



Modelagem Matemática na Avaliação de Impacto Ambiental: Abordagem metodológica no ensino de cálculo em um curso de engenharia

Mathematical Modeling in Environmental Impact Evaluation: Methodological Approach in the teaching of calculus in a engineering course

Marcelo Franco de Oliveira¹

Licelia Alves Pires²

Resumo

A modelagem matemática pode ser utilizada como recurso didático pedagógico no ensino de matemática em vários níveis, tanto no ensino básico como no ensino superior. Este trabalho tem o propósito de apresentar como pode se dar a aplicação da metodologia de modelagem matemática na avaliação do impacto ambiental causado pelo lançamento de uma carga poluidora em um rio. A prática ocorreu nas aulas da disciplina de Cálculo III para o curso de Engenharia Ambiental em uma Universidade Federal do Paraná no Litoral do estado do Paraná. Dessa forma, apresenta-se um modelo matemático que descreve o transporte de poluente sobre um eixo que pode ser resolvido numericamente. Os resultados obtidos mostraram que a modelagem matemática é uma ferramenta muito útil na avaliação de impacto ambiental e podem auxiliar na tomada de decisão quanto a medidas a serem tomadas para minimização dos impactos causados pelo lançamento de cargas poluidoras em rios, ao mesmo tempo em que se configura como uma metodologia de ensino motivadora no ensino superior. A prática metodológica aplicada apresentou resultados motivadores em relação ao rendimento dos alunos, pois durante o processo, sempre que possível, foram utilizadas situações reais na apresentação dos conteúdos e problemas como os descritos nesse trabalho. Ao final, foi constatado um índice de aprovação de 74% na disciplina.

Palavras-chave: Modelagem Matemática. Impacto Ambiental. Ensino da Matemática.

Abstract

The mathematical modelling can be used as a didactical resource in the teaching of mathematic in various levels, such as in elementary school or higher education. This article has as goal the application of modelling methodology in the environmental impact evaluation caused by discharge of a pollutant load in a river. A mathematical model which describes the pollutant transportation over an axis is solved numerically. The results shows that the mathematical modelling is a useful tool in the environmental impact evaluation and can assist in the decision making regard to measures to be taken in order to minimizing the impacts caused by the pollutant load discharge in rivers, and in the same time in which configure itself as a motivating methodology of teach in the higher education. The methodological practice applied has presented motivating results regard to student performance. During the course, often were used real problems in order to present the contents. In the end of course was verified that the approval index was up to 74% in this course.

¹ Doutor pela UFPR em Métodos Numéricos em Engenharia com foco em Engenharia Ambienta - Modelagem de transporte de poluentes. Cursa Engenharia Elétrica no Centro Universitário Claretiano. Professor Adjunto da UFPR no Centro de Estudos do Mar (CEM).

² Doutora em Educação pela PUC/PR (2019). Professora da UNESPAR/PARANAGUÁ.

Keywords: Mathematical Modelling. Environmental Impact. Teaching of Mathematic.

Introdução

A modelagem matemática tem sido uma ferramenta didática muito utilizada atualmente e tem sido tema de pesquisas como uma forma alternativa ao ensino da matemática. Alguns autores, tais como, Biembengut e Hein (2014), Dente, Rehfeldt, Quartieri (2016), Gomes (2018), Caldeira (2013), Fiorentini (1996), Tambarussi e Klüber (2014), dentre outros apresentam propostas de Modelagem voltadas à Educação Básica, no entanto na educação superior tal metodologia, muitas vezes, é preterida. Nesse sentido, é que se propõe este artigo, para mostrar que é possível trabalhar com a metodologia, em aulas de Cálculo III, em cursos superiores de Engenharia.

Optou-se pela Modelagem Matemática, como metodologia de ensino, por entender que ela permite desenvolver conteúdos matemáticos de forma a inserir a teoria estudada no ambiente social dos alunos. Essa abordagem da teoria matemática, a partir da análise do contexto social dos alunos através da modelagem, é destacada por Fiorentini (1996), como sendo uma leitura, análise e estratégia de ação no mundo e, ainda, pode ser concebida e trabalhada de diferentes formas.

Entendendo ser a modelagem uma forma de trabalho, a qual mostra ao aluno, a partir de determinadas situações reais, que se pode modelar matematicamente e então resolver essas situações com alguns recursos matemáticos, é que se pensou em trazê-la para as aulas de Cálculo III do curso de engenharia ambiental. Acredita-se que essa metodologia provoca motivação no aluno, na medida em que ao estudar determinados conteúdos ele consiga visualizá-los na solução de problemas reais e não apenas situações hipotéticas.

Como as disciplinas de matemática nos cursos de Engenharias são ferramentas para serem utilizadas em conjunto com disciplinas específicas na solução de problemas e na busca de novas alternativas diante dos desafios do profissional, desenvolveu-se este trabalho, que se propõe apresentar, a partir de um relato de experiência, de que modo desenvolver o conceito de modelagem matemática como ferramenta na avaliação do impacto ambiental causado pelo lançamento de contaminantes em um rio.

A fim de organização do trabalho, inicialmente, se faz uma breve apresentação do conceito do transporte de contaminantes em rios e dos modelos matemáticos envolvidos.

Na sequência, a partir dos resultados obtidos, realiza-se a discussão e interpretação dos dados.

Modelagem Matemática como Recurso Didático

A modelagem matemática tem sido muito utilizada como recurso didático no ensino da matemática, principalmente nos ensinos fundamental e médio (CALDEIRA, 2013; FIORENTINI, 1996; TAMBARUSSI e KLÜBER, 2014). Com isso, é possível perceber que a modelagem apresenta-se como uma forma didática muito útil para os professores. A modelagem matemática é uma ferramenta de extrema versatilidade no ensino, podendo ser utilizada em diversos níveis do conhecimento. Nos cursos de graduação, o ensino da matemática nas suas diversas formas (cálculo, geometria analítica, álgebra linear, etc.) tem grande importância na formação do futuro profissional, sendo assim a modelagem matemática aplicada a cada área de formação oferece um potencial de exploração e contribuição na construção do conhecimento do aluno.

Buscando entender o que é a Modelagem Matemática, num sentido mais formal e matemático, deparou-se com a definição apresentada por Bassanezi (2014, p.24),

modelagem Matemática é um processo dinâmico utilizado para a obtenção e validação de modelos matemáticos. É uma forma de abstração e generalização com a finalidade de previsão de tendências (...) consiste, essencialmente, na arte de transformar situações da realidade em problemas matemáticos cujas soluções devem ser interpretadas em linguagem usual.

Se a modelagem é um processo dinâmico, que auxilia a transformar situações reais em problemas matemáticos, então, ela pode ser utilizada também em uma aula de matemática, especialmente no ensino superior em cursos de engenharias, onde, teoricamente, os alunos já apresentam algumas habilidades matemáticas.

Desse modo, entende-se que, ao utilizar a modelagem no ensino da matemática para cursos de graduação em engenharia, propicia-se ao aluno a percepção de uma ligação direta entre o real e o abstrato, sendo assim os alunos desses cursos percebem uma utilidade real para os conteúdos estudados (OLIVEIRA e PIRES, 2013).

Porém, ao trabalhar com a modelagem na tentativa de fazer conexão entre a teoria e situações práticas, o professor pode encontrar algumas dificuldades como apresenta Bassanezi (2014, p. 43):

A maior dificuldade que notamos para a adoção do processo de modelagem, pela maioria dos professores de matemática, é a transposição de barreiras naturalmente criada pelo ensino tradicional onde o objeto de estudo apresenta-se quase sempre bem delineado, obedecendo a uma sequência de pré-requisitos e que vislumbra um horizonte claro de chegada – tal horizonte é muitas vezes o *cumprimento do programa* da disciplina.”

Essa dificuldade ocorre, especialmente, porquanto ensino tradicional o professor pode controlar o que acontece em sua aula, qual exercício irá trabalhar, que cálculos os alunos devem efetuar, que respostas devem chegar. Já quando se trabalha na perspectiva da modelagem, especialmente aplicado a problemas reais, as soluções não estão prontas elas vão se constituindo no decorrer do processo de investigação e de cálculos, dessa forma não é possível que o professor veja ou conheça com antecedência a solução final para o problema que está sendo resolvido ou analisado.

Por mais que se tenham dificuldades, nessa forma de trabalho, o professor, ao apresentar uma situação problema que está relacionada com o curso em que está lecionando, desperta o interesse dos alunos em buscar uma solução para um problema prático que pode vir a ser vivenciado em sua futura profissão. Dessa maneira, o aluno passa a ser um agente de construção do seu conhecimento e não apenas um expectador da exposição teórica do conteúdo. Assim como, afirma Freire (2006, p. 10) “O que estuda se sente desafiado pelo texto em sua totalidade e seu objetivo é apropriar-se de sua significação profunda”.

Destaca-se que, ao trabalhar com a modelagem matemática, o professor deve ter bem claro quais os objetivos que pretende alcançar com relação a sua prática. Esses objetivos podem ser em relação à motivação, reconhecimento ou resultados a serem alcançados.

Por exemplo, se vamos utilizar o processo de modelagem matemática para motivar o aprendizado de certos conteúdos matemáticos ou o reconhecimento do valor da própria matemática, muitas vezes a validação dos modelos não é um critério fundamental para sua qualificação. Por outro lado, se estamos mais interessados nos resultados fornecidos pelo modelo para entender a situação modelada então a sua validação é indispensável. (BASSANEZI, 2014, p. 44).

Atualmente, com as transformações que ocorrem na educação, um desafio que se encontra em sala de aula é transformar a matemática abstrata e teórica em algo prático e útil para o ser humano em seu dia a dia. Nesse sentido, a modelagem matemática tem um papel de grande importância no ensino e contextualização da matemática, pois essa abordagem metodológica se torna um ambiente de aprendizagem e vivência prática.

Para Caldeira (2013), a matemática e a realidade têm sido tratadas como dois conjuntos disjuntos, mas a aproximação desses conjuntos é possível por meio da Modelagem, pois com essa abordagem é possível utilizar situações no dia a dia e obter um modelo que aproxima a matemática da realidade.

Problematização em Sala de Aula

Ao lecionar uma disciplina de Cálculo III no 1º semestre de 2017, para o curso de Engenharia Ambiental na UFPR no campus de Mirassol no Município de Pontal do Paraná, no litoral do Estado do Paraná, percebeu-se que os alunos não conseguiam entender a utilidade prática das teorias abordadas em sala. Por exemplo, ao falar de campos vetoriais (Gradiente, Divergente e Rotacional) os alunos não conseguiam associar essa teoria a alguma utilidade prática para sua profissão. Nesse momento, percebeu-se que uma abordagem diferenciada deveria ser utilizada para despertar o interesse dos alunos pelo conteúdo.

A prática pedagógica adotada foi a modelagem matemática, por meio da abordagem de uma problematização de um assunto que é uma realidade da região e da profissão do engenheiro ambiental.

A primeira etapa desse trabalho foi a escolha do tema, como propõe Bassanezi, (2015, p.15), em que se faz um levantamento de situações que podem ser estudadas, tendo o cuidado de escolher temas abrangentes, para que no decorrer do estudo suscite questionamentos em várias direções. Após algumas discussões, entre os alunos, o tema escolhido foi o Meio Ambiente.

No início de uma aula foram feitos os seguintes questionamentos aos alunos:

- Aqui na cidade de Pontal do Paraná tem um rio que deságua no mar?
- Esse rio pode estar poluído? Devemos lembrar que nesse mesmo rio, a 2 km acima dessa região tem uma comunidade de moradores que lançam esgoto não tratado nesse rio. Será que tem como avaliar se essa poluição não irá afetar a qualidade de água e, conseqüentemente, a balneabilidade nessa região turística impactando no turismo e na economia regional?³

³Para situar o leitor, destaca-se que a região é explorada pelo turismo, pois é o ponto de embarque para Ilha do Mel. Esta, é uma ilha brasileira localizada na Cidade de Paranaguá, no Estado do Paraná. Se configura como um ponto turístico de grande importância nacional. É administrada pelo Instituto

No início os alunos não entenderam o porquê em uma aula de cálculo o professor fazer esse questionamento. Nesse momento, foi explicado que com o conteúdo que estava sendo estudado seria possível responder essas questões e muitas outras relacionadas com esse importante tema de gestão ambiental. A partir de então, os alunos começaram a debater e questionar o professor sobre como seria possível fazer isso.

Durante essa etapa, foi perceptível a mudança de atitude em relação à aula e aos conteúdos. Os alunos passaram a ficar mais atentos à explicação, e a participação deles provocou diversos questionamentos acerca do conteúdo que estava sendo explicado.

A partir dessas observações, pode-se perceber que usando uma etapa da modelagem matemática, que é a apresentação de um problema, propiciou-se aos alunos “[...] a oportunidade de exercer a criatividade não somente em relação às aplicações das habilidades matemáticas, mas, principalmente, na formulação de problemas originais uma etapa tão estimulante quanto a da resolução” (BASSANEZI, 2015, p. 12)

Na aula seguinte, foram apresentados os conceitos de modelos matemáticos para avaliação da qualidade de água, fato este que gerou a total participação dos alunos.

Modelos de Qualidade de Água

Modelos matemáticos são utilizados para representar sistemas físicos, de maneira que se possam quantificar as informações obtidas, com o objetivo de analisar o que acontece com esse sistema de interesse. De acordo com Oliveira, Mercuri, & Cunha, (2013) existem diversos modelos matemáticos que descrevem processos físicos, químicos e biológicos que ocorrem em corpos d’água (rios, lagos, reservatórios, etc.). Esses modelos são desenvolvidos com o objetivo de obter uma representação do sistema de interesse.

Os parâmetros mais utilizados atualmente para avaliação da qualidade de água são Oxigênio Dissolvido (OD) e Demanda Bioquímica de Oxigênio (DBO), pois conforme explica Jordão & Pessoa (2005) o Oxigênio Dissolvido é sem dúvida o parâmetro que melhor representa a condição da qualidade da água de uma região, e a Demanda Bioquímica de Oxigênio é um indicador da presença de matéria orgânica, e é importante para conhecer o grau de poluição da água.

Ambiental do Paraná (IAP). A ilha possui quatro pontos turísticos. Ao norte, a Fortaleza, ao centro, Nova Brasília e o Farol da Conchas e, ao Sul, Encantadas.

O modelo matemático utilizado nesse trabalho descreve a interação entre OD e DBO e é representado pelas equações (0.1) e (0.2). Mais detalhes sobre os modelos e os parâmetros utilizados é indicado ao leitor (OLIVEIRA, MERCURI e CUNHA, 2013). Nesse trabalho, os autores utilizam C_5 para representar o OD e C_6 para representar a DBO, isso acontece pelo fato de existirem onze parâmetros que podem ser avaliados no modelo completo, sendo OD e DBO 5º e 6º parâmetros respectivamente.

$$\frac{dC_5}{dt} = -a_2 \left(\frac{C_6}{k_d + C_6} \right) C_5 - a_1 C_5 + R_5 \quad (0.1)$$

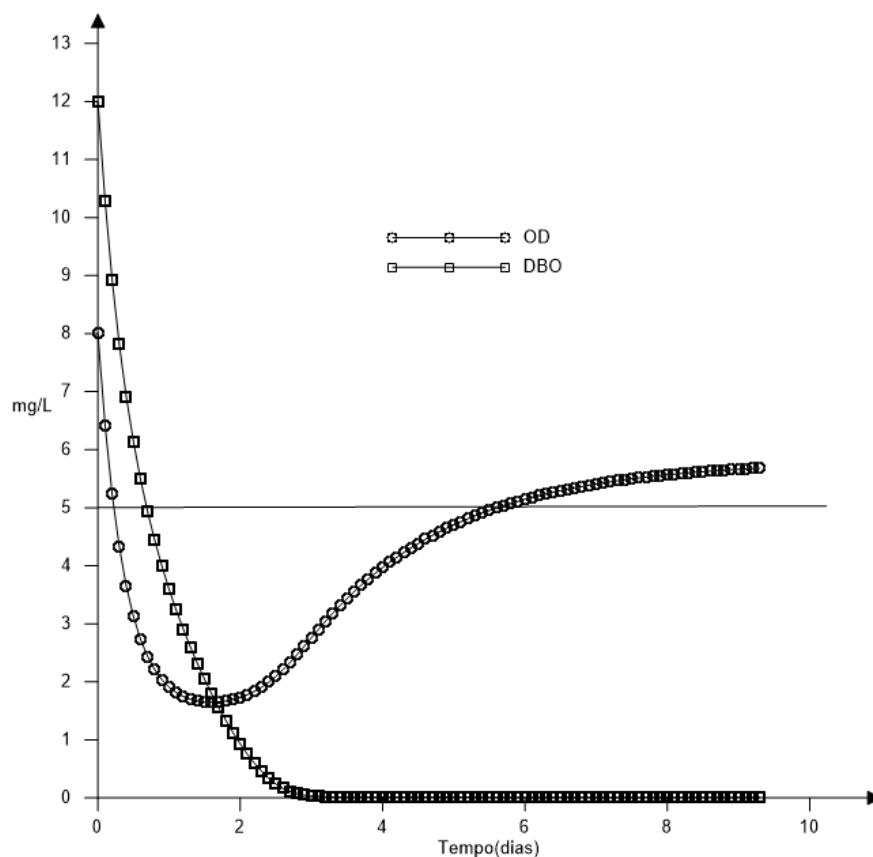
$$\frac{dC_6}{dt} = -a_2 \left(\frac{C_6}{k_d + C_6} \right) C_5 - k_a C_6 + R_6 \quad (0.2)$$

Com essas equações é possível avaliar o que acontece com o nível de oxigênio de um determinado rio quando este é sujeito a determinado poluente. Utilizando técnicas estudadas em cálculo, foi apresentado aos alunos como resolver as equações acima e, com o auxílio do software Excel, foram avaliados os resultados através de gráficos.

É importante destacar que o modelo apresentado acima já tem sua eficácia comprovada através de trabalhos científicos, os quais já fizeram a etapa da validação do modelo. Para detalhes sobre a validade e acurácia dos resultados é indicado ao leitor (CUNHA e FERREIRA, 2006; OLIVEIRA, MERCURI e CUNHA, 2013).

A resolução e detalhamento das equações, relacionando sempre com o problema real que estava sendo analisado, foram feitos de forma teórica em sala de aula, sendo utilizadas duas aulas para esse processo. A aula seguinte foi realizada no laboratório de informática, onde foram desenvolvidos os gráficos e analisados os resultados obtidos. A figura abaixo apresenta um gráfico obtido em sala.

Figura 1: Comparação entre OD e DBO.



Fonte: Os autores.

Com os resultados obtidos, representados na figura (1), foi questionado aos alunos a quais conclusões chegaram.

O entendimento geral foi que é possível perceber que com o lançamento do esgoto no rio, representado pela curva de DBO, ocorre um decaimento crítico no nível de oxigênio na água. Mas, a partir de um determinado instante de tempo, pouco mais de um dia, o nível de oxigênio começa a subir novamente se estabilizando próximo de 6 mg/L.

Com o auxílio de trabalhos relacionados, verificou-se que para que a água seja considerada adequada para uso humano, o nível de oxigênio deve estar acima de 5 mg/L (BATISTA et al., 2017). Com isso, os alunos concluíram que para o exemplo apresentado

a água estaria adequada novamente para uso após 5 dias aproximadamente, após a contaminação pelo lançamento de esgoto. Os alunos também perceberam pelos resultados obtidos que ocorre uma degradação no ambiente estudado, pois a concentração inicial de OD era de 8 mg/L conforme a figura 1, e após quase dez dias o nível de OD não voltou ao estado inicial.

Considerações finais

Esse trabalho propôs aplicar uma metodologia diferenciada no ensino do cálculo nos cursos de Engenharias, possibilitando assim uma aprendizagem significativa voltada para o protagonismo do aluno. A modelagem matemática propiciou aos alunos a visualização e conexão dos conteúdos teóricos estudados com situações práticas que possam ser enfrentadas pelos futuros profissionais.

Levando em consideração o que foi exposto nesse trabalho, a prática aplicada apresentou resultados excelentes em relação ao rendimento dos alunos, comprometimento com a disciplina e qualidade no aprendizado. Durante a disciplina, sempre que possível, era utilizado problemas reais na apresentação dos conteúdos, problemas como o descrito aqui, e, ao final, foi constatado um índice de aprovação de 74% na disciplina.

Esse resultado deve-se, em parte, pela metodologia adotada, ou seja, na perspectiva da modelagem matemática aplicada a problemas do entorno dos alunos. Em média entre 2014 até 2016, para essa disciplina o índice de aprovação ficava em torno de 25 à 30%. Esse quantitativo no final foi importante para avaliar o resultado na forma com que uma disciplina de matemática é trabalhada em cursos de graduação em engenharia. Esse índice mostra a eficácia da utilização da modelagem matemática no ensino do cálculo.

Como essa foi a primeira vez que se trabalhou dessa forma, não se pode afirmar efetivamente que os alunos melhoram nas avaliações em função somente na mudança de metodologia, para isso, seria necessário, uma melhor amostra e mais estudos.

Outro resultado importante a ser mencionado é que o interesse dos alunos pela disciplina foi despertado ao ponto de os próprios alunos solicitarem uma formação complementar. Assim, como resultado, no semestre seguinte foi realizado um curso de extensão direcionado aos alunos do curso de engenharia ambiental para aprofundamento dos conhecimentos. Ao término do curso, foi formado um grupo de estudos na área de

modelagem ambiental, no qual quatro alunos estão desenvolvendo trabalhos tanto de iniciação científica quanto de conclusão de curso (TCC).

Referências

- BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia**. São Paulo: Contexto, 2014.
- BASSANEZI, R. C. **Modelagem matemática: teoria e prática**. São Paulo: Contexto, 2015.
- BATISTA, D. F. et al. **Avaliação Do Oxigênio Dissolvido nas Águas do Ribeirão Paraíso em Jataí-Go e Córrego Tamanduá em Iporá-Go**. Caminhos de Geografia, Uberlândia. Dezembro 2017. p. 296-309.
- BIEMBENGUT, M. ; HEIN, N. **Modelagem matemática no ensino**. São Paulo: Contexto, 2014.
- CALDEIRA, A. D. **Formação de Professores de Matemática para uma Sociedade Sustentável: Contribuições da Modelagem Matemática**. Revista Paranaense de Educação Matemática - RPEM, , 2013. p. 10-27.
- CUNHA, C. L. D. N.; FERREIRA, A. P. **Modelagem matemática para avaliação dos efeitos de despejos orgânicos nas condições sanitárias de águas ambientais**. Cadernos de Saúde Pública, Agosto 2006. 1715-1725.
- DENTE, E. C.; REHFELDT, M. J. H.; QUARTIERI, M. T. **Modelagem Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental: Explorando o Tamanho do Pé**. XII Encontro Nacional de Educação Matemática, 2016. p. 1-9.
- FIorentini, D. **Dario. Estudo de algumas tentativas pioneiras de pesquisa sobre o uso da modelagem matemática no ensino**. International Congress on Mathematical Education - Icme. Sevilha. 1996.
- FREIRE, P. **Ação cultural para a liberdade**. São Paulo: Paz e Terra, 2006.
- GOMES, J. C. S. **Modelagem Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental: algumas possibilidades**. Produto educacional. Mestrado Profissional em Educação Matemática UTFPR, Cornélio Procopio, 2018.
- JORDÃO, E.; PESSÔA, C. **Tratamento de esgotos domésticos**. 4. ed. Rio de Janeiro: Segrac, 2005.
- OLIVEIRA, M. F.; MERCURI, E. G. F.; CUNHA, C. L. N. **Solução Numérica de um Modelo Acoplado para Estimativa de OD-DBO**. [S.l.]: [s.n.]. Novembro 2013.
- OLIVEIRA, M. F.; PIRES, L. A. **Equações Diferenciais: Uma Abordagem para Graduação**. Revista Eletrônica Multidisciplinar FACEAR, 2013. p. 1-7.
- TAMBARUSSI, C. M.; KLÜBER, T. E. **A Pesquisa em Modelagem Matemática no Âmbito da Educação Matemática Brasileira: Um Olhar Epistemológico**. Revista Paranaense de Educação Matemática - RPEM, 2014. p. 180-199.

Recebido em: 11 de outubro de 2018.

Aprovado em: 29 de novembro de 2020.