

# TECNOLOGÍAS DIGITALES EN EL CONTEXTO DE UN MODELO DE INNOVACIÓN CURRICULAR EN MATEMÁTICA EN CHILE

Hernán Miranda Vera<sup>1</sup>  
Gonzalo Villarreal Farah<sup>2</sup>

## Resumen

Este artículo analiza resultados acerca del uso de la tecnología informática en la implementación de un modelo de innovación curricular en matemática que se implementa en la actualidad en escuelas públicas de Chile. Los resultados provienen del proyecto *Enlaces Matemática*<sup>3</sup>. Además, esta información se complementa con datos cualitativos del estudio conducente al grado de doctor realizado por uno de los autores<sup>4</sup>. El núcleo común en ambos proyectos es el *modelo interactivo para el aprendizaje matemático* desarrollado por el Centro Comenius de la Universidad de Santiago (Oteiza & Miranda, 2004). De los antecedentes analizados se concluye que si bien los recursos tecnológicos son importantes y pueden causar efectos significativos en el aprendizaje, por sí mismos no bastan para hacerlo. Para lograr mejores resultados de aprendizaje se requiere de un modelo curricular que integre naturalmente la tecnología e involucrando a profesores y estudiantes en el marco de diferentes estrategias y recursos que se disponen en la sala de clases. En general, se ha observado una base de logros de aprendizaje matemático consistente y sólida, a la vez que un mejor manejo de la tecnología tanto de profesores como estudiantes. Esto permite inferir algunos principios y estrategias respecto al uso pertinente de la tecnología informática para facilitar el aprendizaje matemático apropiadas al contexto educacional chileno.

**Palabras claves:** innovación curricular – TIC - aprendizaje matemático - educación pública chilena.

## Abstract

This article analyzes results about using information technology in implementing a curricular innovation model in mathematics currently taking place in Chilean public schools. These results come from the *Enlaces Matemática*<sup>5</sup> project. In addition, these results are complemented by qualitative data from a doctoral research conducted by one of the authors<sup>6</sup>. The common base here is the *interactive model for mathematics learning* developed by the Comenius Center at University of Santiago (Oteiza & Miranda, 2004). As a conclusion, we can observe that even though

<sup>1</sup> Universidad de Santiago de Chile, Centro Comenius - hernan.miranda@centrocomenius.org

<sup>2</sup> Universidad de Santiago de Chile, Centro Comenius - gonzalo.villarreal@centrocomenius.org

<sup>3</sup> Proyecto financiado con fondos del Centro de Educación y Tecnología del Ministerio de Educación de Chile y el Centro Comenius de la USACH. Más antecedentes en: <http://www.comenius.usach.cl/enlacesmat>

<sup>4</sup> Programa de Doctorado de "Multimedia Educativo" de la Universidad de Barcelona. Tesis dirigida por la profesora Begoña Gros y realizada por Gonzalo Villarreal Farah.

<sup>5</sup> Project funded by the Center for Education and Technology at Minister of Education, Chile and the Comenius Center at University of Santiago. More information at: <http://www.comenius.usach.cl/enlacesmat>

<sup>6</sup> Doctoral program in "Educational Multimedia" at University of Barcelona, Spain. Doctoral dissertation chaired by Dr. Begoña Gros and conducted by Gonzalo Villarreal-Farah.

information technology based resources are important and can produce significant effects in learning, they are not enough by themselves. In order to cause major impacts in learning results, a curricular model that naturally includes technological resources involving students and teachers as well as diverse pedagogical strategies is needed. In general, in both of the mentioned initiatives a noticeable improvement in mathematics learning has been observed and a better knowledge about technology itself as well. This allows us to infer some principles and strategies regarding to an appropriate use of technological resources suitable for the Chilean educational context.

**Keywords:** curricular innovation - ICT - mathematics learning - Chilean public schools

## INTRODUCCIÓN

En un mundo globalizado y donde el conocimiento en general es cada vez más importante para todas las personas, el conocimiento matemático ha ido ganando particular relevancia en la formación mínima que todo ciudadano requiere para funcionar en la sociedad (NCTM, 2000; Schoenfeld, 2002). Lo anterior ha llevado a sostener que el acceso al conocimiento matemático debe ser considerado un nuevo derecho civil, según lo argumenta el académico Alan Schoenfeld citando al líder de los derechos civiles Robert Mosses (Schoenfeld, 2002). Sin embargo, los resultados que arrojan diversas mediciones nacionales e internacionales en distintos países porfiadamente muestran que existen profundas brechas de aprendizaje entre distintos grupos de estudiantes (NCES, 2005). Esta situación no es muy diferente en el caso chileno. Aquí, los resultados en las diferentes pruebas nacionales e internacionales - como la prueba nacional SIMCE<sup>7</sup> y la internacional TIMSS<sup>8</sup>, por ejemplo - han registrado en los diferentes niveles a lo más una mantención en los puntajes e incluso una leve disminución en algunos casos (SIMCE, 2005).

Lo anterior implica que la formación docente implementada en los últimos diez años en Chile (Cox, 2000), al igual que diferentes iniciativas de cambio impulsadas por el Ministerio de Educación, no han reflejado las mejoras en el aprendizaje matemático esperadas. Esto, aunque políticamente puede no sonar muy asupicioso, no es tan extraño dado la consistente resistencia que muestran los sistemas educativos en todo el mundo a cambios profundos en su accionar (Cuban, 2001; Labaree, 2002). En el caso chileno, por ejemplo, llama la atención el enorme esfuerzo que se ha destinado en poner recursos informáticos en las escuelas públicas y en capacitar a los profesores para su uso pedagógico (Hepp, 2003; Hepp & Laval, 2004). Sin embargo, la realidad muestra un lento proceso de adopción de la tecnología por parte de los profesores mientras muchas escuelas siguen funcionando como si esta no existiera por completo (Contreras & Elacqua, 2005; Cancino & Donoso, 2004; Rusten, E., Contreras-Budge & Tolentino, D., 1999). En un esfuerzo por revetir esta inercia, el Ministerio de Educación de Chile ha impulsado nuevas medidas tales como un proceso de evaluación riguroso del desempeño docente (MINEDUC, 2005). También se mantiene el proceso de estudio y

---

<sup>7</sup> SIMCE: Sistema de Medición de la Calidad de la Educación mediante el cual se miden en Chile los logros alcanzados por todos los estudiantes de un determinado nivel.

<sup>8</sup> Third International Mathematics and Science Study conducido por el IEA en más de cuarenta países donde se aplicó una prueba de matemática y una de ciencias.

---

mejoramiento continuo del currículum que incluye ahora la definición de estándares para cada área curricular.

Respecto al aprendizaje matemático y a las condiciones en que dicho aprendizaje tiene lugar en la sala de clases, existe escaso conocimiento sistemático de la realidad chilena, especialmente en el nivel secundario. Si bien se han desarrollado diversas iniciativas de investigación y desarrollo, el foco ha estado más bien concentrado en generar soluciones curriculares y probarlas en ambientes experimentales pero sin llegar aún a una generalización de esas soluciones todavía, ni menos realizar un estudio sistemático de dicho proceso. Lo mismo es cierto respecto al uso de las tecnologías informáticas aplicadas a facilitar el aprendizaje matemático. Uno de los propósitos de este artículo es precisamente llenar en parte ese vacío, ayudando de pasada a comprender el proceso de integración de la tecnología informática con propósitos pedagógicos. Para ello, se sintetiza y analiza parte de la evidencia empírica proveniente del proyecto *Enlaces Matemática*. Esta iniciativa tiene la particularidad que trabaja aplicando el *modelo interactivo para el aprendizaje matemático* desarrollado por el Centro Comenius de la Universidad de Santiago (Oteiza & Miranda, 2004).

## **METODOLOGÍA**

Como fue ya señalado, este artículo se basa en un proyecto que aplica el *modelo interactivo para el aprendizaje matemático*. Este modelo fue desarrollado entre los años 2001 y 2004 en el marco del proyecto de desarrollo curricular *Aprender matemática creando soluciones* llevado a cabo por el Centro Comenius de la Universidad de Santiago (Oteiza, Araya & Miranda, 2004) y financiado por la Comisión Chilena de Ciencia y Tecnología (CONICYT) a través de un fondo concursable de desarrollo tecnológico, FONDEF. El modelo interactivo se entiende como una formulación teórica (ideal) acerca de los elementos básicos que constituyen una situación apropiada de enseñanza y aprendizaje del conocimiento matemático y de la interrelación dinámica que existe entre dichos elementos. En la sección donde se describe el marco conceptual se entrega más información acerca de los conceptos básicos que sustentan el modelo. A continuación se describe sintéticamente el proyecto sobre el cual se basa este artículo.

### ***Enlaces Matemática***

El proyecto *Enlaces Matemática*, financiado por el Centro de Educación y Tecnología del Ministerio de Educación de Chile y el Centro Comenius, trabajó en el año 2005 con más de 70 profesores involucrando a 2.800 alumnos de 2º año de enseñanza media (grado 10). El año 2006 se amplió la participación a más de 100 docentes beneficiando esta vez a más de 8.000 alumnos de 2º y 3º año medio (grados 10 y 11). En el año 2007 se amplió la cobertura involucrando a 200 profesores y una población de 15.000 alumnos de 1º a 4º año medio (grados 9 al 12). Es decir, en el año 2007 se cubrió todos niveles de la enseñanza secundaria chilena con programas educativos basados en el modelo interactivo y que hacen uso intensivo de la tecnología informática.

En este proyecto se entrega materiales para los alumnos (guías, ejercicios, problemas, proyectos), materiales para el profesor (sugerencias metodológicas y didáctica, material de evaluación, explicaciones de la teoría en que se basan las

---

actividades), materiales concretos para la sala de clases (transparencias, palitos de madera, juegos didácticos, fichas, entre otros), además de recursos digitales.

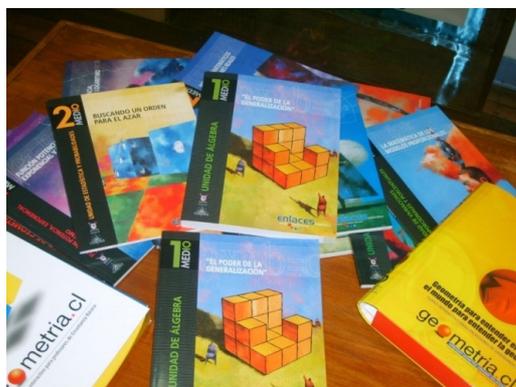


Fig. 1. Material del estudiante de Enlaces Matemática



Fig. 2 Material manipulativo de Enlaces Matemática

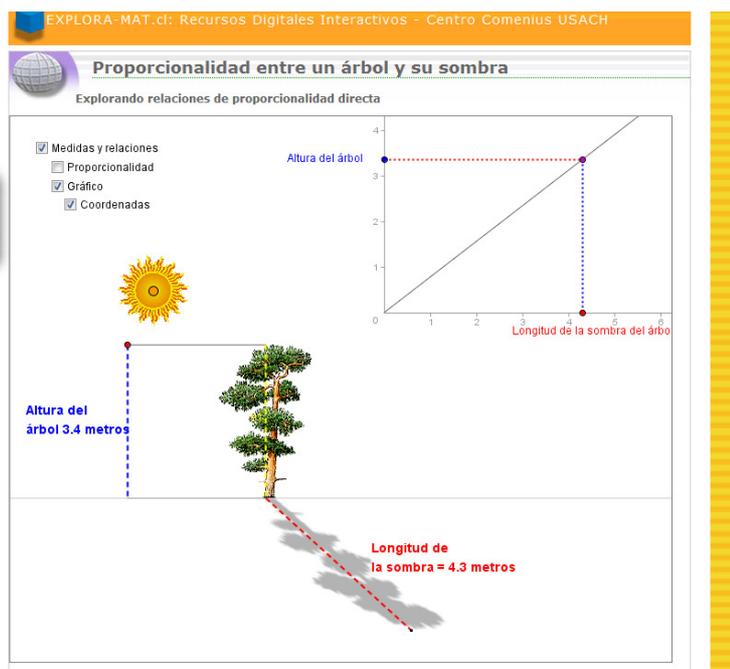


Fig. 3. Recurso digital de Enlaces Matemática

Todo ello se hace sobre la base de un apoyo profesional cercano para los profesores y un acompañamiento y monitoreo a su trabajo tanto presencial como virtual. Cabe señalar aquí que en cada nivel se considera la totalidad de los contenidos oficiales para el año escolar y el apoyo se realiza con un profundo respeto y valoración de la autonomía profesional que cada profesor tiene en su sala de clases.

### ***Diseño de la investigación***

El diseño de la investigación consistió en un quasi-experimento con grupo experimental y grupo control basado en grupos cursos de 50 establecimientos educacionales atendiendo poblaciones de nivel socioeconómico bajo y medio bajo principalmente. En ellos se controlaron diferentes variables como edad, nivel socioeconómico y conocimiento matemático medido a través de un pre-test para asegurar homogeneidad en ambos grupos. En el grupo experimental participaron 51 cursos correspondientes a 2100 estudiantes. En el grupo control participaron también 51 cursos correspondientes a 2070 estudiantes.

Al comienzo del año escolar 2005 se aplicó un test de retención de contenidos a ambos grupos para analizar diferencias en el aprendizaje matemático. Junto con ello, información de tipo cualitativa sobre la base de notas de campo y entrevistas en profundidad fue recopilada, pero su análisis no es parte de este artículo. Sin embargo, algunos resultados se amplían e iluminan producto de esa información. Para verificar diferencias entre los grupos se aplicó una prueba t independiente y con un  $\alpha = 0.05$ . La información analizada aquí corresponde al grupo de estudiantes y profesores que participaron de esta iniciativa en el año 2004, que corresponde a la fase piloto de la implementación previa a la aplicación más masiva aún en curso.

## **MARCO CONCEPTUAL**

### ***Modelo interactivo para el aprendizaje matemático***

Uno de los pilares conceptuales de este trabajo es sin duda el modelo interactivo para el aprendizaje matemático. El modelo fue desarrollado en el marco del proyecto FONDEF D00I1073 *Aprender matemática creando soluciones* entre los años 2001 y 2004 (Oteiza, Araya & Miranda, 2004). El proyecto contó con el soporte financiero del gobierno de Chile, de la Universidad de Santiago y algunas empresas privadas. Este modelo se entiende como una formulación teórica (ideal) acerca de los elementos básicos que constituyen una situación apropiada de enseñanza y aprendizaje del conocimiento matemático y de la interrelación dinámica que existe entre dichos elementos. De acuerdo con Oteiza y Miranda (2004), en su aplicación práctica el modelo sirve como procedimiento para orientar las decisiones de quienes generan situaciones de enseñanza y aprendizaje de la matemática; de los docentes en su acción de facilitación de los aprendizajes y de quienes evalúen los aprendizajes alcanzados por los estudiantes. Consecuentemente, en su formulación se encuentran orientaciones y criterios para adoptar decisiones en relación con los diferentes momentos involucrados y, cuando corresponde, las orientaciones están referidas a los diferentes actores que participan en el proceso.

---

La visión más sintética que se puede ofrecer de la forma de pensar y de actuar que el modelo sugiere se acerca mucho a la expresión acuñada por Davis (1967) en el Madison Project: “conjetura – trata, pon la idea a prueba – observa lo que sucede y... aprende cómo seguir”. De esta manera y fuertemente apoyado en una visión constructiva y social del aprendizaje propuesta originalmente por Vigotsky (1978 y 1986) en el año 1930 y ampliada y mejorada por numerosos autores, el modelo integra diferentes elementos como lo son: la formación docente, los libros, otros recursos de aprendizaje y la tecnología. En su expresión práctica en programas de enseñanza, se cuenta con material para el alumno (actividades, guías, proyectos, etc.), material del profesor (sugerencias pedagógicas para trabajar los materiales, los contenidos e integrar las tecnologías), material de referencia (tratamiento más formal de la matemática), materiales manipulativos concretos (fichas, dados, juegos, etc.), evaluaciones y recursos tecnológicos que siguen los principios de diseño teóricos sugeridos en el modelo. Ver Miranda y Moya (2004) para un ejemplo ilustrando esta noción en el tópico de álgebra.

Las ideas centrales que caracterizan el modelo son: estar centrado en la actividad del alumno; estar basado en fundamentos teóricos y prácticos; entregar herramientas al profesor, profesora y alumnos; trabajar aspectos multidimensionales del aprendizaje; considerar diversos momentos para el aprendizaje (exploración, generación de conjeturas, formalización y práctica); estar basado en el nuevo currículo de matemática chileno; usar tecnología de información y telecomunicaciones; incluir propuestas innovadoras de evaluación de aprendizajes que van más allá de las evaluaciones basadas en papel y lápiz, aunque éstas también son usadas por supuesto.

### ***Aprendizaje matemático y tecnología informática***

Indudablemente, el incorporar tecnología informática a la clase de matemática no es gratis y es una tarea que puede ser muy desafiante a la vez que frustrante en muchos casos. De hecho, probablemente esta es una de las razones que explican que tan pocos profesores la usen aún cuando esté disponible. Investigaciones recientes corroboran que al trabajar con recursos informáticos en la clase de matemática y en general en cualquier clase, se requiere enseñar a los alumnos estrategias específicas para trabajar y resolver algunas tareas asociadas con los programas informáticos utilizados y que no se relacionan necesariamente con el contenido matemático a enseñar. De no hacerlo, los estudiantes pueden obtener resultados incluso inferiores a los que obtienen sin usar la tecnología, con lo cual pierde todo sentido su utilización (Cuban, 2001; Pifarré & Sanuy, 2002).

Muchos autores reconocen además que es el currículo el que deben mandar al hacer uso de la tecnología (Hepp, 2003; Oteiza & Silva, 2001; Cabrero, 2001; Rubin, 2000). En otras palabras, son los recursos los que se tienen que acomodar a los contenidos y a las necesidades específicas del profesor y sus alumnos y no al revés, como se ha observado en algunas aplicaciones dogmáticas de la tecnología. El uso de la tecnología por parte de los estudiantes tendrá ciertos efectos –algunas veces deseados, otras no tanto- en lo que harán, cómo lo harán y cuando lo harán (Salomón, Perkins & Globerson, 1991). Por ello, cobra relevancia el conocer claramente cómo se pueden aprovechar de mejor manera las potencialidades de la tecnología para favorecer el aprendizaje independiente de los estudiantes (Pifarré, 2001).

---

Para estos mismos autores, trabajar con tecnología puede entregar muchos elementos que son esenciales en los nuevos escenarios educativos y en el énfasis en resolución de problemas relevantes. Por ejemplo, la tecnología puede aportar en relación a definir ambientes realistas y enriquecidos, desarrollo del pensamiento estratégico, descubrir el problema, representación del problema, desarrollo metacognitivo y facilitar interacciones de grupo (Pifarré & Sanuy, 2002; Colomina, Onrubia & Rochera, 2001; Miller, 2000). Muchos problemas requieren usar y manipular modelos, donde la tecnología, además de generar estos modelos, permiten la visualización y utilización de diagramas dinámicos. Aquí los estudiantes pueden visualizar, manipular y entender, junto con aumentar su motivación para realizar conjeturas en forma intuitiva y posteriormente verificarlas de manera más formal (Araya, 2000).

A modo de ilustración, los estudiantes pueden trabajar y experimentar realizando simulaciones de probabilidades, donde la tecnología permite manejar fácilmente grandes cantidades de datos en tan sólo segundos, permitiendo posteriormente analizar y manipular esos datos para obtener conclusiones razonables aplicando la teoría de probabilidades (Baugh & Raymond, 2003). Para una discusión interesante de cómo potenciar las habilidades de resolución de problemas de los estudiantes, refiérase a Jonassen (2000b). En este trabajo, Jonassen sostiene que los alumnos enfrentan tareas complejas, novedosas y auténticas, indicando que para aquellos alumnos que no posean las aptitudes necesarias para resolver estos problemas, será necesario proporcionarles herramientas cognitivas que refuercen dichas aptitudes. Más análisis en la misma línea se pueden encontrar también en Schoenfeld (1989) y National Research Council (2000).

Luego de una incipiente integración de las TIC, se puede observar que surge la necesidad de distinguir cuándo y cómo usarla junto con saber cuándo produce diferencias positivas. Estas interrogantes toman relevancia desde la perspectiva que la tecnología es un recurso escaso, pero también desde el punto de vista que puede producir incluso impactos negativos en los aprendizajes, como se lo señaló anteriormente. Por ello, una primera lección que se debe tener presente es que si bien existen muchos contenidos matemáticos y estrategias de usar las tecnologías, esto no implica que siempre convenga y deba ser usada. Hay que evitar lo que Lins (2000) refiere como miradas esencialistas acerca del uso de la tecnología en la enseñanza de la matemática. Así, la forma de usar la tecnología obedece más a cómo funciona el currículum e incluso a cómo plantear un problema o trabajar un contenido. De esta manera, su inclusión tiende a producir cambios y/o potenciar junto con incrementar la forma en que se pueden presentar estos contenidos y en particular la forma de presentar los problemas. A este respecto, Goldenberg (2000) propone seis interesantes principios referidos al uso de la tecnología en la sala de matemática que consideran tanto la tecnología como el contenido matemático y las necesidades específicas de profesores y estudiantes.

Otro factor a ser analizado son aquellos programas “abiertos”, libres de contenidos, en los cuales no se les propone ni enseña ningún conocimiento o concepto ni problema particular al estudiante. Aquí la iniciativa la toma el estudiante por sí mismo, produciendo ideas, construyendo modelos, generando simulaciones y desarrollando el conocimiento para analizar situaciones desde un punto de vista matemático más que para aprender un contenido específico. En esta categoría se encuentran las planillas electrónicas, los procesadores geométricos, los

---

procesadores simbólicos, lenguajes de programación, programas para desarrollar páginas web, entre otros (Goldenberg, 2000).

Finalmente, respecto al uso de la tecnología en una sala de clases, lo que importa es que los estudiantes aprendan a pensar matemáticamente apoyados por estas herramientas (Schoenfeld, 1992; Goldenberg, 2000; Moreno, 2002). En otras palabras, el uso de la tecnología importa desde la perspectiva que ésta incida en los aprendizajes y motivaciones de los alumnos, además de permitir aumentar el tipo y forma de problemas y contenidos matemáticos a trabajar con los estudiantes. Como lo señala Waits (2003), el uso de la tecnología será interesante y relevante sólo en la medida que le permita al estudiante tener más tiempo para enriquecer su aprendizaje, dominar los conceptos claves y le ofrezca una comprensión más profunda que hoy día no se está logrando (Gardner, 1999; National Research Council, 2000).

### ***Enlaces: la vía chilena para la integración educativa de la tecnología informática***

El gobierno de Chile, después de la recuperación de la democracia en 1989, ha estado empeñado en un proceso continuo y amplio de mejoramiento de la educación pública. En este ámbito, desde principios de los 90s a la fecha han sido numerosas las inversiones en tecnología realizadas en aspectos que van desde la infraestructura hasta la formación docente, pasando por la mantención y actualización del equipamiento adquirido. Este proceso ha sido puesto en práctica a través del proyecto *Enlaces*, un esfuerzo pionero en el mundo en generalizar el uso de la tecnología informática en la educación pública (Hepp, 2003; Hepp & Laval, 2004). A su vez, en iniciativas recientes de “segunda generación” se están haciendo esfuerzos por generar políticas sistemáticas de recursos tecnológicos como apoyo al curriculum oficial. También se están generando estándares de uso de tecnología por parte de los profesores además de caracterizar y tipificar el uso que hacen de los recursos informáticos aquellas escuelas adscritas al proyecto *Enlaces*.

Un aspecto novedoso introducido en *Enlaces* recientemente es la posibilidad de experimentar en forma piloto con otras tecnologías que vayan más allá del computador. En particular, se ha introducido de manera experimental el uso de pizarras interactivas como apoyo a la clase de matemática. Esta es una tecnología que se integra directamente en la sala de clases, abriendo un espacio amplio de posibilidades y permitiendo ser la vanguardia en la generación de innovaciones y cambios en los roles del profesor, del alumno y de la forma de trabajo. No limita, ya que puede usarse cuando se lo requiera, de manera que si algo no funciona, el profesor puede hacer su clase usándola como una pizarra tradicional. Además, permite presentar contenidos más significativos y vinculados a la vida real de momento que se puede presentar información tomada directamente de Internet. Por último, le entrega más recursos al profesor para modificar flexiblemente las estrategias metodológicas y los estudiantes se tienden a motivar e interesar con este acceso y manejo de la información en tiempo real (Marques, 2002; Villarreal 2005c y 2006).

---

## La tecnología informática en el modelo interactivo para el aprendizaje matemático

Los recursos tecnológicos utilizados en los programas educativos basados en el modelo interactivo siempre son intencionados desde el currículo, no desde la tecnología *per se*. Así, en el material del profesor se entregan sugerencias acerca de qué recursos utilizar y cuál es el sentido de su uso en una actividad en particular. Aquí, siguiendo la sabia sugerencia del profesor catalán David Barba (“¿Se puede hacer más rápido y más fácil con papel y lápiz? Entonces cuál es el sentido de usar el ordenador...”) cada situación es estudiada cuidadosamente y siempre considerando el contexto particular de las escuelas públicas chilenas. Sólo entonces y después de hacer pruebas piloto con estudiantes reales se decide qué herramientas tecnológicas se adaptan mejor a una actividad de aprendizaje. Un aspecto fundamental considerado en la inserción de estos recursos ha sido que los profesores manejen la tecnología y se apropien de esta de manera natural y con sentido para su labor profesional.

A continuación, se enumeran y describen brevemente el tipo de recursos digitales sugeridos a partir del modelo interactivo:

- Recursos digitales interactivos: Presentaciones, plantillas (templates), simulaciones, visualizaciones, hojas de trabajo interactivas (planillas electrónicas).

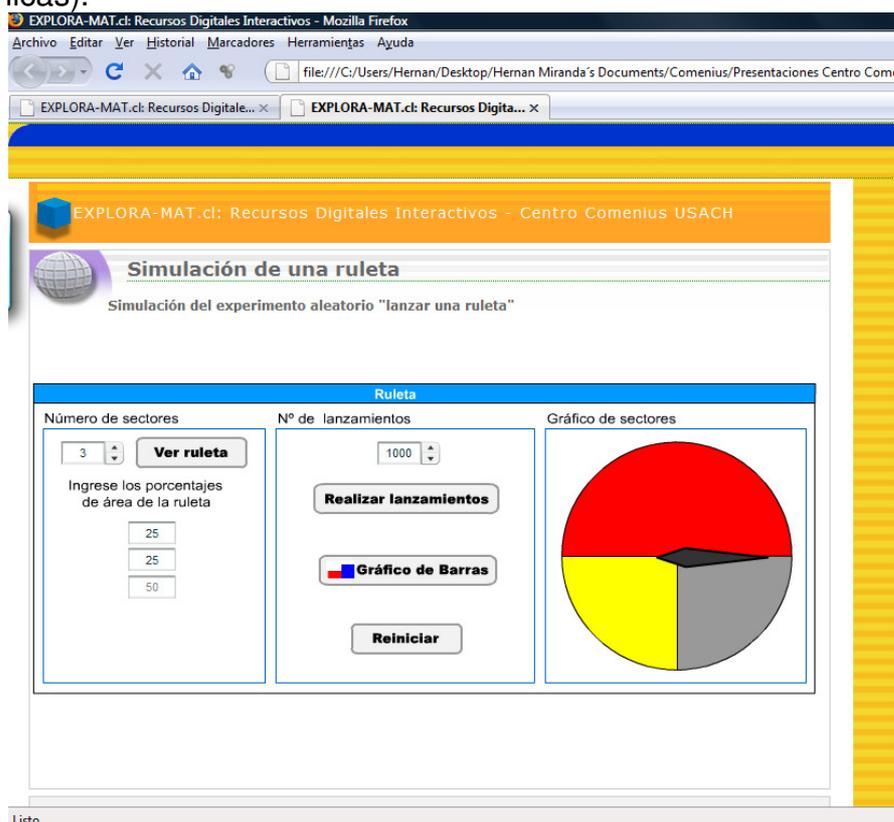


Fig. 4. Simulación interactiva de una ruleta

- Software (comercial, freeware y shareware): Programas interactivos apropiados para los temas considerados en el currículo (Geogebra, Graphmatica, Funciones para Windows, Excel, PowerPoint).

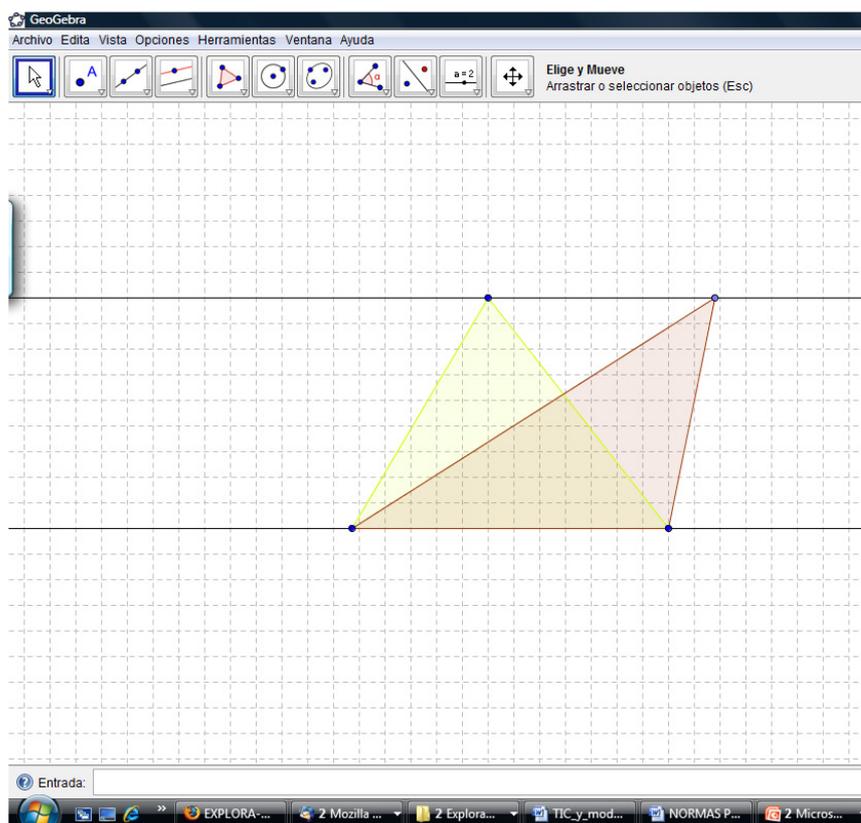


Fig. 4. Software libre Geogebra (versión 3.2)

- Applets y sitios de Internet: Applets y sitios de Internet especialmente seleccionados para las actividades propuestas en el modelo (calculadora Wiris, Algebra 2D, manipulativos virtuales).

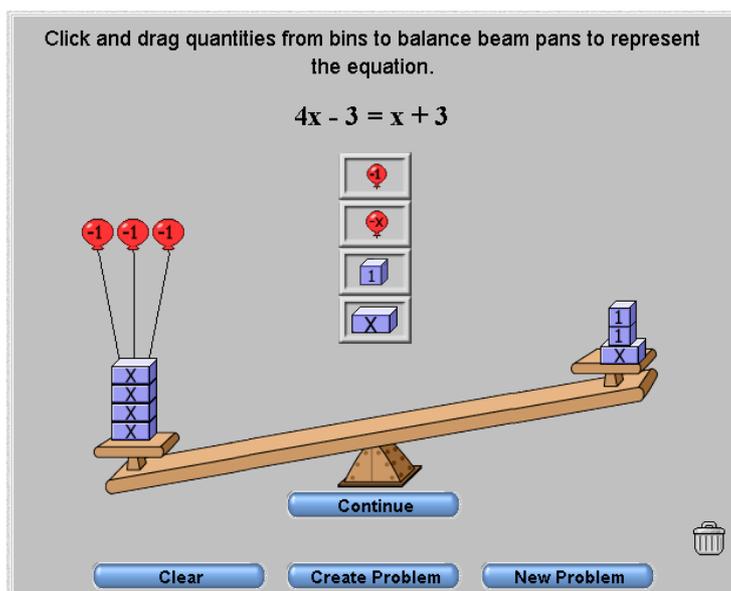


Figura 5. Manipulativo virtual para representar ecuaciones lineales

Fuente: [http://nlvm.usu.edu/en/nav/frames\\_asid\\_324\\_g\\_4\\_t\\_2.html?open=instructions&from=category\\_g\\_4\\_t\\_2.html](http://nlvm.usu.edu/en/nav/frames_asid_324_g_4_t_2.html?open=instructions&from=category_g_4_t_2.html)

Todos estos recursos son de libre acceso para los profesores y estudiantes que participan del proyecto, ya sea porque son desarrollos propios del Centro Comenius o porque están disponibles en Internet en forma gratuita. Otros software comerciales, como Excel y PowerPoint por ejemplo, son parte del paquete que reciben las escuelas por el hecho de estar incorporadas al proyecto *Enlaces*.

## RESULTADOS

### *Características generales de los participantes*

Los resultados que se presentan más adelante corresponden a los del año 2004, que fue cuando se hicieron los estudios de validación para ampliar la experiencia a otras instituciones. En esa oportunidad participaron 51 escuelas con un curso experimental cada una. Por lo tanto, en el grupo experimental participaron 51 cursos abarcando a 2100 estudiantes. En el grupo control participaron también 51 cursos correspondientes a 2070 estudiantes. El pretest de diagnóstico aplicado a ambos grupos no presenta una diferencia significativa entre ambos grupos (38,31% v/s 36,43% de respuestas correctas para el grupo experimental y control respectivamente). En la figura siguiente se muestra la progresión en el tiempo de salas aplicando el modelo entre el 2004 y el 2008.

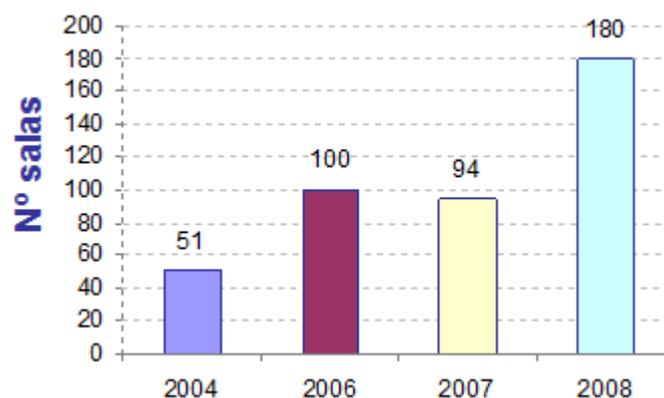


Fig. 6. Número de salas de clases aplicando el modelo por año

Después de la experiencia inicial en el 2004 se ha ido aumentando progresivamente la cantidad de estudiantes participando, alcanzando un número de 9404 en el año 2008 tal como muestra la figura. Esto representa un aumento de 7304 estudiantes (3,47 veces) respecto de los originales 2100 que comenzaron en el 2004. También este aumento se refleja, aunque no en la misma proporción, en el número de profesores participantes, como se muestra en la figura.

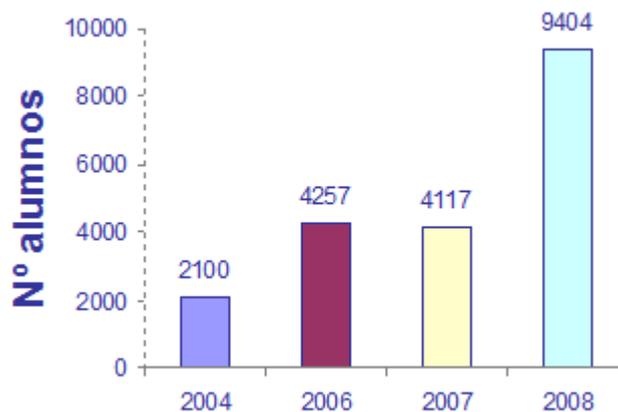


Fig. 7. Número de estudiantes aplicando el modelo por año

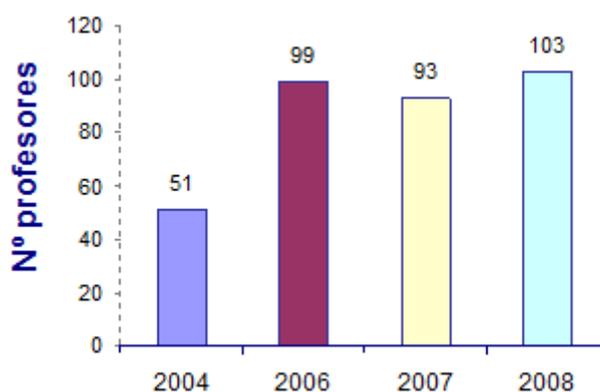


Fig. 8. Número de profesores aplicando el modelo por año

### ***Resultados de aprendizajes alcanzados por los estudiantes***

Los resultados de aprendizajes del grupo experimental medidos en las pruebas de unidad - las que no fueron aplicadas a los grupos ya que a éste sólo se le tomó el pre y el post test – muestran en general buenos logros. En la tabla siguiente se presentan los resultados de evaluaciones de término de unidad para el grupo experimental, alcanzando un puntaje promedio de 64,6% de respuestas correctas (PRC) en las tres unidades de aprendizaje medidas: Álgebra, Probabilidades y Semejanza. Cabe señalar aquí que existen algunas diferencias entre el número de estudiantes participantes y el número de estudiantes de los cuales se recibieron las hojas de respuesta desde los distintos establecimientos. Por este motivo, se consideró sólo los resultados de pruebas de unidades para aquellos establecimientos donde se recuperaron respuestas de un número significativo de alumnos (mayor o igual a 20) para no generar distorsiones en las comparaciones entre establecimientos.

Tabla 1

Resultados generales de pruebas de unidad para el grupo experimental

Unidad	Puntaje (PRC)	SD	Nro. estudiantes
Algebra	67,67	18,36	1642
Probabilidades	65,24	15,52	1166
Semejanza	60,93	19,08	1338

Al inicio del año escolar 2005 se realizó una prueba de retención de los contenidos para una muestra de 1.348 alumnos que participaron en el proyecto (grupo experimental). Estos resultados fueron contrastados con los de 1.122 estudiantes que no estuvieron en el proyecto (grupo control) a los cuales también se les aplicó el test. En la tabla 2 se puede observar que los resultados de los alumnos que participaron en el proyecto fueron superiores a los del grupo control, teniendo una variación porcentual estadísticamente significativa de 6,78 puntos porcentuales a favor del grupo experimental.

Tabla 2

Resultados de pruebas de retención inicio año escolar 2005

Grupo	Puntaje (PRC)	SD	Nro. estudiantes
Experimental	42,99	10,21	1348
Control	36,21	13,22	1122
Diferencia	6,78 *		

Finalmente, también los resultados muestran que hubo un mayor logro en cobertura curricular. Específicamente, un 55% de los docentes participantes señaló que alcanzó a tratar el 100% de los contenidos considerados en el currículum. Este dato contrasta con el que se obtuvo de la encuesta a profesores en la aplicación de la prueba SIMCE 2003, donde, en promedio, los profesores señalaron alcanzar a tratar entre el 50% y el 58% de los contenidos del nivel correspondiente (2do. medio o grado 10 en este caso). Este dato hay que leerlo con cuidado, sin embargo, dado que puede estar sesgado por el entusiasmo en general mostrado por los profesores hacia el proyecto, lo que tiende a aumentar las percepciones de logro autoreferenciadas.

## **Usos de la tecnología informática**

La tecnología informática en el marco del modelo interactivo está diseñada para permitir al estudiante aprendizaje contextualizado y situado. También se la usa para facilitar el trabajo con diferentes estrategias metodológicas (e.g. clases expositivas basadas en exploraciones, resolución de problemas complejos, visualización de conceptos, por nombrar algunas). Algunos de los principios que se consideran en el modelo para el uso de la tecnología son:

- Se requiere primero definir las metas de la clase y las necesidades para escoger la tecnología que promuevan esos objetivos.
- Usar la tecnología cuando no interfiera con el objetivo a lograr, i.e. cuando realmente produzca una diferencia y un valor agregado en el aprendizaje del contenido a tratar.
- Usar la tecnología cuando esta no oculte proceso y detalles intermedios que le permiten al estudiante entender y observar los resultados que se producen.
- Dejar a la tecnología y al alumno lo que cada uno hace mejor.
- Aprender, por parte de los docentes, sobre pocas herramientas, pero aprenderlas bien y a fondo, para así utilizarlas adecuadamente.
- Privilegiar el uso cognitivo por sobre el instrumental.

De esta forma, en este proyecto la tecnología se integra en una estrategia mayor, que provee al docente y alumnos de recursos, formación y acompañamiento. De esta manera se genera un proceso de apoyo continuo, aspecto que facilita la apropiación de estos recursos por parte del docente y un uso adecuado y consistente en términos de sus necesidades de aprendizaje por parte de los estudiantes.

En particular, para el trabajo de distintos contenidos, se proporcionan guías de trabajo que hacen uso explícito e intencionado de la tecnología, pero que no dependen crucialmente de ella. Estas guías contienen actividades que le permiten al alumno visualizar, graficar, analizar y discutir respecto a los tópicos tratados. Adicionalmente, se disponen de guías que sólo funcionan con tecnología, para lo cual se debe trabajar con el grupo curso en una sala de computación con, al menos, un computador cada dos estudiantes.

El uso cognitivo se trabaja de diferentes maneras. Por ejemplo, se entregan plantillas en Excel, previamente desarrolladas, las que facilitan la manipulación de información cuantitativa por parte de los estudiantes. Así, ellos pueden hacer análisis estadísticos sobre grandes cifras, observar el comportamiento sobre modelos previamente desarrollados o presentados, analizar resultados de simulaciones, entre otras cosas. En particular se hace un uso intenso de *applets* (pequeños programas para la web), los que permiten una fácil manipulación por parte de docentes y alumnos. Estos recursos se usan para hacer explícitos y de manera visual relaciones matemáticas, conceptos y procedimientos matemáticos sobre los cuales se trabaja (e.g. sucesos equiprobables, resolución de ecuaciones de primer grado, pendiente de una recta).

En algunas aplicaciones se induce a que por medio de estos recursos interactivos el estudiante, para resolver determinados problemas del tipo abiertos (e.g. determinar el tamaño óptimo de una flota de camiones para retirar basura de una ciudad determinada), tenga que tomar decisiones frente a valores o situaciones que son consideradas en la aplicación. De esta manera, los estudiantes usan la

---

tecnología para probar sus hipótesis -un aspecto que al alumno le es difícil de desarrollar, en general, en forma explícita- y se los convoca de manera que puedan analizar los resultados que dependen, obviamente, de la decisión tomada. Así, ellos posteriormente participan en una discusión que se genera con su grupo curso respecto de los resultados distintos obtenidos por cada grupo. Aquí la tecnología actúa, entonces, como un catalizador de pensamiento y una herramienta para generar escenarios de discusión dinámicos y enriquecidos.

## CONCLUSIONES

La implementación del modelo interactivo para el aprendizaje matemático en el contexto aquí discutido permitió observar que es factible, aunque difícil, lograr un cambio cultural en relación a cómo se realiza el proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática actualmente. En particular, se ha demostrado que es factible cambiar los roles más tradicionales del profesor y del alumno de manera bien sustantiva e incluso podríamos decir radical en ciertos casos. Además, se ha logrado cambiar las condiciones de trabajo en salas de clases acostumbradas a la clase frontal, usando la expresión del ex Ministro de Educación chileno Ernesto Schiefelbein (Schiefelbein, Leiva & Schiefelbein, 2004). Junto con ello, se demostró que la incorporación sistemática y pertinente de diversos recursos tecnológicos también es posible. Pero más importante que todo ello, se demostró que estos cambios impactan positivamente y de manera significativa el aprendizaje matemático de los estudiantes.

La evidencia empírica recogida y analizada también sugiere que el modelo presenta una estrategia razonable y sustentable en el contexto chileno de incorporar las tecnologías de manera efectiva en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática. En efecto, tal como se discutió anteriormente, aquí se presentaron resultados positivos sobre la base de una experiencia amplia de uso de la tecnología que consideraba tanto trabajo fuera de la sala de clases (como es el trabajo en laboratorios de computación) como dentro de la sala de clases con proyectores y, en algunos casos, pizarras interactivas. Estos resultados en conjunto sugieren que es factible usar el modelo interactivo como base pedagógica en escenarios tecnológicos distintos y aún así obtener resultados positivos.

Por otra parte, la evidencia muestra que la implementación adecuada del modelo interactivo tiende a producir mejoras en los aprendizajes de todos los alumnos, pero en particular de aquellos que históricamente poseen niveles de resultados más bajos. Un aspecto notable en este sentido es la retención de conocimiento (lo que los estudiantes recuerdan después de un largo periodo de tiempo) que es sustantivamente superior en los grupos experimentales. Este resultado nos abre una buena cuota de optimismo en la necesidad de democratizar el conocimiento matemático que refieren Schoenfeld (2002) y el NCTM (2000) entre otros.

Profesores y alumnos señalan la importancia de trabajar los contenidos con un aprendizaje contextualizado, significativo y situado, con la posibilidad de tener “salidas” a otras disciplinas. El modelo interactivo en forma explícita fomenta esta contextualización además de la cultura de “si pueden”. Esto es, en forma intencionada se realizan al inicio de cada unidad temática pruebas conocimiento de manera que a todos los alumnos les vaya bien. Esto efectivamente produce un cambio en la actitud de los estudiantes ellos y se dan cuenta, según sus mismos testimonios, que con esta forma si aprenden y que, por lo tanto, ellos también

---

pueden, que la matemática no es sólo para los “buenos”. Esto, junto con las modificaciones realizadas en la metodología y el nuevo rol del alumno, hace que los estudiantes asuman en otras condiciones el proceso de su aprendizaje, participando activamente en la construcción de los nuevos significados tal como lo enfatiza Vigotsky (1986) y lo corroboran las modernas teorías del aprendizaje (Gardner, 1991; National Research Council, 2000).

Hoy ciertamente sabemos mucho más acerca de lo que realmente está pasando en ciertas salas de clases chilenas y del potencial que la tecnología informática, junto con un modelo pedagógico claro y dotado de herramientas concretas, pueden lograr. También sabemos mucho más acerca de las falencias que tiene la actual formación y desarrollo profesional de los profesores. Una formación eminentemente teórica y desprovista de herramientas y de conexiones concretas con la realidad a la que refiere y basadas en procesos de investigación cuidadosos y rigurosamente conducidos. Este nuevo conocimiento respecto a la implementación del modelo interactivo, del funcionamiento de las salas de clases reales y del uso de los recursos tecnológicos permite anticipar una prometedora línea de investigación y desarrollo para precisar y refinar más lo avanzado hasta ahora.

## REFERENCIAS

- Araya, R. (2000). *Inteligencia matemática*. Santiago, Chile: Editorial Universitaria.
- Baugh, I., & Raymond, A. (2003). *Making math success happen: The best of learning & leading with technology on mathematics*. EE.UU. ISTE.
- Cabero, J. (2001). *Tecnología educativa. Diseño y utilización de medios en la enseñanza*. Barcelona: Paidós.
- Cancino, V. & Donoso, S. (2004). El programa de informática educativa de la reforma educativa chilena: análisis crítico. *Revista Iberoamericana de Educación*, 8 (36), 129-154.
- Castells, M. (2002). Lección inaugural del programa de doctorado sobre la sociedad de la información y del conocimiento. Documento presentado en inauguración doctorado *Sociedad de la Información*. Barcelona: Editorial UOC. Disponible en <http://www.uoc.edu/web/esp/articles/castells/menu10.html>
- Colomina, R., Onrubia, J. & Rochera, M. (2001). Interactividad, mecanismos de influencia educativa y construcción del conocimiento en el aula. En Coll, C., Palacios, J. & Marchesi, A. *Desarrollo psicológico y educación. Psicología de la educación escolar*. Madrid: Alianza.
- Contreras, D. & Elacqua, G. (2005). El desafío de la calidad y equidad en la educación chilena. Unpublished work document. Santiago, Chile: Corporación Expansiva.
-

Cox, C. (2000). El programa de mejoramiento de la calidad y equidad de la educación secundaria de Chile 1995-2000. Paper presented at *Workshops resources for the Organization of Eastern Caribbean States*. World Bank. June 19th-21st, 2000. Washington DC, USA.

Cuban, L (2001). *Oversold and underused: Computer in the classroom*. London: Harvard University Press.

Gardner, H. (1991). *The unschooled mind: How children think and how schools should teach*. New York, NY: Basic Books.

Goldenberg, P. (2000). Thinking (and talking) about technology in math classrooms. In *Education Development Center, Inc.* [http://www2.edc.org/mcc/iss\\_tech.pdf](http://www2.edc.org/mcc/iss_tech.pdf)

Gros, B. (2000). *El ordenador invisible: hacia la apropiación del ordenador en la enseñanza*. Barcelona: Gedisa.

Hepp, P. (2003). La educación digital. En Hevia, R. (2003). *La educación en Chile, hoy*. Santiago, Chile: Ediciones Universidad Diego Portales.

Hepp, P., & Laval, E. (2004). Improving literacy and numeracy in poor schools: The main challenge in developing countries. *Education, Communication & Information*, 4 (2), 332 - 336.

Jonassen, D. (2000). El diseño de entornos constructivista de aprendizaje. En Reigeluth, Ch. *Diseño de la instrucción. Teoría y modelos*. Madrid: Aula XXI Santillana.

Jonassen, D. (2000b). Toward a meta-theory of problem solving. *Educational Technology: Research & Development*, 48 (4), 63-85.

Jonassen, D. (2001). Communication patterns in computer mediated vs. face-to-face group problem solving. *Educational Technology: Research and Development*, 49 (10), 35-52.

Labaree, D. (2002). The peculiar problems of preparing educational researchers. *Educational Researcher*, 32 (4), 13-22.

Lins, B. (2000). The importance of premises: From an essentialist to an anti-essentialist view of ict in mathematics education. In Rowland, T. (Ed.) *Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics 20(3) November 2000*. London: Research British Society.

Lins, B. (2002). Towards new trends on the role of users of technology: A look at some research fields. In Pope, S. (Ed.) *Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics 22(3) November 2002*. London: Research British Society.

---

Marquès, P. & Casals, P. (2002). La pizarra digital en el aula de clase. Una de las tres bases tecnológicas de la escuela del futuro. Publicado online en [http://www.cica.es/aliens/revfuentes/num4/monografico\\_1.htm](http://www.cica.es/aliens/revfuentes/num4/monografico_1.htm) [consultado 12/2004].

Marquès, P. (2002). La magia de la "pizarra electrónica". Una innovación al alcance de todos. Presentado en el congreso TIEC-2002, Barcelona.

Martín, J., Beltrán, J. y Pérez, L. (2003). *Como aprender con internet*. Madrid: Foro pedagógico de Internet.

Miller, L. (2000). La resolución de problemas en colaboración. En Reigeluth, Ch. *Diseño de la instrucción. Teoría y modelos*. Madrid: Aula XXI Santillana.

Miranda, H. & Moya, M. (2004). *Serie aprender matemática creando soluciones. Unidad de Álgebra: El poder generalizador de los símbolos*. Santiago, Chile: Editorial Zig-Zag.

Monereo, C. (2000). *Estrategias de aprendizaje*. Madrid: Visor.

Moreno, L. (2002). Fundamentación cognitiva del currículo de matemáticas. En Proyecto incorporación de nuevas tecnologías al currículo de matemáticas de la educación media de Colombia. (2002). *Ministerio de Educación Nacional Dirección de Calidad de la Educación Preescolar, Básica y Media*, Colombia Pág. 40-66. <http://www.mineducacion.gov.co/documentos/alldocs.asp?it=87&s=1&id=29>

National Research Council. (2000). *How people learn: Brain, mind, experience, and school*. Washington DC: National Academy Press.

National Research Council. (2002). *Learning and understanding. Improving advanced study of mathematics and science in U.S. high schools*. Washington, D.C.: National Academy Press.

NCTM. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: NCTM.

OCDE. (2004). *Revisión de políticas nacionales de educación, Chile*. Paris: OCDE.

Onrubia, J., Cochera, M., & Barberà, E. (2001). La enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas: una perspectiva psicológica. En Coll, C. Palacios, J. & Marchesi, A. *Desarrollo psicológico y educación. Psicología de la educación escolar*. Madrid: Alianza.

Oteiza, F. & Miranda, H. (2004). *Modelo interactivo para el aprendizaje matemático*. Santiago, Chile: Editorial Zig-Zag.

Oteiza, F. & Silva, J. (2001). Computadores y comunicaciones en el currículo matemático: Aplicaciones a la enseñanza secundaria. *Revista Pensamiento*

---

*Educativo*, 27 (nn), 127-168. Santiago, Chile: Pontificia Universidad Católica de Chile.

Oteiza, F., Araya, R. & Miranda, H. (2004). *Aprender matemáticas creando soluciones: Material del profesor*. Santiago, Chile: Editorial Zig-Zag.

Pelton, W. & Pelton, L. The electronic slate: Including preservice teachers in research and development. En <http://web.uvic.ca/~tpelton/elslatesite.htm> [consulta 12/2004]

Pifarré, M. & Sanuy, J. (2002). La resolución de problemas entre iguales: incidencias de la mediación del ordenador en los procesos de interacción y el aprendizaje. *Infancia y Aprendizaje* 25 (2), 209-225.

Pifarré, M. (2001). Estrategias de resolución de problemas matemáticos: incidencia del uso de una hoja de cálculo en la enseñanza/aprendizaje de la proporcionalidad. En *Ministerio de Educación, Cultura y Deporte. CIDE (Comp.) Premios Nacionales de Investigación Educativa 2000* (193-230). Madrid: Ministerio de Educación, Cultura y Deporte. CIDE.

Reigeluth, Ch. (2000). *Diseño de la instrucción. Teorías y modelos. Parte I*. España: Aula XXI Santillana.

Rubin, A. (2000). *Technology meets math education: Envisioning a practical future forum on the future of technology in education*. En <http://www.air-dc.org/forum/abRubin.htm>.

Rusten, E., Contreras-Budge & Tolentino, D. (1999). *Learn link case study summary. Enlaces: Building a national learning network linking Chilean teachers and students for better education*. Washington, D.C.: World Bank Series.

Salomón, G., Perkins, D. & Globerson, T. (1991). Partners in cognition: Extending human intelligence with intelligent technologies. *Educational Researcher* 20 (3), 2-9.

Schiefelbein, E., Leiva, R. & Schiefelbein, P. (2004). Closing the math learning gap between Chile and developed countries. *Journal of International Cooperation in Education* 7 (1), 99-114.

Schoenfeld, A. (1989). La enseñanza del pensamiento matemático y la resolución de problemas. En Resnick, L. y Klopfer, L. (1989). *Curriculum y cognición*. Buenos Aires: Aique.

Schoenfeld, A. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense-making in mathematics. En *Handbook for research on mathematics teaching and learning* (pp. 334-370). New York: MacMillan.

---

- Schoenfeld, A. H. (2002). Making mathematics works for all children: issues of standards, testing, and equity. *Educational Researcher*, 31(1), 13-25.
- Schoenfeld, A. H. (2004). The math wars. *Educational Policy*, 18 (3), 253-286.
- SEDICI. (2000). *Métrica de la Sociedad de la Información*.
- Silva, J. & Villarreal, G. (2004). *El uso de graficadores y procesadores geométricos en la enseñanza de la matemática en el nivel secundario*, Marco teórico. Material desarrollado para Enlaces en Red, del Proyecto Enlaces, Mineduc.
- SITES M1 (2002). Second information technology in education study. *Estudio Internacional Tecnologías de Información en el Sistema Escolar, el caso de Chile*. Ministerio de Educación de Chile.
- Skovsmose, O. (2003). Ghettoising and globalisation: A challenge for mathematics education. Paper presented in *XI Inter-American Conference on Mathematics Education*. July 13-17, 2003. Blumenau, Brazil.
- UNESCO (2004): *Las tecnologías de la información y la comunicación en la formación docente*. Paris: UNESCO.
- UNESCO. (2000) *Informe mundial sobre la comunicación y la información 1999-2000*.
- Vigotsky, L.S. (1978). *Mind in society. The development of higher psychological processes*. Edited by Michael Cole, Vera John-Steiner, Sylvia Scribner, and Ellen Soubberman. Cambridge, MA: Harvard University Press.
- Vigotsky, L.S. (1986). *Thought and language*. Cambridge, MA: The MIT Press.
- Villarreal, G. (2004). Generación de material didáctico en Excel, Marco Teórico. *Material desarrollado para Enlaces en Red, del Proyecto Enlaces, Mineduc*.
- Villarreal, G. (2005a). La resolución de problemas en matemática y el uso de las TIC: resultados de un estudio en colegios de Chile. *EduTec. Revista Electrónica de Tecnología Educativa*, nn (19), ppi-ppf. Disponible online en <http://edutec.rediris.es/Revelec2/revelec19/Villarreal.pdf>
- Villarreal, G. (2005b). La resolución de problemas en matemática y el uso de los computadores. En *XVIII Encuentro Nacional y IV Internacional de Investigadores en Educación- ENIN*. Centro de Perfeccionamiento Experimentación e Investigación Pedagógica (CPEIP), Santiago, Chile.
-

Villarreal, G. (2005c). Uso de la pizarra interactiva en salas de clases como apoyo a la enseñanza y aprendizaje de la matemática. Compilador Sánchez Jaime X *Taller Internacional de Software Educativo*.

Villarreal, G. (2006). La pizarra interactiva una estrategia metodológica de uso para apoyar la enseñanza y aprendizaje de la matemática. *Revista Electrónica Teoría de la Educación, Educación y Cultura en la Sociedad de la Información, Universidad de Salamanca*. Número 7(1) <http://www3.usal.es/~teoriaeducacion/DEFAULT.htm>

Waits, B. (2003). Computadores de bolsillo: ingrediente esencial en la enseñanza y aprendizaje de la matemáticas. Entrevista en *Eduteka* <http://www.eduteka.org/ediciones/articulo18-7a.htm>

### **AGRADECIMIENTOS**

Los autores desean agradecer el apoyo brindado por el Centro de Educación y Tecnología, Enlaces, del Ministerio de Educación de Chile para que la iniciativa de Enlaces Matemática fuese posible. También desean agradecer a Fidel Oteiza, director del Centro Comenius USACH, por su constante aliento y valiosos aportes a este trabajo, y a todo el equipo del Centro Comenius que ha estado detrás del proyecto y lo ha hecho realidad.

---