – permitir que o aluno possa organizar seus conhecimentos de modo que elabore estratégias para resolver o que lhe é proposto.
5. **Problemas de aplicação (situações problema)** – permitir que o aluno colete e organize dados, matematizando situações do dia a dia.
6. **Problemas de quebra cabeças** – desafiar o aluno, motivando e desenvolvendo a percepção.

Assim, problemas podem ser apresentados de várias formas: desafiadores, de reconhecimento, de algoritmos, de aplicação; enfim, existem problemas com diferentes abordagens e objetivos que, se trabalhados de modo a permitir aos alunos descobrirem por si mesmos as estratégias necessárias para sua resolução e utilizarem os conceitos já adquiridos no decorrer de sua vida escolar, promovem um conhecimento mais amplo e bem fundamentado desses conceitos e conteúdos, bem como a construção de novos conhecimentos matemáticos (DANTE, 2009).

Outra classificação a ser utilizada nas análises que serão aqui desenvolvidas é a de Shimada (1997), que apresenta dois tipos de problemas:

1. **Problemas abertos** – podem ter mais de uma solução e admitem diferentes processos de resolução.
2. **Problemas fechados** – apresentam processo de resolução e solução únicos.

Essas classificações dos problemas discutidas anteriormente serão utilizadas, no presente trabalho, no desenvolvimento das análises que construiremos para os problemas propostos nos Cadernos do Professor e do Aluno, material da rede estadual de ensino de São Paulo. Tendo delineado essas ideias acerca da Resolução de Problemas, a seguir serão apresentadas as opções metodológicas que nortearam a presente pesquisa.

3 Metodologia de Pesquisa

Segundo Sá-Silva, Almeida e Guindani (2009), para definir o tipo de pesquisa, deve-se levar em consideração a natureza do objeto, o problema de pesquisa e a corrente de pensamento que guia o pesquisador, ou seja, é necessário saber onde se pretende chegar para definir o caminho a percorrer.

Para atender ao objetivo da presente investigação, foi realizada uma pesquisa do tipo qualitativa, com técnica de análise documental, em relação aos documentos oficiais do Estado de São Paulo e os materiais curriculares.

Lüdke e André (1986) consideram que a pesquisa qualitativa envolve a obtenção de dados descritivos por meio do contato direto do pesquisador com a situação estudada, enfatizando mais o processo do que o produto. De acordo com as autoras, a pesquisa qualitativa supõe o contato direto e prolongado do pesquisador com a situação que está sendo investigada. Verificamos esse caráter em nossa pesquisa devido a dois fatores: (1) o contato direto das pesquisadoras com os itens e questões apresentados no documento a ser analisados, e (2) à vivência como professoras da rede estadual de ensino do Estado de São Paulo.

Para o desenvolvimento da pesquisa retratada no presente artigo, foi utilizada técnica de análise documental, pois se propõe a analisar um documento oficial, no caso, o Caderno do Aluno de Matemática, 1ª série do Ensino Médio, volume 2, em relação ao ensino de logaritmos, na perspectiva da Resolução de Problemas.

De acordo com Sá-Silva, Almeida e Guindani (2009), a pesquisa documental é um procedimento metodológico que, dependendo do objeto de estudo e dos objetivos da pesquisa, pode caracterizar-se como principal caminho de concretização da investigação ou constituir-se como instrumento metodológico complementar. Ela se propõe a produzir novos conhecimentos, criar novas formas de compreender os fenômenos e dar a conhecer a forma como estes têm sido desenvolvidos.

> Quando um pesquisador utiliza documentos objetivando extrair dele informações, ele o faz investigando, examinando, usando técnicas apropriadas para seu manuseio e análise; segue etapas e procedimentos; organiza informações a serem categorizadas e posteriormente analisadas; por fim, elabora sínteses, ou seja, na realidade, as ações dos investigadores – cujos objetos são documentos – estão impregnadas de aspectos metodológicos, técnicos e analíticos (SÁ-SILVA, ALMEIDA E GUINDANI, 2009, p. 5).

Com base na citação acima, podemos perceber que o trabalho com documentos não está pautado em uma simples leitura. É necessário que o pesquisador utilize técnicas apropriadas e procedimentos adequados, ou seja, organize-se para que a análise documental seja pertinente. O pesquisador deve estar preparado para manusear e analisar minuciosamente os documentos, qualquer que seja sua natureza.

Ainda de acordo com Sá-Silva, Almeida e Guindani (2009), a técnica de análise documental é uma forma de produzir e/ou reelaborar conceitos, criando formas novas de compreender fenômenos, ou seja, os documentos devem ser estruturados em uma base teórica para que seus conteúdos sejam compreendidos, uma vez que eles não existem isoladamente.

Isto posto, a seção a seguir será dedicada à apresentação e análise dos dados.

4 Análise dos dados

Conforme citamos anteriormente, a base para a análise que será aqui apresentada é uma parte dos Cadernos de Matemática do Aluno e do Professor, 1ª série do Ensino Médio, volume 2. O Caderno é composto por oito Situações de Aprendizagem, das quais analisamos os 12 problemas que compõem a Situação de Aprendizagem 2, intitulada "Quando o expoente é a questão, o logaritmo é a solução: a força da ideia de logaritmo". Ela tem como habilidades a serem desenvolvidas:

- Ler e compreender a classe de fenômenos associados ao crescimento ou decrescimento exponencial;
- Enfrentar e resolver situações-problema contextualizadas envolvendo logaritmos.

O Caderno do Professor indica o que o professor deve apresentar aos alunos antes de iniciar a proposição desses 12 problemas que compões a Situação de Aprendizagem 2: algumas informações históricas relativas aos logaritmos, sua utilidade primária como recurso que possibilita a simplificação de cálculos e a definição de logaritmo decimal:

*Se $N = 10^n$, então o expoente **n** é chamado "logaritmo de N": $\mathbf{n = \log N}$.*

Figura 1 – Definição de Logaritmos
Fonte: São Paulo (2014b, p. 23).

Em seguida, propõe que os alunos calculem o valor de alguns logaritmos seguindo os modelos/exemplos que são apresentados.

Após esta atividade, nova narrativa histórica é sugerida, neste caso com o foco nas tábuas de logaritmos. A partir dela, algumas propriedades dos logaritmos são apresentadas:

- ▶ o logaritmo de 1 é 0;
- ▶ o logaritmo de 10 é 1;
- ▶ para preencher as lacunas entre 1 e 10, podemos extrair a raiz quadrada de 10;
- ▶ como $\sqrt{10} = 10^{\frac{1}{2}}$, segue que $\log\sqrt{10} = 0{,}5$;
- ▶ extraindo a raiz quadrada da raiz quadrada de 10, temos o $\log \sqrt[4]{10} = 0{,}25$;
- ▶ de modo geral, sendo **A** e **B** dois números cujos logaritmos conhecemos, extraindo a raiz quadrada de $\mathbf{A \cdot B}$, temos: $\log\sqrt{AB} = \frac{1}{2} . (\log A + \log B)$;
- ▶ assim, com paciência, as lacunas entre as potências inteiras podem ser preenchidas.

Figura 2 - Propriedades dos Logaritmos
Fonte: São Paulo (2014b, p. 25).

A finalidade dessa exposição é que o "professor mostre aos alunos algumas estratégias de cálculo aproximado" (SÃO PAULO, 2014b, p. 25), embora, logo após a apresentação dessas propriedades, esteja ressaltado que: "As tábuas de logaritmos são um instrumento de importância histórica, mas sem interesse no presente".

A Situação de Aprendizagem segue, então, com a proposição de uma sequência de problemas que, conforme consta no Caderno, devem propiciar a assimilação da ideia de logaritmo e servir de pretexto para a apresentação de outras propriedades, inicialmente no tratamento apenas dos logaritmos de base 10.

Foram escolhidos, para serem analisados no presente artigo, os problemas 3, 5 e 6, por considerarmos que ilustram de modo satisfatório os elementos que pretendemos destacar em relação à Resolução de Problemas e ao Currículo.

As análises foram feitas com base em cinco aspectos: 1- tipos de problemas, segundo Dante (2009) e Shimada (1997); 2- se os problemas contemplam outras áreas do conhecimento; 3- se as atividades abordam o estudo de funções; 4- se o material permite ao aluno formular estratégias de resolução; 5- se a situação de aprendizagem contempla os conteúdos prescritos.

A Figura 3, a seguir, apresenta o enunciado do Problema 3:

3. A população de certa região **A** cresce exponencialmente de acordo com a expressão

$N_A = 6000.10^{0,1t}$ (**t** em anos). Em outra região **B**, verifica-se que o crescimento da população ocorre de acordo com a fórmula $N_B = 600.10^{0,2t}$ (**t** em anos). De acordo com esses modelos de crescimento, responda às questões a seguir.

a) Qual é a população inicial de cada uma das regiões?

b) Depois de quantos anos, a partir do instante inicial, as duas regiões terão a mesma população?

c) Qual é a população de cada uma das regiões 15 anos após o instante inicial?

(**Dado:** $10^{3/2} \cong 31,62$)

Figura 3 – Enunciado do Problema 3
Fonte: São Paulo (2014a, p. 22-23).

Esse problema pode ser considerado, segundo Dante (2009), um problema de aplicação, pois refere-se a uma situação real, o crescimento populacional, que está sendo matematizada. Também é um problema aberto no tocante ao processo de resolução, que não é explicitamente predeterminado, permitindo que os alunos utilizem diferentes formas para obter as soluções. O contexto e os tipos de questões propostas no problema possibilitam, ainda, que se dê às resoluções uma abordagem de função à situação, em que N_A e N_B (número de habitantes nas cidades A e B, respectivamente) são funções de t (anos), conforme ressaltado pelo texto a seguir, que consta no Caderno do Professor:

Nesse exercício, continuamos a praticar cálculos envolvendo potências e logaritmos. O contexto é o da análise do crescimento da população de duas cidades **A** e **B**, segundo os modelos de crescimento $N_A = 6000 \cdot 10^{0,1t}$ e $N_B = 600 \cdot 10^{0,2t}$ (**t** em anos).

Figura 4 – Abordagem de função do Problema 3.
Fonte: São Paulo (2014b, p.26).

Consideramos, agora, o Problema 5, cujo enunciado é apresentado na Figura 5, a seguir:

5. Se um número N situa-se entre a^n e a^{n+1}, então $\log_a N$ situa-se entre os inteiros **n** e **n+1**. Com base nesse fato, indique dois inteiros consecutivos entre os quais se situam os logaritmos a seguir:
a) $\log_2 52$ b) $\log_3 300$ c) $\log_7 400$ d) $\log_5 813$
(**Obs:** você pode indicar a resposta usando a notação dos logaritmos, sem precisar calculá-los.)

Figura 5 – Enunciado do Problema 5
Fonte: São Paulo (2014a, p. 25).

Segundo Dante (2009), esse problema pode ser considerado de algoritmo, pois pode ser resolvido passo a passo, pela execução da sequência de procedimentos indicados no próprio enunciado. Todos os itens podem ser resolvidos de modo similar, conforme é indicado no Caderno do Professor:

A ideia de logaritmo, em qualquer base, traduz o fato de que se um número **N** situa-se entre a^n e a^{n+1}, então $\log_a N$ situa-se entre os inteiros **n** e **n + 1**, ou seja, é sempre possível encontrar dois inteiros que aproximam o logaritmo de qualquer número dado, um por falta, outro por excesso. Os exercícios apenas destacam tal fato.

a) Como $2^5 < 52 < 2^6$, então $5 < \log_2 52 < 6$.
b) Como $3^5 < 300 < 3^6$, então $5 < \log_3 300 < 6$.
c) Como $7^3 < 400 < 7^4$, então $3 < \log_7 400 < 4$.
d) Como $5^4 < 813 < 5^5$, então $4 < \log_5 813 < 5$.

Figura 6 – Resolução do Problema 5 - Caderno do Professor.
Fonte: São Paulo (2014b, p. 29).

Podemos observar que para resolver o que foi solicitado, o aluno precisa saber e utilizar o fato de que se um número situa-se entre a^n e a^{n+1}, o $\log_a N$ está entre os inteiros **n** e **n+1**, ou seja, podemos encontrar dois números que aproximam o logaritmo de qualquer valor dado. O próprio enunciado explicita essa propriedade.

Pode-se considerar, ainda, um problema fechado, uma vez que é sugerida ao aluno uma única forma de resolução, para chegar ao resultado, que também é único para cada item.

O Problema 5 pode também ser classificado como problema padrão, pois tem como base a fixação de algoritmos e procedimentos de passando da linguagem usual para a linguagem matemática. (DANTE, 2009)

Consideramos, finalmente, o Problema 6, mostrado na Figura 7, a seguir:

6. Uma população **N** de micróbios cresce exponencialmente de acordo com a expressão $N = 5000.3^t$, sendo **t** em horas. Indique o valor de **t** para o qual se tem:

a) N = 15000	c) N = 250000	e) N = 470000
b) N = 25000	d) N = 350000	

Figura 7 – Enunciado do Problema 6 do Caderno do Aluno.
Fonte: São Paulo (2014a, p. 25).

Esse problema também é de aplicação e reforça a ideia de que, quando resolvemos equações, os logaritmos aparecem ao surgirem incógnitas no expoente. Observamos que a população cresce exponencialmente, tendo como modelo a expressão $N = 5000.3^t$, de modo que para resolver o que foi proposto o aluno precisa encontrar o valor de **t** em cada situação, tornando as resoluções de cada item bastante semelhantes e repetitivas, ao estilo dos problemas de algoritmo, mesmo sendo um problema de aplicação.

Também se configura como um problema fechado, por apresentar uma única forma de resolução sugerida no Caderno do Professor, conforme se pode constatar na Figura 8:

Nesta atividade, a ideia é expressar as respostas às perguntas formuladas na forma de logaritmos, sem precisar calculá-los, apenas reforçando a ideia de que, ao resolver equações, os logaritmos surgem quando temos incógnitas nos expoentes. Se a população **N** de micróbios cresce exponencialmente de acordo com a expressão $N = 5\,000 \cdot 3^t$ (t em horas), temos:

a) Para N = 15 000, resulta $5\,000 \cdot 3^t = 15\,000$, ou seja, $3^t = 3$; logo, t = 1 hora.

b) Para N = 25 000, resulta $5\,000 \cdot 3^t = 25\,000$, ou seja, $3^t = 5$; logo, $t = \log_3 5$ horas (podemos dizer que $1 < t < 2$).

c) Para N = 250 000, resulta $5\,000 \cdot 3^t = 250\,000$, ou seja, $3^t = 50$; logo, $t = \log_3 50$ horas (podemos dizer que $3 < t < 4$).

d) Para N = 350 000, resulta $5\,000 \cdot 3^t = 350\,000$, ou seja, $3^t = 70$; logo, $t = \log_3 70$ horas (podemos dizer que $3 < t < 4$).

e) Para N = 470 000, resulta $5\,000 \cdot 3^t = 470\,000$, ou seja, $3^t = 94$; logo, $t = \log_3 94$ horas (podemos dizer que $4 < t < 5$).

Figura 8 – Resolução do Problema 6 – Caderno do Professor.
Fonte: São Paulo (2014b, p. 29).

Assim como no problema 3, o contexto do problema possibilita que se dê às resoluções uma abordagem de função, situação em que N (população de micróbios) é função de t (horas).

Dos problemas analisados, consideramos que apenas o problema 3 permite ao aluno elaborar estratégias para resolução; os demais trazem indicações bastante diretivas e, até mesmo, repetitivas do que fazer para resolver o que foi proposto em cada situação.

Com relação aos conteúdos prescritos, os problemas que compõem esta Situação de Aprendizagem analisada contemplam os estudos sobre crescimento e decrescimento exponencial, algumas definições e propriedades dos logaritmos e o trabalho com equações exponenciais, além das duas primeiras habilidades indicadas no Quadro 1 apresentado na seção sobre Currículo deste trabalho. As inequações não são contempladas.

Embora não as apresentemos todas neste artigo, desenvolvemos as análises dos 12 problemas que compõem a Situação de Aprendizagem 2, e construímos uma tabela com a síntese dos tipos de problemas encontrados:

Tabela 1 – Síntese dos tipos de problemas da Situação de Aprendizagem 2

Tipos de Problemas	Quantidade
Reconhecimento	1
Algoritmo	5
Padrão	11
Processo ou Heurístico	0
Aplicação	7
Quebra Cabeças	0
Abertos	4
Fechados	8

Fonte: Elaborado pelas autoras.

Ao observarmos essa tabela, percebemos que a Situação de Aprendizagem contempla mais problemas de aplicação do que de algoritmos, o que ratifica a importância dos logaritmos para representar de modo sugestivo grandezas de valores muito grandes em fenômenos e contextos diversos.

Em contrapartida, a quantidade de problemas fechados é o dobro da dos problemas abertos, o que pode limitar o aluno á reprodução de procedimentos padronizados, sem que o mesmo possa explorar diferentes possibilidades e criar estratégias de resolução.

Considerações finais

Com este estudo, concluímos que a relação da Matemática e, particularmente, dos logaritmos com outras áreas do conhecimento, mesmo que de modo discreto, é significativamente trabalhada no Material de Apoio a alunos e professores da Rede Estadual de Ensino do Estado de São Paulo. As aplicações são claras e objetivas, destacando a importância da presença dos logaritmos em contextos diversos, sendo utilizada para tomada de decisões em diversos campos.

O material atende às prescrições curriculares em termos de conteúdos e habilidades a serem desenvolvidas. Entretanto, mesmo contemplando as prescrições curriculares.

No tocante à Resolução de Problemas, a situação de aprendizagem analisada permite muito pouco que o aluno elabore estratégias para resolução do que é proposto. Onuchic (1999) e Allevato (2005) salientam que útil e benéfico ao ensino da Matemática seria os alunos descobrirem por si mesmos as estratégias necessárias para a resolução dos problemas propostos por seus professores. Isso resultaria no entendimento amplo e bem fundamentado do conteúdo desejado.

Em nenhuma das atividades o ensino acontece claramente através da resolução de problemas, ou seja, não existe o processo de construção do conhecimento por meio da resolução de um ou mais problemas. Os problemas propostos exigem, essencialmente, a execução de algoritmos ou a aplicação de conceitos, propriedades e/ou fórmulas previamente ensinados.

Os PCNEM (BRASIL, 1999) preveem a utilização da resolução de problemas como metodologia de ensino, mas percebemos que esta instância curricular analisada não se encontra substancialmente vinculada a esta prescrição. Seria necessária uma reformulação do material, de modo a inserir problemas que possibilitem esse tipo de abordagem para o ensino. E, até mesmo, que o próprio professor, atento a estes aspectos, ajuste sua prática e implemente a resolução dos problemas propostos de modo a ir além do que o material explicita.

Assim, esperamos que este trabalho contribua para uma melhor compreensão dos materiais de apoio a serem utilizados pelos professores para que possam aperfeiçoar suas formas de trabalho em sala de aula de Matemática.

Referências

ALLEVATO, N. S. G. **Resolução de Problemas**. In: _____. Associando o Computador à Resolução de Problemas Fechados: Análise de uma Experiência. 2005. 370 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista Julio de Mesquita Filho.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio**. Brasília: MEC, 1999.

__________. Ministério da Educação. **PCN+ Ensino Médio**: Orientações educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais. Volume Linguagens, códigos e suas tecnologias. Brasília: DF: MEC/SEMTEC. 2002.

CRESWELL, J. W. **Projeto de pesquisa:** métodos qualitativo, quantitativo e misto. Trad. Luciana de Oliveira da Rocha. 2. ed. Porto Alegre: Artmed, 2007.

DANTE, Luiz Roberto; **Formulação e resolução de matemática:** teoria e prática. -1.ed.- São Paulo: Ática, 2009.

NCTM. **Principles and Standards for School Mathematics.** Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics, 2000.

ONUCHIC, L. R. **Ensino-aprendizagem de Matemática através da resolução de problemas**. In: BICUDO, M. A. V.(Org.). Pesquisa em Educação Matemática. São Paulo: Editora UNESP, 1999. p.199 - 220.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G.; NOGUTI, F. C. H.; JUSTULIN, A. M. **Resolução de problemas:** teoria e prática. Jundiaí: Paco Editorial, 2014.

POLYA, G. **How to Solve It.** Princeton: Princeton University Press, 1945

SÁ-SILVA, J. R. S.; ALMEIDA, C. D.; GUINDANI, J. F. Pesquisa documental: pistas teóricas e metodológicas. **Revista Brasileira de História e Ciências Sociais**, v. 1, p. 1-15, 2009.

SACRISTÁN, J. G. **O Currículo**: uma reflexão sobre a prática. – 3 ed. – Porto Alegre: Artmed, 2000.

SCHROEDE R, T. L.; LESTER JR, F. K. Developing Understanding in Mathematics via Problem Solving. In: TRAFTON, P. R.; SHULTE, A. P. (Ed.). **New Directions for Elementary School Mathematics**. Reston: NCTM, 1989. p.31-42.

SÃO PAULO. **Currículo do Estado de São Paulo:** Matemática e suas tecnologias/Secretaria da Educação; coordenação geral, Maria Inês Fini; coordenação de área, Nilson José Machado – São Paulo: SEE, 2010.

___________. Secretaria de Estado da Educação de São Paulo. **Material de Apoio ao Currículo do Estado de São Paulo – Caderno do Aluno – Matemática** – Ensino Médio – 1ª série. Volume 2. São Paulo: IMESP. 2014a.

___________. Secretaria de Estado da Educação de São Paulo. **Material de Apoio ao Currículo do Estado de São Paulo – Caderno do Professor – Matemática** – Ensino Médio – 1ª série. Volume 2. São Paulo: IMESP. 2014b.

SHIMADA, S. The Significance of an Open-Ended Approach. In: BECKER, J.P.; SHIMADA, S. (Ed.). **The Open-Ended Approach**: A New Proposal for Teaching Mathematics. Reston: NCTM, 1997. p.1-9.

VAN DE WALLE, J.A. **Matemática no ensino fundamental**: formação de professores e aplicação em sala de aula. Tradução Paulo Henrique Colonese. 6. ed.Porto Alegre: Artmed, 2009.