



PROFESSORES DE MATEMÁTICA EM FORMAÇÃO CONTINUADA: uma análise de erros em conteúdos de probabilidade

Lori Viali¹
Helena Noronha Cury²

Resumo: Neste artigo, são apresentados resultados parciais de uma pesquisa desenvolvida com professores em formação continuada, em cinco Instituições de Ensino Superior. Do questionário aplicado a 50 docentes, foram destacados os dados sobre formação profissional e atuação, bem como as respostas às questões sobre Probabilidade. A análise quantitativa é apresentada em tabelas e figuras. Mais do que 70% dos professores erraram ou não responderam cada uma das duas questões propostas e esses resultados mostram que os participantes têm dificuldades relacionadas ao conceito de probabilidade e às suas propriedades, o que pode acarretar problemas no ensino desses tópicos a seus alunos da educação básica.

Palavras-chave: Análise de erros. Probabilidade. Formação continuada. Tratamento da incerteza. Ensino Superior.

Abstract: In this paper, we present partial results of a research developed with teachers in continued formation, in five higher education institutions. From the questionnaire administered to 50 teachers were emphasized data on vocational training and performance as well as responses to questions on Probability. The quantitative analysis is presented in tables and figures. More than 70% of these teachers got wrong or did not answer each of the two questions proposed and these results show that the participants have difficulties related to the concept of probability and its properties, which can lead to problems in teaching these topics to students of Elementary Education.

Keywords: Error analysis. Probability. Continued formation. Probability concepts. Treatment of uncertainty. Higher Education.

INTRODUÇÃO

Na maior parte dos Programas de Pós-Graduação em Educação Matemática, busca-se retomar conteúdos de Matemática e de Metodologia de Ensino, para qualificar a

¹ Doutor em Engenharia de Produção - PUCRS/UFRGS - viali@pucrs.br

² Doutora em Educação- UNIFRA - curyh@via-rs.net



formação e a prática de sala de aula dos professores que procuram essa formação continuada. Para buscar subsídios para avaliar as respostas de professores de Matemática em formação continuada a questões sobre conteúdos de Probabilidade, foi feita uma busca aos *sites* de Programas ligados à área de Ensino de Ciências e Matemática da CAPES, tendo sido encontradas 1.100 dissertações ou teses publicadas até 15 de julho de 2010. Destas, 155 têm a palavra “formação” (inicial ou continuada) no título ou nas palavras-chave.

Essas investigações sobre formação de professores englobam, também, aquelas que pesquisam opiniões de professores em serviço, sobre algum tópico de conteúdo matemático ou estatístico, bem como sobre metodologias de ensino ou dificuldades enfrentadas pelos docentes.

Das 155 dissertações ou teses sobre formação do professor, encontramos apenas sete que apresentam as palavras “Probabilidade” ou “Estatística” no título ou nos descritores. Buscando, a seguir, as palavras “erros”, “dificuldades” ou “obstáculos”, nessa listagem de 155 trabalhos, apenas seis deles evocam esses termos e nenhum desses trata de erros, dificuldades ou obstáculos relacionados à Probabilidade e Estatística.

Esse levantamento, ainda que parcial, por tratar apenas de dissertações ou teses produzidas em Programas de Pós-Graduação da área de Ensino de Ciências e Matemática, mostra, no entanto, que há uma lacuna nas pesquisas realizadas nesses cursos, em relação aos tópicos que, nas Orientações Curriculares para o Ensino Médio (BRASIL, 2006), são elencados no bloco de conteúdos denominado “Análise de dados e probabilidade”.

No entanto, sabemos que já há uma vasta produção brasileira nesta área, representada por artigos e comunicações em anais, principalmente de autores ligados ao Grupo de Trabalho de Ensino de Probabilidade e Estatística (GT12), da Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM). Também em outros países a Educação Estatística tem se desenvolvido e apresenta uma vigorosa produção, divulgada em livros, periódicos e anais de congressos. No entanto, a maior parte dos trabalhos enfoca o ensino e



a aprendizagem de Probabilidade e Estatística, não sendo comuns os textos envolvendo avaliação ou pesquisas sobre erros cometidos por professores e alunos.

Trabalhando com Ensino de Probabilidade e Estatística, bem como com análise de erros e notando as dificuldades evidenciadas pelos professores em formação inicial ou continuada em relação a esses tópicos, propusemo-nos a investigar os erros cometidos por professores que cursam Especialização ou Mestrado em Educação Matemática, ao resolver problemas que envolvem conteúdos de Probabilidade. Neste artigo, apresentamos a pesquisa realizada e analisamos, quantitativa e qualitativamente, as resoluções de 50 professores aos dois problemas propostos.

REVISÃO DE LITERATURA

Conteúdos de Probabilidade e Estatística têm sido indicados para compor as matrizes curriculares do Ensino Fundamental e Médio. Os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998, 1999), bem como as Orientações Curriculares para o Ensino Médio (BRASIL, 2006), apontam tópicos de Probabilidade e Estatística em um dos blocos nos quais estão organizados os conteúdos a serem trabalhados nesses níveis.

Também as Diretrizes Curriculares para os cursos de Matemática (BRASIL, 2001) indicam que devem ser incluídos, entre os conteúdos profissionais para as Licenciaturas, aqueles que são lecionados na Educação Básica. As orientações dos Parâmetros Curriculares para o Ensino Médio (BRASIL, 2006, p. 80), no tocante ao bloco Análise de dados e Probabilidade, indicam que:

O estudo da combinatória e da probabilidade é essencial nesse bloco de conteúdo, pois os alunos precisam adquirir conhecimentos sobre o levantamento de possibilidades e a medida da chance de cada uma delas. [...] Por exemplo, ao extrair aleatoriamente três bolas de uma urna com quatro possibilidades, esse experimento aleatório tem três fases, que podem ser interpretadas significativamente no espaço amostral das variações.



Também nos Princípios e Normas para a Matemática Escolar (2008, p. 52), organizados pelo *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM) americano, é recomendado o ensino de Probabilidade:

Para raciocinarem estatisticamente, os alunos precisam de compreender a análise de dados e os aspectos das probabilidades com eles relacionados – aptidões necessárias para que se tornem cidadãos informados e consumidores inteligentes.

Um fator que influencia o ensino de Probabilidade e Estatística na Educação Básica é a formação nem sempre adequada, recebida por licenciados em Matemática, para trabalhar com conteúdos dessa área. As matrizes curriculares dos cursos de Licenciatura em Matemática, em geral, não apresentam disciplinas de Probabilidade e Estatística ou, quando apresentam, englobam os conteúdos em uma única, compartilhada por cursos de outras áreas, como Engenharia (VIALI, 2008). Assim, não é de surpreender que professores de Matemática apresentem dificuldades no ensino de tópicos de Probabilidade e Estatística para a Educação Básica.

Revisando as sete dissertações que evocam Probabilidade e Estatística, no conjunto das produções dos Programas de Pós-Graduação da área de Ensino de Ciências e Matemática, vemos que quatro delas investigaram tópicos relacionados à Probabilidade e os demais trabalharam com a Estatística.

Santos (2003) debruçou-se sobre as possibilidades oferecidas por um ambiente computacional para a formação de conhecimentos elementares de Estatística de uma professora de séries iniciais que, ao final de oito meses, mostrou um avanço em seus conhecimentos e na possibilidade de elaborar atividades sobre Tratamento da Informação para seus alunos.

Gonçalves (2004) apoiou-se em conceitos da Didática Francesa, em especial nas ideias de Chevallard, para estudar as concepções atuais de Probabilidade de professores do Ensino Fundamental e verificar se há relações entre essas concepções e as tendências do ensino dessa área nas décadas em que esses professores tiveram sua formação na escola básica. De sua investigação, destacamos a conclusão sobre a importância dos cursos de



atualização profissional sobre as concepções dos professores, haja vista que tais cursos promovem reflexão sobre a prática que, por sua vez, influencia as concepções.

Amaral (2007) investigou o processo de formação de conhecimentos probabilísticos e estatísticos de professores de séries iniciais em formação em um curso de Pedagogia. Aplicada uma sequência didática e analisados os resultados da pesquisa, a autora concluiu que a inclusão de atividades sobre Probabilidade e Estatística em cursos de formação inicial possibilitam aos alunos as habilidades para trabalhar com dados quantitativos e qualitativos, em suas práticas de sala de aula, o que vem ao encontro do que é preconizado para a Educação Básica.

Bigattão Junior (2007) desenvolveu uma pesquisa com 23 professores do Ensino Fundamental II aos quais foi aplicado um questionário sobre informações pessoais e profissionais desses docentes, visando o nível de alfabetização estatística dos participantes. Usando um software estatístico, o pesquisador analisou as respostas do questionário e concluiu que há dificuldades em termos de conhecimentos estocásticos e que, dessa forma, “é de se esperar que nossos alunos tenham dificuldades na aprendizagem da estatística ou probabilidade seja na escola básica ou em cursos mais avançados” (BIGATTÃO JUNIOR, 2007, p. 104).

Corrêa (2010) realizou um estudo de caso com seis docentes, avaliando como o conhecimento profissional do professor de Matemática influencia o ensino de Probabilidade ministrado em suas aulas. O autor observou uma carência de pesquisas em Educação Estatística com foco no ensino de Probabilidade. Nos seus achados, Corrêa (2010, p. 136) identificou que a formação dos entrevistados “por um enfoque determinista alicerça uma análise didática de possíveis resoluções de exercícios, porém limitando-os apenas a uma análise formal da Matemática”.

Veras (2010) investigou as contribuições que uma formação, dentro de um grupo colaborativo, traz para um grupo de professores polivalentes que trabalham com atividades estatística em séries iniciais, tendo por base a Organização Praxeológica de Chevallard. Após os quatro encontros do grupo e a aplicação dos instrumentos de pesquisa, o autor



considera que o grupo colaborativo trouxe avanços para a leitura e interpretação de gráficos e tabelas, mas não houve tempo hábil para trabalhar as dificuldades dos professores em relação aos conhecimentos dos conteúdos de Estatística.

Moreno (2010) teve como objetivo investigar as características didáticas de uma formação continuada em Estatística para 17 alunos de Licenciatura em Matemática, de modo a favorecer a percepção da variabilidade. Com base na Engenharia Didática, o pesquisador elaborou uma sequência didática, aplicada aos licenciandos, e considerou que as atividades possibilitaram a mobilização de conhecimentos anteriores dos alunos e mostraram-se capazes de perceber a variabilidade e articular conhecimentos sobre o tema.

Buscando outros tipos de trabalhos que envolvem o ensino de Probabilidade, encontramos em Kataoka et al. (2008) o cenário do ensino de Probabilidade no Brasil, em que os autores, com base em trabalhos brasileiros e estrangeiros, consideram que os professores costumam ter formação em Probabilidade e Estatística na graduação, mas não têm conhecimentos sobre como ensinar tais conteúdos.

Efetivamente, a publicação dos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental e Médio (BRASIL, 1998, 1999) incentivou o trabalho com esses conteúdos na Educação Básica, mas após 12 anos, os cursos de Licenciatura em Matemática, em geral, não têm proporcionado discussões sobre a Metodologia de Ensino adequada ao ensino de tópicos de Probabilidade e Estatística na Educação Básica.

Kataoka et al. (2008) realizaram uma investigação com 30 professores de Matemática da Educação Básica, que perfaziam 25% do total de docentes dessa disciplina na cidade em que foi realizada a pesquisa. Esses professores responderam a um questionário sobre dados pessoais e profissionais e sobre o ensino de Probabilidade e Estatística. Todos os respondentes eram graduados em Matemática, tinham experiência profissional de, em média, 14 anos e trabalhavam pelo menos 20 horas semanais.

Os respondentes dessa investigação corroboram os dados indicados em Viali (2008), de que cursaram apenas uma disciplina que envolvia conteúdos de Probabilidade e Estatística e que não tinham recebido orientação sobre como ensinar esses conceitos.



Fazendo um levantamento da produção do sobre a trajetória do GT12 da SBEM, Cazorla, Kataoka e Silva (2010) analisaram as produções de 43 pesquisadores brasileiros, usando como critério para essa escolha o fato de terem apresentado pelo menos um trabalho nas três edições do Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática (SIPEM). De um total de 352 publicações desses pesquisadores, na maioria trabalhos completos em anais de eventos, foram encontrados 16,2% deles com enfoque em Probabilidade. Além disso, 81,5% desses 352 trabalhos analisados envolvem os processos de ensino e aprendizagem, não sendo citados, em especial, produções sobre análise de erros.

Analisando as dissertações e teses orientadas por esses 43 docentes, Cazorla, Kataoka e Silva (2010) mencionam o fato de que, quanto ao conteúdo pesquisado, apenas 14,1% abordam Probabilidade e 7,1%, Estatística e Probabilidade simultaneamente. Quanto ao nível de escolaridade dos participantes envolvidos nas pesquisas relatadas, 26,4% são professores da Educação Básica. Assim, efetivamente há lacunas na investigação brasileira sobre o ensino de Probabilidade, em especial no tocante à análise de erros cometidos por professores da Educação Básica.

Salamanca (2006), discutindo mudanças no ensino na Colômbia, informa que as diretrizes curriculares propõem o ensino de Probabilidade e Estatística em vários níveis de ensino, sendo que as noções básicas de Probabilidade são introduzidas na Educação Básica e que, em nível universitário, há uma tendência a distribuir a Estatística em dois cursos, mas com alto nível de complexidade. Assim, parece-nos que lá também há dificuldades em traduzir, adequadamente, os conhecimentos probabilísticos e estatísticos de nível superior para os níveis básicos.

Serradó, Cardeñoso e Azcárate (2005, p. 7) apresentam três investigações realizadas sobre as concepções a respeito da aleatoriedade, com estudantes, professores de ensino primário e em livros didáticos. Os autores concluem que

[...] os estudantes e os professores em exercício apresentaram obstáculos associados ao caráter determinista de suas concepções sobre o conhecimento



probabilístico, que não lhes permitiram uma construção adequada das noções de aleatoriedade e probabilidade.

Em outro trabalho dos mesmos autores (SERRADÓ; AZCÁRATE; CARDEÑOSO, 2006), são analisadas as resistências de professores a aceitar as inovações curriculares na Espanha, que introduziram conceitos de Probabilidade na Educação Secundária. O estudo de caso foi realizado com cinco professores, em uma investigação qualitativa e interpretativa, analisando os argumentos desses professores sobre a presença de tópicos de Probabilidade no processo de ensino e aprendizagem.

No artigo, os autores apresentam apenas as opiniões de dois entrevistados; um deles considera que as possibilidades de inovação devem vir de contato com colegas e que não há possibilidade de mudanças bruscas em conteúdos, porque os professores e os livros-texto são tradicionais. O outro professor, ao expressar sua resistência, considera que os estudantes teriam muitas dificuldades de aprendizagem com uma metodologia inovadora e que a Probabilidade não é um conteúdo básico e necessário para os alunos.

Em um experimento realizado no Canadá, Theis e Savard (2010) investigaram professores de Ensino Secundário que apreenderam conceitos probabilísticos e preparação de aulas relacionadas a esses conteúdos. Para isto foi utilizado um *software* que simulava jogos de azar, com que foram realizadas atividades que envolviam Probabilidade e que não exigiam habilidades para jogar. As observações das atividades, gravadas em vídeo e depois transcritas, foram analisadas qualitativamente. Os pesquisadores consideram que os professores não estavam suficientemente preparados para ensinar conceitos de Probabilidade e não aproveitaram o uso do *software* para discutir os diferentes conceitos. Assim, julgam necessário aprofundar as discussões, em seus cursos de formação de professores, sobre o ensino desses conceitos, inclusive debatendo os erros cometidos pelos seus alunos.

Dessa forma, por essa breve revisão de literatura, podemos perceber que há muitas dificuldades em relação ao Ensino de Probabilidade e Estatística na Educação Básica e que, mesmo encontrando pesquisas sobre o tema e tentativas de mudança no cenário, ainda é



necessário investigar obstáculos que vêm prejudicando a inserção desses conteúdos na educação dos jovens e dos futuros professores.

METODOLOGIA DA PESQUISA

Em projeto submetido ao Edital Universal do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), foi proposto o desenvolvimento de uma pesquisa em cinco Instituições de Ensino Superior do Rio Grande do Sul¹, com o objetivo de analisar soluções de problemas de Álgebra, Análise, Geometria e Probabilidade e detectar erros cometidos por professores em formação continuada. O projeto foi desenvolvido em duas fases e na primeira foi aplicado um teste-piloto, do qual constava, entre outras, uma questão sobre Probabilidade, cujas soluções já foram analisadas em artigo aceito para publicação.

Na segunda etapa do projeto, um instrumento de investigação (Em Apêndice) foi aplicado a 50 professores em formação continuada, constando de uma parte inicial, com perguntas sobre a formação e atuação do respondente, e oito questões abertas de Matemática, sendo duas delas referentes a conteúdos de Probabilidade. Neste artigo, apresentamos e discutimos os dados quantitativos referentes às respostas dos participantes nesta segunda fase da pesquisa, tanto sobre a parte inicial do questionário quanto sobre as respostas às duas questões de Probabilidade.

Seguindo os procedimentos adotados na correção de questões de avaliações como o AVA (Avaliação do Rendimento Escolar do Paraná) e o PISA (Programa Internacional de Avaliação de Estudantes), codificamos as respostas às questões matemáticas, atribuindo código 2 às resoluções corretas, código 1 às parcialmente corretas e 0, às incorretas; ainda indicamos com o código 9 a ausência de solução. Também foram atribuídos códigos para as respostas às questões fechadas do questionário inicial. Os critérios para a correção e atribuição dos códigos para cada questão do teste foram discutidos por toda a equipe.

A seguir, apresentamos os enunciados das questões de Probabilidade e a análise das respostas da parte inicial do questionário.

AS QUESTÕES SOBRE PROBABILIDADE

Como visto no Apêndice, as questões sobre Probabilidade são as de números 7 e 8 e têm os seguintes enunciados:

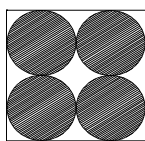
Questão 7: *Uma pessoa tem quatro chaves aparentemente iguais das quais apenas uma abre uma porta chaveada. Qual a probabilidade de que sejam necessárias mais do que três tentativas para abrir a porta se as chaves: a) são misturadas após cada tentativa falha? b) são separadas após cada tentativa falha?*

Na correção da questão, foi considerada Resolução Correta (código 2) aquela em que o respondente interpreta corretamente a pergunta e estabelece a Probabilidade, usando a definição clássica (divisão do número de casos favoráveis pelo número de casos possíveis) ou a análise combinatória ou, ainda, a árvore de possibilidades.

Foi considerada Resolução Parcialmente Correta (código 1) aquela em que o respondente interpreta corretamente a pergunta, aplica um dos procedimentos para a resolução, mas não completa o cálculo que determina a resposta solicitada; também poderia acontecer que o respondente apenas indicasse a resposta, correta, mas não apresentasse a solução.

Foi considerada Incorreta (código 0) a resolução em que o respondente não interpreta corretamente a pergunta ou usa conceitos de forma equivocada ou utiliza de forma errada os procedimentos de solução ou, ainda, apenas indica a resposta, incorreta, e não apresenta a solução.

A questão 8 foi adaptada de exame vestibular da Universidade Federal do Rio Grande do Sul e tem o seguinte enunciado:



A figura ao lado representa uma parede quadrada, na qual estão pintados discos de raio r . Se uma bola é lançada totalmente ao acaso contra a parede, calcule a probabilidade de ela tocar fora dos discos e explique como chegou à resposta.

Na correção, foi considerada Resolução Correta (código 2) aquela em que o respondente interpreta corretamente a pergunta, calcula as áreas do quadrado e dos discos e indica a probabilidade de a bola tocar fora dos discos.³

Resolução Parcialmente Correta (código 1) é aquela em que o respondente interpreta corretamente a pergunta, calcula as áreas do quadrado e dos discos, mas indica a probabilidade do evento complementar. Já na Resolução Incorreta (código 0) o respondente calcula as áreas do quadrado e dos discos, mas erra os cálculos ou não usa a definição de probabilidade ou, ainda, a utiliza equivocadamente.

A ANÁLISE DAS RESPOSTAS INICIAIS DO QUESTIONÁRIO

Inicialmente, apresentamos a caracterização dos professores que concordaram em participar da pesquisa e fazer parte da amostra. O grupo dos investigados é predominantemente feminino. Dos 50 participantes, 32 são mulheres (64% do total)⁴.

Uma hipótese que pode ser feita é que o número de acertos/erros nas questões de probabilidade seja gênero-dependente. Assim, a Tabela 1 mostra a distribuição conjunta das respostas às duas questões de Probabilidade em relação ao gênero dos respondentes.

Tabela 1 – Distribuição conjunta dos erros/acertos considerando o gênero do participante

Gênero	Questão 7				Total	Questão 8				Total
	0	1	2	9		0	1	2	9	
Masculino	8	4	3	3	18	7	1	7	3	18
Feminino	18	3	1	10	32	8	1	13	10	32
Total	26	7	4	13	50	15	2	20	13	50

Se for considerado apenas o acerto total e a questão 7, então existe uma relação de 3 para 1 de acertos em favor dos respondentes do sexo masculino, mas considerando a

³ Aceitou-se a aproximação $\pi = 3$.

⁴ Para preservar a identidade dos participantes, usaremos o gênero masculino para nos referirmos a qualquer um deles.

mesma situação para a questão 8, a relação agora é de 7 para 13, nesse caso com favorecimento às participantes do sexo feminino. Determinou-se o coeficiente de associação (C de Pearson), mas ele não se mostrou significativo para qualquer uma das duas questões. Assim não é possível afirmar que o acerto seja gênero-dependente.

Tabela 2 – Graduação dos participantes investigados

Curso	Participantes	%
LPM	38	76
LPC/HM	4	8
LPC/HF	1	2
Outro	1	2
Sem resposta	6	12
Total	50	100,0

A Tabela 2 apresenta o curso de graduação concluído pelos participantes. Pode-se notar que pelo menos $\frac{3}{4}$ da amostra possuem licenciatura plena em Matemática (LPM). Se somarmos aos quatro que cursaram Ciências com habilitação em Matemática (LPC/HM), temos 84% dos investigados. Um dos professores investigados tem habilitação em Física (LPC/HF) e um tem habilitação em outra área.

As idades dos participantes variaram de 22 a 50 anos. A idade modal foi de 27 anos, a mediana, 29 e a média, de 32 anos. O desvio padrão foi de sete anos. O diagrama de caixa-e-bigodes da Figura 1 foi elaborado com 49 participantes, uma vez que um deles não indicou a idade. Pode-se perceber que a maior concentração de valores está na faixa dos 20 aos 30 anos e que a distribuição apresenta uma assimetria positiva (à direita).

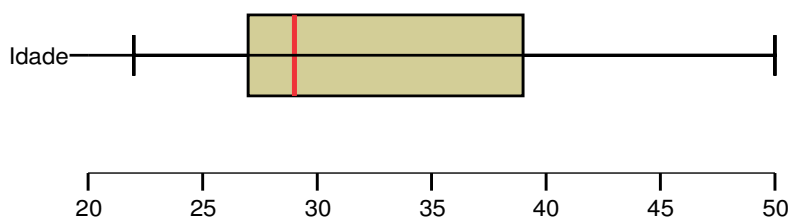




Figura 1 – Diagrama de caixa-e-bigodes da idade dos participantes

A Tabela 3 apresenta a distribuição dos participantes de acordo com o grau de ensino em que trabalham. Do total da amostra, 12 participantes ou não informaram ou não trabalham, para os quais atribuímos a sigla NI. Para os demais casos, foram usadas as siglas: Séries Iniciais (SI); Séries Iniciais e Ensino Fundamental (SI/EF); Ensino Fundamental (EF); Ensino Médio (EM); Ensino Fundamental e Ensino Médio (EF/M); Ensino Médio e Superior (EM/S); Ensino Superior (ES).

Tabela 3 – Atuação profissional dos participantes da amostra

Grau	Participantes	%
NI	12	24
SI	1	2
EF	10	20
EM	9	18
SI/EF	1	2
EF/M	15	30
EM/S	1	2
ES	1	2
Total	50	100,0

A Tabela 4 apresenta o desempenho dos participantes em relação ao grau de ensino em que atuam. Uma hipótese que pode ser feita é que o número de acertos/erros seja dependente do grau de ensino.

Determinou-se o coeficiente de associação (C de Pearson), mas ele não se mostrou significativo para qualquer uma das duas questões. Assim não é possível afirmar que o acerto seja dependente do grau em que o participante leciona.

Tabela 4 – Distribuição conjunta dos erros/acertos considerando o grau em que leciona

Grau	Questão 7				Total	Questão 8				Total
	0	1	2	9		0	1	2	9	
NI	6	2	0	4	12	6	1	2	3	12
SI	1	0	0	0	1	0	0	0	1	1
EF	4	2	0	4	10	2	0	5	3	10
EM	5	1	2	1	9	3	1	4	1	9
SI/EF	1	0	0	0	1	1	0	0	0	1
EF/M	8	2	1	4	15	2	0	8	5	15
EM/S	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1
ES	1	0	0	0	1	1	0	0	0	1
Total	26	7	4	13	50	15	2	20	13	50

O tempo médio de magistério dos 39 (78%) participantes que trabalham no ensino variou entre um e 20 anos. O valor modal foi de um ano, com seis professores com esse tempo de serviço. O tempo mediano de magistério foi de seis anos e o tempo médio de oito anos, com desvio padrão de seis anos. Os segundos tempos mais frequentes de magistério foram três e cinco anos, ambos relativos a quatro professores. Apenas um professor tem 20 anos do magistério e três deles tem 19 anos cada.

Tabela 5 – Distribuição conjunta do tempo de magistério e os acertos/erros

Tempo de Magistério (anos)	Questão 7				Total	Questão 8				Total
	0	1	2	9		0	1	2	9	
0	6	2	0	3	11	6	1	2	2	11
1 a 5	9	2	2	5	18	4	0	6	8	18
6 a 10	4	1	2	2	9	0	1	6	2	9
11 a 15	5	0	0	0	5	2	0	3	0	5
16 a 20	2	2	0	3	7	3	0	3	1	7
Total	26	7	4	13	50	15	2	20	13	50



Outra hipótese que fizemos foi de que o número de acertos/erros é dependente do tempo de magistério. A Tabela 5, acima, apresenta a distribuição conjunta dos acertos/erros considerando esse tempo. É importante salientar que o tempo de 0 anos indica os que não trabalham ou não informaram o dado.

Também foi determinado o coeficiente de associação, mas, igualmente, ele não se mostrou significativo para qualquer uma das duas questões. Portanto, não se pode afirmar que o acerto seja dependente do grau em que leciona o participante.

Trinta e oito respondentes (76% da amostra) informaram o total de horas trabalhadas e esse valor variou entre um mínimo de quatro horas semanais (com um professor com esse tempo de trabalho) e um máximo de 60 horas semanais, tendo dois professores declarado trabalharem este número de horas. O tempo modal com 10 sujeitos foi de 40 horas, sendo 20 horas o segundo tempo mais frequente, com quatro professores nessa situação. Outros valores elevados, citados, foram 44 horas (um participante), 45 horas (dois participantes), 53 e 54 horas (com um professor em cada caso). O tempo mediano e médio ficou em 31 horas semanais. O desvio padrão do número de horas trabalhadas entre os 38 participantes da amostra que declararam trabalhar foi de 15,3.

Um fator que pode ser considerado como qualificador do trabalho docente é a possibilidade de ter acesso a computador. Muitas vezes, grande parte do trabalho docente é executado em casa e o computador é um fator de aumento de produtividade desse trabalho, de qualificação do material didático produzido e de atualização do professor, caso disponha de acesso a Internet. Dos 38 professores que responderam a questão sobre ter ou não acesso a um computador, 27 (71%) responderam afirmativamente e desses, oito (30,0%) têm acesso ao computador no trabalho.

Perguntamos aos professores, em questão aberta, quais conteúdos mais gostavam de lecionar e quais menos gostavam. Em relação às questões analisadas nesta comunicação, apesar de a Combinatória não fazer parte explicitamente do teste, ela foi incluída, pois é pré-requisito para alguns conceitos probabilísticos. Alguns problemas de contagem em probabilidade só poderão ser resolvidos por técnicas combinatórias. A grande maioria dos

professores não se manifestou, isto é, não declararam se gostam ou não de conteúdos como “Combinatória”, “Probabilidade” ou “Estatística”, presumindo-se então que não há uma atenção especial, tanto positiva quanto negativa, para tais tópicos. A Tabela 6, a seguir, apresenta as respostas obtidas.

Tabela 6 – Apeço pelos conteúdos envolvidos nas questões 7 e 8 do teste

Apeço \ Conteúdo	Participantes		
	Combinatória	Probabilidade	Estatística
Gosta	3	3	2
Não gosta	8	3	4
Indiferente	39	44	44
Total	50	50	50

Note-se o grande número de professores que não se manifestaram a respeito da Probabilidade ou da Estatística. Aqui vem mais uma confirmação de que esses conteúdos parecem ser ignorados pelos professores, pois se eles tivessem conhecimento ou se trabalhassem efetivamente com tais tópicos, provavelmente teríamos recebido respostas, de apeço ou não, mas o que se obteve foi a falta de indicação sobre qualquer um deles. Dos poucos respondentes que opinaram, tem-se, por exemplo, em “Probabilidade”, uma divisão de opiniões, com três professores mencionando apreciar o conteúdo e outros três não o apreciando. Com “Estatística” o apeço foi um pouco maior, pois dos seis respondentes que opinaram, quatro disseram apreciá-la. O maior índice de respostas foi relacionada à “Combinatória”, em que 11 (22%) dos professores opinaram e destes, oito (73%) disseram apreciá-la. Talvez a falta de posicionamento sobre esses conteúdos indique falta de conhecimento, visto que a Combinatória é um conteúdo tradicionalmente ensinado no Ensino Médio, enquanto que Probabilidade e Estatística ainda não são muito enfocados; no entanto, a confirmação dessas hipóteses só poderia ser feita com entrevistas, o que não fez parte do delineamento desta fase da investigação.

APRESENTAÇÃO DOS DADOS SOBRE AS QUESTÕES DE PROBABILIDADE

Conforme já mencionado, as soluções foram classificadas em: 0 (resposta incorreta), 1 (parcialmente correta), 2 (totalmente correta) e 9 (ausência de resposta).

Tabela 7 – Distribuição conjunta das respostas das duas questões de probabilidade

Questão 7	Questão 8				Total
	0	1	2	9	
0	9	1	12	4	26
1	3	0	4	0	7
2	1	1	2	0	4
9	2	0	2	9	13
Total	15	2	20	13	50

Observando-se a Tabela 7, pode-se verificar que 26 + 13 investigados ou erraram a questão 7 ou nem tentaram resolvê-la. Apenas quatro participantes (8%) acertaram-na plenamente e sete (14%), parcialmente. Essa questão era mais complexa do que a questão 8, pois nesta o conhecimento exigido de Probabilidade é basicamente o conceito geométrico de probabilidade, que é análogo ao conceito clássico, mas aplicado a espaços não enumeráveis. Para se chegar à resposta correta da questão 7 é necessário ir além da definição clássica de probabilidade, conhecendo ainda suas propriedades, o conceito de dependência e independência de eventos e o de probabilidade condicionada. Já para se chegar resposta correta da questão 8, é necessário conhecer, além da definição de probabilidade geométrica, apenas como calcular a área de um quadrado e a área de um disco, conhecimentos esses que grande parte dos participantes da amostra mostraram possuir. O erro geralmente ocorreu após a determinação das áreas, quando muitos não sabiam como prosseguir, demonstrando assim que mesmo um dos conceitos básicos de probabilidade, a serem ensinados tanto no Ensino Fundamental quanto no Médio, não foi apropriado por grande parte desses professores.

Observando apenas a questão 8, temos que o número de respostas totalmente corretas (categoria 2) corresponde a 20 respondentes ou 40% da amostra investigada. Deve-se salientar que essa questão é de nível médio, pois foi retirada do concurso vestibular de uma das IES envolvidas na investigação. Se observarmos por esse prisma, constata-se que 60% dos professores de Matemática não conseguiram resolver uma questão que é exigida para ingresso no seu próprio curso de formação.

Se for feita uma análise da resolução correta das duas questões simultaneamente, verifica-se que apenas dois respondentes acertaram integralmente as duas questões, ou seja, 4% da amostra investigada. Dos 50 entrevistados, nove (18%) erraram as duas questões e outros nove nem tentaram resolvê-las, tendo-se assim 36% dos respondentes que, ou erraram ou nem tentaram solucionar. A Figura 2 faz um comparativo, por intermédio de um diagrama de colunas simples, das distribuições marginais dos resultados que foram apresentados na Tabela 7.

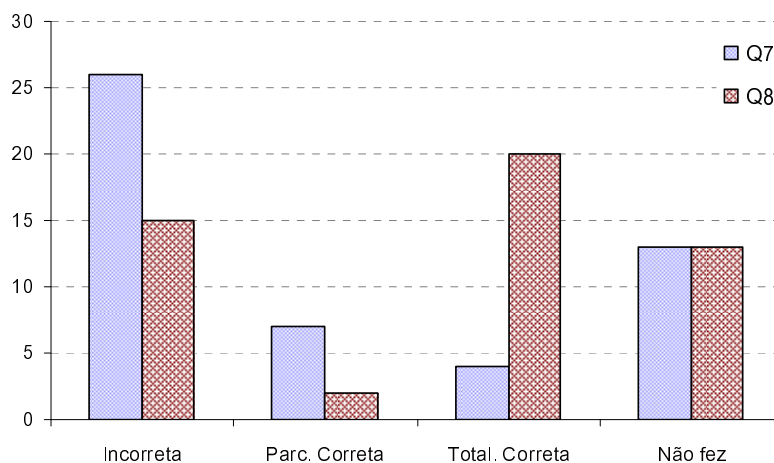


Figura 2 – Diagrama de colunas das distribuições marginais das duas questões de Probabilidade

Se Theis e Savard (2010) consideram a possibilidade de discutir os erros cometidos pelos alunos dos professores envolvidos em sua pesquisa, pelos resultados aqui encontrados mostra-se necessário debater os erros ou não-conhecimento dos professores.



Supondo que esta amostra represente o extrato superior dos professores que hoje lecionam Matemática, então é bem provável que muitas das dificuldades que os alunos apresentam ou venham a apresentar tenham origem na dificuldade enfrentados pelos seus próprios professores.

CONCLUSÕES

As hipóteses feitas, sobre dependência entre o número de acertos nas duas questões de probabilidade e as possíveis variáveis intervenientes caracterizadas pela formação profissional e pela atuação dos docentes, não se sustentaram, uma vez que os coeficientes de associação (C de Pearson) não se mostraram significativos. A análise das respostas iniciais do questionário indica que os professores participantes desta pesquisa, de forma semelhante aos docentes investigados por Kataoka et al. (2008), já têm experiência de magistério e trabalham um número de horas semanais bastante elevado. Portanto, devem conhecer as orientações oficiais e as sugestões para o trabalho com conceitos de Probabilidade e Estatística, mas não mostraram terem os conhecimentos básicos de Probabilidade, para apresentar e discutir esses conteúdos em suas aulas.

Percebeu-se, também, que os conteúdos de Combinatória, Probabilidade e Estatística não chamam a atenção desses professores, pois não se manifestaram sobre tais tópicos, como os que preferem ou não, para ensinar em suas aulas. Ainda que não tenhamos entrevistado esses participantes, sua indiferença em relação aos conteúdos e, posteriormente, suas dificuldades na resolução das questões de Probabilidade, parecem vir ao encontro do que foi apontado por Bigattão Junior (2007) e Corrêa (2010), relativamente às dificuldades dos professores e à falta de conhecimentos sobre Probabilidade e Estatística.

Em especial em relação às respostas às questões propostas, o fato de que mais de 70% dos respondentes terem errado ou não respondido (deixado em branco) cada questão é um fator preocupante, se considerarmos que esses professores estão em exercício na



Educação Básica. Se levarmos em consideração que a amostra aqui investigada é formada por professores em formação continuada, em cursos de Especialização ou Mestrado, e que em boa parte dos programas eles foram selecionados entre muitos outros candidatos, podemos supor que eles não são representantes típicos dos professores de Matemática em geral. Assim pode-se supor que eles formam o estrato mais competente ou pelo menos mais interessados em aprimorar e continuar a formação.

Imagina-se que estes professores sejam os representantes do topo superior da formação docente. Em face dos resultados coletados, aqui apresentados, podemos supor que a formação inicial desses docentes, em termos de conteúdos de Probabilidade, é menos qualificada do que esperado. De que forma, então, esses professores vão lidar com o tópico “Tratamento da incerteza, preconizado nas matrizes curriculares da Educação Básica?”

Ainda que a análise qualitativa das soluções não tenha sido apresentada neste artigo, consideramos que as dificuldades evidenciadas por essa análise quantitativa reforçam a constatação de que professores de Matemática em formação inicial ou continuada têm poucos conhecimentos de Probabilidade e Estatística. Assim, o incremento de pesquisas sobre erros cometidos por docentes da Educação Básica podem contribuir para discussões sobre grades curriculares dos cursos de Graduação ou Pós-Graduação, especialmente relacionados a essas disciplinas e à metodologia de ensino de tópicos de Probabilidade e Estatística.

REFERÊNCIAS

AMARAL, M. H. **A estatística e a formação inicial com alunos de um curso de Pedagogia**: reflexões sobre uma seqüência didática. 2007. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2007.

BIGATTÃO JUNIOR, P. A. **Concepção do professor de Matemática sobre o ensino da Estatística**. 2007. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2007.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais**: matemática. Brasília, 1998.



BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros curriculares nacionais: ensino médio.** Brasília, 1999.

BRASIL. Ministério da Educação. Conselho Nacional de Educação. **Parecer nº 1.302 de 6 de novembro de 2001 – CNE/CES.** Institui as Diretrizes Curriculares Nacionais para os Cursos de Matemática, Bacharelado e Licenciatura. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/cne/arquivos/pdf/CES13022.pdf>>. Acesso em 20 set. 2010.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Orientações Curriculares para o Ensino Médio: ciências da natureza, matemática e suas tecnologias.** Brasília, 2006.

CAZORLA, I. M.; KATAOKA, V. Y.; SILVA, C. B. Trajetória e perspectivas da Educação Estatística no Brasil: um olhar a partir do GT12. In: LOPES, C. E.; COUTINHO, C. de Q. e S.; ALMOULOUD, S. **Estudos e reflexões em Educação Estatística.** Campinas: Mercado de Letras, 2010. p. 19-44.

CORRÊA, M. W. **O conhecimento profissional e a abordagem do ensino de Probabilidade:** um estudo de caso. 2010. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2010.

GONÇALVES, M. C. **Concepções de professores e o ensino de probabilidade na escola básica.** 2004. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2004.

KATAOKA, V. Y. et al. Probability teaching in Brazilian education: evaluation and intervention. In: INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 11., 2008, Mexico. **Proceedings...** Mexico: ICMI, 2008. 1 CD-ROM.

MORENO, M. M. B. **Ensino e aprendizagem de Estatística com ênfase na variabilidade:** um estudo com alunos de um curso de Licenciatura em Matemática. 2010. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2010.

PRINCÍPIOS e Normas para a Matemática Escolar. 2. ed. Lisboa: Associação dos Professores de Matemática, 2008.

SALAMANCA, P. G. R. A proposal for changing educational practices in the teaching of probability and statistics. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON TEACHING OF



STATISTICS, 7., 2006, Salvador. **Proceedings...** Salvador, Brazil: IASE, 2006. 1 CD-ROM.

SANTOS, S. da S. **A formação do professor não especialista em conceitos elementares do bloco Tratamento da Informação**: um estudo de caso no ambiente computacional. 2003. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2003.

SERRADÓ, A.; CARDEÑOSO, J. M.; AZCÁRATE, P. Las concepciones deterministas, un obstáculo para el desarrollo profesional del docente en el campo probabilística. In: CONGRESO IBERO-AMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA, 5., 2005, Porto. **Actas...** Porto, Portugal: Universidade do Porto, 2005. 1 CD-ROM.

SERRADÓ, A.; AZCÁRATE, P.; CARDEÑOSO, J. M. Analyzing teacher resistance to teaching probability in compulsory education. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON TEACHING OF STATISTICS, 7., 2006, Salvador. **Proceedings...** Salvador, Brazil: IASE, 2006. 1 CD-ROM.

THEIS, L.; SAVARD, A. Linking probability to real-world situations: how do teachers make use of the mathematical potential of simulations programs? In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON TEACHING OF STATISTICS, 8., 2010, Ljubljana. **Proceedings...** Ljubljana, Eslovênia: IASE, 2010. 1 CD-ROM.

VERAS, C. M. **A Estatística nas séries iniciais**: uma experiência de formação com um grupo colaborativo com professores polivalentes. 2010. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2010.

VIALI, L. O Ensino de Estatística e Probabilidade nos Cursos de Licenciatura em Matemática. In: SIMPÓSIO NACIONAL DE PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA, 18., 2008, Estância de São Pedro. **Anais...** São Paulo: ABE, 2008. 1 CD-ROM.



APÊNDICE: Instrumento de pesquisa

Dados do(a) Respondente

01. Sexo: () Masculino () Feminino.

02. Indique o seu curso de graduação:

03. Qual a sua idade:

04. Para qual (is) grau(s) de ensino você leciona?

() Séries Iniciais () Ensino Fundamental () Ensino Médio () Ensino Superior

05. Qual o seu tempo de magistério, desde que começou a trabalhar, em qualquer nível de ensino?

06. Qual a sua carga horário semanal em sala de aula, considerando todos os seus empregos e níveis trabalhados?

07. (a) Você tem acesso a computadores em sua escola?

() Sim () Não

(b) Em caso afirmativo, você trabalha com seus alunos no computador?

() Sim () Não

(c) Se trabalha, cite que tipo de atividade e conteúdo você desenvolve com os estudantes, no computador.

(d) Se não trabalha, explique as razões para não usar.

08. Cite conteúdos matemáticos, em cada nível de ensino em que leciona, com os quais você **mais** gosta de trabalhar.

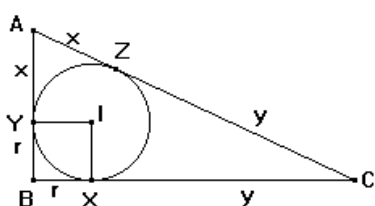
09. Cite conteúdos matemáticos, em cada nível de ensino em que leciona, com os quais você **menos** gosta de trabalhar.

10. Na sua opinião qual(ais) a(s) maiores) dificuldade(s) que você enfrenta ao ensinar matemática?

QUESTÕES

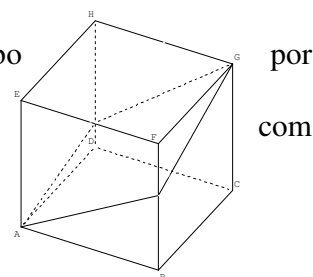
1) Para qual(ais) valor(es) de n , sendo n inteiro positivo, o número $n^2 + n$ é primo? Responda e justifique sua resposta.

2) Qual o algarismo das unidades do número $9^{357} + 1$? Explique como chegou à resposta.



3) Usando a figura ao lado, mostre que o diâmetro da circunferência inscrita em um triângulo retângulo é igual à soma das medidas dos catetos menos a medida da hipotenusa, utilizando argumentações apropriadas.

4) Quando seccionamos um cubo um plano, a intersecção do plano com a superfície do cubo é um polígono. Explique quais são os polígonos que podem ser obtidos diferentes planos.

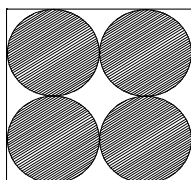


5) Esboce o gráfico de uma função f para a qual $f(0)=1$, $f'(0)=0$, $f'(x)>0$ se $x<0$ e $f'(x)<0$ se $x>0$ e explique como pensou para fazer esse esboço.

6) Suponha que você sabe que (a_n) é uma sequência decrescente de números reais e que todos os seus termos estão entre os números 5 e 8. Explique porque a sequência tem um limite e o que você pode dizer sobre o valor desse limite.

7) Uma pessoa tem quatro chaves aparentemente iguais na qual apenas uma abre uma porta chaveada. Qual a probabilidade de que sejam necessárias mais do que três tentativas para abrir a porta se as chaves:

- são misturadas após cada tentativa falha?
- são separadas após cada tentativa falha?



8) (UFRGS98).

A figura ao lado representa uma parede quadrada, na qual estão pintados discos de raio r . Se uma bola é lançada totalmente ao acaso contra a parede, calcule a probabilidade de ela tocar fora dos discos e explique como chegou à resposta.

ⁱ Análise de erros em problemas resolvidos por professores de Matemática em cursos de formação continuada. Projeto 471503/2008, Edital Universal, CNPq.