Sociedade Brasileira de Educação Matemática

emr

Uma análise de jogos digitais online e suas contribuições para a aprendizagem de equação do 1º grau

An analysis of online digital games and their contributions to 1st degree equation learning

Claudia de Oliveira Lozada[1]

Resumo

Este trabalho apresenta os resultados de uma pesquisa que tem por objetivo mapear os recursos didáticos digitais para auxiliar no ensino de equação do 1º grau no 7º ano do Ensino Fundamental. Para tanto, foi realizada uma pesquisa qualitativa visando um levantamento dos recursos didáticos digitais que tivessem livre acesso e se caracterizassem por abordar o conceito de equação. Foram identificados jogos digitais online que são potencialmente significativos e que podem auxiliar na aprendizagem de equação do 1º grau. Após a análise dos jogos, foram feitas as categorizações com a finalidade de apontar as principais características dos jogos, sendo o aspecto procedimental o mais predominante e relacionado à resolução de equação, seguido do aspecto conceitual como o segundo mais predominante, além da ênfase no cálculo mental. Conclui-se que os jogos digitais analisados contribuem para assimilação do conceito de equação e seu procedimento de resolução, sendo necessário que o professor discuta o papel da variável e da igualdade para evitar equívocos e erros conceituais, bem como que este construa os jogos digitais, favorecendo a inserção da cultura digital nas aulas de Matemática, colocando-os como recursos que integram o processo ensino-aprendizagem, além de desenvolver habilidades digitais presentes nos subdomínios do Technology, Pedagogy and Content Knowledge (TPCK).

Palavras-chave: Álgebra. Equação do 1º grau. Jogos digitais.

Abstract

This work presents the results of a research that aims to map the digital teaching resources to assist in the teaching of 1st grade equation in the 7th year of Elementary School. Therefore, we carried out a qualitative research in which we surveyed digital teaching resources that had free access and were characterized by approaching the concept of equation. Online digital games were identified that are potentially significant and that can help in learning the 1st degree equation. After analyzing the games, we made the categorizations in order to point out the main characteristics of the games, with the procedural aspect being the most predominant and related to equation solving, followed by the conceptual aspect as the second most predominant, in addition to the emphasis on mental calculation. . We conclude that the digital games analyzed contribute to the assimilation of the concept of equation and its resolution procedure, being necessary for the teacher to discuss the role of the variable and equality to avoid misunderstandings and conceptual errors, as well as to build the digital games, favoring the insertion of the digital culture in Mathematics classes placing them as resources that integrate the teaching-learning process, in addition to developing digital skills present in the subdomains of Technology, Pedagogy and Content Knowledge (TPCK).

Keywords: Algebra. Equation of the 1st degree. Digital games.

1 Introdução

A Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2018, p. 09) defende a utilização das tecnologias digitais de informação e comunicação no processo ensino-aprendizagem ao colocar a cultura digital em destaque como uma competência geral da Educação Básica:

> Compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de

[1] Doutorado em Educação (USP). Universidade Federal de Alagoas (UFAL), Maceió, Alagoas, Brasil. Email: clalloz@yahoo.com.br - Orcid: https://orcid.org/0000-0003-1425-9956

> forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) para se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e exercer protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva.

Além do mais, tem como um dos preceitos curriculares a serem concretizados pelas escolas, a ação de "selecionar, produzir, aplicar e avaliar recursos didáticos e tecnológicos para apoiar o processo de ensinar e aprender" (BRASIL, 2018, p. 17), visando renovar as práticas pedagógicas, aproximando-as dos contextos tecnológicos que circundam o cotidiano dos alunos.

Nesse sentido, Mishra e Koehler (2006) propuseram um quadro teórico denominado de Technology, Pedagogy and Content Knowledge (TPCK), afirmando que os professores necessitam de um conhecimento integrado de tecnologia, pedagogia e conteúdo para que desenvolvam habilidades profissionais que permitam a adoção de atividades orientadas para o uso da tecnologia no processo ensino-aprendizagem de conteúdos específicos nas aulas.

Os autores subdividem o TPCK em três subdomínios: o conhecimento de tecnologia (TK), que diz respeito ao conhecimento sobre como usar o hardware, software e periféricos associados; o conhecimento do conteúdo de tecnologia (TCK), que se refere ao conhecimento sobre como usar a tecnologia para representar e criar o conteúdo de formas diversas; e o conhecimento de pedagogia e tecnologia (TPK) que diz respeito à escolha de uma ferramenta tecnológica baseada na aptidão para a atividade de aprendizagem.

Para melhorar a aquisição do conhecimento integrado, Koehler e Mishra (2005) ressaltam que os professores devem trabalhar colaborativamente, visando redesenhar o currículo para o enfoque TPCK, do mesmo modo quebrando as crenças e resistências em relação ao uso da tecnologia nas aulas. Bennison e Goos (2010) também defendem essa integração com a tecnologia para o ensino de conteúdos específicos por meio de cursos que possibilitem o desenvolvimento profissional dos professores, pois assim se pode melhorar o conhecimento, a compreensão do uso dos recursos tecnológicos nas aulas, além de aprimorar as habilidades. Em relação ao uso dos recursos tecnológicos nas aulas de Matemática, Drijvers (2015) pontua alguns fatores que são essenciais para a sua eficácia, que são: o design da ferramenta digital e as tarefas correspondentes, que exploram o potencial pedagógico da ferramenta, o papel do professor e o contexto educacional.

Drijvers (2015), citando Drijvers, Boon e Van Reeuwijk (2010), apresenta as funcionalidades didáticas do uso da tecnologia digital para o ensino de Matemática: função de ferramenta para fazer Matemática, que se refere à terceirização de trabalho que também poderia ser feito manualmente; a função de ambiente de aprendizagem para a prática de habilidades; e a função de ambiente de aprendizagem para promover o desenvolvimento da compreensão conceitual, sendo esta última apontada como a mais desafiadora de se explorar.

O autor aborda a importância de se integrar o uso das ferramentas digitais com atividades que utilizam lápis e papel, assim como o uso de aplicativos e dispositivos móveis, como celulares, trazendo novas abordagens do conteúdo matemático e estimulando o envolvimento dos alunos na execução das atividades. Em relação aos jogos digitais, o autor defende que tragam um design baseado nos pressupostos da Matemática Realística, com situações-problema autênticas e realistas que possibilitem aos alunos vivenciarem a atividade enquanto jogam, pois desta forma faz mais sentido, uma vez que estão relacionadas às experiências reais.

Drijvers (2015) pontua que as comunidades de prática pregadas por Wenger (1998) e o modelo colaborativo de Mishra e Koehler (2006) com o TPCK, são duas perspectivas para auxiliar os professores na familiarização e manuseio dos recursos tecnológicos a serem utilizados nas aulas, mas que enfrentam críticas quanto à sua eficácia.

Citando o trabalho de Sabra (2011), Drijvers (2015) discorre sobre os resultados da implantação do modelo colaborativo para o desenvolvimento profissional, apontando que os grupos colaborativos formados na escola em que os professores atuam pouco estimularam a participação docente, enquanto que os grupos formados em meio virtual, mostraram-se mais participativos e atuantes, pois a própria tecnologia que permite o acesso à comunidade virtual engajou a colaboração, tornando-se tanto o meio quanto o fim da atividade colaborativa.

Nesse sentido de se apontar recursos que possibilitem o desenvolvimento profissional docente no que diz respeito ao uso das tecnologias nas aulas de Matemática, é que foi desenvolvida a pesquisa, com objetivo de mapear os recursos didáticos digitais para auxiliar no ensino de equação do 1º grau no 7º ano do Ensino Fundamental, sendo imprescindível, primeiramente, fazer breves apontamentos sobre o ensino de Álgebra e as suas implicações para a aprendizagem de equação do 1º grau.

2 Apontamentos sobre o ensino de Álgebra e Equação do 1º grau

O ensino de equação do 1º grau está relacionado ao desenvolvimento do pensamento algébrico, portanto, à aprendizagem de Álgebra. A BNCC (BRASIL, 2018) coloca a Álgebra como unidade temática com a finalidade de desenvolver o pensamento algébrico e recomenda seu ensino desde os anos iniciais, por meio das ideias de regularidade (sem a utilização de letras), generalização de padrões e propriedades da igualdade.

Já nos anos finais do Ensino Fundamental, os conteúdos de Álgebra devem ser retomados, aprofundados e ampliados, de modo que os alunos compreendam os diferentes significados das variáveis numéricas em uma expressão e identifiquem o valor desconhecido em uma sentença algébrica, bem como consigam estabelecer generalização de uma propriedade, identificar a regularidade de sequências numéricas e estabelecer a variação entre duas grandezas, podendo utilizar os recursos computacionais para a tradução de situações em diversas linguagens, como em fórmulas, tabelas e gráficos, entre outros, tendo como elemento principal o algoritmo.

No 7º ano, segundo a BNCC (BRASIL, 2018) inicia-se o ensino de equação do 1º grau, considerando-se que no 5º ano conforme recomendado, o aluno tenha aprendido propriedades da igualdade e noção de equivalência; no 4º ano, propriedades da igualdade e no 3º ano, relação de igualdade; formando conhecimentos que vão ancorar a continuidade da aprendizagem com a noção de equação. A seguir, observa-se um quadro com os objetos de conhecimento e as habilidades necessárias para a aprendizagem de equação do 1º grau, as quais estão previstas pela BNCC (BRASIL, 2018):

Quadro 1- Conhecimentos relacionados à equação do 1º grau na BNCC (2018) na unidade temática "Álgebra"

Ano escolar	Objeto do Conhecimento	Habilidades
3º	Relação de igualdade	(EF03MA11) Compreender a ideia de igualdade para escrever diferentes sentenças de adições ou de subtrações de dois números naturais que resultem na mesma soma ou diferença.
4º	Propriedades da igualdade	(EF04MA14) Reconhecer e mostrar, por meio de exemplos, que a relação de igualdade existente entre dois termos permanece quando se adiciona ou se subtrai um mesmo número a cada um desses termos. (EF04MA15) Determinar o número desconhecido que torna verdadeira uma igualdade que envolve as operações fundamentais com números naturais.
5º	Propriedades da igualdade e noção de equivalência	(EF05MA10) Concluir, por meio de investigações, que a relação de igualdade existente entre dois membros permanece ao adicionar, subtrair, multiplicar ou dividir cada um desses membros por um mesmo número, para construir a noção de equivalência. (EF05MA11) Resolver e elaborar problemas cuja conversão em sentença matemática seja uma igualdade com uma operação em que um dos termos é desconhecido.
6º	Propriedades da igualdade	(EF06MA14) Reconhecer que a relação de igualdade matemática não se altera ao adicionar, subtrair, multiplicar ou dividir os seus dois membros por um mesmo número e utilizar essa noção para determinar valores desconhecidos na resolução de problemas.
7º	Linguagem algébrica: variável e incógnita Equações polinomiais do 1º grau	(EF07MA13) Compreender a ideia de variável, representada por letra ou símbolo, para expressar relação entre duas grandezas, diferenciando-a da ideia de incógnita. (EF07MA18) Resolver e elaborar problemas que possam ser

		representados por equações polinomiais de 1º grau, redutíveis à forma ax + b = c, fazendo uso das propriedades da igualdade.

Fonte: BNCC (BRASIL, 2018)

Ponte (2006) defende o ensino da Álgebra desde os anos iniciais por meio da linguagem simbólica que deverá ser usada pelos alunos para expressar as relações de igualdade e desigualdade, diferentemente do que prevê a BNCC (BRASIL, 2018), que orienta a utilização da linguagem simbólica a partir dos anos finais do Ensino Fundamental. Lins e Gimenez (1997, p. 10) também defendem que o ensino de Álgebra comece cedo e que seja trabalhada juntamente com a Aritmética, pois estão interligadas.

Earnest e Balti (2008), além de corroborarem com a ideia de abordagem da Álgebra nos anos inicias, apresentam um aspecto relevante, que é o contexto representacional que se refere às interações e ao discurso construídos em uma sala de aula em torno de uma representação particular, ou seja, é preciso que o professor oportunize a discussão das resoluções que os alunos fazem, pois os contextos representacionais servem como uma forma de fundamentar o desenvolvimento de ideias e raciocínios matemáticos dos alunos.

Os autores citam uma indagação feita pelo professor em uma tarefa de Álgebra em que questiona os alunos sobre o que significa a notação de letras e o que eles estão representando. Os alunos apontaram que representavam o número de pessoas, e este tipo de questionamento fez com que os alunos manifestassem a ligação entre a notação e o contexto do problema, sendo o uso estratégico e proposital do contexto representacional necessário para levar os alunos a raciocinar algebricamente e fazer conexões entre as representações. Outros questionamentos realizados pelo professor fizeram com que os alunos discernissem padrões, o que caracteriza um dos aspectos da abstração da Álgebra.

Por sua vez, Ponte (2006) explica que o pensamento algébrico vai além da manipulação de símbolos e estudo de equações, focando não apenas nos objetos, mas também nas relações entre eles (sejam gerais ou abstratas) e suas representações, além do raciocínio acerca dessas relações, abrangendo: o estudo das estruturas (padrões, relações e funções); a simbolização (representar e analisar situações matemáticas e estruturas, usando símbolos algébricos); a modelação (usar modelos matemáticos para representar e compreender relações quantitativas); e o estudo da variação (analisar mudança em diversas situações).

Outrossim, estudos apontam as múltiplas concepções acerca da Álgebra, como identificaram Pires e Sousa (2011). Os autores elencaram as principais concepções, as quais estão organizadas no quadro 2:

Quadro 2 - Concepções de Álgebra

Autor	Concepção de álgebra
Fiorentini, Miorim e Miguel (1993)	Linguístico-pragmática, Fundamentalista-estrutural e Fundamentalista-analógica.
Usiskin (1995)	Álgebra como aritmética generalizada, Meio de resolver certos problemas, Estudo de relações e Estrutura.
Lins e Gimenez (1997)	Letrista, Letrista Facilitadora e Modelagem Matemática.
Lee (2001)	Como Linguagem, Como Caminhos de Pensamento, Como Atividade, Como Ferramenta, Como Aritmética Generalizada e Como Cultura.
Ponte (2003)	Generalização e formalização de padrões e restrições; Estruturas abstratas; Linguagem de modelação e controle de fenômenos; Funções e Variações; Manipulação de formalismos guiada sintaticamente.
Bednarz, Kieran e Lee (1996)	Álgebra como generalizações de padrões numéricos e geométricos e de leis que governam as relações numéricas, aritmética generalizada; Álgebra como resolução de problemas específicos ou classe de problemas; Álgebra como regras para transformar e resolver equações; Álgebra como introdução ao conceito de variáveis e estudo de funções; e Álgebra como estudo das estruturas algébricas.

Fonte: Pires e Sousa (2011).

Segundo Pires e Sousa (2011), as concepções adotadas pelos Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998) para Álgebra foram aquelas que focam no papel da linguagem algébrica (com ênfase nas letras) e suas relações, sendo as seguintes: aritmética generalizada (letras como generalização de modelos matemáticos – propriedades das operações e generalizações de padrões aritméticos); funcional (letras como variáveis para expressar relações e funções – variação de grandezas); equações (letras como incógnitas – resolução de equações); e estrutural (letras como símbolo abstrato – cálculo algébrico, expressões equivalentes).

O que podemos notar na BNCC (BRASIL, 2018) é a adoção das mesmas concepções, conforme mostra o quadro 1, em que estão colocados os objetos de conhecimento e habilidades centrados na linguagem algébrica, nos processos de generalização e com ênfase na noção de igualdade. Aliás, a literatura, como será discutido mais adiante, aponta como uma das dificuldades de compreensão de equação do 1º grau o sinal de igual, e, talvez, esse tenha sido um ponto que levou à ênfase na elaboração da BNCC (BRASIL, 2018), principalmente nos anos iniciais do Ensino fundamental, como mostra o Quadro 1.

Uma das dificuldades mais frequentes enfrentadas pelos alunos na compreensão de equação do 1º grau geralmente está associada à passagem da linguagem materna para a linguagem algébrica, na qual fica evidenciada a existência da variável em sua dimensão como incógnita, em que a letra assume um papel de destaque tanto na interpretação/compreensão de equação e/ou problema envolvendo equação e seus procedimentos, constituindo-se um obstáculo para os alunos que estão acostumados a lidar com números, com a predominância da Aritmética dissociada da Álgebra.

Usiskin (1995, p. 11) esclarece que a variável aparece em fórmulas, equações, propriedades e identidades, e a define como "um símbolo pelo qual se podem substituir coisas (mais precisamente, coisas de um determinado conjunto, enquanto consideradas indistintas)". Entendemos que a variável é uma forma de representação do objeto matemático em diferentes contextos, com diferentes significados e, como tal, tem como sua representação típica, a letra.

Nesse sentido, Küchemann (1981 apud PIRES; SOUSA, 2011) aponta os tipos de interpretação dados às letras:

Quadro 3 - As diferentes visões sobre a letra na Álgebra

Como a letra é vista	Significado atribuído
Letra como valor	A letra recebe um valor numérico desde o início.
Letra não utilizada	A letra é ignorada ou sua existência é reconhecida sem que tenha um significado para o aluno.
Letra como objeto	A letra é considerada como uma abreviação de um objeto ou como um objeto concreto em si mesmo.
Letra como uma incógnita específica	A letra é considerada como um número específico, mas desconhecido, podendo ser operada diretamente.
Letra como um número generalizado	A letra é vista como representada, ou pelo menos sendo capaz de assumir vários valores, ao invés de somente um.
Letra como variável	A letra é vista como representante de um domínio de valores de uma outra letra.

Fonte: Pires e Sousa (2011).

Observando o quadro acima (quadro 3) com as formas como as quais a letra é vista, é importante ponderar que isso implica em uma análise do desenvolvimento do pensamento determinado pela linguagem, situada num contexto sociocultural, como pontua Vygotsky (1998), no qual os diferentes instrumentos linguísticos são construídos e reconstruídos e as experiências com esses instrumentos devem se perfazer em significados e relações para que o sujeito construa pontes entre suas diferentes representações e contextos nos quais são aplicados. Sobre símbolos, sua representação e significado, que são elementos importantes da Álgebra, Danyluk (1993, p. 40) faz a seguinte colocação a respeito de sua compreensão:

> Ao ler um símbolo Matemático, é preciso entender o significado atribuído a ele. O símbolo traduz uma ideia e se refere a alguma coisa. É importante que o leitor reconheça um símbolo e faça uso das notações adequadas para expressar ideias. Mas somente usar e reconhecer sinais indica que a pessoa tenha compreendido ou atribuído um significado para o mesmo. Isso pode ser considerado uma atividade mecânica se não houver compreensão.

Por sua vez, Fiorentini, Miorim e Miguel (1993) também chamam atenção para a questão da ênfase que se dá ao pensamento algébrico atrelado à linguagem algébrica, e nesse sentido, é preciso refletir qual é o papel dessa linguagem e como as letras são vistas pelos alunos, que geralmente a dissociam do sentido de variável e as usam como simples letras envolvidas em um cálculo. Assim, se imprime um caráter mais de manipulação *literallis* desprovido do significado do objeto matemático, sem estabelecer relações que são necessárias, como enfatiza Ponte (2006). Sobre o papel da linguagem algébrica, Fiorentini, Miorim e Miguel (1993, p. 89) esclarecem:

> A linguagem simbólico-formal cumpre, a partir de um certo momento, um papel fundamental na constituição do pensamento algébrico abstrato, uma vez que ela fornece um simbolismo conciso por meio do qual é possível abreviar o plano de resolução de uma situação-problema, o que possibilita dar conta da totalidade e da estrutura da situação. Além disso, ela é um instrumento facilitador na simplificação de cálculos, devido à capacidade transformacional das expressões simbólicas em outras mais simples que lhe são equivalentes. Finalmente, por permitir operar com quantidades variáveis, possibilita uma melhor compreensão de situações nas quais a variação e o movimento estejam presentes.

Samuel, Mulenga e Angel (2016) elencam os principais desafios enfrentados pelos alunos na resolução de equação de 1º grau: falta de compreensão simbólica de variáveis e coeficientes de uma equação, falta de compreensão do significado do sinal de igual e confiança no conhecimento procedimental sem compreensão conceitual.

Segundo os autores, quando essas dificuldades são levadas para o Ensino Médio se transformam em inadequação no conhecimento de pré-requisitos, o que interfere substancialmente na capacidade dos alunos de formular equações algébricas, na tradução e interpretação de afirmações em conjecturas algébricas simbólicas, bem como na leitura e interpretação de afirmações algébricas simbólicas e na manipulação de expressões algébricas.

Os autores também discutem sobre o estágio de desenvolvimento cognitivo dos alunos, alegando que parte das dificuldades enfrentadas advém da transição da fase do pensamento concreto para o pensamento abstrato, que se dá por volta dos 13 aos 16 anos, em que os alunos estão no estágio de desenvolvimento operatório formal que exige mobilização da abstração; sendo que estavam acostumados com o estágio anterior, que é o operatório concreto, daí as dificuldades de passagem de um para o outro se refletem na aprendizagem da Álgebra, que segundo os autores, se situa no estágio operatório formal.

Outra questão apontada pelos autores e que está ligada à abstração diz respeito ao processo de matematização de frases do cotidiano em formas matemáticas que auxiliam na compreensão de equações algébricas, operações aritméticas, no significado do símbolo igual e das variáveis, sendo que eles atribuem o erro na compreensão do significado das variáveis à incompreensão conceitual. Eles explicam que a compreensão das equações algébricas e operações aritméticas incluem atividades transformacionais em que estão situadas as atividades de substituição e simplificação, sendo o ponto principal o equilíbrio (o tradicional exemplo da balança utilizado para o ensino de equação do 1º grau).

Carpenter e Levi (2000) chamam atenção para dissociação feita entre Aritmética e Álgebra nos anos iniciais, que priva os alunos de desenvolverem esquemas para pensar matematicamente e torna mais difícil a aprendizagem de Álgebra nos anos posteriores, porque a compreensão leva muito tempo para se desenvolver. Os autores defendem a aprendizagem de Álgebra nos anos iniciais e apontam também que existe uma concepção mais ampla sobre a natureza da Álgebra em que a ênfase não está em aprender regras para manipular símbolos, nem usar habilidosamente procedimentos de Álgebra, mas em desenvolver o pensamento algébrico fazendo generalizações e usando símbolos para representar ideias e resolver problemas. Para tanto, os alunos devem ser estimulados a explicitar as suas ideias unificadoras e construir maneiras de representá-las e comunicá-las, passando pelo processo de generalização. Carpenter e Levi (2000) explicam que a formalização envolve a articulação e representação de ideias unificadoras que tornam explícitas as relações matemáticas, que são importantes para a compreensão da Álgebra e para a construção de relações.

Mas, a formalização para o aluno não é algo tão simples, pelo contrário, é bastante complexa na medida em que envolve um sistema de manipulação sintaticamente guiado por símbolos e regras que operam conexões e relações quantitativas que os símbolos representam implicando em generalização, conforme explica Kaput (2000).

Kaput (2000, p. 7) define generalização considerando dois aspectos importantes, que são o raciocínio e a comunicação desse raciocínio:

> A generalização envolve deliberadamente estender a gama de raciocínio ou comunicação além do caso ou casos considerados, identificando explicitamente e expondo semelhanças entre casos, ou elevando o raciocínio ou comunicação a um nível onde o foco não está mais nos casos ou situações em si, mas sim sobre os padrões, procedimentos, estruturas e as relações através e entre eles (que, por sua vez, se tornam novos objetos de nível superior de raciocínio ou comunicação). Mas, expressar generalizações significa transformá-las em alguma linguagem, seja em uma linguagem formal, ou, para crianças pequenas, em entonação e gestos. No caso de crianças pequenas, identificando a generalidade expressa ou a intenção da criança de que uma declaração sobre um caso particular seja considerado geral, pode exigir o ouvido habilidoso e atento de um professor que sabe ouvir as crianças com atenção.

O autor parte do princípio que o raciocínio quantitativo e a comunicação em matemática propriamente dita são fontes da generalização e formalização, e afirma que o processo se inicia com a Aritmética em várias situações tipicamente matemáticas e fora da Matemática, que estão sujeitas à matematização e auxiliam na manifestação do raciocínio quantitativo.

Kaput (2000) salienta que nos anos iniciais de escolarização as atividades matemáticas assumem formas muito concretas que estão ligadas às situações que dão ascensão à atividade matemática e, se o ponto de partida é na Matemática (e, portanto, decorrente de experiência previamente matematizada) ou de uma situação ainda a ser matematizada, a fonte é baseada em fenômenos ou situações fora da Matemática porque, afinal, o pensamento matemático em última análise surge da experiência e só se torna matemático mediante atividade e processamento apropriados. Ele ainda ressalta que as abordagens realizadas pelo professor para ensinar Álgebra influenciam o modo como os alunos a compreendem: em salas de aulas tradicionais, os alunos são mais propensos a generalizar a partir de objetos e relações já concebidas como matemáticas, enquanto que em salas de aulas em que se promovem a construção dos conceitos, os alunos são mais propensos a começar generalizando a partir de suas concepções de situações experimentadas como significativas e derivar suas formalizações de atividades conceituais baseadas nessas situações.

Para melhorar a compreensão dos alunos sobre a Álgebra, o autor sugere que o professor proporcione aulas com tarefas investigativas, nas quais os alunos possam discutir os sistemas de representação algébricos utilizados nas resoluções das tarefas e, dessa forma, possam aperfeiçoar a interpretação dos conceitos algébricos, com consequências significativas para o processo de generalização e formalização.

Booth et al (2014) realizaram um estudo para identificar quais são os erros mais persistentes na resolução de problemas algébricos e quais períodos do ano letivo durante o desenvolvimento do conteúdo eles se acentuam. Inicialmente, os autores colocam que os alunos apresentam muitos conceitos equivocados ao fazerem a transição do pensamento aritmético para o pensamento algébrico, o que interfere na aprendizagem e no desempenho da disciplina Matemática.

Os autores verificaram que os erros mais comuns estão relacionados com a incompreensão do conceito de variável, sinal negativo, igualdade/desigualdade, operações, frações e propriedades matemáticas. Booth et al (2014) afirmam que os erros relacionados à igualdade/desigualdade, variáveis e sinal negativo podem ocorrer com mais frequência à medida que um conteúdo mais difícil é introduzido. Quantos aos erros aritméticos, os autores apontam que, em geral, não estão relacionados ao conteúdo algébrico; se relacionam mais com operações realizadas incorretamente, violação das propriedades matemáticas e falta de atenção aos procedimentos do que com a compreensão conceitual.

Também identificaram qual período do ano os tipos de erros mais prevalecem: os erros em relação às variáveis ocorrem em geral no início do ano (quando o conteúdo abordado é considerado mais simples); os erros relacionados às propriedades matemáticas e operações aparecem no início e meio do ano (em conteúdo simples e moderado); os erros de igualdade/desigualdade são mais frequentes no meio e no final do ano (em conteúdo considerado mais difícil), e os erros que se referem aos sinais negativos e erros aritméticos são preponderantes no final do ano (em conteúdo difícil).

Notaram ainda que os erros referentes à igualdade/desigualdade tendem a surgir quando os alunos ganham mais experiência resolvendo equações/inequações e aumentam durante o meio ou final do ano letivo, o que afeta o desempenho deles. Os autores pontuam que talvez isso não seja surpreendente, dado que a noção de equilíbrio entre os dois lados de uma equação é um dos conceitos básicos da Álgebra e que os alunos têm dificuldade em mudar de um operacional (procedimental) para uma compreensão relacional do sinal de igual, que é essencial para se compreender equações. Quanto aos erros aritméticos, estes são prevalentes no meio do ano letivo, quando os alunos estão aprendendo a resolver equações ou sistemas de equações e indicam, segundo os autores, que os alunos apresentam certa dificuldade. Se são cometidos com maior frequência no final do ano letivo, em que são abordados conteúdos considerados mais difíceis, deve ser motivo de preocupação por parte do professor, pois podem estar relacionados às concepções aritméticas básicas que não foram assimiladas pelos alunos, sendo necessário retomá-las.

Assim, os pesquisadores recomendam que os professores dos anos iniciais abordem as propriedades das operações aritméticas, que aparecerão na resolução de equações e problemas envolvendo equações nos anos finais do Ensino Fundamental, o que pode evitar procedimentos equivocados por parte dos alunos, trabalhando com ênfase na compreensão do problema, no significado das variáveis e nas operações com a forma algébrica.

Os resultados do estudo realizado por Booth et al (2014) apontam ainda que os erros relacionados às propriedades matemáticas, erros de operação (em conteúdo fácil ou moderado), erros com variáveis na resolução das primeiras equações quando o conteúdo está sendo desenvolvido, erros com sinal negativo e igualdade e desigualdade afetam consideravelmente o desempenho dos alunos em Álgebra e geram equívocos subjacentes, pois são como pilares para a compreensão das equações e dos problemas envolvendo equações, o que implica em intervenção na sala de aula e também extraclasse, com atividades de revisão e reforço para minimizá-los.

Booth et al (2014) ainda enfatizam que quanto mais rápido o professor identificar esses tipos de erros, mais eficaz poderá ser a intervenção para auxiliar os alunos a saná-los, considerando ser essencial utilizar diferentes recursos e estratégias para que os alunos melhorem a compreensão conceitual e procedimental. E nesse sentido, considerando a complexidade de ensinar e aprender Álgebra na Educação Básica, é que são apresentados os recursos didáticos a seguir: os jogos digitais para auxiliar na compreensão de equação do 1º grau.

3 Mapeamento e análise dos recursos tecnológicos

A pesquisa aqui relatada é de natureza qualitativa (PATTON, 1996), baseada em um mapeamento dos recursos didáticos digitais para o ensino de equação do 1º grau no 7º ano do Ensino Fundamental. Os critérios de seleção do material analisado foram os seguintes: acesso livre (por meio de desktop, notebook, tablet ou celular), sem ser aplicativo e sem necessidade de download, de fácil manuseio e possibilidade de ser utilizado no idioma português, considerando-se ativar a extensão do navegador.

Dentro desses critérios, foi encontrado um site de origem portuguesa (denominado de Coquinhos Jogos Educativos) com diversos jogos educativos que abrangem a faixa etária dos 3 aos 15 anos, ou seja, a Educação Infantil, o Ensino Fundamental e o início do Ensino Médio. Após a testagem e análise dos jogos encontrados sobre equação do 1º grau, foram feitas as categorizações, considerando-se os aspectos: conceituais (a assimilação do conceito de equação do 1º grau), procedimentais (relativos aos procedimentos de resolução da equação) e atitudinais (relativos às aplicações da equação do 1º grau), organizando-se o quadro abaixo:

Quadro 4 - Categorização dos Jogos

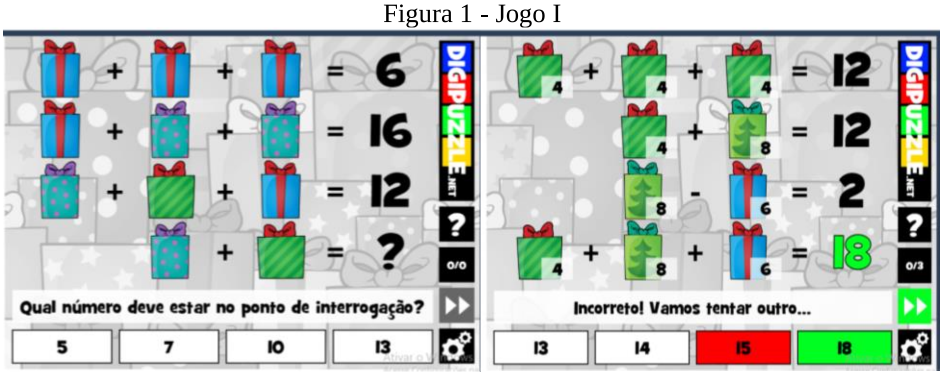
Nome do Jogo	Abordagem/Enfoque	Layout do jogo, Manuseio do jogo e Ano Escolar	Aspectos mais predominantes
I - Jogo Equações Simbólicas e Jogo Problemas de Equação do 1º grau	Jogo para abordagem intuitiva de equação do 1º grau, no qual as incógnitas são substituídas por desenho levando a realização de cálculo mental.	Layout atrativo, fácil manuseio e indicado para o 4º, 5º, 6º e 7º ano.	Aspecto conceitual
II - Jogo Resolver Equação do 1º grau	Jogo com enfoque na incógnita, com a substituição do valor da incógnita x para determinar o valor do 2º membro.	Layout pouco atrativo, mas usual, de fácil manuseio e indicado para o 7º ano.	Aspecto procedimental
III - Jogo de Equações	Jogo com enfoque na igualdade,	Layout atrativo, fácil	Aspecto

de Equilíbrio de Álgebra	com ênfase na demonstração do que é igualdade por meio de uma balança.	manuseio e indicado para o 7º ano.	conceitual, procedimental e atitudinal
IV - Quebra Cabeça com equação de 2 incógnitas	Jogo com enfoque em duas incógnitas, dado o valor de uma incógnita, acha-se a outra.	Layout pouco atrativo, manuseio complicado em virtude de erro na interface e, caso não apresentasse o erro, seria indicado para o 6º e 7º ano.	Aspecto procedimental
V- Corrida das Equações e Corrida da Álgebra	Jogo com enfoque na incógnita, com ênfase na demonstração da igualdade e favorece o cálculo mental. Sua missão é descobrir rapidamente o valor do desconhecido, clicar no resultado correto para fazer o carro e/ou moto acelerar e vencer a corrida.	Layout atrativo, fácil manuseio e indicado para o 5º, 6º e 7º ano.	Aspecto conceitual e procedimental

Fonte: A autora (2021)

O Jogo I possui seleção de intervalo para estabelecer o total das somas e as incógnitas são substituídas por desenhos e ponto de interrogação, sendo que o aluno tem que perceber a regularidade para determinar o valor desconhecido, tendo ao final uma indagação a respeito de qual valor corresponde ao ponto de interrogação. Favorece o cálculo mental e o campo aditivo em situações de composição e transformação. É um jogo que também pode ser aplicado no 4º ano e no 5º ano do Ensino Fundamental. Para o 7º ano, explora a noção de igualdade e incógnita, sem a formalização algébrica (com letras), o que traz um caráter de desafio para o aluno, tornando o jogo mais atrativo. Ao errar, é mostrada a resposta correta e o aluno poderá tentar novamente com outra expressão.

Figura 1 - Jogo I



Fonte: Coquinhos (2021).

Nessa mesma categoria aparece o Jogo Problemas de Equação do 1º grau, com uma vantagem que é a operacionalidade na interface do jogo para se apontar o valor das variáveis:

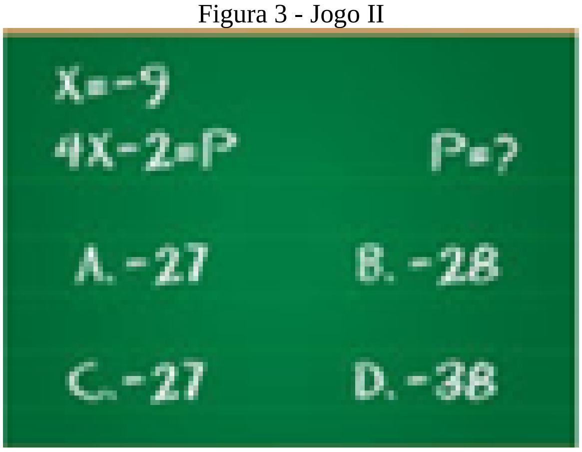
Figura 2 - Jogo Problemas de Equação do 1º grau

Fonte: Coquinhos (2021).

São quatro níveis abertos (gratuitos, pois os demais estão disponíveis para assinantes) e foi observado que são incluídas mais expressões (totalizando três expressões) com operação de subtração, mas mantendo duas frutas.

O Jogo II já apresenta a formalização da equação por meio da expressão algébrica em que a incógnita possui o valor que deverá ser substituído para se encontrar o valor do 2º membro. Assim, desenvolve a noção de igualdade e evidencia a parte literal, sendo destinado para alunos do 7º ano:

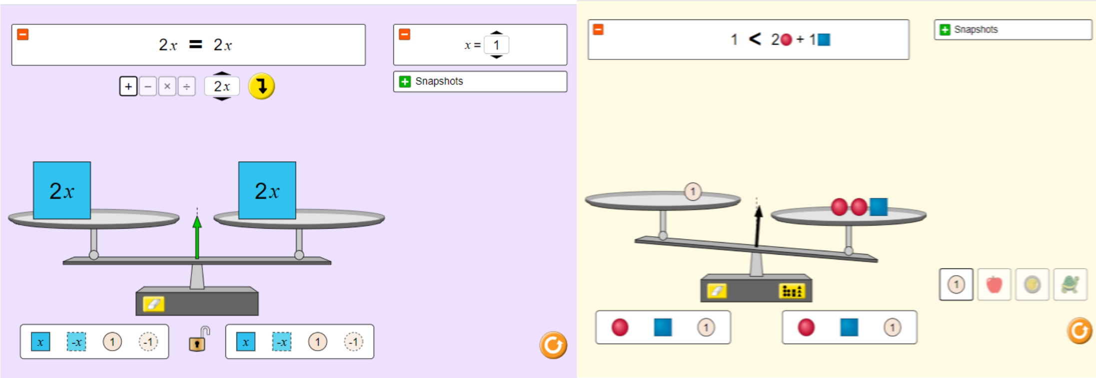
Figura 3 - Jogo II



Fonte: Coquinhos (2021).

O Jogo III é um simulador do PHET e apresenta o conceito de equação por meio do princípio da balança, em que se pode trabalhar a igualdade e também a desigualdade para que o aluno compreenda o conceito de inequação. O aluno pode alterar os valores colocados nos pratos da balança e a equação/inequação vai se modificando:

Figura 4 - Jogo III

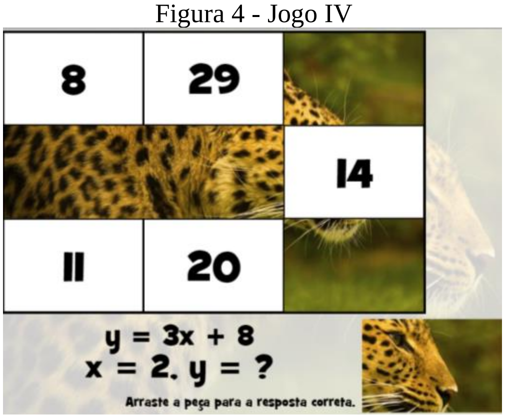


Fonte: Coquinhos (2021).

Ele apresenta cinco variações de abordagem de equação por meio da balança, a partir de: noções básicas (de equilíbrio, para abordar igualdade e desigualdade), números (colocação de números – experimentação – para enfatizar a igualdade e desigualdade), variáveis (com ênfase na variável x na equação e inequação), operações (com variáveis, incluindo as quatro operações para formação da equação) e exercício (em que se pede para determinar o valor da variável e equilibrar a balança).

Já o Jogo IV apresenta um erro em sua interface: ele coloca uma equação com duas incógnitas e apresenta o valor da outra (x), que vem acompanhado de y, e que na verdade, não deveria vir acompanhado do y. Esse erro leva o aluno a resolver, substituindo o valor em forma de monômio na equação de cima e não encontrando o valor equivalente no quadro de valores que representa um desenho. O correto, observando a tela abaixo seria: equação (y=3x +8, sendo x = 2; substituindo temos 14 e é possível arrastar a peça para cima do valor 14). É um jogo que pode desmotivar o aluno, pois irá fazer as tentativas e não acertar.

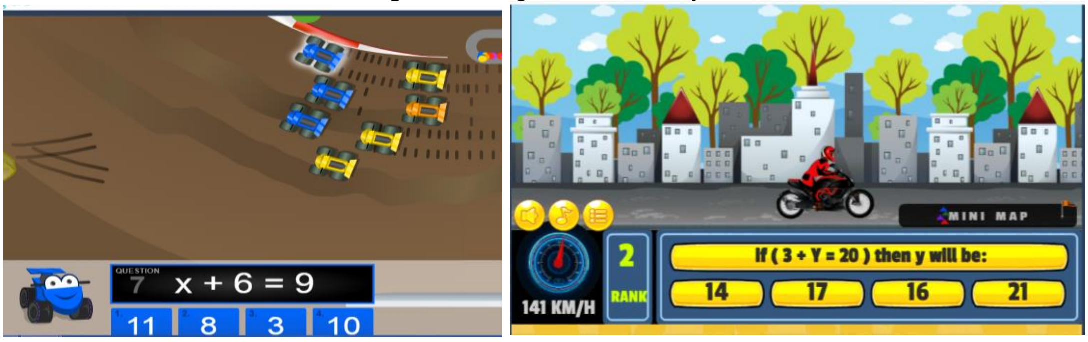
Figura 4 - Jogo IV



Fonte: Coquinhos (2021).

No Jogo V, o carro de corrida se movimenta na medida em que se substitui o valor correto de x na equação, clicando sobre o valor. No final do jogo, é apresentada a acurácia, o tempo gasto para percorrer o circuito e as questões que se errou. Uma variação desse jogo é apresentada com moto, exigindo também habilidades em cálculo mental e agilidade, além de requerer atenção, visto que as equações mudam e o contador de tempo é bastante rápido.

Figura 5 - Jogo V e sua variação



Fonte: Coquinhos (2021).

De modo geral, percebe-se uma ênfase no conceito de igualdade como caminho para se compreender a equação, o que remete às recomendações da BNCC (BRASIL, 2018), em que este aspecto é preponderante. Além do mais, nota-se que os jogos apresentam foco no cálculo mental, o que é extremamente positivo, visto que embora o cálculo mental seja recomendado na unidade temática "Números" na BNCC (BRASIL, 2018), ele aparece com veemência em situações-problema envolvendo equações nos livros didáticos, com o típico enunciado "pensei em um número".

A operacionalidade dos jogos e a interface possuem, de uma maneira global, um bom layout e de fácil manuseio, com exceção do jogo IV; daí a importância que o professor selecione os jogos e realize os testes com eles para identificar suas limitações (sejam operacionais ou de conteúdo), bem como é importante que explore as potencialidades dos jogos para promover a aprendizagem, para então, inseri-los em suas aulas, manifestando desta forma, o domínio do Technology, Pedagogy and Content Knowledge (TPCK).

Considerações Finais

Dos jogos analisados, é possível constatar que o aspecto procedimental foi predominante, o que se relaciona diretamente com o ensino de equação do 1º grau que geralmente é centrado na resolução por meio de lista de exercícios, com caráter repetitivo para mecanização do procedimento de resolução.

Embora o aspecto conceitual tenha aparecido como o segundo aspecto mais predominante, ainda é preciso relacioná-lo à questão de igualdade e não somente vinculá-lo a um valor desconhecido (incógnita), de modo que os alunos compreendam o conceito de equação, assim como se deve valorizar as situações-problema como forma de desenvolver a linguagem algébrica, sendo que não foram encontradas situações-problema nos jogos.

Além dos mais, esses dois aspectos que prevaleceram, o conceitual e o procedimental, remetem a dois tipos de abordagem citadas por Cai, Nie e Moyer (2010): a funcional e a estrutural, que estão presentes no currículo norte-americano. Segundo os autores, a abordagem funcional enfatiza as ideias importantes de mudança e variação em situações e contextos, bem como a representação de relações entre variáveis. Já a abordagem estrutural exige que os alunos trabalhem abstratamente com símbolos e sigam procedimentos de forma sistemática. Essas abordagens também configuram o ensino de equação proposto pela BNCC (BRASIL, 2018), portanto, os jogos selecionados estão alinhados com o que está previsto, denotando uma tendência curricular focada nos aspectos conceitual e procedimental.

No entanto, é preciso observar as limitações dessas abordagens e a necessidade de discutir dois elementos envolvidos nelas, que são a variável e a igualdade. Ertekin (2017) explica que a variável e igualdade são conceitos-chave do raciocínio algébrico e se os alunos não compreendem esses conceitos terão dificuldade em aprender Álgebra.

O autor pontua que compreender o conceito de variável é a base da transição da Aritmética para a Álgebra e que a variável pode ser usada com vários significados, como: variável como uma incógnita (o significado da variável na equação: $2x + 1 = 3$), variável como intervalo (ou seja, contradomínio, como por exemplo, o significado da variável na equação: $y= 2x + 3$) e variável como estrutura genérica (o significado de variável na equação: $x + y = y + x$). Daí, Dominguez (2001) apud Ertekin (2017) afirma que a dificuldade dos alunos em compreender o conceito de variável pode ser causada pelos seus diferentes significados. Dessa forma, é importante demonstrar as aplicações da equação em situações do cotidiano com esses significados para que os alunos possam fazer uma distinção conceitual e contextual, compreendendo os significados como diferentes perspectivas.

Sobre a igualdade, Ertekin (2017) esclarece que os alunos têm uma compreensão insuficiente desse conceito porque geralmente o concebem como resultado de operação aritmética em vez de igualdade, sendo que a maioria dos alunos percebe a igualdade como um símbolo operacional que significa “resolver adição” ou “escrever o resultado” em vez de perceber como símbolo relacional, mostrando igualdade matemática.

O uso do sinal de igual em Matemática tem quatro categorias: uma resposta de uma adição ($3 + 4 = 7$); igualdade quantitativa ($1 + 3 = 2 + 2$); uma expressão correta para todos os valores da variável (x + y = y + x); e uma expressão que evidencia a nova variável (x + y = z).

Além do mais, segundo Ertekin (2017), os alunos devem estar cientes do significado relacional do sinal de igual como "o mesmo que", bem como forma operacional significando "fazer alguma coisa", sendo que isso é importante quando os alunos aprendem a resolver equações algébricas, que exigem cálculo para os dois lados do sinal de igual (por exemplo, 3x – 5 = 2x + 1).

Assim, são diferenciados dois tipos de equações, as equações com variável apenas em um lado do sinal de igual, que são chamadas de equações aritméticas (por exemplo, ax + b = c), enquanto as variáveis em ambos os lados do sinal de igual são chamadas equações algébricas. O autor ressalta que mal-entendidos ou equívocos sobre o sinal de igual geralmente causam dificuldades ao resolver equações, assim como as dificuldades de compreensão das variáveis em uma equação são causadas por interpretações erradas do conceito de igualdade e sinal de igual. Ertekin (2017) sinaliza a necessidade de mais estudos focando os conceitos de variável e igualdade juntos e mostrando até que ponto esses conceitos são eficazes para a resolução de equações, o que auxiliará o professor a reorientar o processo de ensino de equação, evitando uma abordagem equivocada desse conteúdo, que pode limitar a compreensão dos alunos e causar confusões, principalmente conceituais.

Essas mesmas considerações postas por Ertekin (2017) são pontuadas por Alamian e Moghadam (2020), que explicam ser importante que o professor evite a formação de erros e equívocos de compreensão acerca do conceito e resolução de equação, procurando entender as causas e reorientar a aprendizagem, explicando o papel da variável, da igualdade e da própria equação para a resolução de problemas reais.

Em relação aos jogos apresentados neste trabalho, verifica-se que eles permitem uma reflexão acerca destes aspectos colocados por Cai, Nie e Moyer (2010) e Ertekin (2017).

Numa análise global, esses jogos digitais são ferramentas auxiliares, demandando que outras atividades matemáticas sejam integradas a eles para que o conteúdo de equação do 1º grau seja aprofundado, assim como seu uso nas aulas de Matemática implica em planejamento, considerando os diversos aspectos sobre o ensino de Álgebra e equação que foram mencionados neste artigo e a predominância da Álgebra Clássica (SILVA, 2009), a qual abrange a resolução de equações algébricas que devem ser abordadas de maneira que os alunos compreendam os seus aspectos conceitual, procedimental e atitudinal, enfatizando as aplicações da equação do 1º grau em situações do cotidiano.

Também é necessário que seja incentivada a prática de construção de jogos digitais pelos professores para o ensino de equação, sendo a plataforma Wordwall uma sugestão para que criem seus jogos considerando o perfil dos alunos, níveis de dificuldade, aprofundamento do conteúdo, aspectos conceituais e procedimentos, o sentido da variável e da igualdade, as situações-problema contextualizadas, entre outros aspectos, gerando um recurso didático mais adequado e personalizado. Por fim, a construção dos jogos digitais auxilia na inserção da cultura digital nas aulas de Matemática, familiarizando os alunos com esses recursos no processo de aprendizagem, ao mesmo tempo em que as habilidades digitais dos professores são manifestadas por meio do desenvolvimento de dois subdomínios do TPCK, que são o conhecimento do conteúdo de tecnologia (TCK) e o conhecimento de pedagogia e tecnologia (TPK).

Referências

ALAMIAN, V.; MOGHADAM, M. K. Investigating the effect of teaching mathematics based on Bruner Theory on eighth-grade male students' misconceptions in equation solving. **Archives of Pharmacy Practice**, v. 11, n.1, p. 55- 60, 2020.

BENNISON, A., GOOS, M. Learning to teach mathematics with technology: a survey of professional development needs, experiences and impacts**. Mathematics Education Research Journal**, v. 22, n. 1. p. 31–56, 2010.

BOOTH, J. L. Persistent and pernicious errors in algebraic problem solving. **Journal of Problem Solving**. v. 7, p. 10-23, 2014.

BRASIL. **Base nacional comum curricular.** Brasília: MEC/Secretaria de Educação Básica, 2018.

BRASIL. **Parâmetros curriculares nacionais para o ensino médio:** matemática. Brasília: MEC, 1998.

CAI, J.; NIE, B.; MOYER, J. C. The teaching of equation solving: approaches in Standards-based and traditional curricula in the United States, **Pedagogies:** An International Journal, v.5, n.3, p. 170-186, 2010.

CARPENTER, T. P.; LEVI, L. **Developing conceptions of algebraic reasoning in the primary grades.** Disponível em: https://files.eric.ed.gov/fulltext/ED470471.pdf. Acesso em: 22 ago. 2021.

DANYLUK, O. S. **Alfabetização matemática:** o cotidiano da vida escolar. Caxias do Sul: EDUCS, 1993.

DRIJVERS, P**. Digital technology in mathematics education:** why it works (or doesn’t). Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/268368816_Digital_Technology_in_Mathematics_Education_Why_It_Works_Or_Doesn't. Acesso em: 18 fev. 2021.

EARNEST, D.; BALTI, A. A**. Instructional strategies for teaching algebra in elementary school:** findings from a research-practice collaboration. Disponível em: https://ase.tufts.edu/devtech/courses/readings/EarnestBalti2008.pdf. Acesso em: 30 abr. 2021.

ERTEKIN, E. Predicting eight grade students' equation solving performances via concepts of variable and equality. **Journal of Education and Practice**, v.8, n.21, p.74-80, 2017.

FIORENTINI, D., MIORIM, M. A., MIGUEL, A. Contribuições para um Repensar... a Educação Algébrica Elementar. **Pro-Posições**, v. 4, p. 78 – 91, 1993.

KOEHLER, M. J., MISHRA, P. What happens when teachers design educational technology? the development of technological pedagogical content knowledge. **Journal of Educational Computing Research**, v. 32, n. 2, p.131-152, 2005.

KAPUT, J. J. **Teaching and learning a new algebra with understanding.** Disponível em: https://files.eric.ed.gov/fulltext/ED441662.pdf. Acesso em: 22 ago. 2021.

LINS, R. C.; GIMENEZ, J. **Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI.** Campinas, SP. Papirus, 1997.

MISHRA, P., KOEHLER, M. J. Technological pedagogical content knowledge: a framework for teacher knowledge. **Teachers College Record**, v. 108, n. 6, p. 1017-1054, 2006.

PATTON, M. Q. **Qualitative evaluation methods**. Beverly Hills: Sage Publications, Inc., 1986.

PIRES, F. S.; SOUSA, M. C. **Reflexões sobre o ensino de álgebra a partir da análise de concepções e do conceito de variável.** Disponível em: https://xiii.ciaem-redumate.org/index.php/xiii_ciaem/xiii_ciaem/paper/viewFile/1328/563. Acesso em: 10 mar. 2021.

PONTE, J. P. da. **Números e Álgebra no currículo escolar**. Disponível em: https://repositorio.ul.pt/bitstream/10451/4525/1/06-Ponte%28Caminha%29.pdf. Acesso em: 17 ago. 2021.

SAMUEL, K.; MULENGA, H. M.; ANGEL, M. An investigation into challenges faced by secondary school teachers and pupils in algebraic linear equations: a case of Mufulira District, Zambia. **Journal of Education and Practice**. v.7, n.26, p. 99 – 106, 2016.

SILVA, C. P. **Aspectos históricos do desenvolvimento da pesquisa matemática no Brasil.** São Paulo: Editora Livraria da Física/SBHMat, 2009.

SITE COQUINHOS. **Jogos envolvendo equações**. Disponível em: https://www.coquinhos.com/. Acesso em: 18 fev. 2021.

USISKIN, Z. Concepções sobre a álgebra da escola média e utilizações das variáveis. In: COXFORD, A. F., SHULTE, A. P. **As ideias da álgebra**. São Paulo: Atual, 1995.

VYGOTSKY, L. S. **Pensamento e linguagem.** São Paulo: Martins Fontes, 1998.