UN EXEMPLE D'APPORT D'OUTILS THEORIQUES DE DIDACTIQUE POUR L'OBSERVATION DE CLASSES
UM EXEMPLO DE CONTRIBUIÇÃO DE FERRAMENTAS TEÓRICAS DE DIDÁTICA PARA A OBSERVAÇÃO DE CLASSES

Claude Comiti[1]

Resumo

O pesquisador em didática da matemática investiga especificamente as interações entre os diversos componentes do sistema didático que se desenvolvem ao longo do processo de ensino e aprendizagem. Portanto, a observação de classes é para ele uma ferramenta privilegiada. Neste artigo, discutimos em primeiro lugar o problema da tomada de informações durante a observação de classes, os meios desta tomada de informações seus momentos-chave e suas dificuldades. Explicitamos, em seguida, as hipóteses sobre a aprendizagem adotadas em didática e a importância para as aprendizagens do ambiente no qual os alunos estão inseridos, ambiente este modelizado em termos de "meio" na Teoria das Situações (Brousseau 1989). Na última parte do artigo, mostramos o interesse das análises *a priori* e *a posteriori* da situação para o estudo de uma situação particular. Para tanto, nos apoiamos no exemplo de uma pesquisa (Comiti e al., 1995) cujo objeto era identificar e modelizar os fenômenos didáticos relativos às interações de classe no caso do "ensino da raiz quadrada em classe de 3 ° da escola mediana na França[2]".

Trata-se ao mesmo tempo de:

- modelizar certas interações didáticas pela caracterização de fenômenos didáticos particulares que permitem dar um significado a certos desfuncionamentos de situações didáticas;

- mostrar como as ferramentas didáticas, "meio", "análise a priori" e "análise a posteriori" fornecem recursos não apenas de descrição, mas também de interpretação de certos eventos que surgem em situação de classe.

Palavras-chave: Didática - observação de classe - fenômeno didático – meio - bifurcação da situação.

---

[1] Equipe DIAM, Laboratoire LIG, Grenoble, France.

[2] O último ano da escola mediana na França, correspondente ao 9º ano do ensino fundamental brasileiro atual.

Abstract

The researcher in didactics of the mathematics is particularly interested in the interactions between the diverse constituents of the didactic system which develop throughout the process of teaching / learning: the observation of classes is thus for him a privileged tool. In this article, we shall stop first of all on the problem of the taking of information during the observation of classes, the means of this taking of observation, its moments-keys and their difficulties. We shall remind then the hypotheses held in didactics and the importance for the learning of the environment in which the pupils will be placed, environment modelled in terms of "milieu" in the Theory of the Situations (Brousseau, 1989). In the last part of the article, we shall show the interest of analyses a priori and a posteriori for the study of a particular situation, by basing us on the example of a research (Comiti and al.1995) in which it was a question of identifying and of modelling didactic phenomenas connected to the interactions of class in the case of "the teaching of the square root in class of 3 ° of the middle school[3] ".

It will be a question, at the same time:

- of modelling certain didactic interactions by the characterization of particular didactic phenomena, which allow to give a meaning to certain dysfunctions of didactic situations.

- of showing how the didactic tools "milieu", "analysis a priori" and "analysis a posteriori" supply means not only with description but also with interpretation of certain events arising in situation of class.

Keywords: Didactics, class observation, didactic phenomena, milieu, split situation.

Résumé

Le chercheur en didactique des mathématiques s’intéresse tout particulièrement aux interactions entre les diverses composantes du système didactique qui se développent tout au long du processus d'enseignement/apprentissage: l'observation de classes est donc pour lui un outil privilégié.

Dans cet article, nous nous arrêterons tout d’abord sur le problème de la prise d’information lors de l’observation *de* classes, les moyens de cette prise d’observation, ses moments-clefs et leurs difficultés. Nous rappellerons ensuite les

[3] Corresponding to the 9th class.

hypothèses retenues en didactique et l'importance pour les apprentissages de l'environnement dans lequel les élèves sont placés, environnement modélisé en termes de "milieu dans la Théorie des Situations (Brousseau, 1989). Dans la dernière partie de l'article, nous montrerons l'intérêt des analyses a priori et a posteriori pour l'étude d'une situation particulière, en nous appuyant sur l'exemple d'une recherche (Comiti et al. 1995) dans laquelle il s'agissait de repérer et de modéliser les phénomènes didactiques liés aux interactions de classe dans le cas de " l'enseignement de la racine carrée en classe de 3° du collège ».

Il s'agira à la fois:

- de modéliser certaines interactions didactiques par la caractérisation de phénomènes didactiques particuliers, qui permettent de donner un sens à certains dysfonctionnements de situations didactiques.

- de montrer comment les outils didactiques "milieu", "analyse a priori» et "analyse a posteriori » fournissent des moyens non seulement de description mais aussi d'interprétation de certains évènements survenant en situation de classe.

Mots-clés: Didactique, observation de classe, phénomène didactique, milieu, dédoublement de situation.

INTRODUCTION

A la fin des années 80, les premiers travaux français portant sur la classe reposaient sur l'analyse d'interviews d'enseignants, la classe a ensuite été utilisée pour réaliser des expérimentations ou, mieux, mettre en place, pour les besoins de la recherche, des ingénieries didactiques. Mais ce n'est qu'au cours des années 90 que l'étude des pratiques en situation de "classe ordinaire »[4] est apparue fondamentale en recherche en didactique des mathématiques.

Ce qui intéresse le chercheur, ce sont les interactions entre les diverses composantes du système didactique, interactions qui se développent tout au long du processus d'enseignement/apprentissage: l'observation de classes lui est donc un outil privilégié. "Observation *de*[5] classes » signifie ici: prise d'information sur l'interaction entre plusieurs éléments du système didactique en action, pendant un temps repéré.

---

[4] En portugais: "dia a dia".
[5] Et non pas observation *en* classe, pour des raisons que nous préciserons plus loin.

La multiplicité des variables et la complexité de leurs modes d'action rendent nécessaire une modélisation préalable, c'est-à-dire la représentation par un système simplifié de chacun des protagonistes et de leurs interactions, modélisation qui s'appuie sur le cadre théorique dans lequel se place le chercheur en fonction de sa problématique et donc sur les outils que ce dernier met en oeuvre pour ses analyses.

Dans le texte qui suit, nous avons fait le choix d'illustrer la méthodologie de recherche sur l'observation de classes (selon Bessot, Comiti et al, 2009) en nous appuyant sur l'exemple d'une étude (Comiti et al. 1995) dans laquelle il s'agissait d'identifier et de modéliser les phénomènes didactiques liés à ces interactions dans le cas de "l'enseignement de la racine carrée en classe de 3° du collège[6] ".

Le cadre théorique dans lequel nous nous plaçons est la Théorie des Situations Didactiques (TSD) (Brousseau, 1986 et 1998), les principaux concepts mis en oeuvre étant ceux de " milieu " (Brousseau, 1989), et d'analyse a priori et analyse a posteriori, que nous préciserons dans le cours de cet article[7].

I. QUELQUES CONSIDERATIONS THEORIQUES ET METHODOLOGIQUES SUR L'OBSERVATION *DE* CLASSES

Au delà des choix programmés à l'avance sur la conduite d'une séquence[8], choix qui peuvent être réactualisés d'une séance à l'autre, la situation d'enseignement est porteuse *d'événements contingents* qui peuvent être liés ou non au savoir en jeu et créent l'obligation, pour le professeur, de prendre des microdécisions immédiates. Pour cela, celui-ci doit interpréter l'activité des élèves de manière quasi instantanée, sans avoir toujours les moyens de savoir sur quoi ces derniers travaillent effectivement.

Du côté du chercheur, *"L'approche systémique consiste à indiquer a priori les observables intéressants par lesquels se manifeste le fonctionnement du système et à les relier par des explications raisonnables de ce fonctionnement. "* (Brousseau 88)

[6] Dernière année du collège en France, ou encore classe de 9° dans l'enseignement fondamental brésilien

[7] Le lecteur intéressé pourra trouver un exemple détaillé d'analyse d'une observation de classe dans un autre cadre théorique, celui de la Théorie Anthropologique du Didactique (TAD) dans l'ouvrage portugais: COMITI et BALTAR BELLEMAIN (à paraître)

[8] Par exemple la séquence d'enseignement de la racine carrée comporte les 9 séances de 55 minutes que l'enseignant consacre à cet enseignement.

L'observation *de* classe: lieu de confrontation entre théorie et contingence

Selon Comiti, Grenier, Margolinas (1995), l'observation est un processus complexe pour lequel il est important de distinguer:

- *les évènements:* questions, réponses, débats, etc... constitutifs de la construction des connaissances chez les élèves, qui sont du domaine de la réalité, mais que l'on ne peut observer objectivement, puisque la présence même d'un observateur va perturber cette dernière ;

- *les observés*[9]*:* objets créés par l'observation de cette réalité, dépendant notamment des instruments d'observation avec lesquels on recueille des données mais aussi des outils théoriques mis en oeuvre pour cette observation;

- *les phénomènes didactiques*: interprétation par le chercheur des données recueillies en tenant compte des contraintes pesant sur le système d'enseignement, des choix effectués, de la signification des savoirs en jeu, pour l'élève, pour le professeur, … "

Le chercheur, dont l'objet de recherche est la mise en évidence et l'élucidation de phénomènes didactiques, ne peut se soustraire à l'observation de classes, par exemple en remplaçant cette observation par des questionnaires ou des observations cliniques. L'observation de classe est pour lui d'autant plus importante qu'elle est le lieu même de la confrontation entre *la théorie* (ce qui devrait se passer selon le modèle d'explication du chercheur) et *la contingence* (ce qui se passe ou ne se passe pas dans la classe, lors des observations).

Autrement dit, ses analyses devront notamment lui permettre d'identifier, parmi les données recueillies lors de l'observation, celles qui sont de l'ordre:

- de la nécessité (théorique): ces données étaient prévisibles car conformes au modèle d'explication de départ, les observés font partie des observables prévus a priori ;

- ou de la contingence: je n'ai pas vu quelque chose que j'attendais; pourquoi? J'ai vu quelque chose que je n'attendais pas, qu'est-ce que cela m'apprend?

---

[9] "observé" désigne ce qui est effectivement observé, "observable" étant réservé à la désignation d'un fait dont on peut prévoir l'observation a priori.

Le problème de la prise d'information lors de l'observation *de* classes ordinaires

Que l'on s'intéresse à l'étude des tâches de l'enseignant, de ses rapports aux objets d'enseignement, de ses comportements et discours en classe, ou encore aux interactions langagières dans la classe au cours d'un apprentissage donné, il s'agit toujours d'observations de l'enseignement "tel qu'il se pratique".

Le chercheur n'assume aucune responsabilité dans le choix et la gestion des activités didactiques. Il prend de l'information relative à un *"état du système" que constitue la classe,* objet de l'observation. Mais vouloir observer la classe d'un certain point de vue, c'est s'obliger à affronter le *problème de la prise d'observation,* non seulement sur *son état le jour de l'observation,* mais aussi sur ce *système* luimême.

Les moyens de cette prise d'informations

Les interactions entre les diverses composantes du système didactique auxquelles s'intéresse le chercheur se développent tout du long du processus d'enseignement/apprentissage.

La prise d'information sur la classe comme *système* dépend de ce que l'on entend par observer, et aussi de la théorie dont on dispose pour identifier les informations pertinentes. Les *données* que l'on recueille en observant un système ne sont pas neutres, ce sont toujours des *construits*. Si le chercheur ne les construit pas lui-même, il ne recueillera, par une observation directe, que ce que l'institution lui présentera d'elle-même.

Suivant le modèle qu'il privilégie et la question qu'il veut étudier, le chercheur prendra de l'information sur le *système classe*, par l'un ou plusieurs des moyens suivants:

- observations *en* classe, là où les interactions élèves/milieu/savoir/enseignant se manifestent en un temps et en un lieu ad hoc: enregistrement audio ou vidéo des séances de classe, indispensable prise de notes complétant cet enregistrement recueil de feuilles d'exercices éventuellement distribuées et remplies par les élèves…

- observations *externes* à la classe: programmes, manuels, progression et fiches de préparation de l'enseignant, scénario de la séance prévue par ce dernier, cahiers des élèves, entretiens, questionnaires ou autres productions des élèves ou des enseignants.

Les moments clefs de l'observation et leurs difficultés

L'observation, processus complexe, comporte différents moments.

1- La préparation de l'observation

La préparation d'une observation ne s'effectue pas dans un contexte isolé, elle s'inclut dans une problématique de recherche, donc un cadre théorique qui guide cette préparation. L'observation n'est qu'une partie d'une méthodologie plus vaste. L'observation se déroule dans un temps donné et un lieu précis. Chaque construction d'observation est spécifique à ce qu'on veut observer. La réflexion attachée à la construction de l'observation n'est pas neutre. Lors d'une observation, on ne peut pas tout prendre en compte et tout n'est pas observable.

- Dans l'étude de cas qui nous intéresse, il s'agit d'interpréter en tant que phénomène didactique les *écarts* entre le projet original de l'enseignant et son déroulement en classe. Il est donc indispensable de disposer:

- du scénario[10] prévu par le professeur (P) de l'ensemble des séances prévues par lui sur la racine carrée
- de l'observation du déroulement des séances de classe (9 en tout).
- des objectifs de P pour cet enseignement.
- de l'analyse par P de ce qui s'est passé pendant ces séances.

2- Le déroulement de l'observation

Les moyens de recueil de données retenus dépendent de l'objectif de l'observation et du type d'analyse souhaitée sur ce recueil des données.

- Le recueil de données dans notre cas se compose de:

  - données *"externes":* programme, manuel, scénario, fonction pour P. De l'enseignement de la racine carrée, raisons des choix effectués, …, impressions de P. sur ce qui s'est passé, " événements " repérés par P... ;

[10] Nous appelons *scénario* la fiche de préparation de l'enseignant qui comporte la planification détaillée de la suite des séances prévues pour l'enseignement de la racine carrée ainsi que leurs articulations.

- données *"internes":* enregistrement audio des séances en classe (professeur et élèves); prise de notes des observateurs.

Un paramètre important à prendre en compte lors de l'observation en classe est celui de la prise de notes. C'est elle qui permettra de compléter le matériel d'exploitation obtenu par enregistrement audio ou vidéo.

La déontologie du chercheur

Comme le professeur, le chercheur-observateur fait partie du *système classe*, son observation va donc produire un certain nombre d'évènements. Il ne peut négliger, dans ses analyses, l'impact de son projet, de son action, ou même de sa seule présence sur les personnes en jeu dans ses observations.

Un certain nombre de précautions tant théoriques que méthodologiques sont alors nécessaires pour pouvoir, non pas déterminer l'état du système dans les conditions ordinaires (sans observateur), mais contrôler cet impact et éventuellement tirer parti des évènements produits par les observations.

De plus, la préservation des rapports entre le système didactique (la classe) et le système de recherche suppose la *négociation d'un contrat de recherche*, permettant le respect des contraintes qui pèsent sur l'enseignant, tout en prenant en compte de la meilleure façon possible les exigences méthodologiques du chercheur.

Il s'agit notamment d'abord inscrire la relation chercheur/enseignant et la relation observateur/observé dans le champ de la recherche, et non dans celui du contrôle ; ensuite de préciser les conditions de l'expérimentation sur le plan de la gestion de la classe: la conception et la gestion des séances d'enseignement est sous l'entière responsabilité de l'enseignant, toute intervention des observateurs et/ou chercheurs étant exclue lors de la conception ou de l'observation des séances.

Ce contrat est aussi un garde-fou qui doit permettre au maître de conserver la maîtrise de sa classe, puisque celui-ci, même en situation d'observation didactique, est assujetti aux mêmes contraintes que lorsqu'il est seul dans sa classe.

➢ Dans le cas de notre recherche, le contrat comportait notamment:

- l'explicitation par les chercheurs des attentes de l'observation,
- l'acceptation par l'enseignant des modes d'observation, et des contraintes,
- l'acceptation de temps d'entretiens avec les chercheurs,

- l'écriture par l'enseignant du scénario prévu avant enseignement, indispensable pour pouvoir repérer les écarts entre ce qui était prévu et ce qui se passe dans la classe,
- la relecture et validation par l'enseignant des protocoles réalisés par les chercheurs.

La constitution du protocole

Le protocole est le document qui restitue la chronique de la classe, il intègre certaines notes recueillies par l'observateur sur ce qu'il juge important de relever. Ce travail de recomposition est sous-tendu par des choix méthodologiques et par la problématique de la recherche. Le protocole obtenu est ensuite découpé en “épisodes” dont les chercheurs font l'hypothèse qu'ils sont significatifs.

➢ Dans le cas d e notre recherche, le protocole11[11] résulte des transcriptions des bandes audio et des données recueillies sur le vif par les observateurs. Pour le découpage en épisodes, nous nous attachons notamment à la mise en évidence:

- d'événements, à condition qu'ils participent à une production mathématique et donc qu'ils mettent en jeu des connaissances mathématiques au sens large,
- de l'origine de ces événements,
- de la gestion de l'événement par le professeur.

II. LA THEORIE DES SITUATIONS ET LE CONCEPT DE *MILIEU*

Rappel des hypothèses d'apprentissage retenues en didactique

La plupart des didacticiens retiennent des travaux Piagétiens le caractère constructiviste de l'acquisition des connaissances:

- l'apprentissage est un processus dynamique dont l'apprenant est acteur
- les connaissances se construisent par interaction du sujet apprenant S et de son environnement physique et social.

Tout en leur faisant deux catégories de critiques:

- sous-estimation des différences entre les contenus d'apprentissage et les types de

[11] Dont on trouvera des extraits en annexe.

situations,

- tendance à réduire les processus d'équilibration à un rapport privé du sujet aux objets et aux opérations.

D'où l'Hypothèse Psychologique:

Le sujet apprend en s'adaptant (assimilation et accommodation) à un milieu qui est producteur de contradictions, de difficultés, de déséquilibres.

Complétée par l'Hypothèse Didactique:

Un environnement sans intentions didactiques, c'est-à-dire non volontairement organisé pour enseigner un savoir, est insuffisant à induire chez un sujet toutes les connaissances que la société souhaite qu'il acquière. L'enseignant doit donc provoquer chez les élèves les adaptations souhaitées par une organisation pertinente du 'milieu'.

La théorie des situations (Brousseau 1986 et 1998) permet de construire et d'analyser des situations dans lesquelles on puisse attester de l'évolution des connaissances de l'élève. C'est cette théorie qui nous permettra de lire et d'interpréter une situation locale et de donner un sens à ce que font les partenaires (maître et élèves) dans cette situation.

Dans la théorie des situations, qui propose une modélisation des interactions entre les divers systèmes en jeu, l'enseignant n'est pas réduit à être un organisateur neutre des activités d'apprentissage des élèves. Il fait partie du système didactique.

Il en constitue un sous-système, tout comme les élèves et le savoir enseigné. Il provoque chez les élèves les adaptations souhaitées par une organisation pertinente de l'environnement: le '*milieu*' est la modélisation du sous-ensemble de l'environnement du sujet pour l'apprentissage visé. C'est un outil qui permet de décrire, d'expliquer et de prédire aussi bien l'action de l'élève sur ce milieu que la rétroaction de ce milieu sur l'élève.

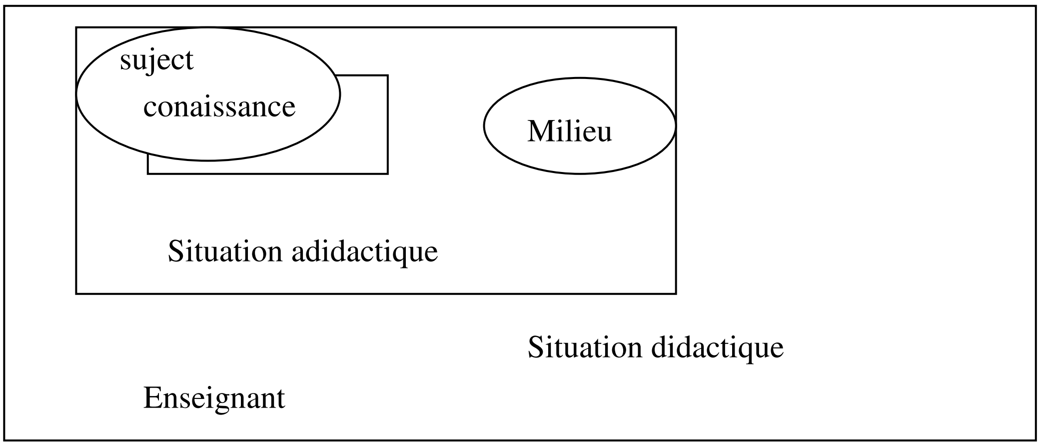

Schéma n°1: modélisation des interactions

Un état de connaissances est alors caractérisé par un état d'équilibre du système élève/milieu, sous des contraintes précises12[12]. La construction à laquelle se réfère un apprentissage est la construction d'un nouvel équilibre à la suite d'une perturbation du milieu ou des contraintes exercées sur ce système.

La connaissance ne peut donc être attribuée au sujet seul comme une propriété qui lui serait intrinsèque, ni au milieu seul: elle est la propriété d'un sujet en situation et en interaction avec ce milieu.

III. ETUDE DE CAS: “ INTRODUCTION DE LA RACINE CARRE “ EN CLASSE DE TROISIEME

III.1 Le projet du professeur (P)

Montrons tout d'abord l'importance des données recueillies hors de la classe pour la compréhension de l'enseignement qu'a mis en place notre enseignant P.

Les données externes à la classe permettent l'analyse du projet du professeur. Le professeur a un rapport personnel à l'apprentissage des élèves en général, à l'objet mathématique “ racine carrée “, dont on trouve des traces dans les interviews et en situation. Ce sont les composantes de ce rapport (que nous appelons ici “connaissances “ de P) qui sous-tendent son projet d'enseignement.

[12] Les interactions entre pairs et les conflits sociocognitifs font partie des contraintes qui peuvent être mises en place à certains moments de l'apprentissage.

• Les entretiens

Ils nous apprennent que l'intérêt de la racine carrée réside pour P essentiellement dans l'introduction de "nouveaux nombres", qui viennent s'ajouter à ceux que les élèves connaissent déjà (rationnels essentiellement).

- “ *Tout au long du collège, j’attache de l’importance à l’arrivée progressive des réels*.”
- “ *Quand elle est irrationnelle […] c’est un nombre difficile à palper […] ça nous permet d’aller plus loin, d’introduire de nouveaux nombres, d’arriver aux réels, quoi.* “
- “ *Je ne veux pas rester au niveau calculatoire, j’essaye de leur montrer que √a, c’est un nombre et pas une opération…* “
- “ *Ce que je souhaite essentiel qu’ils retiennent ? Justement, le fait que ce soit de nouveaux nombres, qu’ils ne soient plus tentés, toujours, de prendre les valeurs approchées, qu’ils utilisent le symbole √ en disant que ça, c’est une solution à un calcul.* “

En ce qui concerne sa vision de l’apprentissage, P affirme des positions constructivistes et insiste sur la nécessité de favoriser le travail des élèves (seuls ou à plusieurs). Il aime pratiquer, chaque fois que possible, le débat dans sa classe, renvoyant à l'ensemble des élèves les affirmations ou interrogations de certains d'entre eux, sans prendre lui-même position.

• Les explications portant sur les choix d’introduction apparaissant dans le scénario

Lorsque le professeur organise l’enseignement du chapitre Racines Carrées, il s’appuie sur des connaissances issues de manuels scolaires, d’articles lus sur la question et des situations passées d’enseignement de la racine carrée. Cela le conduit à choisir une introduction arithmétique “ à partir de ce que les élèves ont déjà étudié, les carrés “:

“ *J’ai fait le choix d’introduire la racine carrée à partir d’exemples simples, c'est-àdire à partir de nombres qui sont des carrés, parce que je me suis aperçue que cette notation, elle est difficile […] ils se mélangent un peu les crayons. Donc, je voulais que cette notation, racine carrée, dans un premier temps, ne leur pose pas de problème, donc j’ai fait le choix de partir des carrés, de ce qu’ils connaissent déjà*.”

Son projet est de faire acquérir par les élèves des connaissances dont il estime qu'elles seront indispensables pour inférer les définitions, conditions d'existence et propriétés de la racine carrée d'un nombre et en particulier celles du type:

- un nombre négatif n'a pas de racine,
- la fonction carrée n'est pas bijective sur R (seulement sur R+),
- pour que a soit le carré d'un entier, il faut qu'il appartienne à la table des carrés parfaits.

III.2 Analyses de la situation

Les analyses successives de la situation doivent aboutir à l'interprétation des données recueillies en relation avec les questions de la recherche.

III.2.1 Importance de l'analyse a priori et de l'analyse a posteriori (selon Bessot, Comiti et al. 2009)

Comme nous l'avons vu plus haut, la multiplicité des variables intervenant en situation de classe et la complexité de leurs modes d'action rendent nécessaire une modélisation préalable. C'est dans le cadre de référence retenu par le chercheur que sont effectués les choix pour représenter par un système simplifié chacun des protagonistes et leurs interactions, et donc que prend place la modélisation.

Dans le cadre retenu par Comiti et al. (1995), cette modélisation consiste en analyses a priori et a posteriori.

L'analyse *a priori*, permet d'élaborer un modèle a priori *Sa* de la réalité, c'està-dire indépendant du déroulement de l'expérimentation particulière. Elle repose sur les connaissances sur la situation dépersonnalisées et décontextualisées. Un de ses rôles essentiels est de *déterminer des observables* par lesquels peut se manifester le fonctionnement du système, observables pertinents par rapport à l'objet de recherche, qu'il s'agira de relier par des explications raisonnables ce fonctionnement.

L'analyse *a posteriori* consiste en la reconstruction d'un modèle de la réalité *Sp* à partir de la confrontation des données recueillies lors du *déroulement de la situation particulière* avec l'analyse *a priori*. Elle permet de traiter et d'interpréter les *observés*, et de formuler des résultats.

Analyse *a priori* Élaboration d'une Situation *Sa:* Modèle *a priori* de la réalité	**Observation** *Déroulement particulier* de la réalité en classe	**Analyse *a posteriori*** Re-construction d'une Situation *Sp:* Modèle de la réalité qui prend en compte le *contingent observé*
Élève et enseignant génériques, vus comme sujets rationnels	Élèves et Enseignant dans la classe	Élèves et Enseignant vus comme sujets didactiques
Détermination du *milieu*, des *variables didactiques*, des *stratégies*, des *observables.*	Recueil de *données*	Confrontation: - des *observés* aux *observables* déterminés a priori - des procédures élèves /aux *stratégies* définies a priori. Interprétation du *contingent* par rapport au *nécessaire.*

Schéma n°2: Les deux modèles de la réalité: Sa et Sp

III.2.2 Analyses[13] de la première séance d'enseignement de la racine carrée

Comme c'est assez naturellement le cas dans l'observation de classes, la situation observée n'est décrite nulle part. Il est donc nécessaire, de la “ reconstruire “, à partir du protocole. C'est l'analyse de la situation ainsi décrite qui aboutit à sa modélisation a priori *Sa*.

a) Première analyse a priori

Il s'agit d'analyser la situation théorique créée par les trois questions posées par P en début de séance (cf. extraits du protocole en annexe).

“ Première question: Peut-on trouver des nombres dont le carré est moins un ?“

“ Deuxième question: Deux nombres différents..., peuvent-ils avoir le même carré? “

“ Troisième question: Les nombres suivants: 40, 9, - 16, 0, 25/4, 1, 400, 10^5, 121, 0,04, 9^{10} sont-ils des carrés de nombres entiers? “

La situation que la première analyse nous permet de décrire est celle qui correspond à l'image que s'en fait l'enseignant, lors de sa construction de la séquence.

[13] Les analyses présentées ci-dessous sont extraites de Comiti, Grenier, Margolinas (1995).

Le *milieu* permettant le fonctionnement de l'élève en réponse aux questions posées est constitué des objets nécessaires à la lecture du problème par ce dernier: il comprend:

- les nombres entiers, relatifs, décimaux, rationnels, les puissances,
- les règles d'opérations sur ces nombres
- la définition d'un carré comme produit d'un nombre par lui-même.

Les *connaissances nécessaires* pour permettre la production par les élèves de couples (a, a^2) sont notamment la définition d'un carré comme produit d'un nombre par lui-même et les propriétés usuelles de la multiplication (règle des signes). Ces connaissances sont nécessaires pour mettre en place la stratégie de base: exploration systématique de l'ensemble des couples de nombres pour déterminer ceux dans lequel le deuxième terme (le carré) est un nombre donné dans les questions posées. Par exemple (+3, 9), (-3,9), etc.

Les connaissances "un carré est toujours positif", "deux nombres opposés ont même carré", sont en cours d'élaboration ou d'apprentissage: leur non-maîtrise produira des erreurs mais n'empêchera pas les élèves de travailler.

Détermination des observables

Rappelons que les observables sont les traces du possible et fournissent, en fonction des questions de la recherche, des outils d'analyse des observés: choix d'indicateurs à relever, critères de découpage de protocoles, … Ils sont indispensables à l'analyse a posteriori.

Les "productions" de l'élève peuvent être modélisées par des couples de nombres connus associant un nombre et son carré (a, a^2). Pour donner les réponses attendues et les justifier, l'élève doit restreindre l'ensemble des couples (a, a^2) aux couples pertinents:

- pour répondre à la première question: (?, -1) ;
- à la deuxième question: (a, a^2), ($-a$, a^2) ;
- à la troisième question: (?, 40) ; (3, 9) …

En réponse à la première question, l'exploration systématique des couples (a, a^2) où a^2= -1 doit conduire l'élève à une hypothèse d'absence de nombre a dont le carré est moins un. La preuve à la portée des élèves est ici une preuve *par exhaustion:* il y a trois cas possibles, zéro, dont le carré n'est pas -1, un nombre positif, dont le carré est positif et donc ne peut être -1, un nombre négatif, dont le carré est positif et donc n'est pas -1.

b) Etude du protocole

Cette étude est conduite dans le but de confronter les observés aux observables prévus par l'analyse a priori ci-dessus. Elle doit permettre d'identifier: - les observés qui relèvent de l'ordre du nécessaire du point de vue du projet didactique: ce sont ceux qui correspondent à certains observables ;

- ceux qui ne correspondent à aucun observable a priori: ils sont survenus dans cette situation de classe mais auraient pu aussi bien ne pas survenir et paraissent de l'ordre de la contingence.

Il est en effet nécessaire de ne pas s'intéresser seulement à ce qui était prévu, mais de s'interroger sur ce qui ne l'était pas. Certains événements étaient prévisibles, d'autres étaient improbables: il s'agit alors de se demander si ces derniers ne sont dus qu'au hasard ou si, au contraire, ils permettent de révéler des situations cachées à une première interprétation.

Que nous apprend ici la comparaison des observés avec les observables définis a priori ? Notre analyse a priori ne permet pas de prendre en compte certains *observés*, dont notamment l'épisode (24-30) qui suit l'intervention 24 de Mickaël.

3 P: Première question: Peut-on trouver des nombres dont le carré est moins un. […]

18 Stéphanie: Non, parce que le carré d'un nombre est toujours positif.

19 P: Non, parce que le carré d'un nombre est toujours positif.

20 E: Oui, c'est juste!

21 P: Tu lèves le doigt! D'autres explications, Olivier?

22 Olivier: Le carré d'un nombre négatif, c'est un nombre positif.

23 P: Le carré d'un nombre négatif est un nombre positif. Les élèves qui ont répondu oui, comment est-ce qu'ils s'expliquent? Il y en a qui ont répondu oui, tout à l'heure? Seraient-ils déjà convaincus par Stéphanie?

24 Michaël: Et bien non! Si on prend le carré négatif…

25 P: Si tu prends le carré...., qu'est ce que tu veux dire, le carré négatif, le carré d'un nombre négatif.....? Est-ce qu'il peut finir son explication? On écoute Michaël.

26 Michaël: On prend un, on met moins…

27 P: On prend un, alors comment je l'écris, je mets moins un....*P écrit (-1)2* alors ça, ça fait quoi? Ça fait un.

28 Michaël: non

29 P: Alors, viens nous l'écrire

30 *Michaël va au tableau et écrit: -(1)2 = -1*

31 P: Alors, c'est à dire que je l'écris comment? J'écris moins, entre parenthèses un au carré?

32 Michaël: Oui!

33 P: Va à ta place. Oui, alors, donc moins un au carré, c'est pareil que ce que tu as écris en dessous? Tu as mis une parenthèse et alors ça, tu en dis quoi?

34 Michaël: Ça fait moins un!

Cette mauvaise adéquation entre observés et observables nous conduit à repérer une situation (vécue, comme nous le verrons dans la suite, par certains élèves) dont nous n'avions nullement anticipé l'existence et à modifier notre première analyse a priori de manière à prendre en compte cette situation.

La première analyse a priori place dans le *milieu* des connaissances relativement sophistiquées pour des élèves de classe de ce niveau scolaire. En effet, modéliser les "productions" de l'élève par des couples de nombres connus associant un nombre et son carré (a, a^2) masque la difficulté de la recherche du carré pour un *a* nombre négatif, pour un *a* rationnel, pour un *a* décimal, etc. Or, nombreux sont les élèves qui ont encore des difficultés sur ce point. Pourtant le protocole montre que les élèves ne semblent pas éprouver de difficulté à entrer dans le problème et à y produire des réponses, c'est donc qu'ils ont un moyen d'interpréter la situation et d'y mettre en oeuvre une stratégie de base. La question est de comprendre quelle est cette dernière.

Deuxième analyse a priori: une modélisation *S'a* alternative à la première proposée

Contrairement au cas de la modélisation par la situation *Sa*, dans lequel on suppose disponibles les nombres précédemment connus des élèves et les règles d'opérations sur ces nombres, le milieu de *S'a* ne comporte pas les nombres et les opérations sur ces nombres, mais seulement les *règles d'écriture* des nombres. Il se limite aux nombres entiers, à certains "signes": parenthèses, signe moins, barre de fraction, virgule décimale, exposant, etc. et aux règles d'écriture appliquées sur ces nombres (par exemple, on n'écrit pas 2, 2, 34 mais 2,234 ou 22,34).

Le carré d'un nombre *x* est alors obtenu en *écrivant l'exposant 2* en haut et à droite de *x: x*2.

Les productions de l'élève peuvent alors être représentées par des couples de nombres dans lequel le premier est bien formé et le deuxième correspond à une réécriture utilisant l'exposant 2. On trouve donc une espèce de combinatoire primitive à partir des signes disponibles, des couples recherchés: (*a*, *a*2), (*a*, -(*a*)2),(*a*, (-*a*)2), (*a/b*, *a2/b*), (*a/b*, *a/b2*), (*a/b*, *a2/b2*), ….

Parmi les connaissances en cours d'élaboration ou d'apprentissage qui correspondent aux propriétés mathématiques des *écritures* obtenues par l'application de l'exposant 2, on trouve: "un carré désigne une écriture *a*2 (si *a* est positif) ou (*a*)2", "un carré est toujours positif", ainsi que les règles de "distribution" de l'exposant 2 (910 = (9 5)2). Pour devenir stable, ces connaissances devront être explicitées et institutionnalisées.

Dans les réponses des élèves aux questions posées, P ne peut généralement pas distinguer si les élèves fonctionnent dans la situation *S'a* ou dans la situation *Sa*, et pourtant la signification des réponses des élèves qui fonctionnent dans *S'a* et les raisons qu'ils donnent sont alors très différentes de celle qu'elles ont dans *Sa*.

Analyse a posteriori et détermination de la situation *Sp*

L'analyse a posteriori est fondée sur ce qui s'est produit dans la réalisation particulière de la situation étudiée lors de l'analyse a priori. Elle dépend en même temps du cadre de référence de la recherche et des faits expérimentaux observés.

Elle doit permettre notamment l'étude des choix de l'enseignant et/ou des stratégies de l'élève dans la situation, que l'on interprètera en termes de choix effectifs de l'enseignant ou de connaissances effectives de l'élève.

Notre deuxième analyse a priori (situation *S'a*), permet de produire au moins un couple solution dans lequel on a bien comme premier terme -1 et comme deuxième terme un exposant 2, par exemple la solution de Michaël (-1, -(1)2). Il

suffira alors d'exhiber ce couple pour conclure.

P ne comprend pas ce que veut dire Michaël, l'explication de celui-ci se rapportant à *l'écriture* de l'expression à laquelle il pense (ce sont bien des écritures et non pas des nombres qui sont en jeu dans *S'a*). Cette écriture n'a aucune interprétation dans *Sa* où -(1)2 n'est jamais le carré d'un nombre. P se trouve dans l'impossibilité d'interpréter ce qui fait l'enjeu de cette erreur, bien qu'il prenne la décision instantanée d'y consacrer plusieurs interactions avec la classe (cf. Extraits du protocole en annexe).

Dans la suite du protocole, les interventions de nombreux élèves s'interprètent fort bien dans la situation *S'a*, et provoquent une incompréhension de l'enseignant. Donnons-en quelques exemples.

Ligne 38, Olivier identifie le signe moins de -1 comme un signe de soustraction. Cette confusion est également exprimée par l'élève E2, ligne 54. Du point de vue de l'écriture (dans *S'a*), c'est bien le même signe, il n'y a que du point de vue de la signification en terme de nombres et d'opération sur ces nombres (dans *Sa*) qu'il y a une différence.

Ligne 126, à la question " Les nombres suivants: 40, 9, - 16, 0, 25/4, 1, 400, 10_5, 121, 0,04, 9_{10}sont-ils des carrés de nombres entiers? ", l'enseignant accepte lui-même la réponse " oui 25/4 est le carré de *5/2 "* donnée par Marlène. Du point de vue de *S'a*, 5/2 s'écrit bien avec des nombres entiers et un autre signe, le signe de fraction: il n'est donc pas choquant de l'inclure (dans *S'a*) dans les entiers, pas plus que 9_{10}, par exemple.

La fermeture de la situation ne sera obtenue que par un coup de force de P basé sur ceux des élèves (Lise et Adil) qui participent à la situation *Sa:*

62 P: Si on veut le carré d'un nombre, ce nombre, au besoin vous mettez une parenthèse, c'est vrai que si on ajoute le moins devant c'est qu'on prend l'opposé de ce nombre. Est ce que tu es d'accord, Michaël? Donc, ce que tu as écrit ici est vrai *montre* $-(1)_2 = -1$ mais ça ne répond pas à ma question un. Est ce que tout le monde est d'accord?

63 EE: Oui

64 E: Non!

65 P: Oui, alors, Lise, la réponse à la question un, c'est quoi?

66 Lise: Et bien c'est non.

67 P: C'est non, et pourquoi?

68 Lise: Le carré d'un nombre négatif est toujours positif.

69 P: Le carré d'un nombre négatif est toujours positif. Et le carré d'un nombre positif, alors?

70 Lise: Positif.

71 P: Il est toujours positif. D'où ça vient que le carré d'un nombre négatif soit

toujours positif? Qui me l'explique ça? Adil!

72 Adil: C'est la propriété avec la multiplication .... avec des nombres relatifs.

73 P: Oui, vas y, explicite.

74 Adil: Si on multiple deux nombres négatifs, le produit sera toujours positif.

L'observateur entend un élève dire "Pourquoi ?"

75 P: Si on multiplie deux nombres négatifs on obtient toujours un nombre positif. Donc le carré d'un nombre, le carré de tout nombre, est positif. On l'écrira tout à l'heure dans le cahier de cours. Tout le monde en est sûr de ça? Bien.

Lignes 219 à 234 (cf. protocole en annexe), les protestations de certains élèves lors de la synthèse de la leçon et de l'institutionnalisation de ce que l'on doit retenir montrent pourtant que certains élèves fonctionnent toujours dans *S'a* et que, pour eux, rien n'a été réglé. Ces élèves protestent devant la phrase à recopier dans leur cahier de cours: "-5 a pour carré 25" et obtiennent de l'enseignant la rectification d'écriture: "(-5) a pour carré 25". Dans le deuxième cas, le rajout de l'exposant 2 donne bien l'écriture (-5)2 attendue, alors que dans l'écriture -5, si l'on écrit en haut et à droite l'exposant 2, on obtient -52. C'est le même processus qui a conduit Michaël à produire sa réponse: -1 □ -(1)□ -(1)2. On retrouve donc ici les deux interprétations possibles: "x a pour carré y" peut signifier "y est obtenu en multipliant x par lui-même" (situation *Sa*) ou bien "y est obtenu en ajoutant l'exposant 2 à x" (situation *S'a*).

On le voit, à aucun moment, P n'envisage une autre lecture de la situation que *Sa*, ce qui aurait pu lui permettre de produire une explication mettant l'accent sur la différence entre l'écriture d'un "exposant 2" et le "carré" d'un nombre qui s'obtient en multipliant ce nombre par lui-même.

Une modélisation en termes de " dédoublement " de situation didactique

Les analyses effectuées ci-dessus:

* permettent d'interpréter les interactions élève/situation et de donner sens à ce que fait l'élève, en mettant en évidence les objets mathématiques sur lesquels il travaille effectivement ;

* révèlent un dysfonctionnement du contrat didactique (il y a double incompréhension, par l'élève de ce que le professeur attend de lui, par le professeur, de ce que l'élève produit)

* permettent d'expliquer ce dysfonctionnement par la “distance” entre les situations *Sa* et *S'a*.

Comiti en al. (1995) ont caractérisé le phénomène didactique identifié en termes de *"dédoublement de la situation"* pour rappeler que la situation supposée par le professeur n'est pas celle dans laquelle évolue un nombre non négligeable d'élèves. Cette caractérisation permet de donner du sens à l'apparition de productions d'élèves qui semblent sans rapport avec le travail demandé à la classe (ou avec la question posée) et d'interpréter les interactions entre l'élève, le professeur et la situation.

EN GUISE DE CONCLUSION

Cette étude et la comparaison finale des deux analyses effectuées à partir d'une même observation montrent à quel point la méthode d'observation de classe retenue par le chercheur est déterminée par le cadre théorique dans lequel il se place et par sa problématique. Elle confirme qu'une observation *de* classe ne peut se réduire à une observation *en* classe, sous peine d'aboutir à des affirmations non justifiées scientifiquement.

Cet article montre également comment la classe n'est pas simplement lieu d'application d'une théorie, mais en devient l'un des lieux d'élaboration. Ce sont en effet les va-et-vient entre les analyses a priori et les études du déroulement de la situation de classe qui permettent l'identification des phénomènes didactiques.

Références bibliographiques

BESSOT Annie, COMITI Claude, LE THI Hoai Châu, LE VAN Tien. *Eléments fondamentaux de didactique des mathématiques* Ho Chi Minh Ville: Presses de l'Université Nationale du Vietnam, 2009, édition bilingue franco-vietnamienne.

BROUSSEAU Guy. Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques, *Recherches en Didactiques des Mathématiques,* Vol 7.2, Grenoble: La Pensée Sauvage, 1986, p. 33-115.

BROUSSEAU Guy. Le contrat didactique: le milieu. *Recherches en Didactiques des Mathématiques,* Vol 9.3, Grenoble: La Pensée Sauvage, 1989, p. 309-336.

BROUSSEAU Guy. *Theory of Didactical situations in mathematics*, [traduction du français par M. COOPER, N. BALACHEFF, R. SUTHERLAND et V. WARFIELD]. KLUWER Academic Publishers, 1997, 304 p.

BROUSSEAU Guy. *Théorie des Situations Didactiques*, Grenoble: La Pensée Sauvage, 1998, 395 p.

COMITI, Claude ; BALTAR BELLEMAIN Paula. *Quelques éléments de la Théorie Anthropologique du Didactique, Introduction et mise en oeuvre*. Recife (à paraître)

COMITI, Claude ; GRENIER Denise. Two examples of a “split situation” in a mathematics class, *For The Learning of Mathematics*, vol. 15.2, Edmonton, Alberta, Canada, 1995, p. 17-22.

COMITI, Claude ; GRENIER Denise ; MARGOLINAS Claire. Niveaux de connaissances en jeu lors d'interactions en situations de classe et modélisation de phénomènes didactiques. In Arsac Eds, *Différents types de savoirs et leurs articulations*, La Pensée Sauvage, 1995, pp.93-128. Disponivel em:

http://halshs.archives-ouvertes.fr/halshs-00421007/fr/

.17

ANNEXE: Extraits du protocole établi par Claude Comiti et Denise Grenier (1995)

P désigne le professeur, E un élève non identifié par son nom, EE plusieurs élèves répondant en même temps. Les italiques signifient qu’il s’agit de notes des observateurs, le gras désigne ce que P écrit au tableau.

1 P: Bien, on va commencer! Voilà, maintenant que les appareils sont installés, les micros sont installés, on fonctionne comme d’habitude. D’accord? Ca y est Mohamed, on y est, là?

2 P: Vous prenez votre cahier de brouillon. Je vais vous poser trois questions, que je note au tableau, vous ne copiez pas les questions, et vous essayez de répondre, personnellement, et ensuite on échange là dessus.

3 P: Première question: Peut-on trouver des nombres dont le carré est moins un. Deuxième question: Deux nombres différents..., alors, commencez déjà à réfléchir à la première question, et notez déjà quelque chose sur votre cahier, peuvent-ils avoir le même carré? Réfléchir à la question sans déjà y répondre mais y réfléchir.

4 P: Troisième question: les nombres suivants sont-ils des carrés de nombres entiers? Les nombres que je vais donner, est-ce que se sont des carrés de nombres entiers? Et il faudra justifier. Voilà, je note tout au tableau. **40, 9, - 16, 0, 25/4, 1, 400, 10^{5}, 121, 0,04, 9^{10}.** Vous répondez. Si ça vous dérange de répondre dans l’ordre, vous me mettez le numéro de la question, et vous commencez à réfléchir sur votre cahier. Il est évident que tout ça se fait sans la calculatrice, vous la rangez. Je ne l’ai pas précisé, excusez moi, mais vous pouvez la ranger pour aujourd'hui *(rires)*.

5 P: Evidement si vous répondez juste oui ou non, je vous demanderai une justification. Est-ce qu’il y en a qui ont terminé?

6 E: Non!

7 P: Allez, encore une minute, et on échange sur ce que vous avez trouvé. Il y en a qui n’ont rien marqué encore! C’est difficile?

8 EE: Oui! Non! C’est simple!

9 P: C’est très simple! Qui a terminé, là? *(un doigt se lève)*

10 P: Tu as fini, Sébastien?

11 Sébastien: Non.

12 P: Bien, allez, on commence à corriger ce que vous avez fait *(après environ 5 minutes de travail)*. Peut-on trouver des nombres dont le carré est "moins un"? Marlène qu’est-ce que tu as répondu à cette question?

13 Marlène: Non.

14 P: Non? Qui a répondu non comme Marlène? Qui répond oui?

Des doigts se lèvent à chaque fois, mais un bon tiers des élèves n’ont levé le doigt pour aucune des réponses.

15 P: Donc, ça se partage, mais il y en a à peu près un autre tiers qui ne répond rien du tout! Qui ne peut pas répondre à cette question? Qui ne se prononce pas? Et bien alors, Marlène, toi tu réponds non, est-ce que tu peux expliquer pourquoi?

16 Marlène: …

17 P: Tu ne peux pas expliquer. Tu as l’impression que c’est non, mais tu ne sais pas. Stéphanie?

18 Stéphanie: Non, parce que le carré d’un nombre est toujours positif.

19 P: Non, parce que le carré d’un nombre est toujours positif.

20 E: Oui, c’est juste!

21 P: Tu lèves le doigt! D’autres explications, Olivier?

22 Olivier: Le carré d’un nombre négatif, c’est un nombre positif.

23 P: Le carré d’un nombre négatif est un nombre positif. Les élèves qui ont répondu oui, comment est-ce qu’ils s’expliquent? Il y en a qui ont répondu oui, tout à l’heure? Seraient-ils déjà convaincus par Stéphanie?

24 Michaël: Et bien non! Si on prend le carré négatif…

.18

25 P: Si tu prends le carré...., qu’est ce que tu veux dire, le carré négatif, le carré d’un nombre négatif.....? Est ce qu’il peut finir son explication? On écoute Michaël.

26 Michaël: on prend un, on met moins…

27 P: On prend un, alors comment je l’écris, je met moins un....*P écrit* $(-1)_2$ alors ça, ça fait quoi? Ça fait un.

28 Michaël: non

29 P: Alors, viens nous l'écrire

30 *Michaël va au tableau et écrit: -(1)2 = -1*

31 P: Alors, c’est à dire que je l’écris comment? J’écris moins, entre parenthèses un au carré?

32 Michaël: Oui!

33 P: Va à ta place. Oui, alors, donc moins un au carré, c'est pareil que ce que tu as écris en-dessous? Tu as mis une parenthèse et alors ça, tu en dis quoi?

34 Michaël: Ça fait moins un!

35 P: Ça fait moins un. Donc tu réponds oui à la première question. Qui est d'accord avec Michaël?

36 E: Je ne suis pas d'accord!

37 P: Ah! Alors. Donc, on a l'argument de Stéphanie, on a l'argument de Michaël et qu'est-ce qu'on en conclut, là? Olivier?

38 Olivier: Le carré c'est un mais on a rajouté un signe devant..., une soustraction devant.

39 P: On a rajouté un signe devant. Oui, et alors?

40 E: Ce n'est plus un nombre. On compte que la valeur absolue;

41 P: Ce n'est plus un nombre, c'est à dire, Olivier? On ne compte que la valeur absolue. C'est à dire qu'on ne s'intéresse qu'à un...

42 Olivier: *(inaudible)*

43 Agnès: On a bien le carré de moins un

44 P: Oui. Ça c'est bien le carré de moins un, qui est bien le carré de moins un? Ce qu'on a écrit là? *P montre $(-1)_2$ et ajoute = 1. On entend des élèves dire "Non!"*

45 P: Agnès!

46 Agnès: Moins un entre parenthèses au carré, c'est bien le carré de moins un.

47 P: Moins un entre parenthèse au carré. Alors ça, on est tous d'accord, que moins un entre parenthèses au carré ça fait bien moins un. On est tous d'accord avec ça?

P montre (-1)2 = 1.

Est-ce qu'il y en a qui ne sont pas d'accord avec ça? Oui, c'est bon, tout le monde est d'accord avec ça. Bon, alors maintenant on essaie de voir le rapport de la réponse de Michaël avec la question posée. Qu'est ce que tu penses? Mohamed?

48 M: Ça n'a rien à voir.

49 P: Ça n'a rien à voir. Pourquoi?

50 M: Parce que là, moins un est entre parenthèses

51 P: Oui, c'est à dire qu'on prend quoi là?

52 E1: La valeur absolue.

53 P: Qu'est ce qu'on prend, là?

54 E2: Un nombre devant une soustraction.

55 P: On prend la soustraction, c'est vraiment la soustraction ici, là?

56 E3: Non, c'est un signe négatif.

57 P: Alors, si on prend un signe négatif? Ça veut dire qu'on prend quoi?

58 P: L'opposé! Et on prend l'opposé de quoi?

59 E: De un

60 P: On a pris l'opposé du carré de un. Vous me suivez? Le carré de un c'est un au carré, ici (*P montre – (1)*$_2$) on a pris l'opposé du carré de un. Vous êtes d'accord? Est-ce que c'est ce qu'on nous demande ici?

61 E: Non!

.19

62 P: Si on veut le carré d'un nombre, ce nombre, au besoin vous mettez une parenthèse, c'est vrai que si on ajoute le moins devant c'est qu'on prend l'opposé de ce nombre. Est ce que tu es d'accord, Michaël? Donc, ce que tu as écrit ici est vrai (*P montre -(1)2 = -1),* mais ça ne répond pas à ma question 1. Est ce que tout le monde est d'accord?

63 EE: Oui

64 E: Non!

65 P: Oui, alors, Lise, la réponse à la question un, c'est quoi?

66 Lise: Et bien c'est non.

67 P: C'est non, et pourquoi?

68 Lise: Le carré d'un nombre négatif est toujours positif.

69 P: Le carré d'un nombre négatif est toujours positif. Et le carré d'un nombre positif, alors?

70 Lise: Positif.

71 P: Il est toujours positif. D'où ça vient que le carré d'un nombre négatif soit toujours positif? Qui me l'explique ça? Adil!

72 Adil: C'est la propriété avec la multiplication .... avec des nombres relatifs.

73 P: Oui, vas y, explicite.

74 Adil: Si on multiple deux nombres négatifs, le produit sera toujours positif.

On entend un élève dire "Pourquoi ?"

75 P: Si on multiplie deux nombres négatifs on obtient toujours un nombre positif. Donc le carré d'un nombre, le carré de tout nombre, est positif. On l'écrira tout à l'heure dans le cahier de cours. Tout le monde en est sûr de ça? Bien.

76 P: Deuxième question: Deux nombres différents peuvent-ils avoir le même carré?

77 P: Je voudrais savoir qui a répondu non à cette question? Levez le doigt! *(10 doigts)* Bien, oh là! Six, sept, une dizaine d'élèves. Qui répond oui à cette question? Vous êtes quand même vingt-sept dans la classe, donc là, si j'en compte encore une dizaine, il y en a sept qui ne se prononcent pas, et qui dorment consciencieusement. Bien, qui veut justifier du non? Boudjedal?

78 Boudjedal: J'ai pris un exemple.

79 P: Oui.

80 Boudjedal: Si je prends moins quatre, son carré est égal à seize....

81 P: Moins quatre, son carré est égal à seize, oui...
82 Boudjedal: Et quatre, son carré est égal à seize aussi.
83 E: C'est oui, hein!
84 P: Et quatre, son carré est égal à seize, aussi. Alors, c'est quoi ça?
85 E: C'est oui!
86 P: Ah bon, d'accord, j'avais demandé quelqu'un qui m'explique le non. Qui me justifie le non? Est ce que Boudjedal a été suffisamment convaincant? Qui est-ce qui pense oui, maintenant? Tout le monde est d'accord! Bien, alors, comment sont ces deux nombres, Boudjedal ?
87 B: Ils sont différents
88 Sébastien: Ils ne sont pas différents, ils sont opposés! […]
113 P: Question 2. Les nombres suivants sont-ils des carrés de nombres entiers? Alors on va commencer, chacun, vous me le donnez.
P montre 40. Un élève fait non de la tête
114 P: Non, tu n'as pas trouvé que c'était le carré d'un nombre entier. Tout le monde est d'accord? Si vous n'êtes pas d'accord vous levez le doigt. Alors, je barre au fur et à mesure? Bien. *P montre 9.*
115 Lise: Oui.
116 P: Mais tu me justifies.
117 Lise: Egale trois au carré.
118 P: Egale trois au carré. S i vous n'êtes pas d'accord vous levez le doigt.
119 E: Ou moins trois au carré!
120 P: Ou moins trois au carré. Parce que vous avez fait la question précédente. Bien.
.20
P *montre - 16.*
121 P: Non, moins seize, parce que c'est un nombre négatif. Très bien, vous êtes d'accord?
122 E: Oui.
123 P: *P montre 0*. Michaël?
124 M: Oui, c'est le carré de zéro.
125 P: C'est le carré de zéro, c'est bien. Ensuite, Marlène? *P montre 25/4.*
126 M: C'est le carré de cinq demi.
127 P: De cinq demi, comment je l'écris? Marlène, comment je l'écris? Cinq demi entre parenthèses au carré. Qui est-ce qui a pensé à mettre la parenthèse? *P écrit (5/2)2* Parce que dans les rangs, en passant, j'ai vu qu'il y en avait certains qui avaient oublié.
P montre 1.
128 P: Stéphanie? C'est le carré de un. Ensuite? *P montre 400.*

129 P: Laurent? Tu n’as pas trouvé. Jonathan? Tu n’as pas trouvé non plus? Olivier?
130 Olivier: Vingt au carré.
131 P: Vingt au carré, tout le monde est d’accord? […]
179 P: Bien, alors, on prend une nouvelle page dans le cahier. Bien, mettez un titre. A votre avis, quel sera le titre?
180 E: Racine carré!
[…] *A partir d'ici, P écrit au tableau ce que les élèves doivent copier sur leur cahier tout en commentant. On note ci-dessous en gras ce que P écrit au tableau, le reste correspond à ce qu’elle dit (qui est enregistré.)*
184 P: Bon, **RACINE CARREE**. Donc aujourd’hui, on va vraiment introduire cette notion de racine carrée.
185 P: **I- Notion de racine carrée** et d’abord, on va écrire:
a- Rappel sur les carrés. A l’occasion de l’exercice précédent, nous avons eu l’occasion de rappeler deux propriétés sur les carrés. Essayez de vous les redonner dans votre tête, ces deux propriétés, … Vous levez le doigt quand vous les avez trouvés. Stéphanie, qu’est-ce qu’on a dit, à propos des carrés?
186 Stéphanie: Le carré d’un nombre est toujours positif.
187 P: Le carré d’un nombre est toujours positif, oui, et puis? Adil ? On a dit autre chose.
188 Adil: Le carré d'un négatif est toujours positif
189 P: Le carré d’un nombre négatif, oui, mais je pense que là, c’est une partie de ce qu’a dit Stéphanie. Autre chose. Ce sont des nombre opposés, oui Stéphanie, vas y.
190 Stéphanie: Le carré d’un nombre négatif est l’opposé du nombre positif.
191 P: Le carré d’un nombre négatif est l’opposé du nombre positif. Vous êtes d’accord? Le carré d’un nombre négatif est l’opposé du nombre positif ?
192 E: Du carré du nombre positif.
193 P: Est l’opposé du carré du nombre positif. Répète, parce qu'apparemment, ça les a endormis. Vas-y. Stéphanie.
194 S: Le carré d’un nombre négatif, est l’opposé du carré du nombre positif.
195 P.: Qui est d’accord avec cette phrase? Quatre personnes. Les autres sont profondément endormis.
196 E: C’est bon.
197 P: C’est bon, qui nous donne un exemple de ce que vient de dire Stéphanie? Sébastien.
198 S: Le carré de moins cinq c’est vingt-cinq et le carré de cinq c’est vingt-cinq.
199 P: Le carré de moins cinq c’est vingt cinq et le carré de cinq c’est vingt cinq aussi, donc, le carré du nombre positif est l’opposé du carré du nombre négatif ?
200 EE: Non, non!!!!!

201 P: Ah, bon! Alors, est ce que vous êtes toujours d'accord avec ce que disait Stéphanie?

202 E: Elle a mal dit.

.21

203 P: Elle a mal dit. Bon, et bien alors reprenez, c'est l'occasion, c'est bien ce que j'attends, moi ce que j'attends c'est la reformulation. Vincent.

204 V: Le carré d'un nombre négatif est égal au carré de l'opposé de ce même nombre.

205 P: Est égal à l'opposé de ce même nombre. Qui est d'accord?

206 E: Au carré!

207 P: Est-ce que quelqu'un pourrait nous trouver une formulation un petit peu plus facile? Le carré du nombre négatif est égal au carré de l'opposé de ce nombre. Est-ce qu'on peut trouver autre chose? Raphaël, on ne t'a pas entendu encore aujourd'hui, qu'est-ce que tu proposes? Rien du tout! Rien, tu as suivi ce qu'on faisait quand même? Alors, Vincent, comment formuler autrement?

208 Vincent: Les carrés de deux nombres opposés sont égaux.

209 P: Voilà, il fallait tout simplement dire ça, quand on prend deux nombres opposés les carrés sont les mêmes. Est-ce que tu es d'accord Stéphanie, c'était ce que tu voulais dire? Ce que tu avais dit n'est pas juste, hein. Tu as reconnu pourquoi c'était faux? Bien.

210 P: Alors on met un exemple qui était celui là, par exemple. Pour que vous l'ayez bien en tête. Moins cinq au carré, égale vingt cinq,

211 *P écrit au tableau* **(-5)2 = 25 52 = 25**

212 P: est ce que la parenthèse est importante ici, ou bien....?

213 EE: Oui, oui!

214 P: Est ce qu'on pourrait l'enlever?

215 E: Non, pas là!

216 P: Chut! Mohamed!. Laissez le parler. Pourquoi c'est important? Olivier?

217 Olivier: Là, c'est moins cinq qui est au carré.

218 P: C'est moins cinq qui est au carré, très bien! D'accord. Autrement, si on enlève la parenthèse? Ce serait seulement cinq qui serait au carré. Est-ce que tout le monde est d'accord, là. Bien moins cinq au carré égal vingt cinq, cinq au carré égal vingt cinq, vous mettez les deux propriétés en couleur, en dessous.

Un carré est toujours positif, et, deuxième propriété, c'est:

Deux nombres opposés ont le même carré. Ça y est? Non, pour l'instant, vous.... Donc, moins cinq a pour carré vingt cinq et cinq a pour carré vingt cinq.

219 *P écrit au tableau* **-5 a pour carré 25 5 a pour carré 25.**

220 E: Non! C'est faux!

221 Plusieurs élèves: le carré de moins 5 c'est moins vingt cinq!

221 P: Ah! Vous n'êtes pas d'accord! Oui?

222 E: Si vous mettez moins cinq sans parenthèses, ça va faire moins vingt cinq.

223 P: Pour l'instant, je n'ai rien mis, vous voulez que je mette une parenthèse, là.

224 E: Oui!

225 P: Elle ajoute une parenthèse à la ligne du haut, ce qui donne

226 *P écrit au tableau* (**-5) a pour carré 25 ; 5 a pour carré 25**

227 P: Ça vous rassure?

228 E: Oui!

229 P: Et avant c'était faux?

230 E: Non! Si!

231 P: Alors au lieu de dire..., ce n'est pas celui qui crie plus fort, non, oui, vous vous exprimez! Lise?

232 L: C'est pas faux, parce que, là, on ne sait pas, c'est pas *(inaudible)*, c'est le nombre.

233 P: On s'intéresse à moins cinq. Moins cinq, pour l'instant, il n'y a pas de calcul avec moins cinq, donc, qu'il y ait une parenthèse ou qu'il n'y ait pas de parenthèses, je considère moins cinq. Donc, que je l'écrive comme ça, ou que je l'écrive sans parenthèse, vous êtes d'accord?

E: Oui!

234 P: Par contre si je mets un carré, comme je veux considérer le carré de moins cinq je suis obligée de mettre une parenthèse. Est ce que vous êtes d'accord avec ce qui est au

.22

tableau? Oui? Bien! Alors, donc, on dit, moins cinq a pour carré vingt cinq et cinq a pour carré vingt cinq aussi. […].