

Relações entre a Aprendizagem de Pontos Críticos de Funções e os Registros de Representação Semiótica

José Roberto Damasceno da Silva¹

Resumo: Nesta pesquisa, buscou-se fazer um diagnóstico sobre como alunos que já cursaram a disciplina de Cálculo I demonstravam seus conhecimentos relativos aos conceitos de Pontos Críticos de Funções a partir da Teoria dos Registros de Representação de Raymond Duval. Para tanto, foi aplicado um teste a fim de se obter os dados analisados qualitativamente e quantitativamente. Concluímos que os alunos apresentam dificuldades para reconhecer e fazer conversões entre dois ou mais registros de representação para os conceitos de Pontos Críticos de Funções, por exemplo: converter um registro gráfico em simbólico ou em linguagem natural e vice-versa. Isso afeta a solução de problemas de otimização, pois não apresentam o domínio desses conceitos.

Palavras-chave: Aprendizagem. Cálculo. Pontos Críticos de Funções. Sistema de Registros de Representação Semiótica.

Relationship between Learning Critical Function Points and Records of Semiotic Representation

Abstract: In this research, we sought to make a diagnosis of how students who have already attended the discipline of Calculus I demonstrated their knowledge regarding the concepts of Critical Function Points based on Raymond Duval's Theory of Representation Registers. Therefore, a test applied to obtain the data that analyzed qualitatively and quantitatively. We conclude that students have difficulties to recognize and make conversions between two or more representation registers for the concepts of Function Critical Points, for example: converting a graphic register into symbolic or natural language and vice versa. It affects the solution of optimization problems, as they do not understand these concepts.

Keywords: Learning. Calculus. Critical Function Points. Semiotic Representation Register System.

Relaciones entre el Aprendizaje de Puntos Críticos de Función y los Registros de Representación Semiótica

Resumen: En esta investigación, se intentó diagnosticar cómo estudiantes que ya habían cursado Cálculo I demostraron sus conocimientos relacionados con los conceptos de Puntos Críticos de Funciones basados en la Teoría de Registros de Representación de Raymond Duval. Para ello se aplicó una prueba para obtener los datos que fueron analizados cualitativa y cuantitativamente. Concluimos que los estudiantes tienen dificultades para reconocer y realizar conversiones entre dos o más registros de representación para los conceptos de Puntos de Función Críticos, por ejemplo: convertir un registro gráfico a lenguaje simbólico o natural y viceversa. Esto afecta la solución de problemas de optimización, ya que no tienen dominio de estos conceptos.

Palabras clave: Aprendizaje. Cálculo. Puntos de Función Crítica. Sistema de Registro de Representación Semiótica.

Introdução

Este artigo é um recorte de uma pesquisa de mestrado. Como não foi possível a publicação de um artigo naquela ocasião, resolvemos retomar o trabalho neste momento, pois percebemos, após a conclusão de nossa tese de doutorado sobre jogos de linguagem, que essa

¹ Doutor em Educação para a Ciência. Universidade Federal de Mato Grosso. Cuiabá-MT, Brasil. E-mail: jrdamasceno@gmail.com - Orcid: <https://orcid.org/0000-0001-8050-3529>.

pesquisa de mestrado contribuiria para a compreensão dos conceitos sobre Pontos Críticos de Funções e, conseqüentemente, para o trabalho docente, além de resgatar um estudo sobre o uso de Registro de Representação² Semiótica, teoria atribuída a Raymond Duval³, aplicada ao ensino e à aprendizagem de conceitos da matemática, em particular, em tópicos básicos da otimização, pois este assunto reforça a importância do ensino de matemática voltado para aplicações práticas, tanto para a prática dos professores que estão no Ensino Superior, quanto para os professores que estão na Educação Básica. O foco do trabalho está na relação entre as dificuldades que os alunos apresentam para o domínio dos conceitos matemáticos e o uso de registros de representação, a partir de um grupo de alunos que já passaram pela disciplina de Cálculo I e, teoricamente, já deveriam saber aplicar esses conceitos, principalmente por se tratar de um tópico de aplicação da matemática em problemas do cotidiano.

Trata-se, portanto, de um estudo diagnóstico sobre o conhecimento de alunos que já estudaram esse conceito, procurando observar a ação dos registros de representações semióticas no conhecimento adquirido, como utilizam esses registros e quais são as prováveis dificuldades encontradas por eles na manipulação e sua conversão.

Quadro teórico e problemática

Uma de nossas maiores preocupações com o ensino atual é buscar uma prática docente que garanta a compreensão dos conceitos estudados pelos alunos de maneira duradoura e significativa. Para esse fim, vemos os Registros de Representação como instrumentos de valor efetivo na conquista desse objetivo. Pesquisas como as de Nasser, Sousa e Torraca (2015), Rafael e Escher (2015) e Alvarenga, Dorr e Vieira (2016) reforçam que nas disciplinas de Cálculo I, nos diversos cursos superiores, os alunos têm mostrado uma imensa dificuldade para assimilar os conceitos básicos sobre Derivada, necessários para a assimilação dos conceitos de Pontos Críticos de Funções e, assim, resolver problemas de otimização. Dessa forma, esta pesquisa procura investigar quais desses registros são utilizados por alunos diante de problemas envolvendo Máximos e Mínimos de Funções.

² Um registro de representação é, segundo Duval (1999), um sistema semiótico que tem as funções cognitivas fundamentais em nível do funcionamento cognitivo consciente.

³ Raymond Duval, filósofo e psicólogo francês, é professor emérito na Université du Littoral Cote d'Opale, França. Consolidou sua carreira de pesquisador no Instituto de Pesquisa em Educação Matemática (IREM) de Estrasburgo, França (1970 – 1999), com importantes estudos relativos à Psicologia Cognitiva.

Registros de representações semióticas

Trabalhos como o de Pierce (2005), Chomsky (1980), Benveniste (1976), Granger (1994) e outros introduzem noções de representação semiótica que são ampliadas pelas discussões sobre o conceito de sistemas semióticos introduzido por Benveniste. No entanto, nosso foco está nos trabalhos de Duval (1993), pois trazem registros de representação relacionados ao conhecimento matemático.

Para Duval, a comunicação, o tratamento da informação e a objetivação são as três funções que representam o objetivo de um sistema de signos denominado, por ele, registro de representação semiótica. Dessa forma, as representações semióticas apresentam dois aspectos: sua forma (o representante) e seu conteúdo (o representado). Para ele “[...] as representações (semióticas) não são somente necessárias para fins de comunicação, elas são igualmente essenciais para as atividades cognitivas do pensamento” (DUVAL, 1993, p.39). Portanto, podemos dizer que as representações semióticas “são produções constituídas pelo emprego de signos pertencentes a um sistema de representação, os quais têm suas dificuldades próprias de significado e de funcionamento” (ibidem, p.39).

As representações semióticas são externas e conscientes do sujeito, conforme afirma Duval: “As representações externas são, por natureza, representações semióticas. Essas representações estão estreitamente ligadas a um estado de desenvolvimento e de domínio de um sistema semiótico” (DUVAL, 1995, p.25). Podemos então deduzir que elas dependem de um sistema semiótico mais amplo no qual estão inseridas. É um erro considerar que as representações semióticas têm unicamente a função de comunicar as representações mentais. Duval chama “*semiósis* a apreensão ou a produção de uma representação semiótica e *noésis* os atos cognitivos como a apreensão conceitual de um objeto, a discriminação de uma diferença ou a compreensão de uma inferência” (ibidem, p.2-3).

Se desejarmos colocar em prática essa teoria para obtermos êxito em nosso trabalho docente, não podemos deixar de observar que, no caso da apreensão conceitual de um objeto matemático, quanto maior for a atividade de conversão⁴ realizada entre os sistemas de registros de representação, maior será a possibilidade de apreensão dele. Ou seja, na atividade de conversão entre as representações gráfica e algébrica de funções, por exemplo, a constante integração entre essas representações, sem perder o foco principal dado à função e suas

⁴ Consiste numa mudança entre dois sistemas de registros de representação conservando a referência aos mesmos objetos.

características, reforça a importância atribuída por Duval ao fato de não se confundir o objeto matemático com nenhuma de suas representações e à necessidade de coordenação entre os diversos Sistemas de Registros de Representação.

Caracterização da atividade matemática do ponto de vista cognitivo

É importante percebermos que os tipos de registros de representações semióticas utilizados na Matemática caracterizam uma das diferenças entre a forma de pensar em matemática e a forma de pensar em outras áreas do conhecimento científico. Quando analisamos sua epistemologia, podemos observar a importância das representações semióticas para o seu desenvolvimento, pois “a Matemática guarda uma forte dependência das formas de representações e da manipulação dos seus objetos” (MORETTI, 2002, p. 344). Tudo gira em torno dos registros e sem o sistema posicional de numeração, provavelmente a matemática não teria se desenvolvido. Os sistemas de numeração (decimal, binário etc.), as figuras geométricas, as notações algébricas, os símbolos, os gráficos e a língua materna são exemplos dessa grande variedade de representações semióticas de que se utiliza a Matemática.

Tipos de registros de representação semiótica de conceitos de máximos e mínimos de funções

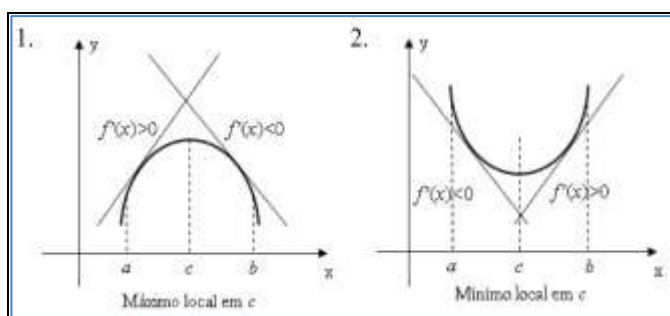
- REGISTROS SIMBÓLICOS (LINGUAGEM FORMAL):
 1. Seja c um valor crítico de uma função f e (a, b) um intervalo aberto contendo c . Suponhamos f contínua em $[a, b]$ e diferenciável em (a, b) , exceto possivelmente em c .
 - i) Se $f'(x) > 0$ para $a < x < c$ e $f'(x) < 0$ para $c < x < b$, então $f(c)$ é máximo local de f .
 - ii) Se $f'(x) < 0$ para $a < x < c$ e $f'(x) > 0$ para $c < x < b$, então $f(c)$ é mínimo local de f .
 - iii) Se $f'(x) > 0$ ou se $f'(x) < 0$ para todo x em (a, b) (exceto possivelmente $x = c$), então $f(c)$ não é extremo local de f .
 2. Seja f diferenciável em um intervalo aberto contendo c e $f'(c) = 0$.
 - i) Se $f''(c) < 0$, então f tem máximo local em c .
 - ii) Se $f''(c) > 0$, então f tem mínimo local em c .

- REGISTROS EM LÍNGUA NATURAL:

1. Diz-se que uma função tem um *valor máximo relativo* em um ponto qualquer, se existir um intervalo aberto contendo esse ponto, onde a função está definida, tal que a imagem desse ponto é maior ou igual à imagem de qualquer outro ponto nesse intervalo.
2. Diz-se que uma função tem um *valor mínimo relativo* em um ponto qualquer, se existir um intervalo aberto contendo esse ponto, onde a função está definida, tal que a imagem desse ponto é menor ou igual à imagem de qualquer outro ponto nesse intervalo.
3. Diz-se que uma função tem um *valor máximo absoluto num intervalo*, se existir algum número no intervalo, tal que a imagem desse número é maior ou igual à imagem de qualquer outro número no intervalo. Assim, a imagem desse número será o valor máximo absoluto da função no intervalo.
4. Diz-se que uma função tem um *valor mínimo absoluto num intervalo*, se existir algum número no intervalo, tal que a imagem desse número é menor ou igual à imagem de qualquer outro número no intervalo. Assim, a imagem desse número será o valor mínimo absoluto da função no intervalo.

- REGISTRO GRÁFICO

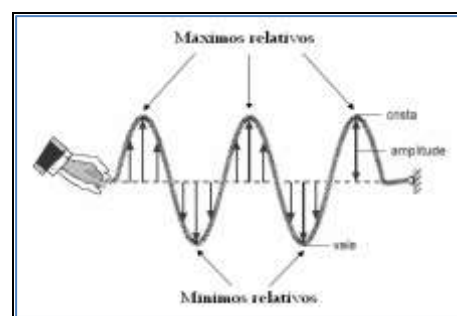
Figura 1 – Exemplo de registro gráfico



Fonte: Silva (2005)

- REGISTRO FIGURAL

Figura 2 – Exemplo de registro figural



Fonte: Silva (2005)

Observação: Os dois últimos registros pertencem ao mesmo sistema de representação, ou seja, sistema de registros figurais. Porém, utilizamos denominações distintas para diferenciar um registro figural que se utiliza de alguns elementos da geometria cartesiana (eixos coordenados, esboço de curvas e retas tangentes) de um registro figural representado por uma figura comum. Aos registros gráficos que permitem mudanças de sistemas de coordenadas denominamos gráficos cartesianos. No estudo de Pontos Críticos de Funções, o registro gráfico e o registro figural, utilizados nos exemplos acima, são registros que não permitem operações. Eles são fins

em si mesmo, funcionando apenas como apoio heurístico.

Segundo Duval, “a compreensão em Matemática supõe a coordenação de ao menos dois registros de representações semióticas” (DUVAL, 2003, p.15). Dessa forma, uma grande dificuldade pode residir no fato de que todas as operações a serem realizadas devam ser efetuadas no registro em linguagem formal, implicando que a conversão de registros não encontra um ambiente favorável neste estudo. Essa dificuldade é devida à natureza formal da linguagem matemática.

Tipos de transformação de representações semióticas

Os tratamentos e as conversões são os dois tipos distintos de transformações nas representações semióticas que não podem ser confundidos. Na resolução matemática de um problema, quando ocorre a permanência no mesmo sistema de registro, temos o *tratamento*. Mas quando houver mudança de sistema de registro com a conservação da referência aos mesmos objetos, temos a *conversão*. Devemos levar em consideração que os tratamentos são relacionados à forma e não ao conteúdo do objeto matemático. Lembrando que, o tratamento de figuras não se aplica ao estudo de Pontos Críticos de Funções, pois figuras e gráficos utilizados nesses conceitos não são operacionalizáveis. Na conversão estabelecemos diferença entre significado e significante, pois não se deve jamais confundir um objeto e sua representação.

Para ocorrer a *conceitualização*, o sujeito deve conseguir articular vários registros de representação, já que a condição necessária para se apreender objetos matemáticos é conseguir fazer tratamentos e conversões de registros de representação semiótica, pois, segundo Damm (2002, p.147), não adianta o sujeito resolver uma operação usando material concreto ou através de um desenho, se não conseguir enxergar/coordenar estes procedimentos no tratamento aritmético (algoritmo da operação), no problema envolvendo esta operação ou mesmo em outro registro de representação qualquer.

Considerações sobre a conversão

Para se fazer uma análise cognitiva por meio de registros de representação, devem-se utilizar dois registros de uma única vez e não cada um individualmente e, com cautela, observar o processo de conversão, isso caracteriza uma regra essencial. Nas produções dos alunos, os fenômenos que devem ser observados são como os vários registros de representação semiótica são coordenados e convertidos. Dessa forma, se desejarmos analisar as dificuldades de

aprendizagem em Matemática, em nossa pesquisa, no estudo de Pontos Críticos de Funções são indispensáveis estudos sobre a conversão das representações e não apenas sobre os tratamentos.

A problemática

Trabalhos como os de Godoy (2004) e Leme (2003), ambos professores de cursos de graduação na área de Ciências Exatas, têm apontado que nas disciplinas de Cálculo I, sobre o estudo de Pontos Críticos de Funções, quando o enfoque procedimental é priorizado, os resultados dos estudantes têm sido satisfatórios. Por outro lado, quando o enfoque conceitual é priorizado, ocorre um fracasso generalizado, o que é observado em nossa prática docente como professor de Cálculo de cursos de Engenharia e Computação de uma universidade pública federal. Com isso acreditamos que não está ocorrendo um trabalho de valorização dos diversos registros de representação dos assuntos estudados nas disciplinas de cálculo, muito menos uma exploração das relações entre eles. Independentemente dessas observações, o nosso objetivo não é investigar o trabalho docente em disciplinas de Cálculo I, o que desejamos é investigar se os estudantes que já estudaram os conceitos de Pontos Críticos de Funções, na disciplina de Cálculo I, reconhecem os registros desses conceitos e se eles possuem habilidade no tratamento e devida conversão, além de verificar se os estudantes conseguem articular esses registros para conseguir solucionar problemas práticos que precisem desses conceitos. Considerando todos esses aspectos, de que forma os sistemas de registros de representação semiótica dos conceitos de Pontos Críticos de Funções estão relacionados com o aprendizado desses conceitos pelos estudantes?

Portanto, o objetivo desta pesquisa é contribuir para a análise de dificuldades relativas ao uso dos registros de representação semiótica dos conceitos de Pontos Críticos de Funções e, conseqüentemente, indicar elementos que devam ser considerados para orientar abordagens que buscarão aprimorar o ensino de Cálculo.

Metodologia

O objeto de nossa pesquisa é a análise de registros de representação semiótica utilizados por alunos de cursos de graduação da área de Ciências Exatas, diante de questões envolvendo conceitos de Cálculo, em particular de Máximo e Mínimo de Funções.

Para o desenvolvimento desta pesquisa optamos por alunos de uma universidade pública. O critério para a escolha deu-se pela nossa vivência profissional, onde lecionamos disciplinas da área de Matemática, tais como Cálculo, Vetores e Geometria Analítica, Álgebra,

Álgebra Linear, dentre outras, há muitos anos.

O passo seguinte foi a escolha dos cursos, cujo critério foi o de que deveria ser em número de dois no mínimo, sendo que um deles deveria ser o de Licenciatura em Matemática, escolha em virtude da relação que o futuro profissional terá com o ensino de Matemática, e o outro, um curso de Bacharelado da área de exatas, escolha em razão do interesse em investigar se a não relação do futuro profissional com o ensino provocaria uma aproveitamento diferenciado na aprendizagem dos conceitos estudados. Esse curso deveria apresentar uma grande concorrência no vestibular dentro dessa área, objetivando analisar sujeitos com certo interesse em buscar novos conhecimentos.

A terceira etapa foi a escolha da turma de alunos voluntários, cujo critério foi selecionar aqueles que, na medida do possível, tivessem no máximo um semestre que haviam estudado os conceitos de Máximos e Mínimos de Funções, pois além de mais recente na memória, evitaria uma interferência maior de disciplinas afins.

Em seguida foi realizada pesquisa bibliográfica para a identificação dos registros de representação dos conceitos de Máximos e Mínimos de Funções, que haviam sido mostrados aos estudantes por ocasião dos seus cursos de Cálculo Diferencial e Integral. Os livros de Cálculo foram selecionados para análise, obedecendo ao critério de maior utilização por parte dos professores dos estudantes pesquisados, trazerem muitos problemas de aplicação prática ou por apresentar inovações metodológicas, tais como a possibilidade de se utilizar software específico para cálculos matemáticos. Fizemos ainda uma revisão da literatura referente aos trabalhos de pesquisa realizados sobre registros de representação semiótica dos conceitos utilizados no processo de aprendizagem do Cálculo Diferencial e Integral. Nesse sentido, além dos trabalhos de Duval, analisamos as dissertações de mestrado de Godoy (2004), Meyer (2003) e Leme (2003) sobre o processo de aprendizagem de conceitos do Cálculo Diferencial e Integral, pois trazem contribuições para reflexões sobre as dificuldades observadas no processo de aprendizagem dos conceitos de Máximos e Mínimos de Funções no Cálculo Diferencial e Integral.

Visando complementar a revisão da literatura referente a pesquisas sobre registros de representação semiótica, analisamos também alguns trabalhos sobre o processo de aprendizagem de conceitos fora do Cálculo Diferencial e Integral, mais precisamente as dissertações de mestrado de Lopes (2003) e Traldi (2002) sobre registros de representação semiótica de outros conceitos utilizados no processo de aprendizagem da Matemática.

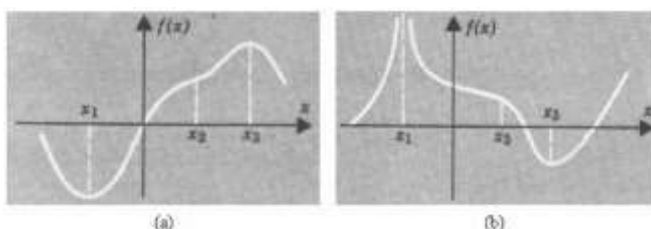
A coleta e análise dos dados

Para coletar e analisar os dados experimentais, fomos buscar uma metodologia de pesquisa da Didática da Matemática denominada “Engenharia Didática”. A “engenharia didática”, segundo Artigue (1988, p. 285-286), é caracterizada como: “... um esquema experimental baseado sobre “realizações didáticas” em sala de aula, isto é, sobre a concepção, a realização, a observação e a análise de sequências de ensino”. Nesse sentido, em sua realização, devem ocorrer quatro etapas: análises preliminares; análise “a priori”; aplicação das atividades da sequência e, por fim, análise “a posteriori” e validação.

Foi aplicado um teste, com objetivo diagnóstico, para 22 alunos (7 alunos do curso de Licenciatura em Matemática, 4 alunos do curso de Licenciatura em Física, 9 alunos do curso de Bacharelado em Ciência da Computação e 2 alunos do curso de Bacharelado em Engenharia Elétrica) da universidade pública escolhida.

As questões do teste diagnóstico, como parte da sequência didática utilizada, foram elaboradas com objetivo de realizar observações referentes ao uso das Representações Semióticas na resolução de problemas de aplicações dos conceitos de Máximos e Mínimos de Funções. O teste apresentado aos alunos foi composto pelas seguintes questões:

- 1ª Questão: Como você define formalmente (usando a linguagem simbólica da Matemática), o *máximo relativo* (ou *máximo local*) de uma função? E o *mínimo relativo*?
- 2ª Questão: Que outro(s) tipo(s) de registros de representação você poderia utilizar para definir o *máximo relativo* e o *mínimo relativo* de uma função?
- 3ª Questão: Considere a função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, dada por $f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x + 1$. Determine os extremos relativos (máximo ou mínimo) dessa função e apresente uma justificativa para sua resposta.
- 4ª Questão: Indique, nos gráficos a seguir, os valores de x , onde f atinge um extremo relativo. Justifique sua resposta.



- 5ª Questão: Quatro alunos de Cálculo fazem as afirmações abaixo sobre extremos relativos. Identifique quais deles estão corretos e justifique:

MARIA: Se f está definida no intervalo (a, b) e $f'(x) < 0$ para todo x do intervalo

(a, x_0) e $f'(x) > 0$ para todo x do intervalo (x_0, b) , então f possui um **mínimo relativo** (ou local) em x_0 .

JOSÉ: Se f está definida no intervalo (a, b) e $f'(x) < 0$ para todo x do intervalo (a, x_0) e $f'(x) > 0$ para todo x do intervalo (x_0, b) , então f possui um **máximo relativo** (ou local) em x_0 .

JOÃO: Se $f'(x_0) = 0$ e $f''(x_0) > 0$, então x_0 é abscissa de ponto de **máximo relativo** (ou local).

TEREZA: Se $f'(x_0) = 0$ e $f''(x_0) < 0$, então x_0 é abscissa de ponto de **máximo relativo** (ou local).

6ª Questão: Um fabricante de caixas de papelão deseja fazer caixas abertas de pedaços quadrados de papelão, com 12 cm de lado, cortando quadrados iguais nos quatro cantos e dobrando os lados. Encontre o comprimento do lado do quadrado que se deve cortar para obter uma caixa cujo volume seja o maior possível.

A análise *a priori* de cada questão apresentou nossas expectativas quanto às possíveis soluções dos alunos avaliados. Enquanto na análise *a posteriori* analisamos as produções dos alunos para as questões que aplicamos.

Conclusões e considerações finais

Considerando as produções dos acadêmicos diante do teste proposto, pudemos observar alguns elementos que corroboram com a identificação da origem das dificuldades surgidas no processo de aprendizagem dos conceitos de Pontos Críticos de Funções. Os alunos não foram capazes de definir os conceitos de Máximos e Mínimos de Funções utilizando os registros em linguagem formal, em linguagem natural ou por meio de figuras solicitados nas questões 1 e 2. Observamos que os alunos só conseguem resolver a questão 3 quando se lembram da “regra”. É possível que a dificuldade resida no fato de os alunos não utilizarem a conversão para o registro gráfico, pois este não oferece possibilidade de tratamento, somente de interpretação. Apesar disso, foi possível constatar que pelo menos um aluno tinha domínio sobre esses conceitos, uma vez que ele obteve quase 100% de sucesso em todo o teste, dando indicação de que conhecia os vários registros de representação dos conceitos de Máximos e Mínimos de Funções, bem como conseguiu coordená-los para aplicar na resolução da questão 6 (questão de aplicação prática), além de efetuar um tratamento de registro, como era exigido nessa questão. O índice de aproveitamento na questão 5 confirma a falta de habilidade, por parte dos alunos, na conversão de registros e na sua interpretação. As questões 4 e 5 foram elaboradas de maneira

a favorecer a conversão de registros nos dois sentidos, ou seja, do gráfico para a linguagem formal ou natural (4ª questão) e da linguagem formal para a representação gráfica (5ª questão). Os alunos demonstraram um índice muito baixo de desempenho diante delas, dando forte indício de que toda a apreensão dos conceitos de Máximos e Mínimos de Funções estava comprometida. Na 6ª questão, os resultados indicaram uma consequência dos insucessos nas questões anteriores, que trouxeram toda a apreensão, em termos dos elementos principais da teoria de Duval, no que se refere aos registros de representação.

A nossa pesquisa também aponta indícios de que, apesar dos livros didáticos indicados pelos professores entrevistados apresentarem uma boa gama de registros de representação para os conceitos de Máximos e Mínimos de Funções, o nível de aproveitamento deles, por parte dos alunos, pode estar sendo baixo. Um outro ponto importante observado é que as conversões para o registro gráfico foram pouco utilizadas pelos alunos na experimentação. Não podemos deixar de considerar o fato de que a definição de Máximos e Mínimos (sem o apelo ao uso de regras da derivada primeira ou segunda) não é operacional. A definição por si só não permite que os alunos obtenham sucesso na solução de problemas envolvendo Máximos e Mínimos de Funções. Quanto menor for o número de registros operacionalizáveis de um determinado conceito, maior serão as dificuldades dos alunos em assimilá-lo. Este é um aspecto que pode ajudar a explicar o insucesso dos alunos na resolução do teste diagnóstico que aplicamos em nossa pesquisa e servir como uma orientação aos docentes para a preparação de suas aulas sobre esses conceitos.

Referências

ALVARENGA, Karly Barbosa; DORR, Raquel Carneiro; VIEIRA, Vanda Domingos. O ensino e a aprendizagem de cálculo diferencial e integral: características e interseções no centro-oeste brasileiro. **REBES - Rev. Brasileira de Ensino Superior**. v. 2. n. 4. p. 46-57, 2016.

ARTIGUE, Michèle. Ingénierie Didactique. **Recherches en didactique des mathématiques**. Grenoble: La Pensée Sauvage, 1988. v. 9, n. 3, p. 281-308.

BENVENISTE, Émile. **Problemas de linguística geral**. Tradução de Maria da Glória Novak e Maria Luisa Neri. São Paulo: Editora Nacional, Editora da Universidade de São Paulo, 1976.

CHOMSKY, Noam. **Reflexões sobre a linguagem**. São Paulo: Cultrix, 1980.

DAMM, Regina Flemming. Registros de representação. In: MACHADO, Silvia Dias Alcântara et al. **Educação matemática: uma introdução**. 2.ed. São Paulo: EDUC, 2002. p. 135-153.

DUVAL, Raymond. Registre de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée.

Annales de didactique et de science cognitives. Strasbourg: IREM – ULP, 1993. v. 5, p. 37-65.

DUVAL, Raymond. Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática. In: MACHADO, Silvia Dias Alcântara (Org.). **Aprendizagem em matemática: registros de representação semiótica.** Campinas: Papyrus, 2003. p. 11-33.

DUVAL, Raymond. **Sémiosis et pensée humaine: registres sémiotiques et apprentissages intellectuels.** Neuchâtel (Suisse): Peter Lang, 1995.

GODOY, Luiz Felipe Simões de. **Registros de representação da noção de derivada e o processo de aprendizagem.** 2004. 98 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica, São Paulo.

GRANGER, Gilles-Gaston. **Formes, Opérations, Objets.** Paris: J. Vrin, 1994.

LEME, Jayme do Carmo Macedo. **Aspectos processuais e estruturais da noção de derivada.** 2003. 89 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica, São Paulo.

LOPES, Wagner Sanches. **A importância da utilização de múltiplas representações no desenvolvimento do conceito de função: uma proposta de ensino.** 2003. 106 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica, São Paulo.

MEYER, Cristina. **Derivada/reta tangente: imagem conceitual e definição conceitual.** 2003. 159 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica, São Paulo.

MORETTI, Mérciles Thadeu. O papel dos registros de representação na aprendizagem de matemática. In: CONTRAPONTO: **Revista de Educação da Universidade do Vale do Itajaí.** Ano 2, n. 6, p.343-362, Itajaí, set./dez. 2002.

NASSER, Lilian; SOUSA, Geneci Alves de; TORRACA, Marcelo André Abrantes. Aprendizagem de cálculo: dificuldades e sugestões para a superação. In: XIV Conferencia Interamericana de Educación Matemática, 2015, Tuxtla Gutierrez. **Atas do XIVCIAEM,** Tuxtla Gutierrez, México, 2015.

PEIRCE, Charles Sanders. **Semiótica.** São Paulo: Perspectiva, 2005.

RAFAEL, Rosane Cordeiro; ESCHER, Marco Antonio. Evasão, baixo rendimento e reprovações em Cálculo Diferencial e Integral: Uma questão a ser discutida. **Revista Brasileira de Educação Matemática,** Juiz de Fora, v. 10, n. 3, p.75-81, jan. 2015.

SILVA, José Roberto Damasceno da. **Um estudo de registros de representação semiótica na aprendizagem dos conceitos de máximos e mínimos de funções.** 2005. 111f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade Federal de Mato Grosso do Sul – UFMS, Campo Grande, 2005.

TRALDI JÚNIOR, Armando. **Sistema de inequações do 1º grau: uma abordagem do processo ensino-aprendizagem focando os registros de representações.** 2002. 120 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica, São Paulo.