ÁLGEBRA NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL: UMA ANÁLISE DOS DOCUMENTOS CURRICULARES NACIONAIS

ALGEBRA IN EARLY GRADES: AN ANALYSIS OF THE NATIONAL CURRICULUM DOCUMENTS

Miriam Criez Nobrega Ferreira
Universidade Federal do ABC, criezmiriam@gmail.com

Resumo

Este artigo busca investigar se e como os elementos que constituem o Pensamento Algébrico estão dispostos em alguns dos documentos curriculares nacionais, tendo por conteúdos matemáticos os números, as operações e suas propriedades. Primeiramente, o artigo fundamenta a importância e a viabilidade do trabalho com Álgebra nos anos iniciais, a diferenciação entre Álgebra e Aritmética e discute o entendimento de Pensamento Algébrico. Em seguida apresenta uma análise de alguns dos documentos curriculares nacionais, focando aspectos constituintes do Pensamento Algébrico. Dentre os principais resultados, destaca-se a quase inexistência de referências ao trabalho com Álgebra nos documentos mais antigos, e, nos documentos mais recentes, uma incidência maior no Pensamento Relacional (Aritmética Generalizada). Constata-se ainda uma preocupação com um ensino que possibilite aos alunos dar um maior significado à sua aprendizagem aritmética e algébrica.

Palavras-chave: Álgebra nos Anos Iniciais. Pensamento Algébrico. Documentos curriculares nacionais.

Abstract

This article aims to investigate if and how the elements that constitute the Algebraic Thinking are arranged in some of the national curricular documents, having by mathematical content the numbers, the operations and their properties. Such discussion is justified in that, in other countries, the teaching work with Algebra in the initial years and research on this subject has been developed for years. First, the article grounds the importance and feasibility of working with Algebra in the early years, the differentiation between Algebra and Arithmetic, and discusses the understanding of Algebraic Thinking. Next, we present an analysis of some of the national curricular documents, focusing on the constituent aspects of Algebraic Thinking. Among the main results, there is almost no reference to Algebra in the older documents, and the most recent documents show a higher incidence in Relational Thinking (Generalized Arithmetic). There is also a concern with a teaching that allows students to give a greater meaning to their arithmetic and algebraic learning.

Keywords: Algebra in early years. Algebraic thinking. National curriculum

Introdução

A dificuldade dos alunos em Matemática vem sendo foco de várias pesquisas, sob diferentes pontos de vista (FREIRE, 2011; LINS; GIMENEZ, 2001; MESTRE, 2014). Dentre as justificativas para tais dificuldades, podem-se aventar, por um lado, o nível elevado de abstração próprio do raciocínio matemático, mas, por outro, a forma com que a Matemática é tratada no processo de ensino, com implicações nos resultados não satisfatórios da aprendizagem (KIERAN, 2004; MA, 2009; MESTRE; OLIVEIRA, 2011).

Quando se fala em ensino da Matemática e, por consequência, na sua aprendizagem, abre-se um leque de aspectos passíveis de estudo e investigação. O presente artigo[1] foca, dentre estes vários aspectos, por um lado as diretrizes curriculares nacionais e, por outro, o ensino da Álgebra nos Anos Iniciais, objetivando levantar se e como os elementos constituidores do Pensamento Algébrico podem ser localizados nesses documentos.

Tradicionalmente, a Álgebra é uma das áreas da Matemática que ganha presença no currículo apenas no início dos Anos Finais do Ensino Fundamental. Mais recentemente vêm ganhando espaço, pesquisas que se relacionam ao ensino da Álgebra ou ao desenvolvimento do Pensamento Algébrico com jovens estudantes, ajudando na transição para o estudo mais formal da Álgebra (KIERAN et al., 2016).

Na revisão de literatura, pudemos verificar que internacionalmente – em países como Estados Unidos, Espanha e Portugal – muito se tem discutido sobre como a Álgebra vem sendo disposta no currículo da Educação Básica (CANAVARRO, 2007; RUSSELL; SCHIFTER; BASTABLE, 2011; SCHLIEMANN; CARRAHER; BRIZUELA, 2007), cabendo aos professores dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental o trabalho com a Aritmética (com foco nas quatro operações, na fluência do cálculo, nos fatos numéricos envolvendo valores particulares), ficando o ensino da Álgebra – o qual envolve operações com números generalizáveis (variáveis e funções) – para os Anos Finais do Ensino Fundamental e para o Ensino Médio.

No entanto, autores como Canavarro (2007), Carraher et al. (2006), Fiorentini, Miorim e Miguel (1993) têm questionado essa separação entre Álgebra e Aritmética no currículo e, portanto no ensino. Eles defendem a perspectiva da viabilidade e da importância do trabalho com Álgebra já nos Anos Iniciais, com o objetivo de contribuir tanto para um maior entendimento em anos futuros, quanto para a apropriação da própria Aritmética.

O fato de que alguns estudos nacionais, e muitos internacionais, já há bastante tempo, vêm apresentando elementos que embasam a real possibilidade de se iniciar o trabalho com o Pensamento Algébrico com os alunos dos Anos Iniciais nos instigaram a investigar como essa discussão está sendo considerada nacionalmente, considerando que a prática dentro das escolas, nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, indica que nem as propostas curriculares, nem os planos de curso dos projetos pedagógicos têm fornecido espaço para termos como "Álgebra" ou "Pensamento Algébrico".

Nesse sentido, e considerando que o currículo é um dos nortes da ação docente, investigamos se e como os elementos que constituem a Álgebra estão dispostos nos documentos curriculares nacionais, tendo por conteúdo matemático os números, as operações e suas propriedades, buscando responder: "Como a Álgebra – e/ou o Pensamento Algébrico – vêm sendo considerados nos documentos curriculares nacionais?".

Para tanto, este artigo se inicia situando o leitor – de forma breve e a título de contextualização concisa – quanto à presença do Pensamento Algébrico nos currículos internacionais e nacionais. Introduzimos também uma relação entre Aritmética e Álgebra, discutindo os porquês da sucessão desses tópicos na disposição curricular. Após, contextuamos alguns significados do Pensamento Algébrico, apresentando autores que defendem sua inserção já no início da escolaridade formal, tomando a generalização como âmbito central desse pensamento. Também discorremos sobre o conhecimento matemático docente e, em seguida, apresentamos as análises dos documentos curriculares nacionais, englobando alguns documentos norteadores da formação de professores. Por fim, expomos as conclusões decorrentes da análise dos dados, correlacionadas à revisão de literatura.

[1] Esse artigo é parte integrante de uma dissertação de mestrado (FERREIRA, 2017a), desenvolvida dentro do Programa Observatório da Educação – OBEDUC –, projeto "Conhecimento Matemático para o ensino de Álgebra: uma abordagem baseada em perfis conceituais". A dissertação foi escrita em formato *multipaper* e investiga a Álgebra nos Anos Iniciais e a Formação do Professor de Matemática.

1 - Álgebra nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental

Quando analisamos os documentos oficiais curriculares brasileiros (BRASIL, 1997, 2012, 2013), constatamos que a Álgebra e, essencialmente, o Pensamento Algébrico se apresentam apenas nos documentos mais atuais.

A despeito de apenas mais recentemente terem surgido referências ao Pensamento Algébrico para o ensino nos Anos Iniciais no currículo oficial brasileiro, em outros países essa discussão já vem sendo feita há alguns anos.

Como exemplo, ao analisar o currículo de Portugal, buscando referências ao ensino da Álgebra, Canavarro (2007) revela que nos programas do início dos anos 1990, não existia, em Portugal, qualquer indicação referente ao Pensamento Algébrico. No entanto, em documentos mais recentes, como no Programa de Matemática do Ensino Básico (2007), já surgem referências à Álgebra como uma forma de pensamento matemático que, desde os primeiros anos, permite estabelecer relações entre números e entre números e as operações e investigar sequências numéricas e padrões geométricos, evidenciando “que existe uma assinalável evolução dos programas portugueses no que diz respeito ao Pensamento Algébrico” (CANAVARRO, 2007, p. 96).

Na Nova Zelândia, Britt e Irwin (2011), em uma pesquisa comparativa entre dois grupos de alunos – um com um currículo que envolvia a Early Algebra e outro em que os alunos aprendiam a partir do currículo tipicamente aritmético – foi revelado que o primeiro grupo teve mais sucesso na resolução de testes de múltipla escolha que incluíam complexas equivalências com valores fracionários.

Também nesse sentido, o National Council of Teachers of Mathematics (NCTM, 2000), organização de referência mundial na área da Educação Matemática, dá à Álgebra o *status* de tema transversal, que, além de fazer relação com os outros eixos da Matemática, a considera como um fio condutor curricular desde os primeiros anos de escolaridade.

Se relacionarmos o currículo de nosso país com o de outros países (aqui representados por Portugal, Estados Unidos e Nova Zelândia), vemos que, enquanto esses últimos já há alguns anos estabeleceram em seus currículos o trabalho com a Álgebra nos Anos Iniciais, em nosso país sua abordagem como um dos eixos de trabalho da Matemática está em fase embrionária. Por essa razão, muitos desafios ainda temos que enfrentar. Com o objetivo de continuar no processo de reflexão sobre este tema, prosseguiremos com uma discussão que consideramos essencial, relacionada com o significado de Álgebra, Aritmética e Pensamento Algébrico.

1.1 Aritmética e Álgebra no currículo dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental

Carraher et al. (2006), ao desenvolverem um trabalho que buscava entender melhor o porquê da separação entre Álgebra e Aritmética no currículo, apresentam duas justificativas para que o início do ensino dessa última seja anterior ao da primeira: uma associa-se à natureza do próprio conteúdo matemático; e a outra está relacionada ao que consideram ser as restrições do desenvolvimento cognitivo do aluno.

Com relação à natureza da Matemática, os autores fazem referência à sua história, uma vez que, ao longo do desenvolvimento dessa área de conhecimento, a Álgebra surgiu historicamente após a Aritmética. Pode-se, portanto, abstrair que essa última teria precedido o ensino da Álgebra. Segundo os autores, “o fato da álgebra emergir historicamente após a aritmética e como uma generalização desta, sugere para muitas pessoas que a álgebra deve vir em seguida da aritmética no currículo” (CARRAHER et al., 2006, p. 89).

No que diz respeito ao desenvolvimento cognitivo do aluno, Freire (2011) aponta que a hierarquização dos conteúdos ao longo da escolaridade, que prevê o ensino da Aritmética antecedendo o da Álgebra, está (ainda) ligada aos estudos de Piaget e Inhelder:

> ...no qual as crianças que estão no estágio das operações concretas são capazes somente de operar concretamente sobre as situações aritméticas, geralmente

> vistas como as mais fáceis, porque enfatiza o trabalho com números, as quatro operações e tabuada (FREIRE, 2011, p. 36).

Em outras palavras, a primazia da Aritmética sobre a Álgebra ocorre porque, para os alunos, supostamente, o trabalho com quantidades concretas/fixas é considerado mais fácil do que aquele que envolve quantidades variáveis, incógnitas e um pensamento mais abstrato. Tomar como verdadeira essa assunção implicaria, portanto, afirmar que a Álgebra deveria ser apenas trabalhada com os alunos em anos avançados, pois, naquele momento, tais alunos teriam, *a priori*, condições cognitivas para tanto.

Pesquisas como as de Blanton e Kaput (2005), Canavarro (2007), Carraher et al. (2006), Kieran (2004), Mestre e Oliveira (2011), Russell, Schifter e Bastable (2011), Schliemann, Carraher e Brizuela (2007), entre outras, sinalizam para uma associação entre Aritmética e Álgebra, da mesma forma que enfatizam que o ensino das bases da Álgebra pode contribuir para uma aprendizagem mais aprofundada da própria Aritmética. Sendo assim, fundamentados em tais resultados, passamos a discutir outro elemento que pode nos orientar para um entendimento integralizador da Aritmética com a Álgebra – o Pensamento Algébrico.

1.2 O Pensamento Algébrico

Uma vez que existem, na comunidade de educadores matemáticos, diferentes visões, no que se refere à compreensão do Pensamento Algébrico discorremos, nesta seção, sobre algumas pesquisas que fundamentam a problemática aqui abordada.

Ao pensar como se desenvolve esse pensamento nos alunos nos Anos Iniciais de escolaridade, Blanton e Kaput o definem como:

> ... um processo no qual os alunos generalizam ideias matemáticas de um conjunto particular de exemplos, estabelecem generalizações por meio do discurso de argumentação, e expressam-nas, cada vez mais, em caminhos formais e apropriados à sua idade (BLANTON E KAPUT, 2005, p. 413).

Estes autores o categorizam de quatro formas:

> ... o uso da aritmética como o domínio da expressão e formalização da generalização (aritmética generalizada); a generalização de padrões numéricos para descrever as relações funcionais (pensamento funcional); a modelação como um domínio para a expressão e formalização das generalizações; e a generalização sobre sistemas matemáticos abstratos do cálculo e das relações (BLANTON; KAPUT, 2005, p. 413).

As duas primeiras – Aritmética Generalizada e Pensamento Funcional – são as mais comumente trabalhadas nos Anos Iniciais (BLANTON; KAPUT, 2005), e é sobre essas que nos focamos. Para esses autores, a Aritmética Generalizada associa-se ao trabalho com a generalização das operações, com suas propriedades e com a relação entre os números. Consideram-se cinco subcategorias:

- explorar propriedades e relações de números inteiros;
- explorar propriedades das operações com números inteiros;
- explorar a igualdade como expressão de uma relação entre quantidades;
- tratar o número algebricamente;
- resolver expressões numéricas com um número desconhecido, enfatizando o sentido de incógnita.

A outra categoria descrita por Blanton e Kaput (2005), o Pensamento Funcional, é passível de ser trabalhada nos Anos Iniciais e lida diretamente com o conceito de variável. Ela compreende também cinco subcategorias:

- simbolizar quantidades e operar com as expressões simbólicas (usar símbolos para modelar problemas);

- representar dados graficamente;
- descobrir relações funcionais;
- prever resultados desconhecidos, usando dados conhecidos;
- identificar e descrever padrões numéricos e geométricos.

De modo semelhante a essa forma de conceituação, no que tange à generalização, Cyrino e Oliveira (2011, p. 103) caracterizam o Pensamento Algébrico como: "... um modo de descrever significados atribuídos aos objetos da álgebra, às relações existentes entre eles, à modelação, e à resolução de problemas no contexto de generalização destes objetos".

Carraher e Schliemann (2014) apontam uma outra perspectiva de Pensamento Algébrico, compreendido como a combinação entre a operação com incógnitas, o pensamento com variáveis e suas relações, e as estruturas algébricas. Ressaltam que os alunos podem pensar algebricamente, mesmo sem usar a notação algébrica.

Fiorentini, Fernandes e Cristovão (2005), considerando a relação entre pensamento e linguagem, defendem que o desenvolvimento desse tipo de pensamento pode ocorrer desde os Anos Iniciais do Ensino Fundamental, mesmo sem a estruturação de uma linguagem algébrica simbólica, e o pensamento pode ser considerado algébrico, quando o aluno:

> ...estabelece relações/comparações entre expressões numéricas ou padrões geométricos; percebe e tenta expressar as estruturas aritméticas de uma situação-problema; produz mais de um modelo aritmético para uma mesma situação-problema; ou, reciprocamente, produz vários significados para uma mesma expressão numérica; interpreta uma igualdade como equivalência entre duas grandezas ou entre duas expressões numéricas; transforma uma expressão aritmética em outra mais simples; desenvolve algum tipo de processo de generalização; percebe e tenta expressar regularidades ou invarianças; desenvolve/cria uma linguagem mais concisa ou sincopada ao expressar-se matematicamente...(FIORENTINI; FERNANDES; CRISTOVÃO, 2005, p. 5).

Fiorentini, Fernandes e Cristovão (2005), ao referenciar algumas das habilidades dos alunos no que se refere ao Pensamento Algébrico, nos remetem a uma questão igualmente importante: o conhecimento matemático do professor e a formação necessária desse profissional para o trabalho com o Pensamento Algébrico, considerando, como afirma Ma (2009, p. 246), que "a qualidade do conhecimento da matéria pelo professor afecta directamente a aprendizagem dos alunos".

Vimos, em autores que discutem essencialmente o conhecimento profissional docente (BALL; THAMES; PHELPS, 2008; SHULMAN, 1986), que um dos componentes do conhecimento do professor é o conhecimento do currículo, ou seja, faz parte do fazer docente saber como os conteúdos estão dispostos no currículo, que é

> [...] representado por uma gama de programas destinados ao ensino de temas e tópicos específicos a um determinado nível, à variedade de materiais didáticos disponíveis em relação a esses programas e ao conjunto de características que servem como indicação e contra-indicações (SHULMAN, 1986, p. 10).

Neste sentido, em nossa investigação, pesquisamos se e como o currículo a que são submetidos os alunos retrata o Pensamento Algébrico e analisamos os documentos que orientam a formação de professores, uma vez que a formação – inicial ou continuada – de professores permite desenvolver o conhecimento docente. Consideramos que, se o trabalho com o Pensamento Algébrico estivesse presente nas diretrizes curriculares, poderia estar contemplado também na formação de professores.

Diante de todas essas discussões, reflexões e caracterizações, podemos verificar que, para além das diferenças entre Álgebra e Aritmética, existem também semelhanças, e, entre elas, está o entendimento do Pensamento Algébrico como uma forma de estruturação do pensamento –

passível de ser desenvolvida desde a Educação Infantil, percorrendo toda a escolaridade – que pressupõe a generalização, transpondo situações particulares a ideias gerais.

Em síntese, ratificando a nossa própria compreensão, podemos dizer que "a generalização está no coração do Pensamento Algébrico" (SCHLIEMANN; CARRAHER; BRIZUELA, 2007, p.12), uma vez que aprender Álgebra significa ser capaz de pensar algebricamente (PONTE; BRANCO; MATOS, 2009), o que, por sua vez, significa ter a capacidade de generalizar ideias matemáticas a partir de um conjunto de exemplos particulares (BLANTON; KAPUT, 2005).

2 - Metodologia

Para a presente pesquisa, adotamos a metodologia qualitativa, numa perspectiva interpretativa (CROTTY, 1998), por possibilitar abstrair da realidade educacional – constituída por uma natureza complexa e multidimensional – os dados necessários para a concretização do objetivo traçado. Esta fase de nosso estudo constitui uma pesquisa documental.

Expressas as discussões sobre o Pensamento Algébrico e sua importância para o trabalho com alunos dos Anos Iniciais, optamos por analisar os documentos relacionados ao currículo e os destinados à formação de professores, em busca de evidências (ou não) dos elementos caracterizadores desse tipo de pensamento.

Os documentos analisados foram obtidos a partir de busca no *site* do MEC[2], porém, poucos são os documentos na esfera federal que tratam especificamente da formação de professores para os Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Focando nas décadas de 2000 e 2010, localizamos dois programas: Pró-Letramento (BRASIL, 2006)[3] e Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa (PNAIC) (BRASIL, 2013)[4], ambos destinados à formação de professores em Língua Portuguesa e Matemática.

Compostos por fascículos e cadernos de formação que abrangem todos os eixos da Matemática a serem trabalhados nos Anos Iniciais, esses dois documentos analisados se referem ao conhecimento matemático relacionado aos números, às operações e suas propriedades, foco de nossa pesquisa, conforme descrito no Quadro 1.

Quadro 1 - Relação de documentos analisados: documentos que orientam a formação de professores

Tipo de documento	**Nome do documento**	**Fascículos/Cadernos utilizados na análise**
Documentos que orientam a formação de professores	Pró-Letramento (2006)	• Números Naturais • Operações com números naturais • Frações
	Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa (PNAIC) (2013)	• Quantificação, registros e agrupamentos • Construção do sistema de numeração decimal • Operações na resolução de problemas

Fonte: Elaborado pela autora

[2] Ministério da Educação e Cultura. Disponível em: portal.mec.gov.br

[3] Este programa do governo federal teve como objetivo principal a formação continuada e foi dividido em oito fascículos: Números naturais; Operações com números naturais; Espaço e forma; Frações; Grandezas e medidas; Tratamento da informação; Resolver problemas: o lado lúdico do ensino da matemática; Avaliação da aprendizagem em matemática nos anos iniciais.

[4] Os documentos deste programa se referem apenas aos três primeiros anos de escolaridade e foram organizados em oito livros: Organização do trabalho pedagógico; Quantificação, registros e agrupamentos; Construção do sistema de numeração decimal; Operações na resolução de problemas; Geometria; Grandezas e medidas; Educação estatística; Saberes matemáticos e outros campos do saber.

No que diz respeito aos documentos que apontam diretrizes para o trabalho com os alunos, nos deparamos com o documento intitulado *Parâmetros Curriculares Nacionais* (PCN) (BRASIL, 1997), que, embora seja uma publicação de 1997, ainda é tido como referência para a construção de novas propostas de ensino. Consideramos também, para a presente análise, a discussão sobre as questões curriculares consubstanciadas na Base Nacional Comum Curricular (BNCC), que, muito embora esteja em fase de elaboração, já aponta para conteúdos e formas de trabalho diferenciados, no que se refere à Matemática. Os documentos do Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa (PNAIC)[5] apontam, em seus cadernos de formação de professores, os Direitos de Aprendizagem dos alunos. Por fim, analisamos também as *Matrizes de Referência do Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica* (SAEB) em Matemática, 4ª série (5º ano) do Ensino Fundamental (BRASIL, 2011), que, embora não tratem especificamente de currículo, indicam elementos para a construção das macroavaliações e expõem os descritores[6] presentes em avaliações externas, mais especificamente no Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica (SAEB) em Matemática.

Para a presente análise, somente o documento do PCN foi analisado por inteiro. Dentre os demais documentos, adotamos aqueles que trazem explicitamente objetivos relacionados a Álgebra ou ao Pensamento Algébrico, conforme descrito no Quadro 2:

Quadro 2 - Relação de documentos analisados: Diretrizes Curriculares

Tipo de documento	**Nome do documento**	**Fascículos/Cadernos utilizados na análise**
Diretrizes curriculares	*Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática para os anos iniciais do Ensino Fundamental* (1997).	Documento inteiro
	Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa (PNAIC) (2013).	Eixo estruturante: Pensamento Algébrico
	Base Nacional Comum Curricular (BNCC) em fase de construção	Objetivos de álgebra e funções para os primeiros anos do ensino fundamental
	Matrizes de Referência do Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica (SAEB) em Matemática, 4ªsérie (5ºano) do Ensino Fundamental (2011).	Tema III. Números e Operações/Álgebra e Funções

Fonte: Elaborado pela autora.

Para obtermos um mais amplo entendimento do que os documentos oficiais dizem, se dizem e como dizem sobre o trabalho com o Pensamento Algébrico nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, baseamos nossa análise nos elementos caracterizadores da presença desse tipo de pensamento, utilizando as duas categorias consideradas por Blanton e Kaput (2005) possíveis de serem trabalhadas nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental: a Aritmética Generalizada e o Pensamento Funcional. Assim, a análise dos documentos foi realizada tendo por base as cinco subcategorias de cada uma das categorias apresentadas na epígrafe anterior. A cada uma delas foi atribuído um código para registrar a sua incidência, conforme descrito no Quadro 3.

[5] Nos documentos formativos deste programa estão dispostos os Direitos de Aprendizagem (2012), que podem ser entendidos como objetivos de aprendizagem, justificando, pois, a pertinência de utilizá-lo em nossa análise como um documento curricular.

[6] "O descritor é uma associação entre conteúdos curriculares e operações mentais desenvolvidas pelo aluno, que traduzem certas competências e habilidades. Os descritores: (i) indicam habilidades gerais que se esperam dos alunos; (ii) constituem a referência para seleção dos itens que devem compor uma prova de avaliação" (BRASIL, 2011, p. 18).

Quadro 3 - Categorias e subcategorias do Pensamento Algébrico

Código	ARITMÉTICA GENERALIZADA
AG1	Explorar propriedades e relações de números inteiros.
AG2	Explorar propriedades das operações com números inteiros.
AG3	Explorar a igualdade como expressão de uma relação entre quantidades.
AG4	Tratar o número algebricamente.
AG5	Resolver expressões numéricas com um número desconhecido, enfatizando o sentido de incógnita.
	PENSAMENTO FUNCIONAL
PF1	Simbolizar quantidades e operar com as expressões simbólicas (usar símbolos para modelar problemas).
PF2	Representar dados graficamente.
PF3	Descobrir relações funcionais.
PF4	Prever resultados desconhecidos, usando dados conhecidos.
PF5	Identificar e descrever padrões numéricos e geométricos,

Fonte: Elaborado pela autora

Importante ressaltar que, como esta análise não parte de um modelo quantitativo, não foi aferida a quantidade de vezes que cada categoria surgiu, mas se e como elas foram se manifestando. Apresentamos aqui alguns exemplos.

Em alguns momentos, durante o transcorrer das análises, nos pareceu que um mesmo exemplo poderia ser enquadrado em mais de uma categoria. Nesses casos optamos ou por classificá-los na categoria com que mais elementos se assemelhavam ou, em alguns casos, por incluí-los nas duas.

3 – Análises dos dados

A análise é apresentada de forma separada, considerando primeiramente os documentos direcionados à formação de professores dos Anos Iniciais (Pró-Letramento e PNAIC) e posteriormente as diretrizes curriculares nacionais (*Parâmetros Curriculares Nacionais*, PNAIC, BNCC e *Matrizes de Referência do Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica* (SAEB) em Matemática).

3.1 Documentos que orientam a formação de professores

Nesta seção apresentamos as análises de dois documentos relacionados à formação de professores dos Anos Iniciais: Pró-Letramento e PNAIC.

Pró-Letramento

Na leitura dos fascículos foi possível verificar a ênfase nos aspectos metodológicos, em detrimento dos aspectos conceituais, e no fascículo de “Frações” se verifica um maior aprofundamento nos conceitos matemáticos. Tal constatação é corroborada pela afirmação de Santos (2008) sobre o curso do Pró-Letramento:

> Para a equipe, o curso oferecido centra-se na concepção de que o professor deve ser munido de diversas atividades práticas, separadas por conteúdos e em módulos. Os professores devem aplicá-las nas turmas e, depois, avaliar seus efeitos com os tutores. A preocupação central está no como fazer, no saber técnico, sendo pouco considerada a dimensão teórica. Para um dos gestores, “o material é muito superficial, com maior ênfase nas atividades práticas”. (SANTOS, 2008, p. 146)

No fascículo “Números naturais”, seção 3, “Ordenação dos números naturais”, são referidos elementos que caracterizam uma relação entre números *(8.768 e 20.211, qual é o maior,* p. 16*)*, mais precisamente uma relação de grandeza, quando o aluno precisa comparar os números. Ainda que tal atividade esteja dentro do âmbito de uma relação aritmética, o aluno pode lançar mão de uma das propriedades do sistema de numeração decimal, mais precisamente com relação à propriedade da posicionalidade, para justificar sua resposta, ou seja, generalizando que um numeral com mais números é maior que outro com menos números (quando se trata do conjunto dos números naturais), podendo ser caracterizada como uma forma de Pensamento Algébrico do tipo AG1 (ver Quadro 3).

Na Seção 1, “Os conceitos de adição e subtração”, da Parte 2 do mesmo fascículo, quando se inicia a conversa sobre as operações, o texto se refere a agrupamentos diferentes para se chegar ao mesmo número, ou seja, um determinado todo pode ser decomposto em diferentes partes, caracterizando a decomposição de números inteiros em possíveis somas (AG1):

> Quando desenvolve o conceito de número, a criança verifica, por exemplo, que pode arrumar cinco palitos como “quatro e um” ou “três e dois”. Tais experiências devem ser enriquecidas, para que a criança possa registrá-las mais tarde, em linguagem matemática como: 4 + 1 = 5 e 3 + 2 = 5 (BRASIL, 2006, Fascículo 1, p. 20).

Em outras passagens desse mesmo fascículo, é possível verificar alusões à composição e à decomposição dos números, relacionadas ao desenvolvimento do pensamento matemático dos alunos “na aplicação das propriedades e na memorização dos fatos básicos” (p. 24), enfatizando o cálculo mental (AG1). É importante ressaltar que tais menções vêm atreladas ao objetivo de trabalho com os algoritmos, como revela esta passagem:

> Lembre-se também que, para o aluno vir a ser capaz de utilizar bem os algoritmos da adição e da subtração, é necessário não apenas o desenvolvimento de estratégias mentais que lhe permitam utilizar os fatos básicos com segurança, mas também um bom conhecimento das diversas possibilidades para decompor um número (BRASIL, 2006, p. 26).

No Fascículo 2, “Operações com Números Naturais”, o texto aborda o algoritmo da multiplicação, mostrando como efetuar o produto de 36 por 4, por via de uma figura que ilustra a propriedade distributiva da multiplicação (AG2) (ver Quadro 3).

Figura 1: Algoritmo da multiplicação

$$\begin{array}{rl} & 30 + 6 \\ \times & \quad\;\; 4 \\ \hline & 120 + 24 \rightarrow 144 \end{array}$$

Fonte: Brasil (2006, Fascículo 2, p.19)

A análise realizada evidencia poucos elementos constituidores do Pensamento Algébrico, segundo Blanton e Kaput (2005), e os que pudemos encontrar se referem à Aritmética Generalizada (duas primeiras subcategorias), especificamente nas propriedades do Sistema de Numeração Decimal (posicionalidade e relações dos números, composição e decomposição) e nas propriedades das operações (distributiva da multiplicação).

Programa Nacional de Alfabetização na Idade Certa (PNAIC)

No Caderno 2, “Quantificação, Registros e Agrupamentos”, no item “Usos e funções do número em situações do cotidiano”, o texto aborda situações de composição e decomposição, tendo por base a propriedade da posicionalidade do número, o que evidencia a necessidade de compreensão do Sistema de Numeração Decimal (AG1):

> A composição e a decomposição têm por base a noção de valor posicional e, em última instância, a compreensão do sistema numérico decimal (entender que 534 pode ser decomposto em 500 + 30 + 4) e das operações aritméticas (compreender que R$ 23,80 equivale a 2 cédulas de R$ 10 + 3 moedas de R$ 1 + 8 moedas de 10 centavos), sobretudo em situações-problema que envolvem a adição ou a subtração… Na realidade, estimular esses procedimentos e associá-los a procedimentos algorítmicos pode favorecer a compreensão acerca das relações matemáticas que estão subjacentes aos algoritmos e relacionadas às propriedades das operações (BRASIL, 2013, p. 23).

Esse trecho deixa ver que esse documento pretende relacionar a compreensão da composição e decomposição dos números com as propriedades das operações, o que não foi possível constatar nos documentos da formação do Pro-Letramento.

O item “Número: de qualidades a quantidades” faz referência à importância do trabalho com sequências variadas, assinalando a sequência dos números naturais (AG1):

> Nessa sequência numérica (1, 2, 3, 4 ..., 15, ...), a regra fundamental que surge é a do “mais um”. Assim, a partir do zero, cada número dessa sequência é obtido pela adição de uma unidade. Assim: zero mais um resulta um; um mais um resulta dois; dois mais um resulta três e assim acontece indefinidamente, construindo-se toda a sequência. A sequência dos números naturais recorre ao termo anterior para obter o próximo termo (BRASIL, 2013, p.43).

É referida também a relevância do trabalho com as propriedades das operações para o desenvolvimento do sentido numérico (AG2):

> ...podendo ser exploradas através de situações que levem o aluno a perceber, por exemplo, que o número 22 pode ser representado de diversas maneiras: a) por 10 x 2 + 1 x 2 ou por 9 x 2 + 2 x 2; b) por 11 x 2 ou por 2 x 11; c) por 20 + 2 ou por 2 + 20; d) por 28 – 6 ou por 27 – 5 ou por 26 – 4; e) por 21 + 1 ou por 20 + 2 ou por 19 + 3 (BRASIL, 2013, p.43).

Passando ao Caderno “Operações na Resolução de Problemas”, é possível identificar mais passagens que podem ser caracterizadas como pertencentes ao Pensamento Algébrico. Logo no início, o documento, ao estabelecer a importância da compreensão do algoritmo pelos alunos, também prevê que esse entendimento deve estar fundamentado na compreensão das “propriedades do sistema de numeração decimal que sustentam o algoritmo, ou seja, na compreensão dos agrupamentos e reagrupamentos em base dez” (BRASIL, 2013, p. 7), caracterizado como do tipo AG1.

Ao se referir ao cálculo mental que pode ter como apoio as propriedades do Sistema de Numeração Decimal (AG1) e as propriedades das operações (AG2), o documento incentiva o raciocínio das operações e das relações numéricas para além das tradicionais:

> Estratégias de cálculo diferentes das tradicionais são construídas a partir da compreensão das propriedades das operações e do Sistema de Numeração Decimal de quem as “inventa”. Por exemplo, cálculos realizados por decomposição de números são utilizados com frequência por facilitar e tornar mais ágil o processo e estão apoiados na compreensão do princípio aditivo do sistema de numeração decimal (BRASIL, 2013, p. 45).

No item “Sobre Cálculos e Algoritmos”, do Caderno “Operações na Resolução de Problemas”, o documento enfatiza a análise de padrões e regularidades que sustentam as operações com o objetivo de trabalhar os fatos numéricos (AG2). Esse Caderno sugere o trabalho com a Tábua de Pitágoras, de forma a problematizar as regularidades da multiplicação:

> 1 x 3 tem o mesmo resultado de 3 x 1, embora representem situações distintas, conforme já comentado (propriedade comutativa); quando um dos fatores é ”1”, o resultado da multiplicação é igual ao outro fator (elemento neutro); o preenchimento da segunda linha e coluna se constitui no dobro dos resultados da primeira linha e coluna. O mesmo acontece com a quarta linha e coluna em relação à segunda e com a oitava linha e coluna em relação à quarta. Outras regularidades são observáveis, tais como as relações entre as tabuadas do 3, 6 e 9 e ao fato de que os resultados da tabuada do 5 terminam em 5 ou 0 (BRASIL, 2013, p. 52).

Dando ênfase especificamente às propriedades das operações (AG2), é apresentada a propriedade associativa, ressaltando a necessidade do trabalho com seus procedimentos, por meio de atividades investigativas:

Figura 2 – Atividades investigativas

Veja como Rui resolveu os cálculos abaixo:

$4 + 5 = 4 + 4 + 1 = 9$

$8 + 9 = 8 + 8 + 1 = 17$

$7 + 8 = 7 + 7 + 1 = 15$

Rui falou que desse jeito é mais fácil de encontrar o resultado.

Explique o jeito de Rui fazer os cálculos: ______________________

Você concorda com Rui? __________ Por quê? ________________

Fonte: Brasil (2013, p. 54)

A análise dos Cadernos Formativos do PNAIC apontou para a presença de elementos que constituem a Aritmética Generalizada, notadamente os que se referem às propriedades dos números e suas relações (composição, decomposição, regularidade da sequência numérica) e também as propriedades das operações.

3.2 Diretrizes Curriculares

Nos documentos analisados, *Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática* para os anos iniciais do Ensino Fundamental, Programa Nacional de Alfabetização na Idade Certa (PNAIC), Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e *Matrizes de Referência do Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica* (SAEB) em Matemática, 4ª série (5º ano) do Ensino Fundamental, adotamos os mesmos critérios de análise dos documentos de formação. Sua apresentação aqui segue a ordem cronológica.

Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática (PCN)

Antes de adentrar na análise do documento, importa assinalar que o PCN apresenta a Matemática a partir de uma visão macro, expondo as relações entre os diferentes eixos que a constituem e, em vários trechos, enfatiza a importância da estruturação do pensamento matemático.

A análise do documento não permitiu localizar referência explícita à Álgebra, com exceção da menção à pré-álgebra, no sentido de que ela pode ser desenvolvida nos Anos Iniciais, porém com incidência principal nos anos finais:

> Embora nas séries iniciais já se possa desenvolver uma pré álgebra, é especialmente nas séries finais do ensino fundamental que os trabalhos algébricos serão ampliados; trabalhando com situações-problema, o aluno reconhecerá diferentes funções da álgebra (como modelizar, resolver problemas aritmeticamente insolúveis, demonstrar)... (BRASIL, 1997, p.39).

Os elementos caracterizadores do Pensamento Algébrico podem ser notados tanto nos objetivos do primeiro ciclo[7], quanto nos do segundo, mas em ambos se fazem presentes para atender objetivos outros que não o próprio desenvolvimento desse pensamento.

No primeiro ciclo esses elementos são mencionados para desenvolver cálculo e para a produção de escritas numéricas:

> Interpretar e produzir escritas numéricas, levantando hipóteses sobre elas, com base na observação de regularidades, utilizando-se da linguagem oral, de registros informais e da linguagem matemática. Desenvolver procedimentos de cálculo — mental, escrito, exato, aproximado — pela observação de regularidades e de propriedades das operações e pela antecipação e verificação de resultados (BRASIL, 1997, p.47).

Essa passagem se refere às propriedades tanto dos números quanto das operações e pode ser considerada como indicativa do tipo AG1 e AG2, respectivamente.

No segundo ciclo, os elementos constituidores do Pensamento Algébrico surgem para ampliar o significado de número natural e, como no ciclo anterior, também os procedimentos de cálculo e a produção da escrita numérica (AG1):

> Ampliar o significado do número natural pelo seu uso em situações-problema e pelo reconhecimento de relações e regularidades. Interpretar e produzir escritas numéricas, considerando as regras do sistema de numeração decimal e estendendo-as para a representação dos números racionais na forma decimal (BRASIL, 1997, p.55).

A passagem seguinte apresenta o trabalho com as propriedades das operações e as regularidades que podem ser percebidas a partir de sua análise (AG2):

> Ao construírem e organizarem um repertório básico os alunos começam a perceber, intuitivamente, algumas propriedades das operações, tais como a associatividade e a comutatividade, na adição e multiplicação. A comutatividade na adição é geralmente identificada antes de qualquer apresentação pelo professor. Isso pode ser notado em situações em que, ao adicionarem 4 + 7, invertem os termos para começar a contagem pelo maior número. Também algumas regularidades, presentes nas operações, começam a ser percebidas, tais como: observar que, nas multiplicações por 2, todos os resultados são pares; que, na tabuada do cinco, os resultados terminam em zero ou em cinco, etc. (BRASIL, 1997, p.74).

Nesse trecho fica evidenciada a indicação de um trabalho que tem por objetivo desenvolver a capacidade dos alunos para usar relacionalmente a Aritmética na busca de generalizações, utilizando a estrutura das relações numéricas e as propriedades das operações. Com relação à propriedade comutativa da adição, o trabalho com o Pensamento Algébrico pressupõe, como dito por Canavarro, ir além do cálculo, buscando na estrutura da Aritmética os

[7] Nos documentos do PCN, o primeiro ciclo se refere aos antigos primeiros e segundos anos do Ensino Fundamental e o segundo ciclo, aos terceiros e quartos anos.

aspectos sintáticos da Álgebra; em outros termos, saber que 4 + 7 = 7 + 4, não porque as somas resultam em onze, mas porque "na adição a ordem das parcelas é indiferente" (CANAVARRO, 2007, p. 89).

O documento apresenta também alguns exemplos de como trabalhar esse repertório básico de modo que os alunos apreendam as propriedades das operações: adicionar ou subtrair números iguais; decompor um número para multiplicá-lo, usando a propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição: 12 x 5 = (10 x 5) + (2 x 5) ou (6 x 5) + (6 x 5)" (p. 75); para se chegar ao resultado de 5 + 6, dobrar o número 5 e adicionar um, etc., o que se enquadra nas propriedades dos números (AG1) e das operações (AG2).

Mais exemplos e passagens são detalhados no texto, porém todos referentes à Aritmética Generalizada e, em particular no que se refere a AG1 e AG2.

Portanto, por se tratar de um documento que foi construído há quase 20 anos, podemos pensar que será(ia) um prenunciador do trabalho com o Pensamento Algébrico presente nos documentos curriculares que o sucederam.

Matrizes de referência do Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica (SAEB) em Matemática, 4ª série (5º ano) do Ensino Fundamental.

No documento analisado, um dos temas engloba Números e Operações/Álgebra e Funções (Quadro 3):

Quadro 3 – Descritores Números e Operações/Álgebra e Funções

Descritores	4º/5º EF
Reconhecer e utilizar características do sistema de numeração decimal, tais como agrupamentos e trocas na base 10 e princípio do valor posicional.	D13
Identificar a localização de números naturais na reta numérica.	D14
Reconhecer a decomposição de números naturais nas suas diversas ordens.	D15
Reconhecer a composição e a decomposição de números naturais em sua forma polinomial.	D16
Calcular o resultado de uma adição ou subtração de números naturais.	D17
Calcular o resultado de uma multiplicação ou divisão de números naturais.	D18
Resolver problema com números naturais, envolvendo diferentes significados da adição ou subtração: juntar, alteração de um estado inicial (positiva ou negativa), comparação e mais de uma transformação (positiva ou negativa).	D19
Resolver problema com números naturais, envolvendo diferentes significados da multiplicação ou divisão: multiplicação comparativa, ideia de proporcionalidade, configuração retangular e combinatória.	D20
Identificar diferentes representações de um mesmo número racional.	D21
Identificar a localização de números racionais representados na forma decimal na reta numérica.	D22
Resolver problema utilizando a escrita decimal de cédulas e moedas do Sistema Monetário Brasileiro.	D23
Identificar fração como representação que pode estar associada a diferentes significados.	D24
Resolver problema com números racionais expressos na forma decimal, envolvendo diferentes significados de adição ou subtração.	D25
Resolver problema envolvendo noções de porcentagem (25%, 50%, 100%).	D26

Fonte: Brasil (2011, p.108).

As matrizes, que se configuram como elementos para a elaboração das provas de larga escala, enfatizam, em grande parte, a busca pelo resultado através dos cálculos, os números racionais e suas diferentes representações, bem como a resolução de problemas.

Ainda que o Tema III especifique em seu título o termo “Álgebra e Funções”, apenas se identifica a evidência da categoria AG1 (Explorar propriedades e relações de números inteiros) quando os descritores se referem à composição e à decomposição dos números naturais.

Programa Nacional de Alfabetização na Idade Certa (PNAIC)

Neste documento surge textualmente o eixo Pensamento Algébrico ao lado de Números e Operações, Espaço e Forma, Grandezas e Medidas e Tratamento da Informação, apresentando objetivos específicos para seu trabalho, conforme apontado na Figura 3.

Figura 3 – Eixo Estruturante do Pensamento Algébrico

EIXO ESTRUTURANTE PENSAMENTO ALGÉBRICO Objetivos de Aprendizagem	1º ano	2º ano	3º ano
Compreender padrões e relações, a partir de diferentes contextos.			
Estabelecer critérios para agrupar, classificar e ordenar objetos, considerando diferentes atributos.	I	I/A	A/C
Reconhecer padrões de uma sequência para identificação dos próximos elementos, em sequências de sons e formas ou padrões numéricos simples.	I	I/A	A/C
Produzir padrões em faixas decorativas, em sequências de sons e formas ou padrões numéricos simples.	I	I/A	A/C

Legenda: I – Introduzir; A – Aprofundar; C – Consolidar.
Fonte: Brasil (2012, p.77).

Ao analisar os objetivos constantes na Figura 3, à luz das categorias que consideramos para a análise, o segundo e o terceiro objetivos revelam o trabalho com padrões numéricos simples dentro de uma sequência, evidenciando a presença de uma das categorias do Pensamento Funcional (PF5 – identificar e descrever padrões numéricos e geométricos). Para Carraher et al. (2006), a exploração de padrões pode ajudar os alunos a compreenderem as relações de dependência entre quantidades que são subjacentes à noção de função.

Para além dos aspectos elencados, a presença de um eixo de trabalho intitulado “Pensamento Algébrico” já prenuncia a sua importância. Em outras palavras, pode-se considerar que a existência desse eixo dentro dos objetivos de aprendizagem de um programa de alfabetização em nível federal indica a viabilidade e, principalmente, a necessidade desse trabalho já nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.

Base Nacional Comum Curricular (BNCC)[8]

Esta proposta, à semelhança do que foi colocado pelos documentos oficiais do PNAIC, inclui, ao lado dos eixos comumente trabalhados, Números e Operações, Grandezas e Medidas, Estatística e Probabilidade, Geometria, o eixo Álgebra e Funções (Quadro 4).

Quadro 4 - Objetivos de Álgebra e Funções para os primeiros anos do Ensino Fundamental

ANO	**Objetivos**
1º ANO	Organizar e ordenar objetos familiares ou representações por figuras, por meio de atributos, tais como cor, forma, dentre outros relacionados com o estudo de grandezas e medidas. Acrescentar elementos ausentes em sequências ordenadas de números naturais, objetos familiares, figuras ou desenhos de acordo com regras pré-determinadas ou explicitadas.

[8] Em setembro de 2015, o Ministério da Educação apresentou a primeira proposta da Base Nacional Comum Curricular, documento que irá definir o que é essencial que cada aluno aprenda nos diferentes anos de escolaridade. Esse documento, em fase de elaboração, apresenta, na introdução, as orientações gerais acerca do ensino da Matemática e em seguida expõe os objetivos de cada eixo de ensino.

2º ANO	Construir sequências de números naturais em ordem crescente ou decrescente, começando por um número qualquer. Por exemplo: escrever até 15 de 2 em 2, começando do número 5, de modo a desenvolver a habilidade de perceber regularidades. Identificar e descrever regras de formação de uma sequência ordenada de números naturais para completar o número que falta, de modo a desenvolver a habilidade de generalizar.
3º ANO	Descrever uma regra de formação de sequências ordenadas de números naturais resultantes de adições ou subtrações sucessivas, de modo a desenvolver a habilidade de perceber regularidades e estabelecer generalizações. Compreender a ideia de igualdade para escrever diferentes sentenças de adições ou subtrações de dois números naturais que resultem na mesma soma ou diferença.
4º ANO	Identificar grupos de números para os quais as divisões por um determinado número resultem em restos iguais para perceber que há regularidades nas divisões com restos, contribuindo para o desenvolvimento da habilidade com cálculo mental. Identificar as relações inversas entre as operações de adição e subtração e de multiplicação e divisão para aplicá-las na resolução de problemas. Determinar o elemento desconhecido que torna uma igualdade verdadeira, utilizando a ideia de equivalência a partir de problemas.
5º ANO	Compreender que uma igualdade não se altera quando se adiciona ou se subtrai o mesmo número em ambos os lados da igualdade, para construir a noção de equivalência. Resolver e elaborar problemas cuja conversão em sentença matemática seja uma igualdade com uma operação em que um dos termos é desconhecido. Resolver problemas que envolvem variação de proporcionalidade direta entre duas grandezas, para associar a quantidade de um produto ao valor a pagar, ampliar ou reduzir ingredientes de receitas, escalas em mapas, entre outros. Resolver problemas envolvendo a partilha de uma quantidade em duas partes desiguais, tais como dividir uma quantidade em duas partes, de modo que uma parte seja o dobro da outra, para desenvolver a ideia de relação entre as partes e delas com o todo.

Fonte: www.basenacionalcomum.mec.gov.br/ Acesso em: 30 out. 2016.

Este documento, ao contrário dos anteriores, enfatiza o trabalho com o sinal de igualdade, para além do significado operacional. No objetivo “Compreender que uma igualdade não se altera quando se adiciona ou se subtrai o mesmo número em ambos os lados da igualdade para construir a noção de equivalência”, o sinal de igual toma o significado de equivalência, indo para além da busca pelo resultado (AG3).

Também é possível perceber a preocupação com o trabalho com as propriedades do sistema de numeração decimal (AG1): “Descrever uma regra de formação de sequências ordenadas de números naturais resultantes de adições ou subtrações sucessivas”.

O objetivo “Identificar grupos de números para os quais as divisões por um determinado número resultem em restos iguais para perceber que há regularidades nas divisões com restos contribuindo para o desenvolvimento da habilidade com cálculo mental” prevê que os alunos identifiquem e conjecturem sobre as regularidades e as propriedades das operações (AG2).

O objetivo “Determinar o elemento desconhecido que torna uma igualdade verdadeira utilizando a ideia de equivalência a partir de problemas”, sugere, além do trabalho com o sinal de igual a partir do significado de equivalência (AG3), a ideia de incógnita, uma vez que trata da equivalência entre os lados de uma igualdade com um valor desconhecido (AG5).

Na categoria do Pensamento Funcional, além da presença da subcategoria PF5, “Acrescentar elementos ausentes em sequências ordenadas de números naturais, objetos familiares, figuras ou desenhos de acordo com regras pré-determinadas ou explicitadas”, também se localizam objetivos que revelam as relações funcionais: “Resolver problemas que envolvem variação de proporcionalidade direta entre duas grandezas para associar a quantidade de um produto ao valor a pagar, ampliar ou reduzir ingredientes de receitas, escalas em mapas, entre outros", o que remete ao tipo PF3.

O objetivo "Resolver e elaborar problemas cuja conversão em sentença matemática seja uma igualdade com uma operação em que um dos termos é desconhecido" prevê que, a partir de dados conhecidos, pode-se chegar a resultados desconhecidos (PF4).

Embora seja um documento em construção, os objetivos relacionados ao eixo Álgebra e Funções apresentam uma preocupação marcante com relação aos elementos que constituem o Pensamento Algébrico, no que diz respeito tanto à Aritmética Generalizada quanto ao Pensamento Funcional, incluindo as propriedades do Sistema de Numeração Decimal e das operações, o trabalho com o sinal de igual, os padrões e as sequências e o surgimento da ideia de função.

4 – Refletindo

O presente estudo se referencia no conhecimento do professor como um dos aspectos centrais de um ensino de qualidade. Em outras palavras, "os professores são a principal fonte de conhecimento para os alunos (pelo menos em termos escolares – e isto, claro está, em termos teóricos), daí a necessidade de que possuam um sólido conhecimento profissional, em todas as suas componentes" (RIBEIRO, 2011, p. 91).

É na evidência da relevância da função docente, bem como na importância que o trabalho com o Pensamento Algébrico pode desempenhar para o sucesso dos alunos na aprendizagem da Álgebra e na Matemática de forma geral, que fomos buscar os elementos que constituem o Pensamento Algébrico nos documentos que orientam a formação dos professores e nas diretrizes curriculares.

Considerando primeiramente a análise dos documentos que orientam a formação de professores, podemos abstrair que existem entre eles mais aspectos em comum do que antagônicos, a começar pelo fato de que nem em um nem em outro se verifica a presença dos termos "Pensamento Algébrico" ou "ensino da Álgebra" em referência aos Anos Iniciais. Nos dois documentos podemos perceber uma maior incidência de elementos pertencentes à Aritmética Generalizada, tanto do tipo AG1, quanto do AG2 (Tabela 1), apresentando como mote de trabalho a fluência do cálculo.

Tabela 1: Incidência dos elementos constituintes do Pensamento Algébrico: documentos que orientam a formação de professores

Categorias / Documentos	Aritmética Generalizada					Pensamento Funcional				
	AG1	AG2	AG3	AG4	AG5	PF1	PF2	PF3	PF4	PF5
Pró-Letramento	X	X	-	-	-	-	-	-	-	-
PNAIC	X	X	-	-	-	-	-	-	-	-

Fonte: Elaborado pela autora

Outra semelhança entre os documentos diz respeito à referência aos mesmos elementos constituidores do Pensamento Algébrico: a composição e a decomposição, as propriedades dos números e operações, voltados principalmente para o trabalho com os fatos básicos, visando também ao desenvolvimento do cálculo mental.

Com relação às dessemelhanças, a análise dos dois textos demonstrou que os documentos do PNAIC, por se aprofundarem nos exemplos e nos conceitos matemáticos mais do que o documento do Pró-Letramento, possibilitam um maior entendimento dos elementos que compõem o Pensamento Algébrico.

No que se refere às diretrizes curriculares, há um grande avanço da BNCC em relação aos demais documentos (Tabela 2). Enquanto eles trazem situações relacionadas aos números, às operações e às suas propriedades, o documento da BNCC, além de ampliar esse escopo para as outras subcategorias do Pensamento Algébrico, faz um detalhamento de cada objetivo.

Embora se caracterize como um documento ainda não oficial,fica patente a preocupação do texto da BNCC com um raciocínio que vai além das quatro operações, abrangendo aquilo que consideramos como constituidor do Pensamento Algébrico: o sinal de igual como equivalência, a ideia de função, a generalização como aspecto central do trabalho.

Tabela 2 - Incidência dos elementos constituintes do Pensamento Algébrico: diretrizes curriculares

Categorias / Documentos	Aritmética Generalizada					Pensamento Funcional				
	AG1	AG2	AG3	AG4	AG5	PF1	PF2	PF3	PF4	PF5
PCN (1997)	X	X								
Matrizes (2011)	X									
PNAIC (2012)										X
BNCC (2016)	X	X	X		X			X	X	X

Fonte: Elaborado pela autora

Importante ressaltar que muitos dos elementos que podem ser considerados como pertencentes ao trabalho com o Pensamento Algébrico se encontram nos documentos oficiais associados ao trabalho com os fatos básicos – que, segundo os PCN, são os cálculos que envolvem dois termos, ambos menores do que dez, constituindo um repertório que dá suporte ao cálculo mental e escrito (BRASIL, 1997, p. 49).

Conclusões e considerações finais

Considerando a revisão de literatura, notadamente internacional, que aponta para a importância e, consequentemente, para a necessidade do trabalho com Álgebra nos Anos Iniciais, este artigo teve por objetivo investigar se e como os elementos que constituem o Pensamento Algébrico estão dispostos em alguns dos documentos curriculares nacionais, tendo por conteúdo matemático os números, as operações e suas propriedades.

As diretrizes curriculares mais antigas apresentam, de uma forma geral, um trabalho que contempla a generalização e as relações matemáticas, focando, contudo, na Aritmética Generalizada e, dentro dessa categoria, as propriedades dos números e das operações. Deixam à margem as outras subcategorias e também o Pensamento Funcional. Apenas em 2012, com os Direitos de Aprendizagem do PNAIC, surgiu um eixo específico para o trabalho com o Pensamento Algébrico, mas, ainda assim, voltado para o trabalho com padrões.

Podemos concluir, portanto, que algumas poucas subcategorias do Pensamento Algébrico estão dispostas nos currículos oficiais e nesse sentido – considerando o currículo como um dos guias da atuação docente –, podemos entender que também pouco se espera(va) dos professores em termos do desenvolvimento do pensar algebricamente.

A intencionalidade com o desenvolvimento do Pensamento Algébrico ou do ensino da Álgebra nos Anos Iniciais só veio a surgir com mais clareza nos documentos da BNCC, nos quais é possível distinguir a maior parte das subcategorias da Aritmética Generalizada e do Pensamento Funcional. Importa ressaltar, porém, que se trata de um documento ainda em discussão e, portanto, passível de mudanças.

Nos documentos que se relacionam à formação de professores não foi possível verificar um trabalho intencionalmente voltado para o desenvolvimento do Pensamento Algébrico.

Ao relacionarmos o currículo de nosso país com o de outros, vemos que, enquanto esses últimos já há alguns anos estabeleceram em seus currículos o trabalho com a Álgebra nos Anos Iniciais, em nosso país sua abordagem como um dos eixos de trabalho da Matemática está em fase embrionária.

Considerando, portanto, o avanço, ainda que tênue, na abordagem do Pensamento Algébrico nos currículos oficiais, importante salientar que, à medida que se redefinem os conteúdos e os objetivos a serem trabalhados em sala de aula, retratados aqui principalmente nas diretrizes curriculares, será preciso também redimensionar o papel e o conhecimento do professor que ensina matemática.

Ainda que as diretrizes curriculares recentes apontem para a presença do Pensamento Algébrico, pesquisas que envolvem o ensino e o currículo têm demonstrado que existe uma diferença entre o que está prescrito nos currículos e o que verdadeiramente ocorre em sala de aula. Em outras palavras, a ação didática é decorrente de fatores variados, entre eles o conhecimento matemático do professor. Por essa razão, pesquisas outras devem incidir seus esforços na investigação sobre o desenvolvimento profissional docente no que se refere ao ensino do Pensamento Algébrico. Questões como *O que pensam e sabem os professores dos Anos Iniciais sobre o significado do Pensamento Algébrico e como esse trabalho pode ser desenvolvido em sala de aula?* são algumas entre tantas perguntas que podem instigar pesquisadores a um melhor entendimento do conhecimento matemático necessário aos professores dos Anos Iniciais, no que tange ao desenvolvimento do Pensamento Algébrico.

Assim, ao buscar compreender como se constitui esse conhecimento, procuramos também, ainda que de modo implícito, formas de contribuir para a melhoria dos cursos de formação inicial e continuada.

Referências

BALL, D.; THAMES, M. H.; PHELPS, G. Content knowledge for teaching: what makes it special? **Journal of Teacher Education**, v. 59, n. 5, p. 389-407, 2008.

BLANTON, M.; KAPUT, J. Characterizing a classroom practice that promotes algebraic reasoning. **Journal for Research in Mathematics Education,** v. 36, n. 5, p. 412-446, 2005.

BRASIL. Ministério da Educação e Cultura. **PCN: Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1997.

______. Ministério da Educação e Cultura. **Pró-Letramento - Programa de Formação Continuada de Professores das Séries Iniciais do Ensino Fundamental**. Guia Geral. Brasília: MEC, 2006.

______. Ministério da Educação e Cultura. **Matrizes de referência, temas, tópicos e descritores.** Brasília: MEC/SEF; INEP, 2011.

______. Ministério da Educação e Cultura. **Elementos conceituais e metodológicos para a definição dos direitos de aprendizagem e desenvolvimento do ciclo de alfabetização (1º, 2º e 3ºanos) do Ensino Fundamental.** Brasília: MEC/SEF, 2012.

______. Ministério da Educação e Cultura. **PNAIC: Pacto Nacional Pela Alfabetização na Idade Certa.** Cadernos de formação. Brasília: MEC/SEF, 2013.

BRITT, M. S.; IRWIN, K. C. Algebraic thinking with and without algebraic representation: A pathway for learning. In: CAI, J.; KNUTH, E. (Ed.), **Early Algebraization.** New York: Springer, p. 137-159, 2011.

CANAVARRO, A. P. O pensamento algébrico na aprendizagem da Matemática nos primeiros anos. **Quadrante,** Lisboa-Portugal, v. XVI, n. 2, p.81-118, 2007.

CARRAHER, D. W. et al. Arithmetic and algebra in early mathematics education. **Journal for Research in Mathematics Education,** n. 37, p. 87-115, 2006.

CARRAHER, D. W.; SCHLIEMANN, A. D. Early Algebra Teaching and Learning. In: LERMAN, Steve (Ed.) **Encyclopedia of Mathematics Education.** London: Springer, p. 193-96, 2014.

CROTTY, M. **The foundation of social research: meaning and perspective in the research process.** London: Sage, 1998.

CYRINO, M. C. C. T.; OLIVEIRA, H. M. Pensamento algébrico ao longo do Ensino Básico em Portugal. **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 24, n. 38, p. 97-126, 2011.

FERREIRA, M. C. N. **Álgebra nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental: uma análise do conhecimento matemático acerca do Pensamento Algébrico**. 2017. Dissertação de Mestrado - Universidade Federal do ABC, Santo André, 2017.

FIORENTINI, D.; FERNANDES, F. L. P.; CRISTÓVÃO, E. M. **Um estudo das potencialidades pedagógicas das investigações matemáticas no desenvolvimento do pensamento algébrico.** In: SEMINÁRIO LUSO-BRASILEIRO DE INVESTIGAÇÕES MATEMÁTICAS NO CURRÍCULO. 2005. Portugal. Disponível em: https://scholar.google.com.br/citations?view_op=view_citation&hl=ptBR&user=W86cFn4AAAAJ&citation_for_view=W86cFn4AAAAJ:Se3iqnhoufwC Acesso em: 26 maio 2015.

FIORENTINI, D.; MIGUEL, A.; MIORIM, M. A. Contribuição para um repensar... a Educação Algébrica elementar. **Pro-Posições,** Campinas, v. 7, n. 1, p.79-91, mar. 1993.

FREIRE, S. R. **Desenvolvimento de conceitos algébricos por professores dos anos iniciais do ensino fundamental.** 2011.Tese (Doutorado em Educação Brasileira) – Faculdade de Educação, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2011.

KIERAN, C. Algebraic thinking in the early grades: What is it? **The Mathematics Educator,** v. 8, n. 1, p. 139-151, 2004.

KIERAN, C. et al. ICME-13. **Early Algebra: Research into its Nature, its Learning, its Teaching**. Hamburg: Springer. 2016.

LINS, R. C.; GIMENEZ, J. **Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI.** Campinas, SP: Papirus, 2001.

MA, L. **Saber e ensinar:** Matemática elementar. Lisboa: Gradiva, 2009.

MESTRE, C. M. M. V. **O desenvolvimento do pensamento algébrico de alunos do 4ª ano de escolaridade: uma experiência de ensino**. 2014. Tese (Doutorado) – Curso de Didática da Matemática, Instituto de Educação, Universidade de Lisboa, Lisboa, 2014.

MESTRE, C.; OLIVEIRA, H. O pensamento algébrico e a capacidade de generalização de alunos do 3.º ano de escolaridade do ensino básico. In: GUIMARÃES, C.; REIS, P. (Org.) **Professores e infâncias: estudos e experiências**. São Paulo: Junqueira & Marin, 2011. p. 201-223.

NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS**. Principles and standards for school mathematics.** Reston, VA: NCTM, 2000.

PONTE, J.; BRANCO, N.; MATOS, A. **Álgebra no Ensino Básico. Ministério da Educação**, Portugal. Direção Geral de Integração e de Desenvolvimento Curricular (DGIDC). Portugal, 2009.

RIBEIRO, Carlos Miguel. A importância do conhecimento do conteúdo matemático na prática letiva de uma professora: discutindo um modelo de análise. **Zetetiké,** Campinas, v. 19, n. 35, p.71-102, 2011.

RUSSELL, S. J.; SCHIFTER, D.; BASTABLE, V. Developing algebraic thinking in the context of Arithmetic. In J. Cai, E. Knuth (Eds.), **Early Algebraization**. New York: Springer. 2011.

SANTOS, S. R. M. A rede nacional de formação continuada de professores, o PRÓ-Letramento e os modos de “formar” os professores. *Práxis Educativa*, Ponta Grossa, v. 3, n. 2, p.143-148, jul.-dez. 2008.

SCHLIEMANN, A. D.; CARRAHER, D. W.; BRIZUELA, B. M. **Bringing out the algebraic character of arithmetic**: From children’s ideas to classroom practice. Mahwah, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates, 2007.

SHULMAN, L. S. Those who understand: Knowledge growth in teaching. **Educational Researcher**, Washington, v. 15, n. 2, p. 4-14, fev. 1986.

Submissão: 16/01/2017

Aceite: 23/10/2017